КАЛИБРОВКА В ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ

Н.Б. Вавилова
МГУ им. М.В.Ломоносова
e-mail: nb-vavilova@yandex.ru
И.А. Васинева
МГУ им. М.В.Ломоносова
e-mail: vasineva.irina@gmail.com
А.А. Голован
МГУ им. М.В.Ломоносова
e-mail: aagolovan@yandex.ru
А.В. Козлов
МГУ им. М.В.Ломоносова
e-mail: a.kozlov@navlab.ru
И.А. Папуша
МГУ им. М.В.Ломоносова
e-mail: ipapusha@yandex.ru
Н.А. Парусников
МГУ им. М.В.Ломоносова
e-mail: aagolovan@yandex.ru

УДК 531.39; 519.6; 517.93

Ключевые слова: бескарданная инерциальная навигационная система, калибровка, испытательный стенд, инструментальные погрешности, фильтр Калмана.

Аннотация

Статья содержит обобщение теории, описывающей метод стендовой калибровки инерциальных навигационных систем, предложенный и развитый в лаборатории управления и навигации и на кафедре прикладной механики и управления МГУ им. М.В. Ломоносова и нашедший применение в реальных разработках. Цель калибровки – определение параметров инструментальных погрешностей источников инерциальной информации (ньютонометров и датчиков угловых скоростей) с тем, чтобы компенсировать их при движении объекта. Полагается, что система в сборе располагается на платформе стенда, совершающей вращения, выбор которых включается в задачу калибровки. Основным источником информации для калибровки служат показания самих ньютонометров и датчиков угловых скоростей. Изложены различные модификации метода в рамках двух отдельных способов. В первом используется только основная информация, во второй добавляется информация об угловом положении платформы, доставляемая датчиками стенда. Используемые алгоритмы оценивания – алгоритмы калмановской фильтрации.

Absract

N.B. Vavilova, I.A. Vasineva, A.A. Golovan, A.V. Kozlov, I.A. Papusha, N.A. Parusnikov. The Calibration Problem in Inertial Navigation.

The article describes a generalization of the method used for precision calibration of a strapdown INS. This method was proposed at the Laboratory of Control and Navigation and at the Department of Applied Mechanics and Control, Lomonosov Moscow State University. The method found use in specific applications. The purpose of a strapdown INS calibration is to determine the parameters of instrumental errors of inertial sensors: accelerometers and gyros, in order to do their compensation in INS navigation mode. It is assumed that assembled strapdown INS is located on the platform of the test bench. Test bench realizes a set of rotations, the choice of which is a part of the calibration task. The main source of data used for calibration are the readings of accelerometers and gyros themselves. Two modifications of the proposed method are described in two separate variants. In the first modification, the only accelerometers and gyros data are used, in the second modification in addition angular data, provided by the test bench, are also used. The estimation algorithms used are Kalman-type filtering algorithms.

Введение

Калибровка инерциальных навигационных систем (ИНС) перед тем, как их установить на борт движущегося объекта, – необходимый этап реализации метода инерциальной навигации. Такая калибровка осуществляется на специализированных стендах, платформа которых может совершать те или иные вращения. Любой метод калибровки, прежде всего, предполагает введение математической модели инструментальных погрешностей для датчиков первичной информации – ньютонометров (акселерометров) и датчиков угловой скорости (ДУС) – и параметризацию такой модели. Калибровка состоит в определении параметров модели с целью компенсации инструментальных погрешностей в режиме навигации.

Методы калибровки разнообразны (см., например, [9],[10]), но их подробный анализ не входит в задачу этой статьи. Из последних публикаций приведем пример методики калибровки БИНС в сборе, состоящей в сложной последовательности поворотов БИНС и статических положений ([12],[13]).

В лаборатории управления и навигации и на кафедре прикладной механики и управления мех-мата МГУ им. М.В. Ломоносова предложен и разработан метод калибровки ИНС, предполагающий калибровку системы в сборе, где основной информацией для калибровки служат сигналы самих датчиков инерциальной информации. Этот метод нашел практическое применение на специализированных предприятиях. Список соответствующих работ приведен в библиографии ([2], [3], [5], [6], [7], [8]).

Статья содержит обобщение результатов в указанной области.

Задача калибровки инерциальных систем

Далее под инерциальной навигационной системой для определенности будет пониматься бескарданная инерциальная навигационная система (БИНС). Тем более, что этот тип систем в настоящее время наиболее распространен.

Калибровка может осуществляться на стендах двух видов: грубых и точных. Понятия грубый и точный стенды будут расшифрованы далее.

Существует довольно много способов калибровки. Здесь описывается, как наиболее разумный по нашему мнению, следующий из них.

На платформу стенда устанавливается БИНС в сборе. Платформа совершает те или иные предписанные ей вращения. Основной информацией для определения параметров инструментальных погрешностей служат либо выходные сигналы ньютонометров и ДУС (первичная информация), либо модельные значения координат и составляющих скорости БИНС, функционирующей в навигационном режиме (вторичная информация). При калибровке на точных стендах к этой исходной информации добавляется угловая информация об ориентации платформы стенда, доставляемая датчиками самого стенда. Далее она называется дополнительной.

Ниже в рамках указанного способа калибровки рассматриваются различные её варианты:

- калибровка при помощи грубых стендов;

- калибровка при помощи точных стендов.

В обоих случаях могут использоваться различные типы исходной информации, а именно:

- при калибровке доступна первичная навигационная информация – показания ньютонометров и ДУС;

- при калибровке доступна только вторичная навигационная информация – модельные координаты, скорость и углы ориентации, доставляемые БИНС.

Необходимое внимание уделяется возмущениям, вносимым погрешностями установки БИНС на стенде. При описании варианта калибровки на точных стендах вводятся математические модели инструментальных погрешностей дополнительной информации.

Главное в последующем изложении – математическая теория рассматриваемого метода калибровки. Числовые расчеты, подтверждающие эффективность метода, здесь не приводятся, они содержатся в публикациях [5], [6], [7], [8].

Заметим, что в статье не нашел отражения вопрос температурной компенсации, который требует специального рассмотрения. О сути задачи см., например, [11].

Функционирование стенда

Корпус калибровочного стенда жестко устанавливается на твердое основание помещения, в котором проводятся испытания. В отдельных случаях стенды устанавливаются на специальный фундамент, изолирующий стенд от механических воздействий внешней среды. Стенд включает в себя платформу, на которую жестко устанавливается БИНС. Платформа может совершать программные вращательные движения в рамках, допускаемых возможностями стенда. Для этого стенд снабжен соответствующими приводами вместе с системой их управления. Реализация программных движений может быть достаточно грубой.

На точных стендах установлены высокоточные датчики углов, определяющие ориентацию платформы стенда относительно основания, и информация, доставляемая ими, используется в алгоритмах, определяющих параметры инструментальных погрешностей БИНС. В грубых стендах такие датчики отсутствуют.

Точные стенды могут быть использованы как грубые, если информация об углах в алгоритме калибровки не используется.

По числу независимых одновременных возможных вращений стенды могут быть одностепенными, двухстепенными и трехстепенными. Наиболее богатые возможности предоставляют последние, в которых платформа стенда может совершать три независимых вращения.

Но даже на одностепенных стендах можно организовать достаточно большие пространственные эволюции БИНС за счет ее установки на платформе стенда в разных положениях.

Математическая модель инструментальных погрешностей БИНС

Прежде чем переходить к математическому описанию задачи калибровки, напомним некоторые факты теории инерциальной навигации ([1]).

Приборной основой БИНС служат два типа датчиков: ньютонометры и ДУС. Речь идет об определении инструментальных погрешностей именно этих устройств.

Ключевым понятием теории инерциальной навигации является понятие *приборного трехгранника.* Далее предполагается один из равносильных вариантов определения такого трехгранника.

Считается, что оси чувствительности блока из трех однокомпонентных ньютонометров взаимно ортогональны с точностью до погрешностей установки. Это требование не обязательно, но к указанному варианту легко могут быть сведены иные варианты ориентации осей чувствительности.

Будем пока считать, что три однокомпонентных ньютонометра заменяются с достаточной степенью точности одной приведенной единичной чувствительной массой в точке M. Точку M будем называть *опорной.*

Приборный трехгранник Mz $(Mz_1z_2z_3)$ жестко связывается с корпусом блока ньтонометров и, следовательно, с направлениями их осей чувствительности Mq_1, Mq_2, Mq_3.

Ось Mz_1 приборного трехгранника выбирается так, чтобы она совпадала с направлением оси Mq_1. Ось Mz_2 выбирается в плоскости, образованной осями Mq_1 и Mq_2 так, чтобы она была ортогональна оси Mz_1 и сонаправлена с осью Mq_2. Ось Mz_3 составляет с осями Mz_1, Mz_2 правый ортогональный трехгранник. Угол между Mq_2 и Mz_2 и угол между Mq_3 и Mz_3 предполагаются малыми.

Предполагается также, что собственные инструментальные погрешности каждого из ньютонометров включают в себя ошибку нулевого сигнала, ошибку масштабного коэффициента и высокочастотную составляющую, которая считается белым шумом.

Пусть $f_z = (f_{z_1}, f_{z_2}, f_{z_3})^T$ – вектор удельной внешней силы, действующей на точку M в проекциях на оси трехгранника Mz; вектор $f'_z = (f'_{z_1}, f'_{z_2}, f'_{z_3})$ – результат измерений компонент вектора f_z ньтонометрами.

С учетом сказанного, вектор инструментальных погрешностей

$$\Delta f_z = f'_z - f_z = (\Delta f_{z_1}, \Delta f_{z_2}, \Delta f_{z_3})^T$$

описывается соотношением:

$$\Delta f_z \;\; = \;\; \Delta f_z^0 + \Gamma f_z + \Delta f_z^s, \qquad (1)$$

где $\Delta f_z^0 = (\Delta f_{z_1}^0, \Delta f_{z_2}^0, \Delta f_{z_3}^0)^T$ – вектор погрешностей нулей,

$$\Gamma = \left(\begin{array}{ccc} \Gamma_{11} & 0 & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{array} \right),$$

Γ_{ii} – погрешности масштабов, Γ_{ij} $(i \neq j)$ – погрешности установки ньютонометров (погрешности геометрии, перекосы), $\Delta f_z^s = (\Delta f_{z_1}^s, \Delta f_{z_2}^s, \Delta f_{z_3}^s)^T$ – высокочастотные погрешности типа белого шума.

Далее будут использоваться нормированные величины

$$\varepsilon_z = \frac{1}{g} \Delta f_z, \;\; \varepsilon_z = \varepsilon_z^0 + \Gamma \frac{f_z}{g} + \varepsilon_z^s,$$

где g – абсолютное значение удельной силы тяжести, ε_z^0 – погрешность нулей ньютонометров (нормированные), ε_z^s – белый шум с известной интенсивностью.

Компоненты вектора ε_z^0 и элементы матриц Γ постоянны и подлежат определению.

Предполагается, что с точностью до погрешностей установки оси чувствительности датчиков угловых скоростей совпадают с осями приборного трехгранника (возможны иные варианты).

Для погрешностей ДУС $\nu_z = (\nu_{z_1}, \nu_{z_2}, \nu_{z_3})^T$ принимается аналогичная модель:

$$\nu_z \quad = \quad \omega_z - \omega_z' = \nu_z^0 + \Theta\omega_z + \nu_z^s. \qquad (2)$$

где ω_z – вектор абсолютной угловой скорости приборного трехгранника в проекциях на его собственные оси, ω_z' – результат измерений.

Физический смысл величин

$$\nu_z^0 = \begin{pmatrix} \nu_{z_1}^0 \\ \nu_{z_2}^0 \\ \nu_{z_3}^0 \end{pmatrix}, \quad \Theta = \begin{pmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \Theta_{23} \\ \Theta_{31} & \Theta_{32} & \Theta_{33} \end{pmatrix}, \quad \nu_z^s = \begin{pmatrix} \nu_{z_1}^s \\ \nu_{z_2}^s \\ \nu_{z_3}^s \end{pmatrix}$$

понятен без пояснений.

Все параметры модели, за исключением Δf_z^s и ν_z^s, – неизвестные постоянные величины.

Для понимания дальнейшего будем пока придерживаться этой достаточно простой математической модели инструментальных погрешностей инерциальных датчиков. Во многих случаях эта модель оказывается достаточной.

Калибровка БИНС на грубых стендах

Решение задачи калибровки при помощи первичной информации.

Перед тем, как рассматривать конкретные варианты решения задачи калибровки, введем общие соотношения. Выше уже сказано, что БИНС в сборе устанавливается на платформу стенда, которая вращается по предписанному ей закону. Условно стенд называется грубым, если входной информацией для построения алгоритма, оценивающего параметры инструментальных погрешностей, используется только основная информация, доставляемая ньютонометрами и датчиками угловых скоростей. Слово "грубый" отражает тот факт, что в этом случае реализация программных движений платформы может быть весьма приблизительной (грубой), поскольку ошибки реализации никак не влияют на точность калибровки. Например, если это было бы удобно, в качестве экзотического стенда можно было бы использовать ворот деревенского колодца.

Введем правый ортогональный трехгранник $Mx^0(Mx_1^0x_2^0x_3^0)$, жестко связанный с географической координатной сеткой. Ось Mx_1^0 касается проходящей через точку M параллели и направлена на Восток, ось Mx_3^0 противоположна по направлению вектору силы тяжести. Индекс ^{0} выделяет указанный трехгранник из всех трехгранников Mx, жестко связанных с географической вертикалью и тем или иным способом ориентированным в азимуте. Трехгранник Mx^0 будем называть опорным. В проекциях на оси опорного трехгранника вектор удельной силы имеет вид $f_x = (0, 0, g)^T$, где g – модуль удельной силы тяжести.

Вектор угловой скорости трехгранника Mx^0 обозначим u_x:

$$u_x = (u_{x_1}, u_{x_2}, u_{x_3})^T, \quad u_{x_1} = 0,\ u_{x_2} = u\cos\varphi,\ u_{x_3} = u\sin\varphi,$$

где u – величина угловой скорости вращения Земли, φ – северная широта точки M. Величину ω_z можно представить в виде $\omega_z = \Omega_z + u_z$, здесь Ω_z – вектор угловой скорости трехгранника Mz относительно трехгранника Mx^0, u_z – вектор угловой скорости Земли в проекциях на оси трехгранника Mz.

Ориентацию трехгранника Mz относительно трехгранника Mx^0 зададим матрицей направляющих косинусов C_z.

Ниже используется обозначение $\widehat{a}$ для кососимметрической матрицы, соответствующей вектору $a = (a_1, a_2, a_3)^T$:

$$\widehat{a} = \begin{pmatrix} 0 & a_3 & -a_2 \\ -a_3 & 0 & a_1 \\ a_2 & -a_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Имеют место эквивалентные кинематические уравнения

$$\dot{C}_z = \widehat{\Omega}_z C_z \quad \text{и} \quad \dot{C}_z = \widehat{\omega}_z C_z - C_z \widehat{u}_x.$$

Очевидны соотношения

$$f_z = C_z f_x, \quad u_z = C_z u_x.$$

Исходной информацией для калибровки служат измерения ньютонометров

$$f'_z = f_z + \Delta f_z + \Delta f_z^{(s)}$$

и ДУС

$$\omega'_z = \omega_z - (\nu_z + \nu_z^{(s)})$$

Для величин Δf_z и ν_z выше была принята параметризованная математическая модель, и цель калибровки – определение параметров этой модели. Величины $\Delta f_z^{(s)}$ и $\nu_z^{(s)}$ – немоделируемые составляющие инструментальных погрешностей – белые шумы.

Приборному трехграннику Mz соответствует модельный трехгранник My, как его числовой образ. Вектор угловой скорости модельного трехгранника равен ω'_z и, по определению, $\omega_y = \omega'_z$.

Ориентация трехгранника My относительно трехгранника Mx^0 определяется матрицей ориентации C_y. Имеет место уравнение:

$$\dot{C}_y = \widehat{\omega}_y C_y - C_y \widehat{u}_x. \tag{3}$$

Ориентация приборного трехгранника относительно модельного определяется вектором малого поворота β_y, удовлетворяющим уравнению

$$\dot{\beta}_y = \widehat{\omega}_y \beta_y + \nu_z. \tag{4}$$

Чтобы замкнуть систему уравнений надо ввести начальное значение матрицы $C_y(t_0)$. Способы определения начального значения будут описаны ниже.

Сформируем вектор коррекции

$$W_y = \frac{1}{g}\left(f'_z - f_y\right), \qquad f_y = C_y \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix}.$$

Получим

$$W_y \;\; = \;\; \frac{1}{g}\left(\left(E + \widehat{\beta}_y\right) f_y + \Delta f_z - f_y\right) = \frac{1}{g}\left(\widehat{\beta}_y f_y + \Delta f_z\right).$$

Используя нормированный вектор погрешностей ε_z:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{g}\Delta f_z,$$

будем иметь

$$W_y = \widehat{\beta}_y c^3 + \varepsilon_z = -\widehat{c^3}\beta_y + \varepsilon_z, \tag{5}$$

где $c^3 = (c_{13}, c_{23}, c_{33})^T$ – третий столбец матрицы C_y.

Соотношения (4) и (5) позволяют построить алгоритм калмановской фильтрации, доставляющий оценку координат вектора β_y и параметров инструментальных погрешностей, содержащихся в величинах ε_z, ν_z. Формирующее уравнение для всех параметров, которые предполагаются постоянными, имеют вид: $\dot{b}_i = 0$.

Оказывается более удобным вместо соотношений (4), (5) использовать эквивалентные соотношения, приведенные к проекциям на оси трехгранника Mx^0. Вводятся величины $\beta_x = C_y^T \beta_y$, $W_x = C_y^T W_y$.

Перепроектировка приводит к соотношениям

$$\dot{\beta}_x = \widehat{u}_x \beta_x + \nu_x, \tag{6}$$

где $\nu_x = C_y^T \nu_z$.

Учитывая, что $f_x = (0, 0, g)^T$, получим вид вектора коррекции

$$W_x = \widehat{\beta}_x \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \varepsilon_x,$$

где $\varepsilon_x = C_y^T \varepsilon_z$.

Или в скалярной форме

$$W_{x_1} \quad = \quad -\beta_{x_2} + \varepsilon_{x_1}, \quad W_{x_2} = \beta_{x_1} + \varepsilon_{x_2}, \quad W_{x_3} = \varepsilon_{x_3}. \tag{7}$$

Оцениваемый вектор получается из предыдущего заменой величин $\beta_{y_1}, \beta_{y_2}, \beta_{y_3}$ на $\beta_{x_1}, \beta_{x_2}, \beta_{x_3}$.

Таким образом, в обоих вариантах задача сводится к построению оценок вектора состояния линейной динамической системы при помощи векторов коррекции W_y или W_x, линейно зависящих от компонент вектора состояния, если математическая модель инструментальных погрешностей линейно зависит от совокупности неизвестных параметров, полагаемых константами.

Алгоритм оценивания может быть реализован в двух информационно эквивалентных модификациях: без обратных связей и с их использованием ([2],[4]). Опишем обе модификации, применив для этого частично операторную форму. Рассмотрим, для определенности, вариант описания задачи калибровки, когда используется приборный трехгранник Mz.

Модификация 1. «Чистое» оценивание. Для оценок $\tilde{\beta}_y$, $\tilde{\nu}_z$, $\tilde{\varepsilon}_z$ имеем соотношения

$$\begin{aligned}
&\dot{\widetilde{\beta}}_y = \widehat{\omega}_y \widetilde{\beta}_y + \widetilde{\nu}_z + K_\beta \Delta W_y, \qquad \Delta W_y = W_y + \widehat{l}_y^3 \widetilde{\beta}_y - \widetilde{\varepsilon}_z, \\
&G_1\left[\widetilde{\nu}_z, \Delta W_y\right] = 0, \qquad G_2\left[\widetilde{\varepsilon}_z, \Delta W_y\right] = 0,
\end{aligned} \tag{8}$$

где

$$G_1\left[\nu_z, 0\right] = 0, \quad \text{и} \quad G_2\left[\varepsilon_z, 0\right] = 0.$$

Здесь $G_1[\cdot] = 0$ и $G_2[\cdot] = 0$ – операторы, описывающие формирующие уравнения, которым удовлетворяют ν_z и ε_z.

Коэффициент усиления K_β и операторы G_1, G_2 приобретают конкретную форму после задания моделей погрешностей и реализации фильтра Калмана. Обозначим ошибки оценок

$$\Delta\beta_y = \beta_y - \widetilde{\beta}_y, \qquad \Delta\nu_z = \nu_z - \widetilde{\nu}_z, \qquad \Delta\varepsilon_z = \varepsilon_z - \widetilde{\varepsilon}_z.$$

Тогда уравнение ошибок относительно $\Delta\beta$ имеет вид

$$\begin{aligned}
\Delta\dot{\beta}_y &= \widehat{\omega}_y \Delta\beta_y + \Delta\nu_z - K_\beta \Delta W_y, \\
\Delta W_y &= \widehat{l}_y^3 \Delta\beta_y - \Delta\varepsilon_z.
\end{aligned} \tag{9}$$

Модификация 2. Оценивание с введением обратных связей. Введем модельный трехгранник My^*, определив его матрицей ориентации C^* относительно опорного трехгранника Mx:

$$\begin{aligned}
&\dot{C}^* = \widehat{\omega}^* C^* - C^* \widehat{u}_x, \qquad \omega_y^* = \omega_y - K_\beta \Delta W^* - \widetilde{\nu}_z^*, \\
&\Delta W^* = W^* - \widetilde{\varepsilon}_z^*, \qquad W^* = \frac{1}{g}(f_z' - C^* f_x), \\
&G_1\left[\widetilde{\nu}_z^*, \Delta W^*\right] = 0, \qquad G_2\left[\widetilde{\varepsilon}_z^*, \Delta W^*\right] = 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

Здесь K_β и G_1, G_2 – те же, что и в модификации 1.

Определим рассогласование трехгранников Mz и My^* вектором малого поворота β_y^*, тогда

$$\dot{\beta}_y^* = \widehat{\omega}_y \beta_y^* + \Delta\nu_z^* + K_\beta \Delta W^*, \tag{11}$$

где

$$\Delta W^* = \widehat{l}^{3^*} \beta^* + \Delta\varepsilon_z^*, \qquad \Delta\nu_z^* = \nu_z - \widetilde{\nu}_z^*, \qquad \Delta\varepsilon_z^* = \varepsilon_z - \widetilde{\varepsilon}_z^*.$$

(l^{3^*} – третий столбец матрицы C^*).

Легко видеть, что

$$\Delta\beta_y = \beta_y^*, \qquad \widetilde{\nu}_z = \widetilde{\nu}_z^*, \qquad \widetilde{\varepsilon}_z = \widetilde{\varepsilon}_z^*. \tag{12}$$

Итак, задача в случае использовании трехгранника My сведена к оценке вектора состояния

$$\begin{aligned} c \;\; = \;\; & \big(\beta_{y_1}, \beta_{y_2}, \beta_{y_3}, \nu_{z_1}^0, \nu_{z_2}^0, \nu_{z_3}^0, \Theta_{11}, \Theta_{22}, \Theta_{33}, \Theta_{12}, \Theta_{13}, \Theta_{21}, \Theta_{23}, \Theta_{31}, \Theta_{32}, \\ & \varepsilon_{z_1}^0, \varepsilon_{z_2}^0, \varepsilon_{z_3}^0, \Gamma_{11}, \Gamma_{22}, \Gamma_{33}, \Gamma_{21}, \Gamma_{31}, \Gamma_{32}\big)^T, \end{aligned}$$

при помощи вектора коррекции W_y или к равносильной задаче в случае использования трехгранника Mx.

Таким образом, число оцениваемых величин оказалось равным 24.

Определение начальной ориентации приборного трехгранника.

Опишем, каким образом могут быть определены начальные условия для решения кинематических уравнений (3). Речь идет об определении начального значения матрицы C_z, модельное (числовое) значение которой обозначено через C_y. Возможны различные способы.

Первый способ. Исходим из того, что БИНС устанавливается тем или иным способом на платформе стенда, которая грубо горизонтируется и ориентируется по сторонам света. Установка БИНС на платформе осуществляется с той же степенью грубости, что и ориентация платформы стенда. Обычно при установке корпуса БИНС оси приборного трехгранника тем или иным образом совмещаются с осями платформы.

Под грубостью здесь понимается предположение о начальном рассогласовании приборного трехгранника Mz с трехгранником Mx^0 в несколько градусов (например, до 5°). Линеаризация моделей в этом случае еще допустима.

Такой способ определения начальной ориентации назовем априорным.

Второй способ. Приборный трехгранник Mz в течение некоторого времени неподвижен относительно трехгранника Mx^0. В нашем распоряжении имеется информация о векторах угловой скорости вращения Земли $\bar{u}$ и удельной силы тяжести $\bar{g}$ в виде проекций этих векторов на оси обоих трехгранников. Для трехгранника Mx^0 эта информация известна априори, для трехгранника Mz она доставляется ДУС и ньютонометрами.

Задача может быть решена чисто алгебраически. На интервале «неподвижности» осуществляется осреднение измерений ω'_z, f'_z. Такое осреднение должно практически устранить высокочастотные составляющие инструментальных погрешностей, при этом, разумеется, не устраняются систематические составляющие.

Далее для осредненных значений оставим прежние обозначения:

$$\omega'_z = \omega_y = (\omega_{y_1}, \omega_{y_2}, \omega_{y_3})^T, \quad f'_z = (f'_{z_1}, f'_{z_2}, f'_{z_3})^T.$$

С точностью до систематических составляющих инструментальных погрешностей выполняются соотношения

$$f'_z = C_y f_{x^0}, \qquad \omega_y = C_y u_{x^0}. \tag{13}$$

Запишем матрицу C_y в виде $C_y = (c^1\, c^2\, c^3)$, где

$$c^1 = \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{31} \end{pmatrix}, \quad c^2 = \begin{pmatrix} c_{12} \\ c_{22} \\ c_{32} \end{pmatrix}, \quad c^3 = \begin{pmatrix} c_{13} \\ c_{23} \\ c_{33} \end{pmatrix}.$$

Из (13) следует, что элементы третьего столбца c^3 матрицы C_y определяются так

$$c_{i3} = \frac{f'_i}{g},$$

а также определяется второй столбец c^2 матрицы C_y:

$$c_{i2} = \frac{\omega_{yi} - c_{i3} u_{x_3}}{u_{x_2}},$$

где $u_{x_2} = u\cos\varphi$, $u_{x_3} = u\sin\varphi$.

Первый столбец определим из условия ортогональности ко второму и третьему, положив его равным векторному произведению $c^1 = \widehat{c}^{2^T} c^3$.

Зная структуру матрицы C_y как функцию трех независимых угловых параметров, например, углов истинного курса ψ, тангажа ϑ, крена γ, можно при помощи обратных тригонометрических функций определить значения этих углов. Далее все элементы матрицы C_y перевычисляются, чем обеспечивается ее ортогональность.

Третий способ. Возможны иные варианты определения начального значения матрицы C_y при помощи информации f'_z и ω'_z. Все эти варианты близки к рассмотренному, но их отличие в том, что матрица C_y определяется в них сразу как ортогональная. Опишем один из них.

(a) Используем первое из соотношений (см. 13). Введем нормированный вектор $\dfrac{f'_z}{\|f'_z\|}$ и определим столбец c^3:

$$c^3 = \frac{f'_z}{\|f'_z\|}.$$

(b) Используем свойство векторного произведения вектора угловой скорости вращения Земли на вектор удельной силы тяжести, взятый с обратным знаком. Результат произведения есть вектор, лежащий в горизонтальной плоскости и направленный на Восток.

Соответственно введем нормированный вектор

$$\frac{\widehat{f'_z}\omega'_z}{\|\widehat{f'_z}\omega'_z\|} \quad \text{и} \quad c^1 = \frac{\widehat{f'_z}\omega'_z}{\|\widehat{f'_z}\omega'_z\|}.$$

(c) Наконец, определим вектор c^2 соотношением

$$c^2 = \widehat{c}^{3^T} c^1 = -\widehat{c}^3 c^1.$$

Полученная таким образом матрица C_y ортогональна, а при $\Delta f_z = 0$, $\nu_z = 0$ удовлетворяет соотношению $C_y = C_z$.

Найдем ошибки определения матрицы C_z, порожденные погрешностями $\Delta f_z = (\Delta f_{z_1}, \Delta f_{z_2}, \Delta f_{z_3})^T$ и $\nu_z = (\nu_{z_1}, \nu_{z_2}, \nu_{z_3})^T$. Представим матрицу C_y в виде

$$C_y = C_z + \Delta C,$$

где ΔC – линейная часть разложения матрицы C_y в степенной ряд в окрестности величин f_z, ω_z.

Тогда матрицу ориентации C трехгранника Mz относительно трехгранника My можно представить в виде:

$$C = E + C_z \Delta C^T.$$

С другой стороны – ориентация трехгранника Mz относительно трехгранника My определяется вектором малого поворота β_y. Имеем

$$\widehat{\beta}_y = C_z \Delta C^T.$$

Более наглядное представление о точности определения матрицы C_y дает вектор $\beta_x = C_z^T \beta_y$. Имеем

$$\widehat{\beta}_x = \Delta C^T C_z \qquad \text{или} \qquad \widehat{\beta}_x = \Delta C^T C_y.$$

Проводя необходимые выкладки, которые здесь опускаются, получим

$$\beta_{x_1} = -\frac{\Delta f_{x_2}}{g} = -\varepsilon_{x_2}, \quad \beta_{x_2} = \frac{\Delta f_{x_1}}{g} = \varepsilon_{x_1}, \quad \beta_{x_3} = \frac{\nu_{x_1}}{u_{x_2}} + \frac{u_{x_3}}{u_{x_2}} \varepsilon_{x_1}, \quad (14)$$

где

$$\nu_x = C_y^T \nu_z, \qquad \varepsilon_x = C_y^T \varepsilon_z, \qquad \varepsilon_z = \frac{\Delta f_z}{g}.$$

Определение параметров инструментальных погрешностей при помощи инвариантов.

На интервалах неподвижности приборного трехгранника относительно базы стенда существует возможность кроме начальной ориентации определить некоторые комбинации инструментальных погрешностей ДУС и ньютонометров. Такая возможность следует из инвариантности скалярного произведения двух векторов к ортогональным преобразованиям. Ниже показывается, как сформировать соответствующее измерение, реализующее указанную возможность. По-прежнему предполагается, что на некотором временном интервале путем осреднения получены величины f'_z и ω'_z, не содержащие высокочастотных шумов.

Сформируем измерение W_g, W_u, W_φ:

$$\begin{aligned}
W_g &= \frac{1}{2g^2}\left({f'_z}^T f'_z - g^2\right) = \frac{1}{g}{f_z}^T \varepsilon_z = \frac{1}{g}{f'_z}^T \varepsilon_z, \\
W_u &= \frac{1}{2}\left(u^2 - \omega_y^T \omega_y\right) = u_z^T \nu_z = \omega_y^T \nu_z, \\
W_\varphi &= \frac{1}{g}\left(f'_z \omega_y - ug\sin\varphi\right) = u_z^T \varepsilon_z - \frac{1}{g}{f_z}^T \nu_z = \omega_y^T \varepsilon_z - \frac{1}{g}{f'_z}^T \nu_z.
\end{aligned}$$

Анализ возможностей, которые предоставляет использование указанных инвариантов, будет рассмотрена ниже в различных конкретных ситуациях.

Программные движения платформы стенда.

Свойства оцениваемости (обусловленности) параметров калибровки зависят от эволюций установочной платформы, реализуемых стендом, или, на информационном языке, от значений матрицы ориентации $C_y(t)$.

Выбор программного движения платформы стенда – выбор закона формирования программной угловой скорости $\Omega_y^{\text{пр}}(t)$ – должен, с одной стороны, осуществляться в рамках его возможностей, с другой – обеспечивать достаточно высокую обусловленность решения задачи. Такой выбор часто осуществляется из здравого смысла.

Обозначим через $C^{\text{пр}}$, $\Omega^{\text{пр}}$ желаемые (программные) значения соответствующих величин. Они определяют программный трехгранник $Mz^{\text{пр}}$, который, в силу неидеальности реализации, может значительно отличаться от приборного трехгранника Mz. Например, углы рассогласования могут достигать нескольких градусов.

Рассогласование реального трехгранника Mz с программным порождается двумя причинами: несовпадением реальной угловой скорости платформы Ω с программной $\Omega^{\text{пр}}$ и тем, что ориентация оси вращения платформы известна, вообще говоря, не точно. Очевидно, указанное рассогласование на точность калибровки непосредственно не влияет.

Сказанное по поводу программных движений относится ко всем видам калибровки, рассматриваемым далее.

Калибровка при помощи одностепенных стендов

Обсудим возможности, предоставляемые двумя типами грубых одностепенных стендов.

Стенд первого типа – ось вращения близка к направлению приборной вертикали. Стенд второго типа – ось вращения платформы с точностью до погрешности установки лежит в горизонтальной плоскости.

Поясним, что результаты калибровки на стенде первого типа будут иметь заведомо существенно меньшую точность, чем при калибровке на стенде второго типа. Причина в том, что на стендах второго типа измеряемая в осях приборного трехгранника сила $\bar{f}$ совершает относительно этого трехгранника значительные эволюции, в то время как на стендах первого типа вектор $\bar{f}$ с точностью до инструментальных погрешностей по отношению к приборному трехграннику неподвижен.

Вышесказанное подтверждается, например в [5]. Далее калибровка

БИНС на стендах первого типа не обсуждается.

Рассмотрим процесс калибровки БИНС для стендов с горизонтальной осью вращения. Ориентация оси вращения стенда в азимуте произвольна, поскольку программная угловая скорость при калибровке существенно больше, чем угловая скорость вращения Земли. Для определенности будем считать, что ось вращения платформы ориентирована по направлению Запад-Восток, то есть близко к направлению оси Mx_1^0.

Для максимального использования возможностей стенда (максимально возможной обусловленности решения задачи) предлагается процедура калибровки, включающая в себя три цикла. БИНС последовательно устанавливается в трех различных положениях, определяющих на каждом цикле значения матрицы C_y.

Для определенности полагаем, что начальное значение матрицы C_y выбирается по первому способу, то есть задается априорно в соответствии с установкой приборного блока БИНС на ориентированной по странам света платформе.

На каждом цикле приборная система Mz с точностью до погрешностей установки располагается так, что оси Mz_1, Mz_2, Mz_3 последовательно совмещаются с осью вращения.

Заметим, что вращение блока БИНС вокруг произвольной оси есть линейная комбинация указанных трех вращений. Начальными оценками и начальными ковариациями для всех оцениваемых параметров (за исключением составляющих вектора $\overline{\beta}$) на каждом цикле служат соответствующие оценки и ковариации, полученные в конце предыдущего цикла. Для вектора $\overline{\beta}$ инициализация производится заново, независимо от других циклов.

Первый цикл: $C_y(t_0) = E, \quad \Omega^{\text{пр}} = (\omega, 0, 0)^T$, то есть платформа стенда вращается таким образом, что

$$C_y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 & -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Здесь $\psi(t)$ – угол, на который поворачивается (против часовой стрелки) платформа стенда. На участках, где $\omega = \text{const}$, $\psi = \psi_0 + \omega t$.

Второй цикл:

$$C_y(t_0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega^{\text{пр}} = (0, \omega, 0)^T, \quad C_y(t) = \begin{pmatrix} 0 & -\sin\psi & \cos\psi \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & \sin\psi \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Третий цикл:

$$C_y(t_0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega^{\text{пр}} = (0, 0, \omega)^T, \quad C_y(t) = \begin{pmatrix} 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 & -\sin\psi & \cos\psi \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{17}$$

Показано (см., например [8]), что приемлемую точность обеспечивает режим, когда каждый цикл включает в себя один или несколько периодов, на которых относительная угловая скорость вращения платформы стенда $\Omega^{\text{пр}}$ меняется по закону меандра.

Как вариант, на каждом периоде угол ψ меняется от 0 до 90° с угловой скоростью Ω, затем от 90° до $-90°$ с угловой скоростью $-\Omega$ и возвращается из положения $-90°$ в нулевое положение с угловой скоростью Ω.

Примлемая точность калибровки достигается за меньшее время, если на каждом цикле ввести временной интервал достаточной длительности, на котором платформа стенда неподвижна. На этом интервале осредняются измерения f'_z, ω'_z и по результатам осреднения формируются величины W_g, W_u, W_φ. Эти величины на каждом из трех циклов имеют вид:

- первый цикл:

$$W_g = \varepsilon_{z_3}, \quad W_u = u_{x_2}\nu_{z_2} + u_{x_3}\nu_{z_3}, \quad W_\varphi = u_{x_2}\varepsilon_{z_2} + u_{x_3}\varepsilon_{z_3} - \nu_{z_3};$$

- второй цикл:

$$W_g = \varepsilon_{z_1}, \quad W_u = u_{x_3}\nu_{z_1} + u_{x_2}\nu_{z_3}, \quad W_\varphi = u_{x_3}\varepsilon_{z_1} + u_{x_2}\varepsilon_{z_3} - \nu_{z_1};$$

- третий цикл:

$$W_g = \varepsilon_{z_2}, \quad W_u = u_{x_2}\nu_{z_1} + u_{x_3}\nu_{z_2}, \quad W_\varphi = u_{x_2}\varepsilon_{z_1} + u_{x_3}\varepsilon_{z_2} - \nu_{z_2}.$$

Обратим внимание на то, что девять полученных соотношений содержат линейные комбинации 21-го неизвестного параметра.

Калибровка на двух и трехстепенных грубых стендах.

Прежде всего отметим, что калибровка на трехстепенных стендах с точки зрения точности калибровки не дает преимуществ. Именно третье независимое парциальное вращение осуществляется вокруг одной из осей, повернутой на 90° вокруг другой оси. Эта процедура эквивалентна третьему циклу для одностепенных стендов. Далее трехстепенные стенды не рассматриваются.

Принципиальное отличие в информационном смысле двухстепенных стендов по сравнению с одностепенными состоит в том, что начальные значения $\beta(t_0)$ на каждом цикле то же, что и конечное значение этого вектора на предыдущем цикле. Поэтому априори ясно, что точность калибровки на двухстепенных стендах выше, чем на одностепенных, однако анализ показывает, что это преимущество незначительно.

Калибровка с учетом разнесенности чувствительных масс ньютонометров.

Блок ньютонометров БИНС включает в себя три однокомпонентных ньютонометра, оси чувствительности которых с точностью до погрешностей взаимноортогональны. Ориентация приборного трехгранника Mz, как уже об этом неоднократно говорилось выше, жестко связывается с ориентацией указанных осей чувствительности по установленным ранее правилам так, что оси чувствительности ньютонометров совпадают с точностью до малых углов с осями приборного трехгранника.

Теперь о чувствительных массах и выборе точки M. Местоположения чувствительных масс ньютонометров, которые мы будем обозначать точками M_1, M_2, M_3, составляют жесткую конфигурацию и могут находятся на расстоянии первых сантиметров друг относительно друга. Вводится понятие приведенной единичной чувствительной массы M, местоположение которой тем или иным способом жестко связывается с конфигурацией точек M_1, M_2, M_3. В простейшем случае при малых эволюциях объекта, на котором установлена БИНС, все четыре точки можно считать совпадающими.

В алгоритмах БИНС в том случае, когда эта система устанавливается на высокоманевренный объект, у которого скорость вращения корпуса может составлять сотни градусов в секунду (а, значит, такой же порядок имеет абсолютная угловая скорость ω_z приборного трехгранника), приходится учитывать разнесенность чувствительных масс. Тем самым требуется уточнить понятие приведенной массы.

При калибровке точно так же приходится учитывать отстояние чувствительных масс от оси вращения платформы стенда.

Прежде чем переходить к выводам соответствующих соотношений, изложим фрагмент теории, лежащей в их основании. Рассмотрим движение двух близких точек единичной массы M и N в системе координат Oz при условии, что $\overrightarrow{MN} = \mathrm{const}$.

Уравнения движения точек M и N в осях Oz таковы:

$$\begin{aligned}
\dot{z}^M &= \upsilon_z^M + \widehat{\omega}_z\, z^M, \\
\dot{\upsilon}_z^M &= \widehat{\omega}_z \upsilon_z^M + g_z^M + f_z^M, \\
\dot{z}^N &= \upsilon_z^N + \widehat{\omega}_z\, z^N, \\
\dot{\upsilon}_z^N &= \widehat{\omega}_z \upsilon_z^N + g_z^N + f_z^N.
\end{aligned}$$

Здесь $\omega_z = (\omega_{z_1}, \omega_{z_2}, \omega_{z_3})^T$ – вектор абсолютной угловой скорости трехгранника Oz, $g_z^M = \left(g_{z_1}^M, g_{z_2}^M, g_{z_3}^M\right)^T$, $g_z^N = \left(g_{z_1}^N, g_{z_2}^N, g_{z_3}^N\right)^T$ – векторы, определяющие удельные силы тяготения, приложенные соответственно к точкам M и N, $f_z^M = \left(f_{z_1}^M, f_{z_2}^M, f_{z_3}^M\right)^T$, $f_z^N = \left(f_{z_1}^N, f_{z_2}^N, f_{z_3}^N\right)^T$ – векторы, определяющие внешние удельные силы, действующие на точки M и N. Точки M и N предполагаются близкими настолько, что можно положить $g_z^M = g_z^N$.

Введем величину $d_z = z^M - z^N$. При этом выполняется условие $d_z = \mathrm{const}$.

Введем величину $\delta f_z^d = f_z^M - f_z^N$, Получим

$$\delta f_z^d = (-\widehat{\dot{\omega}}_z + \widehat{\omega}_z^2) d_z.$$

Обозначим орт $\chi_z = (\chi_{z_1}, \chi_{z_2}, \chi_{z_3})^T$, задающий направление оси вращения:

$$\overline{\chi}_z = \frac{\overline{\omega}_z}{\parallel \overline{\omega}_z \parallel}.$$

Тогда можно записать

$$\delta f_z^d = \left(-\widehat{\dot{\omega}}_z + \omega_z^2 \widehat{\chi}_z^2\right) d_z.$$

или в скалярной форме:

$$\begin{aligned}
\delta f^d_{z_1} &= -\dot\omega_{z_3} d_{z_2} + \dot\omega_{z_2} d_{z_3} + \omega_z^2 \left[-d_{z_1} + \chi_{z_1} \left(\chi_{z_1} d_{z_1} + \chi_{z_2} d_{z_2} + \chi_{z_3} d_{z_3}\right)\right], \\
\delta f^d_{z_2} &= \dot\omega_{z_3} d_{z_1} - \dot\omega_{z_1} d_{z_3} + \omega_z^2 \left[-d_{z_2} + \chi_{z_2} \left(\chi_{z_1} d_{z_1} + \chi_{z_2} d_{z_2} + \chi_{z_3} d_{z_3}\right)\right], \quad (18) \\
\delta f^d_{z_3} &= -\dot\omega_{z_2} d_{z_1} + \dot\omega_{z_1} d_{z_2} + \omega_z^2 \left[-d_{z_3} + \chi_{z_3} \left(\chi_{z_1} d_{z_1} + \chi_{z_2} d_{z_2} + \chi_{z_3} d_{z_3}\right)\right].
\end{aligned}$$

Учет отстояния чувствительных масс ньютонометров от оси вращения платформы. Обратимся к задаче калибровки. Ограничимся анализом ситуации, когда калибровка осуществляется на однокомпонентном стенде. Напомним, что под циклом понимается процедура калибровки при фиксированной ориентации оси вращения платформы стенда. Смена ориентации (переход к другому циклу) предполагает перестановку БИНС на платформе.

Обозначим через N_j $(j = 1, 2, 3)$ проекции точек M_j на ось вращения платформы. Будем считать, что вращение платформы осуществляется практически с постоянной угловой скоростью. На чувствительные массы действуют дополнительные силы δf_j:

$$\overline{\delta f_j} = \omega^2 \cdot \overline{N_j M_j}.$$

Введем векторы $\rho^j_z = (\overline{M_j N_j})_z$ $(j = 1, 2, 3)$, заданные своими проекциями на оси приборного трехгранника Oz. При выбранном программном движении стенда почти всюду $\dot\omega_z = 0$. В измерениях f_{z_j} каждого однокомпонентного ньютонометра будут присутствовать дополнительные величины

$$\delta f^\rho_{z_j} = \omega_z^2 \, \rho^j_{z_j}, \qquad (19)$$

где $\rho^j_{z_j}$ – проекция векторов $\overline{N_j M_j}$ на оси чувствительности ньютонометров или, что в данном случае практически одно и то же, проекции на оси приборного трехгранника Oz.

Формально, (19) следует из (18), поскольку в рассматриваемом случае

$$\chi_{z_1} \rho^j_{z_1} + \chi_{z_2} \rho^j_{z_2} + \chi_{z_3} \rho^j_{z_3} = 0 \quad \text{и} \quad \dot\omega_z = 0.$$

С учетом этих добавок вектор коррекции запишется в виде:

$$W_y = -\widehat{c^3} \beta_y + \varepsilon_z + \frac{\omega_z^2}{g} \cdot \rho^*_z,$$

где для простоты записи введен вектор $\rho_z^* = \left(\rho_{z_1}^1, \rho_{z_2}^2, \rho_{z_3}^3\right)^T$.

Ранее была принята модель для вектора $\overline{\varepsilon}_z$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z^0 + \Gamma\,\frac{f_z}{g} + \varepsilon_z^s.$$

На каждом цикле, при постоянной ω_z, комбинация $\varepsilon_z^0 + \dfrac{\omega_z^2}{g}\rho_z^*$ оценивается с приемлемой точностью. Чтобы определить по отдельности каждую составляющую этой комбинации, следует осуществлять калибровку хотя бы при двух значениях величины ω_z, например, когда эти значения отличаются в два раза.

Еще один вариант учета разнесенности – двухэтапность. На первом этапе ω выбирается настолько большим, чтобы слагаемые в выражениях W_y, отражающие смещенность, подавляли остальные слагаемые. На втором этапе осуществляется компенсация слагаемых, порожденных смещенностью.

Определение параметров разнесенности чувствительных масс ньютонометров. Более сложной задачей калибровки является определение положения конфигурации $M_1,\ M_2,\ M_3$ относительно приборного трехгранника Mz. Эта задача требует уточнения понятия опорной точки M, в которой располагается чувствительная масса. Если положение конфигурации определено, то возможна компенсация влияния смещенности чувствительных масс относительно друг друга в соответствии с (18) в режиме навигации. Для этого требуется, как это следует из (15), знание векторов $d_z^j = (\overline{MM_j})_z$ $(j = 1, 2, 3)$, определяющих местоположение точек M_j в проекциях на оси приборного трехгранника Mz.

Пусть точка M выбрана, тогда

$$\begin{aligned}
\delta f_{z_1}^d &= -\dot{\omega}_{z_3} d_{z_2}^1 + \dot{\omega}_{z_2} d_{z_3}^1 + \omega_z^2 \left[-d_{z_1}^1 + \chi_{z_1}\left(\chi_{z_1} d_{z_1}^1 + \chi_{z_2} d_{z_2}^1 + \chi_{z_3} d_{z_3}^1\right)\right],\\
\delta f_{z_2}^d &= \dot{\omega}_{z_3} d_{z_1}^2 - \dot{\omega}_{z_1} d_{z_3}^2 + \omega_z^2 \left[-d_{z_2}^2 + \chi_{z_2}\left(\chi_{z_1} d_{z_1}^2 + \chi_{z_2} d_{z_2}^2 + \chi_{z_3} d_{z_3}^2\right)\right],\\
\delta f_{z_3}^d &= -\dot{\omega}_{z_2} d_{z_1}^3 + \dot{\omega}_{z_1} d_{z_2}^3 + \omega_z^2 \left[-d_{z_3}^3 + \chi_{z_3}\left(\chi_{z_1} d_{z_1}^3 + \chi_{z_2} d_{z_2}^3 + \chi_{z_3} d_{z_3}^3\right)\right].
\end{aligned}$$

В последних соотношениях нужна информация о девяти параметрах. Число неизвестных параметров уменьшается на три за счет выбора точки M. Очевидно, число параметров, определяющих конфигурацию, уменьшается на три, если точка M выбирается как функция координат точек $M_1,\ M_2,\ M_3$. Приведем три варианта такого выбора.

Первый. За точку M принимается точка M_1, $d_z^1 = 0$. В этом случае $\delta f_1^d = 0$.

Второй. За точку M примем точку пересечения плоскостей, проходящих через чувствительные массы ньютонометров ортогонально их осям чувствительности. В нашем случае точка M_1 лежит в плоскости $z_2 z_3$, M_2 – в плоскости $z_1 z_3$, M_3 – в плоскости $z_1 z_2$:

$$d_z^1 = \left(0, d_{z_2}^1, d_{z_3}^1\right)^T, \quad d_z^2 = \left(d_{z_1}^2, 0, d_{z_3}^2\right)^T, \quad d_z^3 = \left(d_{z_1}^3, d_{z_2}^3, 0\right)^T,$$

то есть $d_{z_1}^1 = d_{z_2}^2 = d_{z_3}^3 = 0$.

Тогда

$$\begin{aligned}
\delta f_{z_1}^d &= -\dot{\omega}_{z_3} d_{z_2}^1 + \dot{\omega}_{z_2} d_{z_3}^1 + \omega_z^2 \left[\chi_{z_1}\left(\chi_{z_2} d_{z_2}^1 + \chi_{z_3} d_{z_3}^1\right)\right], \\
\delta f_{z_2}^d &= \dot{\omega}_{z_3} d_{z_1}^2 - \dot{\omega}_{z_1} d_{z_3}^2 + \omega_z^2 \left[\chi_{z_2}\left(\chi_{z_1} d_{z_1}^2 + \chi_{z_3} d_{z_3}^2\right)\right], \\
\delta f_{z_3}^d &= -\dot{\omega}_{z_2} d_{z_1}^3 + \dot{\omega}_{z_1} d_{z_2}^3 + \omega_z^2 \left[\chi_{z_3}\left(\chi_{z_1} d_{z_1}^3 + \chi_{z_2} d_{z_2}^3\right)\right].
\end{aligned}$$

Заметим, что формально составленный в предыдущем разделе вектор ρ_z^* представляет собой координаты вектора, соединяющего точку M, введенную таким способом, с ее проекцией на ось вращения.

Третий вариант. Точку M выберем из условия минимизации функционала

$$J = \| d_z^1 \|^2 + \| d_z^2 \|^2 + \| d_z^3 \|^2 .$$

Определим положение точек M, M_1, M_2, M_3 векторами $z = (z_1, z_2, z_3)^T$, $z^j = (z_1^j, z_2^j, z_3^j)^T$ $(j = 1, 2, 3)$ в осях трехгранника Oz. Минимум функционала $\min\limits_z J(z)$ определяется соотношениями

$$\frac{\partial J}{\partial z_j} = 0 \;\Rightarrow\; z_j = \frac{1}{3}\left(z_j^1 + z_j^2 + z_j^3\right), \quad d_{z_i}^j = z_i^j - z_i.$$

Легко убедиться в том, что при таком выборе точки M имеет место соотношение:

$$\bar{d}_z^1 + \bar{d}_z^2 + \bar{d}_z^3 = 0.$$

Таким образом, составляющие векторов d_z^j связаны тремя линейными соотношениями. Эти векторы определяются шестью независимыми параметрами.

Рассмотрим теперь, каким образом решается задача определения конфигурации M_1, M_2, M_3 при калибровке, если точка M выбирается, например, по первому варианту. В нашем случае ω_z кусочно-постоянная вектор функция времени. Выразим дополнительные величины в измерениях ньютонометров δf_z^ρ через параметры отнесения опорной точки M от оси вращения ρ_z и параметры разнесения чувствительных масс d_z^j:

$$\begin{aligned}
\delta f_{z_1}^\rho &= \omega_z^2 \rho_{z_1}, \\
\delta f_{z_2}^\rho &= \omega_z^2 \left[\rho_{z_2} + d_{z_2}^2 + \chi_{z_2}\left(\chi_{z_1} d_{z_1}^2 + \chi_{z_2} d_{z_2}^2 + \chi_{z_3} d_{z_3}^2\right)\right], \\
\delta f_{z_3}^\rho &= \omega_z^2 \left[\rho_{z_3} + d_{z_3}^3 + \chi_{z_3}\left(\chi_{z_1} d_{z_1}^3 + \chi_{z_2} d_{z_2}^3 + \chi_{z_3} d_{z_3}^3\right)\right].
\end{aligned} \tag{20}$$

Как уже говорилось выше, величины $\delta f_{z_j}^\rho$ оцениваются с приемлемой точностью. Например, их оценку можно получить, выбирая ω_z достаточно большой.

Обсудим вопрос о получении оценок для величин d_z^2 и d_z^3. При изменении ориентации оси вращения величины ρ_j $(j = 1, 2, 3)$ изменяются, в то время, как величины $d_{z_j}^2$ и $d_{z_j}^3$ остаются неизменными. Поэтому минимальное число (m) положений оси вращения, с учетом (20), находится из простейшего соотношения: $2m+6 = 3m$, $m = 6$. Например, в качестве таких положений можно выбрать те, которые определяются следующей таблицей:

χ_z	1	2	3	4	5	6
χ_{z_1}	1	0	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0
χ_{z_2}	0	1	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
χ_{z_3}	0	0	1	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

Легко видеть, что совокупность из 18 уравнений измерений плюс шесть уравнений вида (20) однозначно определяют компоненты векторов d_z^2 и d_z^3.

Аналогичным образом осуществляется калибровка при ином способе выбора точки M. Заметим, что при компенсации разнесенности масс в режиме навигации, а также при калибровке, возможны те или иные упрощения, связанные с особенностями движения объекта, но здесь мы не останавливаемся на этом вопросе.

Калибровка при использовании вторичной (выходной) навигационной информации.

Рассмотрим ситуацию, когда при калибровке невозможно или нежелательно использовать первичную навигационную информацию: показания ньютонометров и датчиков угловой скорости. В этом случае БИНС, установленная на платформе стенда в том или ином положении, функционирует в навигационном режиме. При этом начальная выставка системы осуществлена. Исходной информацией для калибровки служат модельные (выходные) значения координат и составляющих скорости точки M', называемой модельной. С другой стороны, известно, что точка M относительно Земли неподвижна, т.е. составляющие скорости в осях Mx_0 $V_1 = V_2 = 0$, и считаются известными точные координаты, например, широта φ, долгота λ. При этом предполагается, что используется внешняя информация о высоте и тем самым из рассмотрения исключается вертикальный канал БИНС.

Необходимый фрагмент уравнений ошибок БИНС в проекции на оси Mx^0 (см. [1]) с учетом того, что $V_1 = V_2 = 0$, имеет вид:

$$
\begin{aligned}
\delta\dot{V}_1 &= 2u_{x_3}\delta V_2 - g\beta_2 - \omega_0^2\Delta y_1 + \Delta f_{x_1},\\
\delta\dot{V}_2 &= -2u_{x_3}\delta V_1 + g\beta_1 - \omega_0^2\Delta y_2 + \Delta f_{x_2},\\
\dot{\beta}_1 &= u_{x_3}\beta_2 - u_{x_2}\beta_3 + \nu_{x_1},\\
\dot{\beta}_2 &= -u_{x_3}\beta_1 + u_{x_1}\beta_3 + \nu_{x_2},\\
\dot{\beta}_3 &= u_{x_2}\beta_1 - u_{x_1}\beta_2 + \nu_{x_3}.
\end{aligned}
$$

Здесь

- $\Delta y_1, \Delta y_2$ — полные ошибки местоположения;
- $\delta V_1, \delta V_2$ — динамические ошибки определения горизонтальных составляющих V_1, V_2 относительно скорости движения;
- $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ — кинематические ошибки;

Δf_x и ν_x — проекции инструментальных ошибок ньютонометров и ДУС на оси Mx^0:

$$\Delta f_x = C^T \Delta f_z, \qquad \nu_x = C^T \nu_z$$

Для Δf_z и ν_z принимается математическая модель, описанная ранее (1),(2).

Вектор коррекции $W = (W_{y_1}, W_{y_2}, W_{v_1}, W_{v_2})^T$ в проекциях на оси трехгранника Mx^0 формируется в следующем виде:

$$\begin{aligned} W_{y_1} &= \Delta y_1, \quad W_{y_2} = \Delta y_2, \\ W_{V_1} &= V_1' = \delta V_1, \quad W_{V_2} = V_2' = \delta V_2. \end{aligned}$$

С учетом дополнительной информации о положении стенда первые два уравнения заменяются на эквивалентные следующие:

$$\begin{aligned} \delta\dot{V}_1 &= \quad 2u_{x_3}\delta V_2 - g\beta_2 - \omega_0^2 W_{y_1} + \Delta f_{x_1}, \\ \delta\dot{V}_2 &= -2u_{x_3}\delta V_1 + g\beta_1 - \omega_0^2 W_{y_2} + \Delta f_{x_2}. \end{aligned}$$

К моделям величин W_{v_1}, W_{v_2} должны быть добавлены регуляризирующие фиктивные шумы ${V_1}^s$, ${V_2}^s$.

Таким образом, вектор состояния имеет вид:

$$x = (\delta V_1, \delta V_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \nu_{z_1}^0, \nu_{z_2}^0, \nu_{z_3}^0, \theta_{ij}, \Delta f_{z_1}^0, \Delta f_{z_2}^0, \Delta f_{z_3}^0, \Gamma_{ij})^T$$

– всего 26 компонент.

Вектор коррекции:

$$W_V = \begin{pmatrix} W_{V_1} \\ W_{V_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta V_1 + {V_1}^s \\ \delta V_2 + {V_2}^s \end{pmatrix}.$$

Тем самым, задача сводится к построению оценок вектора состояния линейной динамической системы при помощи вектора измерений, линейно зависящего от компонент вектора состояния.

Калибровка осуществляется на трех циклах, как и ранее. Очевидно, что точность калибровки при помощи вторичной информации будет менее высокой по сравнению с точностью калибровки при помощи первичной информации, если рассматривать эту точность в одни и те же моменты времени. Однако это обстоятельство устраняется за счет увеличения времени калибровки.

Учет отстояния приведенного центра БИНС от оси вращения платформы. При калибровке при помощи вторичной информации также, как и в случае первичной информации, приходится учитывать возможное отстояние приведенного центра БИНС от оси вращения платформы стенда. Величина расстояния приведенного центра БИНС от оси вращения может достигать первый десяток сантиметров. Очевидно, для позиционных составляющих вектора коррекции эта величина несущественная, но для скоростных составляющих она требует учета.

Обозначим через N проекцию точки M, с которой связывается приведенный центр БИНС, на ось вращения платформы. И введем вектор $\rho_z = (\overline{MN})_z$, заданный своими проекциями на оси приборного трехгранника. Тогда дополнительной информацией о скорости точки М будет не нулевая скорость, как в случае расположения ее на оси вращения, а следующая величина:

$$V_z^\rho = \widehat{\Omega}_z \rho_z, \tag{21}$$

С учетом того, что $V_x = C_z^T V_z$, получим следующие выражения для компонент вектора коррекции:

$$\begin{aligned} W_{v_1} &= \delta V_1 - \left[\left(c_{31}\Omega_{z_2} - c_{21}\Omega_{z_3} \right) \rho_{z_1} + \left(c_{11}\Omega_{z_3} - c_{31}\Omega_{z_1} \right) \rho_{z_2} + \right. \\ & \left. \left(-c_{11}\Omega_{z_2} + c_{21}\Omega_{z_1} \right) \rho_{z_3} \right] + {V_1}^s, \\ W_{v_2} &= \delta V_2 - \left[\left(c_{32}\Omega_{z_2} - c_{22}\Omega_{z_3} \right) \rho_{z_1} + \left(c_{12}\Omega_{z_3} - c_{32}\Omega_{z_1} \right) \rho_{z_2} + \right. \\ & \left. \left(-c_{12}\Omega_{z_2} + c_{22}\Omega_{z_1} \right) \rho_{z_3} \right] + {V_2}^s, \end{aligned}$$

где ρ_{z_j} – проекция вектора $\overline{NM}$ приборного трехгранника Mz.

В том случае, когда ρ_{z_j} неизвестны, их необходимо добавить в вектор оцениваемых параметров.

Калибровка БИНС на точных стендах

Методика калибровки БИНС на грубых стендах, предложенная в предыдущих разделах, может быть использована при калибровке БИНС на точных стендах. Под точными стендами здесь понимаются стенды, снабженные высокоточными датчиками углового положения платформы стенда относительно базы (основания стенда). Это означает, что по сравнению с предыдущим используется дополнительная информация об угловом положении платформы стенда относительно базы, но одновременно добавляется вектор инструментальных погрешностей стенда, подлежащий оцениванию.

Выведем соотношение, описывающее вектор дополнительных измерений. Вводятся следующие трехгранники.

– Базовый трехгранник Mp, жестко связанный с корпусом стенда. Обычно стенд устанавливается так, что базовый трехгранник ориентируется в географической координатной сетке, то есть в идеале совпадает с трехгранником Mx^0. Ориентацию трехгранника Mp относительно Mx^0 определим постоянным вектором малого поворота $\gamma_p = (\gamma_{p_1}, \gamma_{p_2}, \gamma_{p_3})^T$. Для некоторых высокоточных стендов величина γ_p оказывается настолько малой, что ей можно пренебречь.

– Трехгранник Mz^*, жестко связанный с платформой стенда. При установке корпуса БИНС на платформе приборный трехгранник Mz, с точностью до погрешности установки, совмещается с трехгранником Mz^*. Ориентация приборного трехгранника Mz относительно Mz^* определяется постоянным вектором малого поворота $\delta_z = (\delta_{z_1}, \delta_{z_2}, \delta_{z_3})^T$. Матрица ориентации платформенного трехгранника стенда Mz^* относительно базового трехгранника стенда Mp – C_{z^*}. В свою очередь, матрица C_{z^*} может быть определена величинами $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ – углами последовательных трех поворотов, эквивалентных углам курса ψ, тангажа θ и крена γ в авиации. Имеют место соотношения $C_{z^*} = C_3 C_2 C_1$, где

$$
\begin{aligned}
C_1 &= \begin{pmatrix} \cos\kappa_1 & \sin\kappa_1 & 0 \\ -\sin\kappa_1 & \cos\kappa_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\kappa_2 & \sin\kappa_2 \\ 0 & -\sin\kappa_2 & \cos\kappa_2 \end{pmatrix}, \\
C_3 &= \begin{pmatrix} \cos\kappa_3 & 0 & -\sin\kappa_3 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\kappa_3 & 0 & \cos\kappa_3 \end{pmatrix}.
\end{aligned}
$$

Выходной информацией стендовых угловых датчиков служат величины

$$\kappa_1' = \kappa_1 + \rho_1, \quad \kappa_2' = \kappa_2 + \rho_2, \quad \kappa_3' = \kappa_3 + \rho_3,$$

где ρ_1, ρ_2, ρ_3 – инструментальные погрешности в измерениях этих углов.

Величины $\kappa_1', \kappa_2', \kappa_3'$ позволяют построить матрицу C_{z^*}', равную $C(\kappa_1', \kappa_2', \kappa_3')$, путем замены в матрице C_{z^*} величин κ_j $(j = 1, 2, 3)$ на их измеренные значения. Последняя матрица определяет ориентацию трехгранника $Mz^{*'}$. Ориентацию трехгранника $Mz^{*'}$ определим относительно трехгранника Mz^* вектором малого поворота $\mu_z = (\mu_{z_1}, \mu_{z_2}, \mu_{z_3})^T$.

Положим $\Delta C_{z^*} = C_{z^*}' - C_{z^*}$. Тогда $\widehat{\mu}_z = \Delta C_{z^*} C_{z^*}^T$ или далее будут использоваться проекции вектора μ на оси трехгранника Mp или Mx^0. Поэтому $\mu_x = C_{z^*}^T \mu_z$ или $\widehat{\mu}_x = C_{z^*}^T \widehat{\mu}_z C_{z^*}$. Получим выражение для вектора μ_x через ошибки измерения углов ρ_1, ρ_2, ρ_3, его порождающих. Используя разложение Тейлора, оставляя только линейные слагаемые, получим:

$$\begin{aligned}
\widehat{\mu}_x &= C_{z^*}^T \Delta C_{z^*} = C_1^T C_2^T C_3^T \left(C_3 C_2 \Delta C_1 + C_3 \Delta C_2 C_1 + \Delta C_3 C_2 C_1 \right) = \\
&= C_1^T \frac{\partial C_1}{\partial \kappa_1 \rho_1} + C_1^T C_2^T \frac{\partial C_2}{\partial \kappa_2 C_1 \rho_2} + C_1^T C_2^T C_3^T \frac{\partial C_3}{\partial \kappa_3 C_2 C_1 \rho_3} = G_1 \rho_1 + G_2 \rho_2 + G_3 \rho_3,
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
G_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ G_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin\kappa_1 \\ 0 & 0 & \cos\kappa_1 \\ \sin\kappa_1 & -\cos\kappa_1 & 0 \end{pmatrix}, \\
G_3 &= \begin{pmatrix} 0 & \sin\kappa_2 & -\cos\kappa_1 \cos\kappa_2 \\ -\sin\kappa_2 & 0 & -\sin\kappa_1 \cos\kappa_2 \\ \cos\kappa_1 \cos\kappa_2 & \sin\kappa_1 \cos\kappa_2 & 0 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

После преобразования получим:

$$\begin{aligned}
\mu_1 &= -\sin\kappa_1 \cos\kappa_2 \rho_3 + \cos\kappa_1 \rho_2, \\
\mu_2 &= \cos\kappa_1 \cos\kappa_2 \rho_3 + \sin\kappa_1 \rho_2, \\
\mu_3 &= \sin\kappa_2 \rho_3 + \rho_1.
\end{aligned} \tag{22}$$

Далее при учете ρ_1, ρ_2, ρ_3 может быть использовано обратное преобразование:

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \mu_3 - \sin\kappa_2 \rho_3, \\
\rho_2 &= \sin\kappa_1 \mu_2 + \cos\kappa_1 \mu_1, \\
\rho_3 \cos\kappa_2 &= \cos\kappa_1 \mu_2 - \sin\kappa_1 \mu_1.
\end{aligned} \tag{23}$$

Кроме того, важно учитывать то обстоятельство, что данные, доставляемые стендом, и данные БИНС не являются синхронизированными: каждые имеют свою шкалу времени и разную дискретность. Обозначим запаздывание данных стенда относительно данных БИНС через τ.

Дополнительный вектор коррекции, доставляемый при помощи информации стенда, образуем в двух вариантах: при помощи матрицы ориентации или при помощи углов.

Первый способ формирования дополнительного вектора коррекции – при помощи матриц ориентации. Сначала рассмотрим выражение – разность матриц, вычисленных при помощи информации БИНС и при помощи углов от стенда, без учета ошибок синхронизации:

$$C_y - C'_{z^*} = C_z + \widehat{\beta}_z C_z - C_{z^*} - \widehat{\mu}_z C_{z^*}.$$

Распишем входящую в это выражение разность:

$$C_z - C_{z^*} = C_z - C_{zp} + C_{zp} - C_{z^*} = -C_z\widehat{\gamma}_p + \widehat{\delta}_z C_{z^*}.$$

Здесь C_{zp} – матрица ориентации приборного трехгранника БИНС Mz относительно базового трехгранника стенда Mp. Таким образом,

$$C_y - C'_{z^*} = \widehat{\beta}_z C_z - \widehat{\mu}_z C_{z^*} - C_z\widehat{\gamma}_p + \widehat{\delta}_z C_{z^*}.$$

С точностью до членов второго порядка малости можно представить:

$$C_y - C'_{z^*} = \widehat{\beta}_z C_y - \widehat{\mu}_z C_y - C_y\widehat{\gamma}_p + \widehat{\delta}_z C_y.$$

Образуем векторы измерений в проекции на оси трехгранника Mz и в проекции на оси трехгранника Mp, эти векторы обозначим через Wz^* и Wp. Положим с учетом запаздывания:

$$\widehat{W_z^*} = (C_y(t) - C'_{z^*}(t-\tau))C_y^T(t).$$

Оставляя первый порядок малости по τ и используя для выражения производной матрицы C_y уравнение Пуассона (3), получим:

$$\widehat{W_z^*} = \widehat{\beta}_z - C_{z^*}\widehat{\gamma}_p C_z^T + \widehat{\delta}_z - \widehat{\mu}_z + \widehat{\Omega}_z\tau.$$

Далее имеем $W_p = C_{z^*}^T W_{z^*}$ или $\widehat{W}_p = C_{z^*}^T \widehat{W}_{z^*} C_{z^*}$. Из последних соотношений получим: $\widehat{W}_p = -\widehat{\beta}_x - \widehat{\gamma}_p + C_{z^*}^T\widehat{\delta}_z C_{z^*} - \widehat{\mu}_x + \widehat{\Omega}_x\tau$. Итак, векторы измерений имеют вид:

$$\begin{aligned} W_z^* &= \beta_z - C_{z^*}\gamma_p + \delta_z - \mu_z + \Omega_z\tau, \\ W_p &= \beta_x - \gamma_p + C_{z^*}^T\delta_z - \mu_x + \Omega_x\tau. \end{aligned}$$

Здесь $\Omega_x = (\Omega, 0, 0)^T$ на всех трех циклах.

Эквивалентная форма построения вектора коррекции. Вектор коррекции $Wp^* = (W_1^*, W_2^*, W_3^*)^T$ сформируем следующим образом:

$$\begin{aligned} W_1^* &= \kappa'_1(t) - \kappa'_1(t-\tau) = \Delta\kappa_1 - \rho_1 + \dot{\kappa}'_1(t)\tau, \\ W_2^* &= \kappa'_2(t) - \kappa'_2(t-\tau) = \Delta\kappa_2 - \rho_2 + \dot{\kappa}'_2(t)\tau, \\ W_3^* &= \cos\kappa'_2(t)(\kappa'_3(t) - \kappa'_3(t-\tau)) = \cos\kappa'_2(t)(\Delta\kappa_3 - \rho_3) + \cos\kappa'_2\dot{\kappa}'_3(t)\tau, \end{aligned}$$

где $\Delta\kappa_i = \kappa'_i - \kappa_i$, $i = 1, 2, 3$.

Здесь множитель $\cos\kappa_2'$ вводится для того, чтобы избежать вырождения при возможных эволюциях платформы стенда, когда угол κ_2' оказывается близким к 90°.

Для того, чтобы выразить $\Delta\kappa_1, \Delta\kappa_2, \Delta\kappa_3$ через компоненты малых углов $\beta_x, \gamma_p, \delta_z$, можно воспользоваться выводом уравнений (22). Аналогично тому, как было определено преобразование между ошибками измерений углов и компонентами вектора малого поворота, получим:

$$\begin{aligned}
W_1^* &= -\beta_3 - \gamma_{p3} - \delta_{x_3} - \rho_1 + \Omega_{x_3}\tau, \\
W_2^* &= -\sin\kappa_1'\beta_2 - \cos\kappa_1'\beta_1 + \sin\kappa_1'\gamma_{p_2} + \cos\kappa_1'\gamma_{p_1} - \sin\kappa_1'\delta_{x_2} - \cos\kappa_1'\delta_{x_1} - \\
&- \rho_2 - \sin\kappa_1'\Omega_{x_2}\tau - \cos\kappa_1'\Omega_{x_1}\tau, \\
W_3^* &= = -\cos\kappa_1'\beta_2 + \sin\kappa_1'\beta_1 + \cos\kappa_1'\gamma_{p_2} - \sin\kappa_1'\gamma_{p_1} - \cos\kappa_1'\delta_{x_2} + \sin\kappa_1'\delta_{x_1} - \\
&- \cos\kappa_2'\rho_3 - \cos\kappa_1'\Omega_{x_2}\tau + \sin\kappa_1'\Omega_{x_1}\tau, \\
\delta_x &= C_y^T\delta_z. \qquad (24)
\end{aligned}$$

Задача калибровки в рассматриваемом случае состоит, помимо определения инструментальных погрешностей датчиков инерциальной информации, также и в определении инструментальных погрешностей стенда. Совокупный вектор коррекции имеет размерноть шесть: к ранее полученному трехмерному вектору (5) добавляется трехмерный вектор (24), сформированный при помощи информации, доставляемой датчиками углов стенда.

Ковариационный анализ.

При выборе алгоритма калибровки и анализе точности основной инструмент исследования – ковариационный анализ. Тем более важно, что он позволяет учесть уровень шумов. Строго говоря, ковариационного анализа оказывается для этого и достаточно.

Для характеристики качества калибровки необходим критерий, который должен быть достаточно простым, образным и однопараметрическим. Выбор критерия иллюстрируется следующим образом. Моделируется часовой полет самолета по фиксируемым траекториям. Выбираются три типа траекторий, условно называемых крейсерским полетом, змейкой, коробочкой. Выбор таких режимов трудно формализовать и потому они предлагаются на основе здравого смысла. Сравнивается работа БИНС на указанном полете в режиме навигации с учетом результатов калибровки (включая начальную выставку) и без такого учета.

Критерием качества работы навигационной системы принимается величина

$$\rho = a \cdot \sqrt{\sigma^2_{\Delta\lambda} \cos\varphi + \sigma^2_{\Delta\varphi}},$$

где a – длина большой полуоси навигационного эллипсоида, $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ – ошибки в определении широты и долготы, σ - стандартное отклонения соответствующих ошибок оценок.

Пусть ρ_0 – значение величины ρ без учета результатов калибровки, ρ_1 – с учетом этих результатов. Коэффициент улучшения – $\dfrac{\rho_0}{\rho_1}$.

Поскольку цель данной статьи – математическое изложение метода калибровки в различных модификациях, числовой иллюстрирующий материал здесь не приводится. Тем не менее, такие расчеты проведены и содержатся в публикациях, приведенных в списке литературы.

Заключение.

Изложена теория, описывающая метод стендовой калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем. Цель калибровки – определение параметров инструментальных погрешностей датчиков инерциальной информации – ньютонометров и датчиков угловых скоростей с тем, чтобы компенсировать их при движении объекта.

Отражены две главных особенности метода:

- калибровка осуществляется именно для системы в сборе;
- в качестве основной информации при калибровке служат показания самих калибруемых датчиков – ньютонометров и ДУС.

Рассмотрены различные варианты, в которых либо используется только основная информация, либо к ней добавляется информация, доставляемая датчиками углов стенда. Статья содержит всю необходимую информацию для построения рабочих алгоритмов.

Список литературы

[1] *Голован А.А., Парусников Н.А.* Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. -3-е изд., испр. и доп. – М.: МАКС Пресс Москва, 2011.

[2] *Голован А.А., Парусников Н.А.* Математические основы навигационных систем. Часть II. Математические модели инерциальной навигации. -2-е изд., испр. и доп. – М.: МАКС Пресс Москва, 2012.

[3] *Парусников Н.А.* Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы на стенде. // Известия РАН. МТТ, 2009, № 4.

[4] *Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А.* К вопросу об информационно эквивалентных функциональных схемах в корректируемых ИНС // Изв. РАН. МТТ, 2008, № 3.

[5] *Вавилова Н. Б., Парусников Н. А., Сазонов И. Ю.* Калибровка бескарданных инерциальных навигационных систем при помощи грубых одностепенных стендов. // Современные проблемы математики и механики 2009, том 1. С. 212–223.

[6] *Вавилова Н. Б., Сазонов И. В.* Калибровка бескарданной инерциальной навигационной системы в сборе на грубых стендах с одной степенью свободы. // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика 2012, том 1, № 4. С. 64-66.

[7] *Козлов А. В., Сазонов И. Ю., Вавилова Н. Б., Парусников Н. А.* Калибровка инерциальных навигационных систем на грубых стендах с учетом разнесения чувствительных масс ньютонометров. // XX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, 2013 г. Санкт-Петербург, ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор". С. 104–107.

[8] *Вавилова Н. Б., Васинёва И. А., Парусников Н. А.* О стендовой калибровке авиационных бескарданных инерциальных навигационных систем. // Электронный журнал "Труды МАИ" , 2015, № 84.

[9] *Измайлов Е.А., Лепе С.Н., Молчанов А.В., Поликовский Е.Ф.* Скалярный способ калибровки и балансировки бесплатформенных инерциальных навигационных систем. Сборник материалов Юбилейной XV Санкт-Петербургской конференции по интегрированным навигационным системам. С-Пб., 2008.

[10] *Емельянцев Г.И., Блажнов Б.А., Драницына Е.В., Степанов А.П.* О калибровке измерительного модуля прецизионной БИНС и построении связанного с ним ортогонального трёхгранника // Гироскопия и навигация, 2016 , № 1(92). С. 36–48.

[11] *Козлов А.В., Тарыгин И.Е., Голован А.А., Шаймарданов И.Х., Дзуев А.А.* Калибровка инерциальных измерительных блоков с оценкой температурных зависимостей по эксперименту с переменной температурой: результаты калибровки БИНС-РТ // Сборник материалов XXIV Санкт-Петербургской конференции по интегрированным навигационным системам, 2017 г. С-Пб, Государственный научный центр РФ АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор". стр. 225–228.

[12] *Paul G. Savage* Improved Strapdown Inertial SystemCalibration Procedures.
Part 1 – Procedures and Accuracy Analisis. //Strapdown Associates, Inc. Maple Plain, MN 55359 USA WBN-14020-1 www.strapdowassociates.com October 20, 2017

[13] *Paul G. Savage* Improved Strapdown Inertial SystemCalibration Procedures.
Part 2 – Analytical Derivations. //Strapdown Associates, Inc. Maple Plain, MN 55359 USA WBN-14020-2 www.strapdowassociates.com October 20, 2017