

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕНИЙ КВАЗИЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

А.В. Подорога (Москва)
anastasiapodoroga@gmail.com

При описании процессов дорожного движения часто используют макроскопический подход (см. [1]), в рамках которого рассматривают квазилинейное уравнение вида

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial Q(\rho)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

с начальным условием

$$\rho(x, 0) = \rho_0(x). \quad (2)$$

Здесь $\rho = \rho(x, t)$ — плотность транспортного потока. Функцию $Q(\rho)$ возьмем в соответствии с моделью Нагеля–Шрекенберга [2] в виде

$$Q(\rho) = \begin{cases} k_1 \rho, & 0 \leq \rho \leq \rho^*, \\ k_2 (\rho_{\max} - \rho), & \rho^* \leq \rho \leq \rho_{\max}, \end{cases} \quad (3)$$

где

$$k_1 = \frac{q_{\max}}{\rho^*}, \quad k_2 = \frac{q_{\max}}{\rho_{\max} - \rho^*}.$$

Здесь ρ^* — переходная плотность от свободного движения к затрудненному, значение $\rho_{\max}$ соответствует максимальной плотности потока, величина $q_{\max}$ выражает максимальную интенсивность потока. Задачу (1)–(3) с неизвестной функцией $\rho(x, t)$ можно исследовать аналитическими методами из теории квазилинейных дифференциальных уравнений (см. [3], [4]). Несколько характерных типов решений указано в [5].

В докладе будет рассказано о проверке математических эффектов, связанных с (1)–(3), средствами компьютерного моделирования. Исследование проходит на базе программы “Cars”, разработанной на кафедре математической физики факультета ВМК МГУ. Используется имитационное моделирование однополосного транспортного потока в виде индивидуальных движущихся объектов. Получено хорошее согласование с общей теорией. В частности, при

начальном условии $\rho_0(x) \equiv \rho^*$ удалось воспроизвести интересный «эффект неединственности», действующий для обобщенных решений задачи (1)–(3).

Литература

1. Гасников, А. В. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: Учебное пособие / А. В. Гасников и др. // Под ред. Гасникова А. В. Издание 2-е, испр. и доп. — М.: МЦНМО, 2013. — 427 с.
2. Nagel, K. A cellular automaton model for freeway traffic / K. Nagel, M. Schreckenberg // Journal de Physique I France. 1992. Vol. 2, №12. — P. 2221–2229.
3. Горицкий, А. Ю. Уравнения с частными производными первого порядка / А. Ю. Горицкий, С. Н. Кружков, Г. А. Чечкин. (Учебное пособие). — М.: Мех-мат МГУ, 1999. — 96 с.
4. Лакс, П. Д. Гиперболические дифференциальные уравнения в частных производных / П. Д. Лакс. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. — 296 с.
5. Подорога, А. В. Квазилинейное уравнение дорожного движения и компьютерное моделирование / А. В. Подорога, И. В. Тихонов // Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования. Герценовские чтения — 2015. Материалы научной конференции, 13–17 апреля 2015 г. — СПб: Издательство РГПУ им. А. И. Герцена, 2015.— С. 209–213.