

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Анненкова Елена Александровна

**НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ПУЗЫРЬКОВ
И КАПЕЛЬ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ
ИНТЕНСИВНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН**

Специальность: 01.04.06 – акустика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

МОСКВА – 2018

Работа выполнена на кафедре акустики физического факультета
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Научный руководитель **Сапожников Олег Анатольевич,**
доктор физико-математических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Карабутов Александр Алексеевич,**
доктор физико-математических наук, профессор,
Международный учебно-научный лазерный центр
МГУ имени М.В. Ломоносова, профессор
Свет Виктор Дарьевич,
доктор физико-математических наук,
Акустический институт имени Н.Н. Андреева,
ведущий научный сотрудник
Балакший Владимир Иванович,
доктор физико-математических наук, профессор,
МГУ имени М.В. Ломоносова, Физический фа-
культет, профессор кафедры физики колебаний

Защита диссертации состоится « ____ » _____ 2018 года в ____ ч. ____ мин. на заседании диссертационного совета МГУ.01.08 на физическом факультете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, ГСП-1, г. Москва, Ленинские горы, МГУ, д. 1, стр. 2, физическая аудитория имени Р.В. Хохлова.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций Научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (адрес: 119192, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д. 27) и на сайте ИАС «ИСТИНА»: <https://istina.msu.ru/dissertations/114529216/>.

Автореферат разослан « ____ » _____ 2018 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.01.08,
д.ф.-м.н.,
kosareva@physics.msu.ru

О.Г. Косарева

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Интенсивные ультразвуковые волны находят многочисленные применения в промышленности, медицине и других областях и являются предметом научных исследований уже много десятилетий. Одной из важных особенностей таких волн является не только нелинейный характер их распространения, выражающийся в искажении профиля, генерации гармоник, образовании ударных фронтов и других нелинейных эффектах, но и тот факт, что волны при достаточно высокой амплитуде могут изменить и даже разрушить среду. Например, мощные акустические импульсы способны приводить к фрагментации твердых тел. При распространении в жидкости интенсивный ультразвук вызывает акустическую кавитацию – образование газовых пузырьков. Из-за интенсивной диссипации энергии в поле мощной волны может быть достигнута температура кипения, в результате чего образуются пузырьки пара. Когда указанные явления происходят не в жидкости, а в мягких биологических тканях, возникают новые возможности для создания нелинейных режимов как ультразвуковой диагностики, так и терапии. Дополнительные механизмы разрушения среды появляются на границах раздела. Так, уже давно известен откольный механизм фрагментации твердых тел при отражении мощных ударных импульсов от свободных границ. В жидкостях при отражении интенсивных волн от границы с газовой средой может возникнуть распыление (атомизация). Если на границу раздела направить узкий пучок мощного ультразвука, то образуется гидродинамическая струя – так называемый акустический фонтан, в процессе эволюции которого также возникает атомизация. Упомянутые экстремальные явления сопровождаются сильно нелинейными акусто-гидродинамическими и тепловыми эффектами и поэтому достаточно сложны для исследований. В то же время имеется ряд приложений, где указанные явления позволяют разработать новые эффективные подходы, представляющие большой практический интерес.

В настоящее время возрос интерес к неинвазивной диагностике и хирургии, одним из ведущих способов реализации которых является использование ультразвука. Активно ведутся разработки и усовершенствования медицинских приборов нового поколения, среди которых важную роль занимают приборы, применяющие высокоинтенсивный фокусированный ультразвук

(HIFU) для разрушения доброкачественных и злокачественных опухолей, доставки лекарств с использованием контрастных агентов и остановки внутренних кровотечений.

Большинство процедур HIFU основано на тепловых эффектах, возникающих в результате поглощения ультразвука в биоткани. Однако существуют механические эффекты, возникающие в результате динамики HIFU-индуцированных пузырьков, которые могут быть использованы для деструкции ткани. Механическое разрушение, как правило, достигается с помощью источников, использующих последовательности импульсов, а не непрерывные сигналы, чтобы минимизировать тепловые эффекты и сделать преобладающим механический эффект от активности пузырьков. Такой способ разрушения ткани получил название «гистотрипсия». Эмульгирование ткани, получаемое при использовании данного метода, объясняется действием кавитационного облака, которое образуется в фокусе преобразователя. Хотя методы гистотрипсии, основанные на акустической кавитации, представляются многообещающими, существует ряд проблем, связанных с их практическим применением, в основном обусловленных стохастической природой кавитации. Время образования кавитационного облака в ткани не всегда предсказуемо и повторяемо, и кавитационная активность может неожиданно прекратиться во время курса лечения, что приводит к исчезновению кавитационного облака.

Таким образом, разработка новых подходов к гистотрипсии, которые позволят получить надежное и воспроизводимое механическое разрушение ткани, представляет значительный интерес. Одним из таких новых подходов является гистотрипсия с кипением, при которой механизм фракционирования ткани основан на образовании в фокальной области HIFU-преобразователя относительно крупных пузырей кипения, внутри которых формируются миниатюрные акустические фонтаны и происходит атомизация. Метод основан на использовании фокусированных нелинейных акустических волн, профиль которых содержит ударные фронты – резкие скачки давления. Высокоинтенсивные короткие (миллисекундной длительности) ультразвуковые импульсы фокусируются внутри биоткани. В результате эффективной диссипации ударных волн в фокусе происходит локальное взрывное вскипание ткани, и за время порядка нескольких миллисекунд образуется паровая полость миллиметрового размера. При этом исходная перегретая область, соответствующая

области фокусировки ударных волн, имеет диаметр около ста микрон, а размер образующейся полости гораздо больше, поэтому при расширении она быстро охлаждается. Теоретическое моделирование роста парового пузырька в таких условиях имеет большое значение для понимания физики процесса.

Внедрение в клиническую практику устройств ультразвуковой хирургии, основанных на использовании мощного фокусированного ультразвука для дистанционного разрушения опухолевой ткани, во многих случаях тормозится сложностью или даже невозможностью контроля ультразвукового воздействия. Для безопасного и эффективного лечения пациентов важно уметь проводить точное прицеливание и постоянное наблюдение в процессе HIFU-воздействия. Успех существующих ультразвуковых методов связан с использованием визуализации HIFU-воздействия с помощью ЯМР-томографии и ультразвука. Ультразвуковая визуализация особенно привлекательна в тех случаях, когда под воздействием мощного ультразвука в биоткани образуются газовые пузырьки, которые, как известно, являются сильными рассеивателями и поэтому проявляются на яркостном ультразвуковом изображении в виде светлых пятен. В случае гистотрипсии с кипением пузырьки могут достигать миллиметровых размеров. Поэтому актуальной является разработка оптимальных способов обнаружения и визуализации таких рассеивателей.

В ходе исследований физических механизмов разрушения ткани при гистотрипсии с кипением было выявлено, что одним из эффектов здесь является образование миниатюрных акустических фонтанов и атомизация в каплях, на которые такие фонтаны разбиваются в процессе своей эволюции. В этой связи актуальным является исследование процессов, происходящих при акустическом фонтанировании в общем случае. Наиболее просто акустический фонтан наблюдается на границе вода – воздух под воздействием фокусированного ультразвука мегагерцового диапазона частот. Скоростная съемка акустических фонтанов показала, что вскоре после включения источника ультразвука из жидкости вырывается струя, распадающаяся на цепочку из капель одинакового размера. Через некоторое время капли, обычно начиная с самой верхней, начинают терять устойчивость и взрываться, приводя к распылению жидкости. Проведенные недавно разными научными группами экспериментальные исследования поведения капель в акустическом фонтане позволили выявить, что непосредственно перед потерей устойчивости в цен-

тре прозрачной капли появляется темная точка, что указывает на возможный разрыв жидкости, т.е. возникновение кавитации. Кроме того, перед началом образования тумана вокруг капель они, как правило, мутнеют, что может быть связано как с появлением облака микропузырей в объеме, так и микромасштабными искажениями поверхности. Теоретическое описание данной задачи не является простым, и получение аналитических решений представляется возможным только в рамках упрощенных моделей. Для более полного описания задачи требуется использование методов численного моделирования.

Метод гистотрипсии с кипением находится пока на стадии лабораторных исследований, в которых особенности ультразвуковой атомизации в режиме сверхбыстрого нагрева изучаются как с использованием гелевых фантомов биоткани, так и в экспериментах на животных. В процессе разработки метода возникают следующие задачи: как обнаружить и определить размер образующихся пузырей кипения, превосходящих по размеру кавитационные пузырьки, но в то же время имеющих размеры меньше разрешающей способности ультразвуковых диагностических датчиков; как описать нелинейную динамику данных пузырей в перегретой фокальной области источника HIFU; как описать нелинейные процессы в акустическом микрофонтане внутри данных пузырей. В данной работе ставятся и решаются теоретические задачи, затрагивающие вышеперечисленные проблемы.

Цель и задачи диссертационной работы

Основной **целью работы** являлось теоретическое и экспериментальное исследование физических процессов в парогазовых пузырьках и жидких каплях при воздействии интенсивных акустических волн, используемых в ультразвуковой визуализации и терапии. В соответствии с заявленной целью было намечено решение следующих практически значимых **задач**:

1. Проведение экспериментов по получению диаграмм рассеяния ультразвука на пенопластовой сфере в воде, являющейся аналогом парогазового пузыря.
2. Моделирование и экспериментальное исследование визуализации пузырьков миллиметровых размеров в биоткани.
3. Составление алгоритма по визуализации объектов, сильно рассеивающих акустические волны и имеющих размеры меньше разрешающей способности прибора по ультразвуковой визуализации.

4. Проведение численных экспериментов, воспроизводящих нелинейную волновую динамику внутри акустического резонатора сферической формы с абсолютно мягкой границей, являющегося физической моделью капли в акустическом фонтане.
5. Анализ структуры акустического и теплового полей внутри капли жидкости, формирующейся под воздействием ультразвука.
6. Моделирование нелинейных процессов в парогазовом пузыре, образующемся в центре капли и растущем под действием давления пара внутри него.
7. Анализ неустойчивости акустически возбужденной капли акустического фонтана, обусловленной радиальными колебаниями поверхности.

Методы исследования

При проведении экспериментов по рассеянию ультразвука исследуемые объекты погружались в резервуар с водой или в желатиновый фантом биоткани. Для создания ультразвуковых волн использовался пьезокерамический акустический источник мегагерцового диапазона частот. Прием ультразвука осуществлялся миниатюрным гидрофоном игольчатого типа, который размещался в пространстве с помощью системы микропозиционирования, управляемой компьютером. Обработка сигналов осуществлялась стандартными инструментами в программных пакетах LabVIEW и MATLAB. В экспериментах, кроме того, использовался коммерческий ультразвуковой сканер (Terason Ultrasound System). В теоретических исследованиях рассеяния ультразвука на сферических объектах использовался классический подход, основанный на использовании представления падающего и рассеянного полей в виде ряда по сферическим гармоникам. При изучении динамики парогазового пузырька использовалось приближение сферической симметрии, причем построение теоретической модели базировалось на описанных в литературе приближениях для описания различных эффектов, сопровождающих динамику пузырька (теплопроводность, парообразование, диффузия газа в жидкости, излучение звука, поверхностное натяжение). Для анализа нелинейных акустических процессов в сферической капле жидкости использовалось приближение сферической симметрии и представление поля в виде суперпозиции стоячих волн – гармоник. Для изучения поведения гармоник методом медленно изменяющихся амплитуд использовалась система связанных уравнений для комплексных амплитуд гармоник. Для анализа неустойчивости сферической формы

поверхности капли в процессе ее колебаний использовался подход, основанный на разложении возмущений формы по сферическим гармоникам. Получившееся уравнение типа Матье анализировалось стандартными методами, развитыми в общей теории нелинейных колебаний. При численном моделировании использовались конечно-разностные методы. Уравнения для описания физических процессов в парогазовых пузырьках, система связанных уравнений для комплексных амплитуд в сферической капле и уравнения для описания неустойчивости поверхности капли интегрировались численно с использованием метода Рунге-Кутты 4-го порядка точности. Программные модули для проведения расчетов написаны на языке ФОРТРАН и в программной среде MATLAB. Все вычисления проводились на персональном компьютере.

Научная новизна

1. Исследованы экспериментально и теоретически ультразвуковые изображения пузырей в биоткани размерами меньше разрешающей способности сканирующего устройства.
2. Подтверждено экспериментально, что пенопластовые образцы можно использовать в качестве моделей объектов из воздуха, расположенных в воде или мягкой ткани.
3. Разработан алгоритм по анализу ультразвуковых изображений объектов, сильно рассеивающих акустические волны и имеющих размеры меньше разрешающей способности прибора по ультразвуковой визуализации.
4. Составлена система уравнений для теоретических расчетов нелинейной динамики парогазового пузыря в перегретой области конечного размера.
5. Построена модель нелинейного акустического резонатора в виде жидкой сферы с абсолютно мягкой границей и показано, что в процессе нелинейной эволюции происходит эффект существенного усиления пикового давления в центре резонатора.

Практическая значимость

1. Предлагаемый метод анализа размеров сильно рассеивающих объектов может быть применен для ультразвукового мониторинга возникновения кипения в мягких биотканях в процессе их нагрева проникающим излучением, в частности фокусированным ультразвуком.
2. Анализ акустических свойств пенопласта в воде позволяет использовать его для создания моделей объектов из воздуха, расположенных в воде или

мягкой ткани, для гидроакустических, биофизических и других исследований.

3. Разработанная теоретическая модель нелинейного акустического резонатора сферической формы является фундаментальной задачей, имеющей аналоги в различных областях акустики помимо капель акустического фонтана.

Положения, выносимые на защиту

1. На основе измерения амплитуды акустических эхо-сигналов при проведении медицинской ультразвуковой диагностики мягких биологических тканей может быть осуществлено как обнаружение, так и определение размеров газовых пузырьков даже в том случае, когда диаметр указанных пузырьков мал по сравнению с масштабом пространственного разрешения прибора.
2. При нагреве жидкости или биологической ткани фокусированным ультразвуком до температуры, превышающей температуру кипения на единицы градусов, за несколько миллисекунд происходит рост исходно микроскопического парогазового пузырька до миллиметровых размеров. Указанный быстрый рост приводит к излучению акустического импульса слышимого диапазона, который может быть использован для контроля процесса нагрева.
3. При сферически-симметричном акустическом возбуждении резонатора в виде жидкого шара с мягкой границей происходит нелинейная генерация высших гармоник стоячей волны. В условиях малого проявления вязкости указанный нелинейный процесс может приводить к существенной концентрации акустической энергии и росту пикового давления в центре резонатора, вплоть до достижения порога прочности жидкости.
4. Взрывная неустойчивость капель акустического фонтана, приводящая к эффекту ультразвуковой атомизации (распыления), может быть объяснена возникновением акустической кавитации вблизи центра капли в результате нелинейной эволюции стоячей волны. При этом, несмотря на концентрацию энергии и эффективное тепловыделение в центре капли, повышение температуры жидкости не превышает долей градуса.
5. Наблюдаемое в акустических фонтанах помутнение капель жидкости может быть объяснено развитием параметрической (фарадеевской) неустойчивости формы поверхности. Наибольшая неустойчивость достигается для возмущений в виде стоячей капиллярной волны, частота которой составляет

половину резонансной частоты колебаний капли, а длина намного меньше диаметра капли.

Достоверность полученных результатов

Достоверность представленных в работе результатов подтверждается проверочными численными и физическими экспериментами, а также соответствием результатов экспериментов априорной информации и теоретическим расчетам.

Апробация результатов работы

Вошедшие в работу материалы были представлены в виде докладов на XIII Всероссийской школе-семинаре «Волновые явления в неоднородных средах» (21-26 мая 2012 г., Звенигород), на XXV сессии Российского Акустического общества и сессии Научного совета РАН по акустике (17-21 сентября 2012 г., Таганрог), на XXI международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2014» (7-11 апреля 2014 г., Москва), на XXVII сессии Российского Акустического Общества (16-18 апреля 2014 г., Санкт-Петербург), на I Всероссийской акустической конференции (6-10 октября 2014 г., Москва), на Международном Симпозиуме по нелинейной акустике ISNA 2015 (29 июня - 3 июля 2015 г., Лион, Франция), на XV Всероссийской школе-семинаре «Волновые явления в неоднородных средах» (5-10 июня 2016 г., Звенигород), на Международном Симпозиуме по ультразвуку IEEE IUS 2016 (18-21 сентября 2016 г., Тур, Франция) и на II Всероссийской акустической конференции (6-9 июня 2017 г., Нижний Новгород). Результаты исследований обсуждались на научных семинарах кафедры акустики физического факультета МГУ.

Работа выполнена при поддержке грантов РНФ № 14-15-00665, Президента РФ № НШ-7062.2016.2, РФФИ № 17-02-00261 и стипендии Американского акустического общества.

Публикации автора

Материалы диссертации опубликованы в 15 печатных работах, список которых приводится в конце автореферата, из них 3 статьи опубликованы в рецензируемых научных изданиях, удовлетворяющих Положению о присуждении ученых степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова, 1 статья – в рецензируемом научном издании из перечня ВАК РФ.

Личный вклад автора

Все изложенные в работе результаты по разработке теоретической модели, численного алгоритма, постановке и выполнении физического эксперимента получены автором лично, либо при его непосредственном участии.

Структура и объем диссертации

Работа состоит из общего вводного раздела, четырех глав и заключения. Каждая глава включает в себя короткое введение и выводы. Список цитируемой литературы включает 129 наименований, общий объем работы составляет 133 страницы текста, в том числе 69 рисунков.

Основное содержание работы

Во Введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, излагается современное состояние проблемы, дается общая постановка задач, описывается краткое содержание работы по главам.

Первая глава посвящена парогазовым пузырям миллиметрового размера в биоткани, особенностям построения их ультразвуковых изображений и анализу точных размеров на основе данных изображений. В §1.1 описываются терапевтические ситуации, в которых могут образовываться парогазовые пузыри во внутренних органах пациента, и важность диагностирования таких пузырей и их размеров. Ставится задача акустического рассеяния на абсолютно мягкой сфере, являющейся моделью неподвижного пузырька газа размером порядка миллиметра, что много больше размеров резонансных пузырьков, в связи с чем колебание рассматриваемого пузырька мало и им можно пренебречь в данной постановке задачи. Представлен обзор литературы по методам моделирования ультразвуковой визуализации, на основе которых далее реализуется компьютерное моделирование ультразвуковой визуализации абсолютно мягких сфер. Рассмотрены основные свойства пенопласта как материала, близкого к воздуху по акустическим свойствам.

В §1.2 описывается эксперимент по сопоставлению коэффициентов отражения звуковой волны в воде от пенопласта и от воздуха для подтверждения возможности использования пенопластовых образцов в качестве моделей воздушных объектов. Используется плоский излучатель на частоте 1 МГц, который излучает ультразвуковой импульс в среду с границей вода – воз-

дух, и записывается отраженный от границы импульс, далее вместо воздуха устанавливается плоская граница с пенопластом, и аналогично записывается отраженный от пенопласта импульс. Для более тщательной проверки данного свойства проводится еще один эксперимент. Установка представляет собой излучатель с рабочей частотой 1 МГц, пенопластовый образец с почти плоской поверхностью и гидрофон в качестве приемника (рис. 1). Снимается отраженное от пенопласта поле и падающее поле без пенопласта на пути под 90° к направлению отраженного от пенопласта поля, полученные поля сопоставляются по полным интенсивностям, то есть суммам квадратов амплитуд по всей рассматриваемой поверхности, которые рассчитываются из известных распределений амплитуд. В результате отражения от пенопласта мощность сигнала, проходящего через область сканирования, уменьшается примерно на 9%, что может быть объяснено тем, что из-за неровностей поверхности пенопластовой пластины часть отраженного сигнала не попадает в область сканирования (это видно на нижней части распределения амплитуды отраженного сигнала, показанного на рис. 2). Таким образом, незначительность потери подтверждает, что

$$K_{refl}(styr) \approx K_{refl}(air) \approx -1. \quad (1)$$

Соответственно, можно ожидать, что и маленькие сферические образцы из пенопласта будут рассеивать ультразвук как пустые полости. Для проверки проводится ряд экспериментов по получению диаграмм рассеяния модели мягкой сферы. В качестве модели берется пенопластовый шарик радиусом 5 мм, закрепляется в жесткой рамке на леске с помощью клея, чтобы препятствовать его всплыванию при погружении в воду. Экспериментальная установка состоит из следующих элементов: акустический излучатель, генерирующий звуковую волну на частоте 1 МГц; гидрофон, выступающий в роли приемника, сигнал с которого считывается на осциллограф; и собственно предмет исследования – пенопластовый сферический образец (рис. 3). Для получения теоретических диаграмм рассеяния используется простейшая модель пузырька газа – абсолютно мягкая неподвижная сфера, для которой

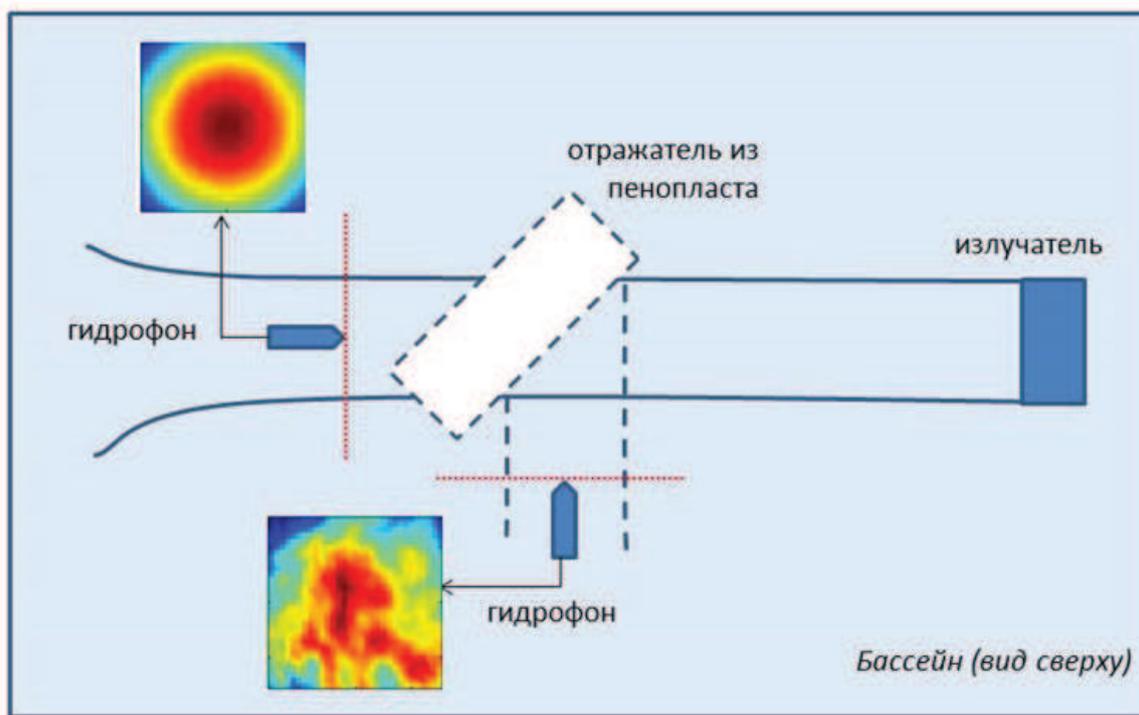


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для снятия характеристик поля отраженной от пенопласта волны и падающей с излучателя волны, снятой в отсутствие пенопласта под 90° к направлению отраженной волны; красные штриховые линии – это области сканирования, синие штриховые линии – границы отраженного от пенопласта акустического пучка, синие сплошные линии – границы падающего пучка в отсутствие пенопласта

берется известная формула для давления рассеянной волны:

$$p_s = e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} A_n h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos \theta), \quad (2)$$

где $h_n^{(1)}$ – функции Ханкеля 1-го рода n -го порядка, P_n – полиномы Лежандра n -го порядка. Практически полное соответствие экспериментальных и теоретических диаграмм рассеяния позволяет сферические пенопластовые образцы использовать в качестве моделей пузырьков газа размерами порядка миллиметра.

В §1.3 рассчитываются импульсные сигналы, рассеянные на абсолютно мягкой сфере, и на их основе зависимость амплитуды рассеянного в разных направлениях сигнала от размера рассеивателя. Анализируется численное моделирование построения ультразвуковых изображений в разных режимах работы ультразвукового сканера, и на основе этого анализа в среде программирования Matlab выполняются построения ультразвукового изображения

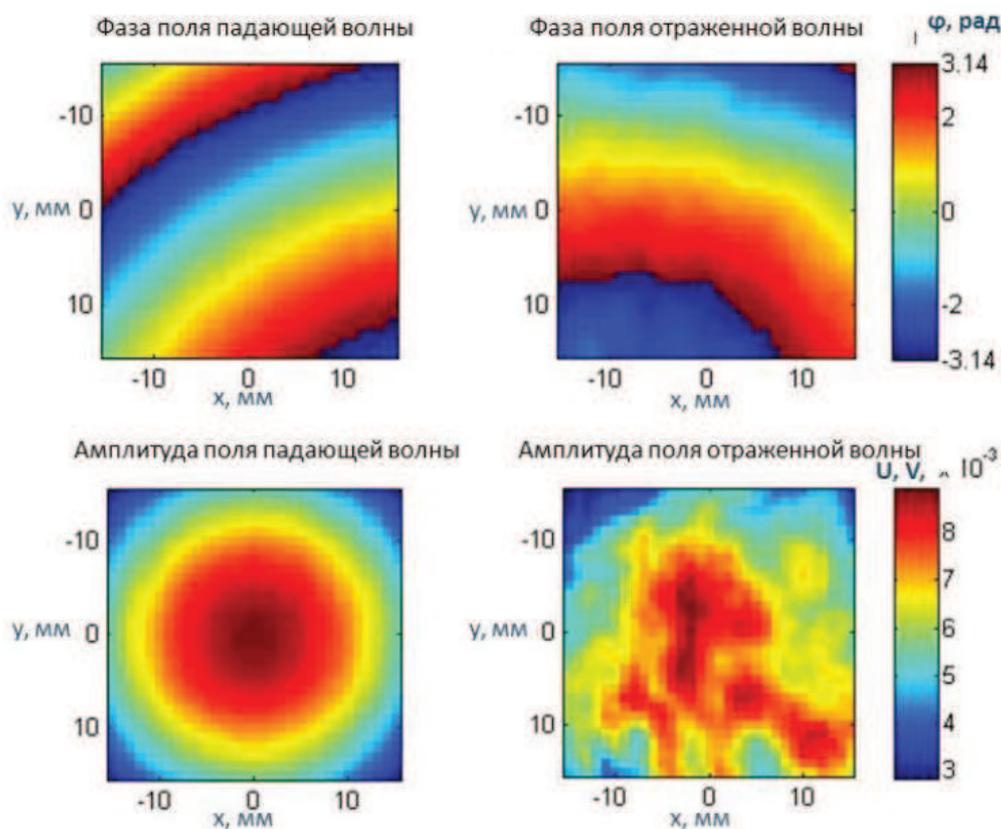


Рис. 2. Распределения фаз и амплитуд падающей волны и отраженной от пенопласта волны

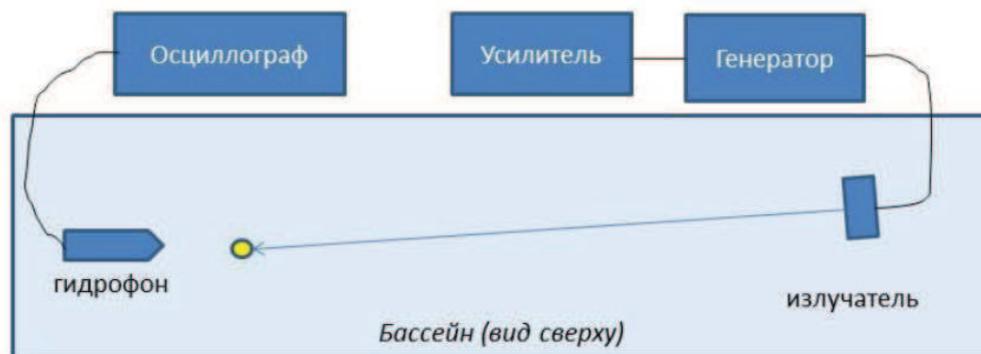


Рис. 3. Схема экспериментальной установки для получения диаграммы рассеяния

точечного рассеивателя в разных режимах работы сканера и с различными положениями фокуса. Описываются эксперименты по ультразвуковой визуализации пенопластовых моделей пузырьков газа в модели биоткани – желатине, проведенные с помощью ультразвукового сканера Terason Ultrasound System с числом элементов 128 и рабочей частотой 3 МГц. В §1.4 представлены выводы Главы 1.

Вторая глава посвящена нелинейной динамике роста парогазового пузыря в перегретой области конечного размера и анализу излучаемых им сферических волн. В §2.1 проводится обзор литературы по экспериментальным данным роста парогазовых пузырей в перегретой жидкости, а также их сопоставление с теоретическими расчетами, проделанными без учета и с учетом диффузии тепла через стенки пузыря.

В §2.2 производится постановка задачи: выводятся эволюционные уравнения для основных параметров задачи нелинейной динамики парогазового пузыря в перегретой области малого размера и составляются уравнения для температуры на границе пузыря на основе решения задачи теплопроводности в жидкости в виде суммы решений двух более простых краевых задач – начальной и граничной.

В §2.3 рассчитывается рост парового пузыря в однородно перегретой жидкости в случае пренебрежения влиянием охлаждения пара при испарении и силой поверхностного натяжения, которая мала в сравнении с давлением внутри, и данный рост сопоставляется с аналитическим решением Рэлея для коллапсирующей пустой полости. Далее рассчитывается рост парового пузыря в однородно перегретой жидкости при учете неравновесного парообразования, который приводит к уменьшению скорости роста пузыря, так как пар образуется с задержкой, из-за чего давление внутри пузыря падает и пузырь растет не так быстро (рис. 4). Также проводятся расчеты роста парового пузыря в однородно перегретой жидкости с учетом влияния теплопроводности, который приводит к еще большему замедлению роста пузыря, что обусловлено заметным падением давления пара из-за его охлаждения вследствие увеличения объема. Выполняются численные расчеты роста пузыря с учетом и парообразования, и теплопроводности для различных случаев перегрева жидкости (рис. 5, а).

В §2.4 проводится расчет и анализ кривых акустического давления растущего парового пузыря в жидкости с разными степенями перегрева для разных начальных условий и устанавливается, что зависимость максимума давления от способа возбуждения роста пузыря не существенна (рис. 5, б).

В §2.5 представлены выводы Главы 2.

Третья глава посвящена теоретической модели динамики внутри капли акустического фонтана и результаты численных экспериментов, проведенных

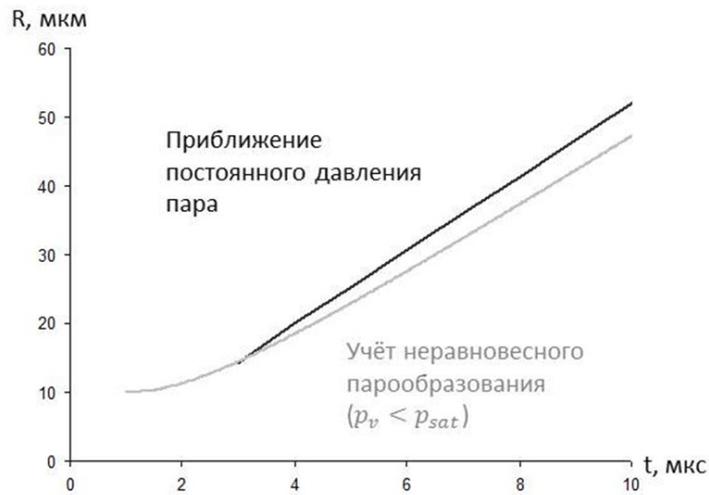


Рис. 4. Зависимость радиуса пузыря от времени без учета и с учетом неравновесного парообразования

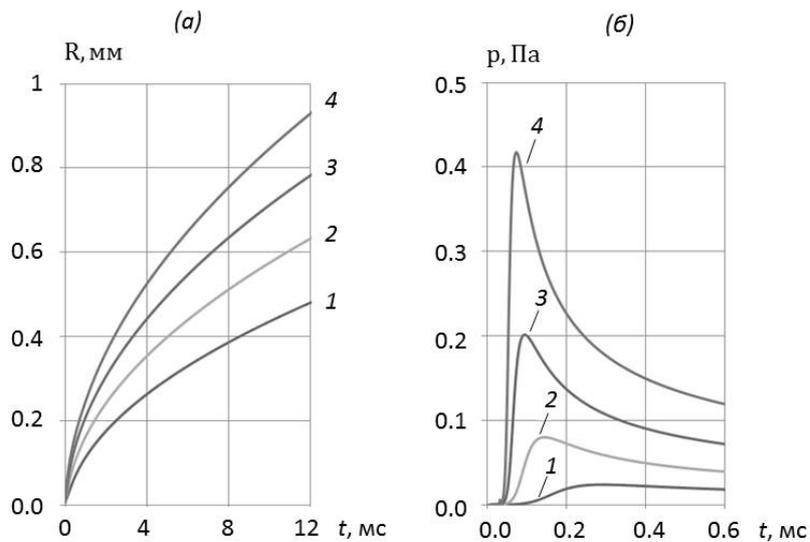


Рис. 5. Зависимости радиуса пузыря (а) и акустического давления излучаемой им волны на расстоянии $r = 5$ см от центра пузыря (б) от времени при различных температурах перегрева: 1 – 103°C ; 2 – 104°C ; 3 – 105°C ; 4 – 106°C

на основе данной теоретической модели. В §3.1 описана теоретическая модель динамики внутри капли акустического фонтана. Используется базис из слабо взаимодействующих стоячих волн различных частот для анализа закономерностей нелинейного волнового процесса. На основе волнового уравнения для

потенциала колебательной скорости акустического поля в жидкости или газе при учете квадратично-нелинейных членов выводятся исходные уравнения для описания сферически симметричного нелинейного акустического поля в сферическом резонаторе с мягкой границей, который является моделью жидкой капли акустического фонтана:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{C}_n}{dz} + \Gamma n^2 \bar{C}_n = \\ = -\frac{n}{4} \left\{ 2 \sum_{m=1}^{\infty} (g_{nm} - a_{nm}) \bar{C}_m^* \bar{C}_{m+n} - \sum_{m=1}^{n-1} (g_{n-m,m} - b_{nm}) \bar{C}_{n-m} \bar{C}_m \right\}, \quad (3) \end{aligned}$$

где $\bar{C}_n = C_n/C_0$ – безразмерные амплитуды гармоник потенциала колебательной скорости акустического поля в капле; $z = \tau/\tau_{nl}$ – нелинейный временной масштаб; $\Gamma = \tau_{nl}/\tau_{diss}$ – безразмерный параметр, характеризующий конкуренцию нелинейных и диссипативных эффектов; g_{nm} и a_{nm} – известные коэффициенты, зависящие от номеров n , m и параметра нелинейности.

Решение поставленной задачи находится методом медленно изменяющихся амплитуд. Изменение акустического поля в капле под воздействием диссипации и нелинейности среды анализируется в виде медленной эволюции профиля попеременно сходящейся и расходящейся волны, так как сферические стоячие волны в капле можно представить в виде суперпозиции двух бегущих волн – сходящейся и расходящейся, и даже проще – в виде одной волны, которая периодически отражается от поверхности капли и является попеременно то расходящейся, то сходящейся. В целях использования известных периодических решений уравнения Бюргерса для построения приближенных решений при описании акустического поля в капле устанавливается связь уравнения для динамики данного акустического поля с уравнением Бюргерса.

В §3.2 описываются численные эксперименты, выполненные методом конечных разностей на языке Фортран с использованием метода Рунге – Кутты 4-го порядка. Результаты расчетов зависимости амплитуд $|\bar{P}_n|$ гармоник акустического давления (так как практический интерес представляет не потенциал, а акустическое давление в центре капли) в центре сферического резонатора от времени показывают, что происходит генерация высших гармоник (рис. 6).

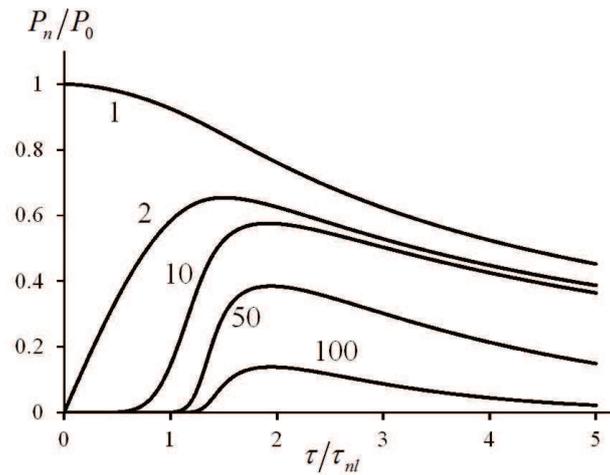


Рис. 6. Зависимость амплитуд некоторых гармоник акустического давления в центре сферического резонатора от времени при $\Gamma=0.01$ из формулы (3). Номера гармоник приведены около соответствующих кривых

Расчет нормированных профилей давления в центре капли на одном периоде колебаний показывает, что исходный синусоидальный профиль заметно искажается, причем пиковые отрицательное и положительное давления (они равны по величине) растут, а форма волны на одном периоде приобретает вид короткого биполярного импульса, и пиковое давление в зависимости от медленного времени имеет характерное поведение: сначала оно под влиянием нелинейности растет, через некоторое время достигает своего максимума, а далее спадает из-за вязкого поглощения (рис. 7).

Далее решается задача построения акустического поля во всем объеме капли. Рассчитываются характеристики акустического поля во всем объеме капли, где в отличие от случая линейного возбуждения на основной частоте, когда распределение давления в стоячей волне все время имеет вид косинусоиды, в нелинейном случае четко выделяется импульс с острой вершиной, который распространяется попеременно вправо и влево, отражаясь от границ интервала. В этом случае при отражении от обоих краев происходит инвертирование формы волны, а при подходе к центру капли к тому же происходит заметное усиление пикового давления, обусловленное фокусировкой импульсной сферической волны.

Помимо этого рассматриваются расчеты, выполненные для практического примера, связанного с проведенным ранее экспериментом по наблюдению капель в акустическом фонтане. Моделирование проводится для экспериментов с диаметром капель, равным 1.5 мм, со скоростью звука в жидкости

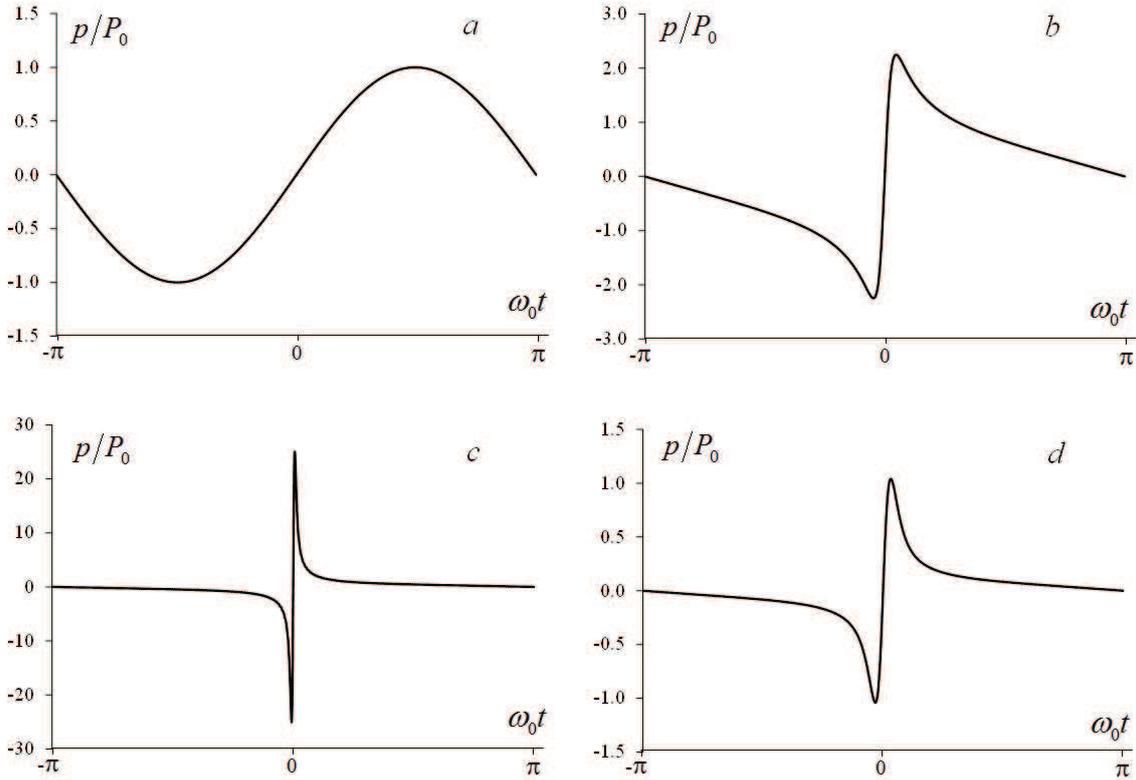


Рис. 7. Временной профиль одного периода акустического давления в центре сферического резонатора при $\Gamma=0.01$ в разные моменты "медленного" времени τ . Давление p нормировано на исходную амплитуду P_0 . Кривые $a - d$ соответствуют $\tau/\tau_{nl}=0, 1, 2, 20$

$c_0 = 1500$ м/с, плотностью жидкости $\rho_0 = 1000$ кг/м³, параметром акустической нелинейности $\beta = 3.52$ и эффективным коэффициентом вязкости $b = 3.9 \cdot 10^{-3}$ Па \cdot с (вода). Исходная амплитуда давления стоячей волны в центре капли P_0 имеет порядок одного мегапаскаля. Характерные масштабы при этом $\tau_{nl} = 0.4$ мс (для $P_0 = 1$ МПа) и $\tau_{diss} = 29$ мс, что соответствует $\Gamma \approx 0.014$. Таким образом, нелинейные искажения заметны ($\Gamma \ll 1$) и развиваются за время порядка одной миллисекунды или меньше.

На рис. 8 представлены зависимости размерного пикового давления от времени для нескольких значений исходной амплитуды давления в центре капли. Пиковое давление в центре капли сначала растет, достигает некоторого максимума, а потом начинает уменьшаться. Как видно, рост начинается раньше и максимальное пиковое давление p_{max} оказывается выше для более высоких начальных амплитуд давления.

В §3.3 представлены выводы Главы 3.

Четвертая глава посвящена анализу кавитационных, тепловых и неустойчивых явлений в капле акустического фонтана, проводимому на осно-

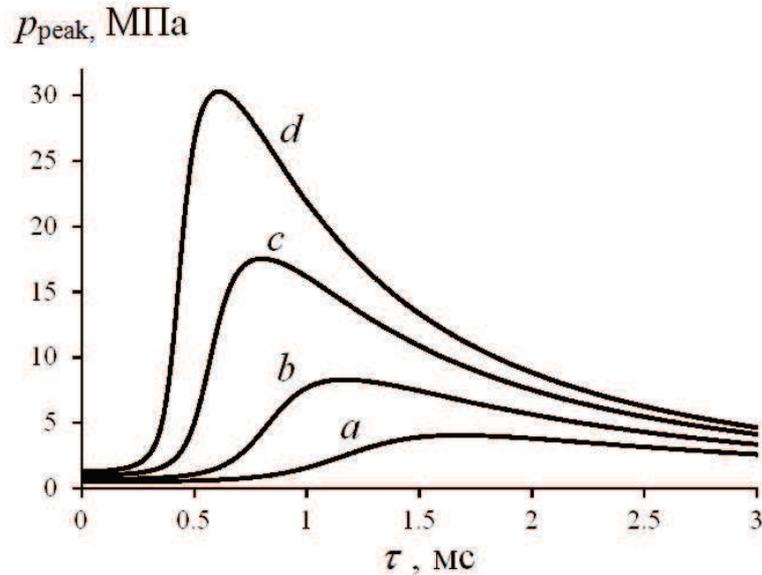


Рис. 8. Зависимость пикового давления p_{peak} (МПа) от медленного времени τ (мс) в капле воды диаметром 1.5 мм при различных значениях исходной амплитуды давления P_0 (МПа): 0.5 (*a*), 0.7 (*b*), 1 (*c*), 1.3 (*d*)

ве теоретической модели, описанной в третьей главе. В §4.1 рассматривается температура в центре капли акустического фонтана с целью проанализировать возможность возникновения процесса кипения, приводящего к последующему взрыву капли. Дело в том, что вязкое поглощение в капле приводит к нагреву жидкости из-за перехода акустической энергии в тепло. Так как энергия более высоких гармоник локализована вблизи центра капли, тепловыделение наиболее эффективно в самом центре капли. Приращение температуры в данной работе сначала рассчитывается в пренебрежении теплопроводностью, и результат предсказывает заметное повышение температуры в центре капли, вплоть до кипения, даже при относительно низких значениях исходного акустического давления в центре возбужденной капли. Однако такая упрощенная оценка не учитывает того факта, что область локализации тепловых источников чрезвычайно мала и поэтому эффект диффузии тепла может быть заметным. Чтобы учесть вклад теплопроводности, приращение температуры раскладывается по пространственным гармоникам – аналогично тому, как это делалось для акустического давления. После некоторых преобразований уравнение теплового баланса сводится к системе связанных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка для гармоник температуры. Расчет температуры на основе данной системы показал, что учет влияния теплопроводности действительно важен. В условиях, характерных для ка-

пель акустического фонтана, предсказанный нагрев в центре капли оказался не выше долей градуса.

В §4.2 устанавливается наличие условий для кавитации в центре капли акустического фонтана, которая также может приводить к последующему взрыву капли. На начальном этапе колебания капли гармонические и давление в центре относительно мало. С течением времени из-за акустической нелинейности возникают высшие гармоники, а профиль приобретает несинусоидальный вид. Расчеты пикового давления в центре капли (рис. 9) показывают, что при исходной амплитуде давления стоячей волны в центре капли P_0 даже менее 1 МПа уже спустя несколько миллисекунд достигается порог кавитации для воды (максимум которого составляет 30 МПа).

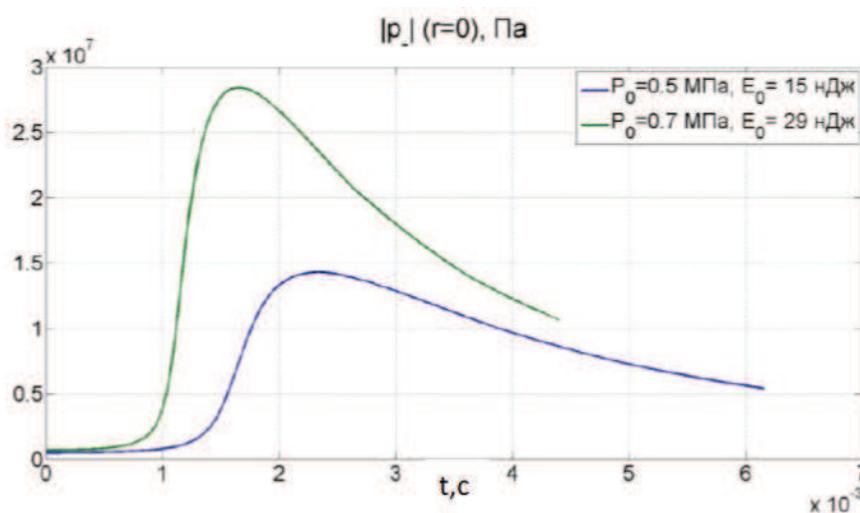


Рис. 9. Пиковое давление в центре капли

Однако достижение порога кавитации приводит только к разрыву жидкости, и важно проверить, позволят ли условия в капле данному разрыву начать увеличиваться. В §4.3 рассчитывается динамика образовавшегося в центре капли пузырька при известном давлении в центре капли. Берется максимальный импульс и рассчитывается динамика зародыша пузырька в центре капли под воздействием акустического давления по формуле Рэля. Результаты показывают, что совсем маленькие пузырьки быстро схлопываются, но со значения начального радиуса пузырька около 10 мкм пузырек начинает расти под воздействием давления, возникающего в центре капли акустического фонтана.

В §4.4 анализируются неустойчивые явления в акустически возбужденной сферической капле в пренебрежении вязкостью и с учетом вязкости. При

постановке задачи не учитывается влияние газа на жидкость, то есть его давление принимается нулевым или, что то же самое, капля считается находящейся в вакууме. Жидкость рассматривается в приповерхностном слое, где развиваются возмущения, вызванные возмущениями сферической формы. В этом слое жидкость считается несжимаемой. Это разумное приближение, т.к. давление на поверхности капли равно нулю. Принимается, что где-то глубоко внутри капли есть сферически симметричный источник массы, обеспечивающий колебания несжимаемого приповерхностного слоя, но само движение поверхности и приповерхностного слоя искажается по причине развития неустойчивостей, которые возникают на поверхности и постепенно затухают при удалении от нее вглубь капли. Анализ без учета вязкости жидкости дает уравнение для амплитуды возмущения поверхности капли типа Матье, решение которого известно. На основе данного решения находятся границы зон его неустойчивости (рис. 10), и при параметрическом резонансе порог неустойчивости оказывается нулевым. Однако порог параметрического возбуждения капиллярных стоячих волн на поверхности капли будет ненулевым именно из-за эффектов вязкости. Анализ вязких явлений проводится по аналогии с выводом, проведенным в других работах для случая колебаний сферического пузырька газа в жидкости. Учет вязкости жидкости существенно повышает порог неустойчивости, и в линейном режиме необходимо давление P_0 в центре капли больше 10 МПа, чтобы достичь неустойчивого режима.

В §4.5 представлены выводы Главы 4.

В Приложении приведена сводка формул для получения системы уравнений, описывающей сферически симметричное нелинейное акустическое поле в сферическом резонаторе с мягкой границей.

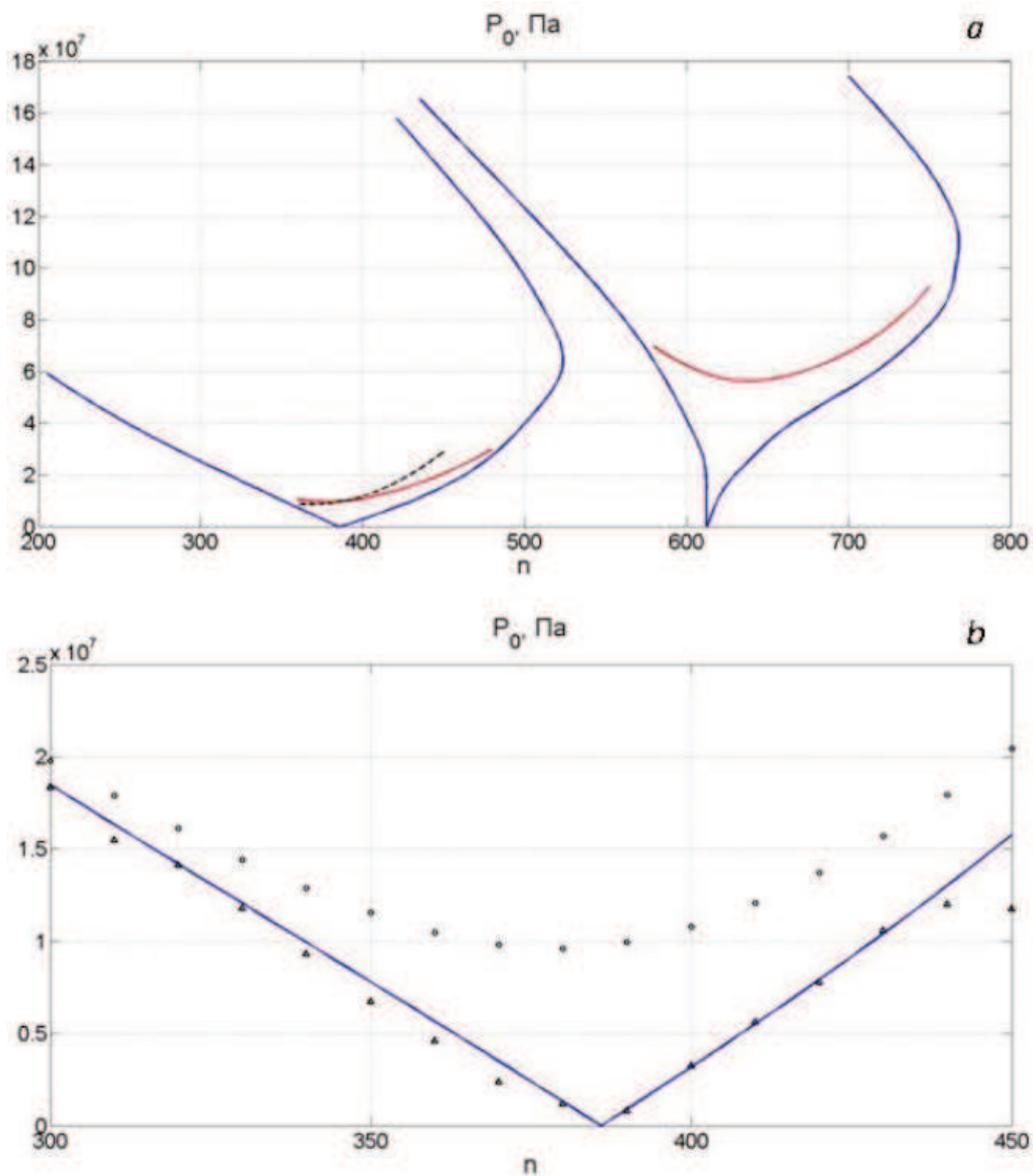


Рис. 10. Границы зон неустойчивости уравнения типа Маттье: *a* – первые две зоны неустойчивости поверхности капли в параметрах (P_0, n) (синие кривые – без учета вязкости жидкости, красные кривые – с учетом вязкости, черная – приближение, описанное в учебнике Боголюбова-Митропольского); *b* – первая зона неустойчивости (синяя кривая – теоретическая без учета вязкости, Δ – численная без учета вязкости, \circ – численная с учетом вязкости)

Основные результаты и выводы

1. Разработан способ оценки размера газового пузырька, расположенного в жидкости или мягкой биологической ткани, в условиях, когда масштаб пространственного разрешения эхо-импульсного ультразвукового сканера превышает размер пузырька. Способ основан на измерении амплитуды эхо-сигнала и сравнении его с амплитудой аналогичного сигнала, измеренного с использованием эталонных сферических рассеивателей. На основе классической теории рассеяния плоской волны на абсолютно мягком шаре разработан алгоритм по анализу ультразвуковых изображений пузырьков.
2. Предложено использовать сферические частицы из пенопласта в качестве сферических моделей газовых пузырьков, расположенных в жидкости или мягкой биоткани, сильно рассеивающих акустические волны. Экспериментально показано, что отражательные свойства образцов из пенопласта, расположенных в воде, позволяют использовать их в качестве акустически мягких рассеивателей ультразвука.
3. Разработан алгоритм численного моделирования нелинейной динамики парогазового пузыря в перегретой области малого размера в условиях сферической симметрии и на его основе исследована эволюция радиуса и скорости стенки пузыря, давления внутри пузыря, количества молей пара внутри пузыря и температуры на границе пузыря. В соответствии с динамикой роста пузыря рассчитано излучаемое им акустическое давление и показано, что расширяющийся перегретый пузырь излучает акустический импульс, уровень давления в котором намного превышает уровень эхо-сигналов при визуализации пузырей традиционными сканерами.
4. Построена численная модель нелинейной эволюции сферической стоячей волны в акустическом резонаторе сферической формы с абсолютно мягкой границей. Показано, что в процессе нелинейной эволюции стоячая волна приобретает вид попеременно сходящегося и расходящегося импульса с острой вершиной, пиковое давление в котором вблизи центра резонатора может намного превышать исходную амплитуду волны. Наибольшее усиление пикового давления происходит в центре капли, где зависимость акустического давления от времени имеет вид периодической последовательности коротких биполярных импульсов. При этом, несмотря на общую убыль энергии, вблизи центра резонатора на определенном временном интервале может достигаться экстремально высокая концентрация энергии.

5. На основе разработанной численной модели нелинейной эволюции сферической стоячей волны в акустическом резонаторе сферической формы с абсолютно мягкой границей проанализированы физические процессы внутри капель жидкости, возникающих в акустическом фонтане при фокусировке ультразвукового пучка на свободную поверхность жидкости. Показано, что в результате нелинейной эволюции сферической стоячей волны в центре капли могут достигаться уровни отрицательного давления, превышающие порог механической прочности воды (более 30 МПа), что является одним из механизмов разрушения капель. Показано, что нагрев жидкости при этом не превышает сотых долей градуса.
6. Проведен анализ устойчивости поверхности акустически возбужденной капли жидкости на основе полученного уравнения для амплитуд мод возмущения в базисе сферических гармоник. Построены зоны параметрической (фарадеевской) неустойчивости, позволяющие анализировать поведение капель акустического фонтана. Показано, что при превышении амплитуды акустического давления в центре капли нескольких мегапаскалей возможно развитие неустойчивости поверхности, приводящее к атомизации (распылению) жидкости на ее поверхности.

Публикации автора по теме диссертации

в рецензируемых научных изданиях, удовлетворяющих Положению о присуждении ученых степеней в МГУ

1. Анненкова Е.А., Цысарь С.А., Сапожников О.А. *Построение ультразвуковых изображений мягких сферических рассеивателей // Акуст. журн.* 2016. Т. 62, № 2. С. 167–177.
2. Анненкова Е.А., Крайдер У., Сапожников О.А. *Нелинейная динамика парогазового пузыря в перегретой области малого размера // Известия РАН. Серия физическая.* 2017. Т. 81, № 1. С. 85–88.
3. Сапожников О.А., Анненкова Е.А. *Нелинейные сферические стоячие волны в акустически возбужденной жидкой капле // Акуст. журн.* 2016. Т. 64, № 3. С. 308–317.

в рецензируемых научных изданиях из перечня ВАК РФ

4. Анненкова Е.А., Сапожников О.А., Саймон Д., Крайдер У. *Нелинейная эволюция сферической стоячей волны в акустически возбужденной жидкой капле // Ученые записки физического факультета Московского Университета.* 2017. № 5. С. 1750902-1–1750902-4.

в трудах конференций

5. Анненкова Е.А., Сапожников О.А. *Построение ультразвукового изображения пузырьков миллиметрового размера в биоткани на основе решения задачи рассеяния акустических импульсов на сферической полости в жидкости //*

- Сборник трудов XXV сессии РАО и сессии Научного совета РАН по акустике. Т.1. С. 238–241.
6. Анненкова Е.А., Сапожников О.А., Цысарь С.А. *Построение ультразвуковых изображений мягких сферических рассеивателей* // Сборник трудов XXVII сессии РАО, 16-18 апреля 2014, Санкт-Петербург. с. на CD.
 7. Анненкова Е.А., Сапожников О.А., Цысарь С.А. *Модель пузырька газа миллиметрового размера в биоткани и особенности построения ультразвукового изображения* // Труды I Всероссийской акуст. конф-ии, 6-10 октября 2014, Москва, РАН. С. 31–37.
 8. Анненкова Е.А., Крайдер У., Сапожников О.А. *Нелинейная динамика парогазового пузыря в перегретой области малого размера* // Сборник трудов XV Всероссийской школы-семинара “Волны-2016”, секция «Акустика неоднородных сред», С. 32–34.
 9. Анненкова Е.А., Сапожников О.А., Саймон Д., Крайдер У. *Акустическая нелинейность как механизм взрывов жидких капель в акустических фонтанах* // Сборник трудов II Всероссийской акуст. конф-ии и XXX сессии РАО, 6-9 июня 2017, Нижний Новгород. С. 392–399.
 10. Анненкова Е.А., Сапожников О.А., Цысарь С.А. *Теоретические и экспериментальные исследования модели пузырька газа – мягкого сферического рассеивателя* // Сборник тезисов XXI Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам «Ломоносов-2014», Секция «Физика», Москва. С. 197–199.
 11. Анненкова Е.А., Сапожников О.А., Саймон Д., Крайдер У. *Акустическая нелинейность как механизм взрывов жидких капель в акустических фонтанах* // Программа и аннотации докладов 2-й Всероссийской акуст. конф-ии и 30-й сессии Российского акуст. общ-ва (6 – 9 июня 2017 г., Нижний Новгород). С. 56.
 12. Annenkova E.A., Kreider W., Simon J.C., Sapozhnikov O.A. *Acoustic nonlinearity as a mechanism for liquid drop explosions in drop-chain fountains generated by a focused ultrasound beam* // 2016 IEEE International Ultrasonics Symposium Proceedings (September 18 – 21, 2016, Tours, France). Pp. 1–3.
 13. Annenkova E.A., Sapozhnikov O.A. *Ultrasound image formation of millimeter-sized bubbles in biological tissue based on the solution of scattering problem of acoustic pulses on the spherical cavity in the liquid* // Proceedings of the XXV Session of the RAS and Session of the Scientific Council on Acoustics of the Russian Academy of Sciences (Taganrog, September 17-20, 2012). Pp. 160–163.
 14. Annenkova E., Kreider W., Sapozhnikov O. *Nonlinear dynamics of a vapor bubble expanding in a superheated region of a finite size* // Book of Abstracts of 20th International Symposium on Nonlinear Acoustics and 2nd International Sonic Boom Forum, Lyon, 2015. P. 101.
 15. Sapozhnikov O., Kreider W., Annenkova E., Simon J. *Acoustic nonlinearity and the generation of large tensile pressures to explain atomization in drop-chain acoustic fountains* // *J. Acoust. Soc. Am.* 2017. Vol. 141, № 5. P. 3506.