

**Мультиплеты возбужденных состояний в спектрах атомных ядер в области  $^{208}\text{Pb}$** М. Е. Степанов<sup>1</sup>, Л. Т. Имашева<sup>1</sup>, Б. С. Ишханов<sup>1,2</sup>, Т. Ю. Третьякова<sup>2\*</sup><sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра общей ядерной физики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына,  
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Статья поступила 06.02.2018; Подписана в печать 06.03.2018)

Рассмотрены спектры низколежащих возбужденных состояний в ядрах в области  $^{208}\text{Pb}$ . Расчет мультиплетов основного состояния для нуклонов в состоянии  $j = 9/2$  выполнен в приближении  $\delta$ -потенциала. Расщепление мультиплета соответствует энергии спаривания тождественных нуклонов, определенной на основе масс соседних ядер, что позволяет рассчитать низколежащие возбуждения без использования подгоночных параметров. Возбужденные состояния изотопов с более чем двумя валентными нуклонами рассчитаны в рамках модели сеньорити с использованием генеалогических коэффициентов. Результаты вычислений хорошо согласуются с экспериментальными данными, как для стабильных, так и для экзотических ядер.

PACS: 21.10.Re, 27.80.+w УДК: 539.141

Ключевые слова: спаривание тождественных нуклонов, мультиплеты основного состояния, дельта-взаимодействие, низколежащие спектры возбуждений.

**ВВЕДЕНИЕ**

Свойства атомного ядра, его структура сильно зависят от массового числа  $A$  и от соотношения между числом протонов и нейтронов в ядре. Парное взаимодействие тождественных нуклонов оказывает существенное влияние на свойства атомных ядер. Яркими проявлениями спаривания является расслоение массовой поверхности и значение полного спина  $J^P = 0^+$  для четно-четных ядер. Нарушение спаривания между двумя внешними тождественными нуклонами приводит к формированию характерного набора возбужденных состояний с положительной четностью и четными значениями полного момента — мультиплета основного состояния (ground state multiplet, GSM), причем расщепление мультиплета определяется энергий спаривания или удвоенной величиной четно-нечетного эффекта  $\Delta_{nn(pp)} = 2\Delta_{n(p)}$  [1]. Структура мультиплета зависит от характера взаимодействия внешних «валентных» нуклонов, поэтому изучение структуры спектров ядер с парой нуклонов сверх заполненного остова является важным источником информации о структуре остаточного взаимодействия нуклонов и, опосредованно, о свойствах нуклон-нуклонных сил [2, 3].

Классическим примером GSM является набор низколежащих состояний в спектрах  $^{210}\text{Pb}$  и  $^{210}\text{Po}$ , которые можно рассматривать как замкнутый дважды магический остов  $^{208}\text{Pb}$  с парой внешних нейтронов или протонов, находящихся в состоянии с одночастичным моментом  $j$  [4, 5]. Поскольку  $^{208}\text{Pb}$  самое тяжелое дважды магическое стабильное ядро, то данное прибли-

жение чистой конфигурации  $(j)^{2\nu}$  или  $(j)^{2\pi}$  является достаточно точным [3]. С точки зрения изучения спаривания тождественных нуклонов интересно рассмотреть формирование спектров низколежащих состояний в систематиках изотопов в области  $(N, Z) = (126, 82)$  при последовательном заполнении нейтронами подоболочки  $2g_{9/2}$  и протонами подоболочки  $1h_{9/2}$ . В качестве примера на рис. 1 представлены экспериментальные спектры возбуждений четно-четных изотонов  $N = 128$ . Можно видеть, что энергия спаривания нейтронов систематически соответствует возбужденному состоянию  $J^P = 8^+$ , а энергия спаривания протонов — состоянию  $J^P = 10^+$ . Похожее систематическое поведение наблюдается и в других цепочках изотонов и изотопов в области  $^{208}\text{Pb}$  [9].

**1. МУЛЬТИПЛЕТЫ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ И СХЕМА СЕНЬОРИТИ**

Парное взаимодействие нуклонов имеет короткодействующий притягивающий характер, и  $\delta$ -потенциал  $V_{12} = -V_0\delta(r_1 - r_2)$  является хорошим приближением для его описания [10]. В данном приближении энергия состояния с полным моментом  $J$  зависит от глубины потенциала  $V_0$  и радиального интеграла Слэтера  $F_0(nl)$  [10, 11]:

$$\Delta E_{jj;J} = -\frac{1}{2}V_0F_0(nl)(2j+1)^2 \begin{pmatrix} j & j & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}^2. \quad (1)$$

Поскольку величины  $V_0$  и  $F_0(nl)$  не зависят от  $J$ , то отношение энергий состояний для разных  $J$  позволяет исключить значения данных величин и определить структуру спектра GSM, взяв за ос-

\*E-mail: tretyakova@sinp.msu.ru

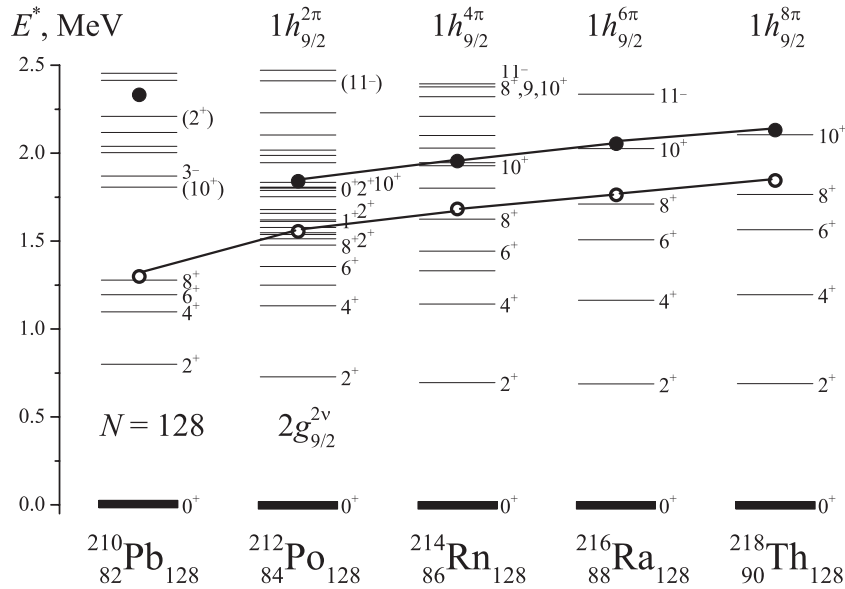


Рис. 1: Экспериментальные спектры низколежащих возбуждений в изотонах  $N = 128$ . Значения энергии спаривания протонов  $\Delta_{pp}$  (●) и нейтронов  $\Delta_{nn}$  (○) рассчитаны на основе масс ядер из [6]. Здесь и далее экспериментальные данные из [7, 8]. Рисунок из работы [9]

нову экспериментальное значение энергии возбуждения одного из уровней, например  $E(2^+)$  [12] или  $E(J_{max})$ , где  $J_{max} = 2j - 1$  [13]. Однако, как было показано в работе [14], структура GSM может быть рассчитана на основе сдвига основного состояния  $\Delta E_0$ , определяемого четно-нечетным эффектом:  $\Delta E_0 = \Delta_{nn(pp)} = 2\Delta_{n(p)}$ . Таким образом, энергии возбужденных состояний GSM определяются значениями масс самого ядра и рядом расположенных изотопов или изотонов [15].

Модель сеньорити (сеньорити  $s$  — число неспаренных нуклонов) позволяет вычислить мультиплеты состояний в случае числа нуклонов  $N > 2$  на основе известного спектра состояний пары нуклонов через наборы генеалогических коэффициентов (coefficients of fractional parentage, CFP)  $\langle j^{N-1} s_1 J_1; j | j^N s J \rangle$ :

$$\Delta E_J = \sum_{J_1} \langle j^{N-1} s_1 J_1; j | j^N s J \rangle^2 \Delta E_{J_1}, \quad (2)$$

где  $s_1 = s - 1$ ,  $J_1$  — соответствующие  $s_1$  значения полного момента, суммирование идет по всем значениям  $J_1$ . Расчетам CFP посвящено несколько работ, мы используем значения из [16]. Данный подход активно используется при описании GSM в спектрах ядер в области  $^{40}\text{Ca}$ , где внешние нуклоны находятся в состоянии  $f_{7/2}$ , поскольку для  $j \leq 7/2$  сеньорити является хорошим квантовым числом для любого двухчастичного взаимодействия. Но данный подход может быть использован и для более высоких значений  $j$  для широкого круга двухчастичных взаимодействий, в том числе и  $\delta$ -потенциала [12].

Модель сеньорити позволяет предсказать набор возможных значений полного момента  $J$  для значений  $s$ .

С ростом  $j$  число возможных состояний существенно возрастает. В табл. 1 указаны возможные значения полного момента  $J$  для подоболочки  $j = 9/2$  при различных значениях сеньорити. Важно отметить, что при больших значениях  $j$  число состояний резко возрастает с ростом  $s$ , и в экспериментальных спектрах чрезвычайно сложно идентифицировать весь набор состояний для  $s = 4$ , но уровни с высокими значениями  $J = 10$  и  $12$  в большинстве случаев определены с хорошей точностью.

Таблица I: Возможные значения полного момента  $J$  при различных значениях сеньорити  $s$  для подоболочки  $j = 9/2$

$s$	$J$
2	2, 4, 6, 8
3	3/2, 5/2, 7/2, 11/2, 13/2, 15/2, 17/2, 21/2
4	0, 2, 3, 4 <sup>2</sup> , 5, 6 <sup>2</sup> , 7, 8, 9, 10, 12

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ

Нейтронно-избыточные изотопы свинца представляют собой идеальный случай для тестирования свойств нуклон-нуклонного взаимодействия и проверки схемы сеньорити, поскольку они имеют замкнутый жесткий остов  $^{208}\text{Pb}$ . Благодаря развитию экспериментальной техники стало возможным определение положения возбужденных состояний в нейтронно-избыточных изотопах свинца вплоть до  $^{216}\text{Pb}$ . На рис. 2 показаны ре-

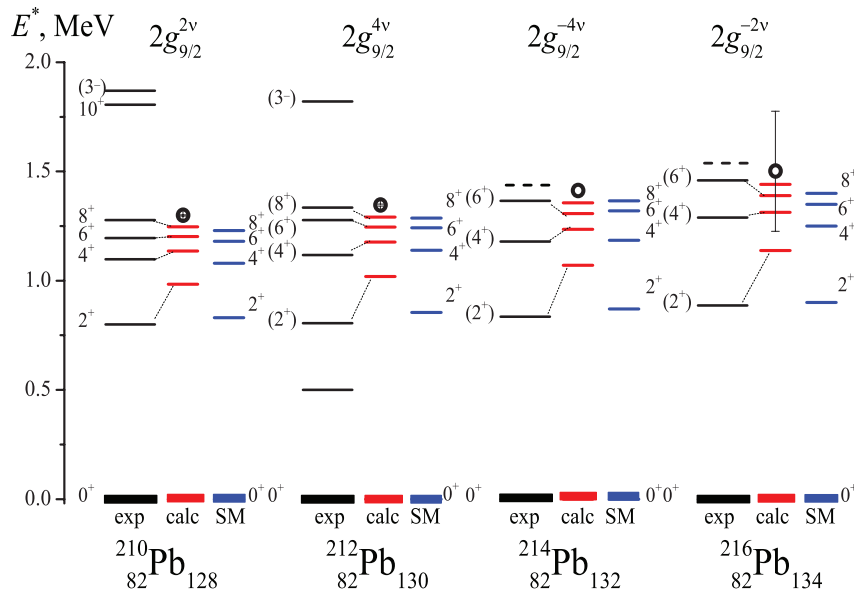


Рис. 2: Спектры четно-четных изотопов свинца  $^{210-216}\text{Pb}$ . На рисунке приведены экспериментальные спектры [7, 8] (exp), результаты наших расчетов (calc) и результаты работы [17] (SM)

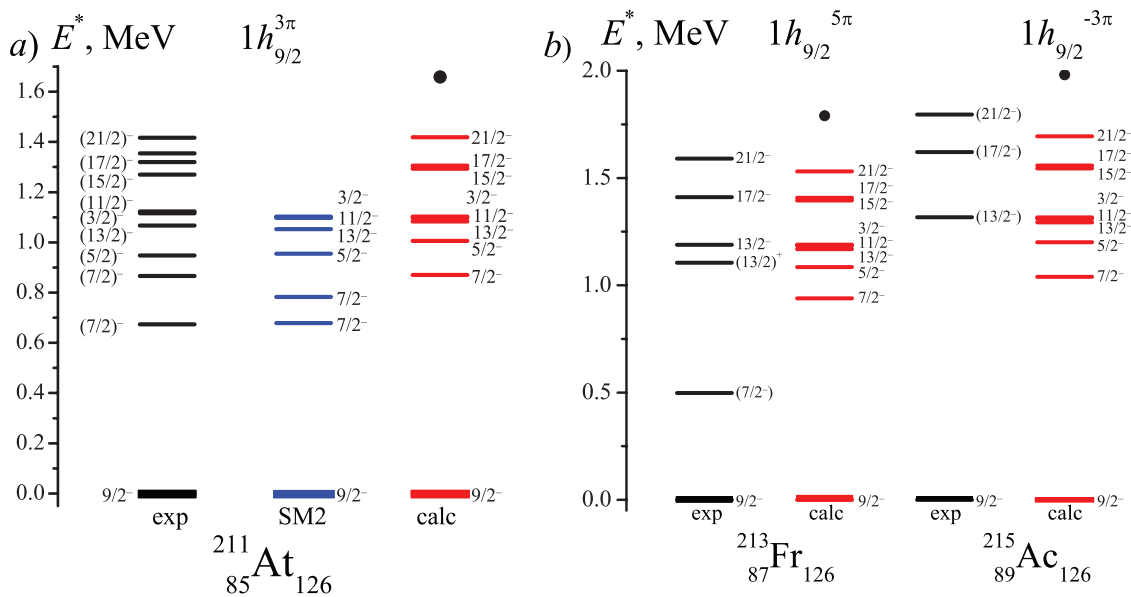


Рис. 3: Спектры четно-нечетных изотопов а —  $^{211}\text{At}$ , б —  $^{213}\text{Fr}$  и  $^{215}\text{Ac}$  с  $\Delta_{pp}$  (•)

результаты наших расчетов для сеньорити  $s = 2$ , в предположении заполнения нейтронами подоболочки  $2g_{9/2}$ .

Использование энергии спаривания нейтронов  $\Delta_{nn}$  в качестве оценки расщепления GSM приводит к хорошему согласию для состояния  $J^P = 6^+$  и позволяет сделать предсказание для энергии состояния  $J^P = 8^+$ . Расчеты с использованием  $\delta$ -сил в приближении чистой конфигурации  $(2g_{9/2})^n$  не могут правильно воспроизвести положение уровней  $J^P = 2^+, 4^+$ . Существенно улучшить согласие с экспериментом позволяет учет смешивания конфигураций. На рис. 2

приведены результаты расчетов, выполненных в оболочечной модели (SM) с учетом всех конфигураций  $(g_{9/2}i_{11/2}d_{3/2}d_{5/2}g_{7/2}s_{1/2}j_{15/2})^n$  внешних нейтронов [17]. Учет широкого конфигурационного пространства в сочетании с использованием потенциала Куо-Херлинга, модифицированного для тяжелых ядер [18], дает возможность описать экспериментальные спектры с точностью около 100 кэВ [17].

Изотоны с  $N = 126$  представляют собой отличный пример применимости схемы сеньорити с  $s > 2$ . Наиболее полное описание данной группы ядер в рамках обо-

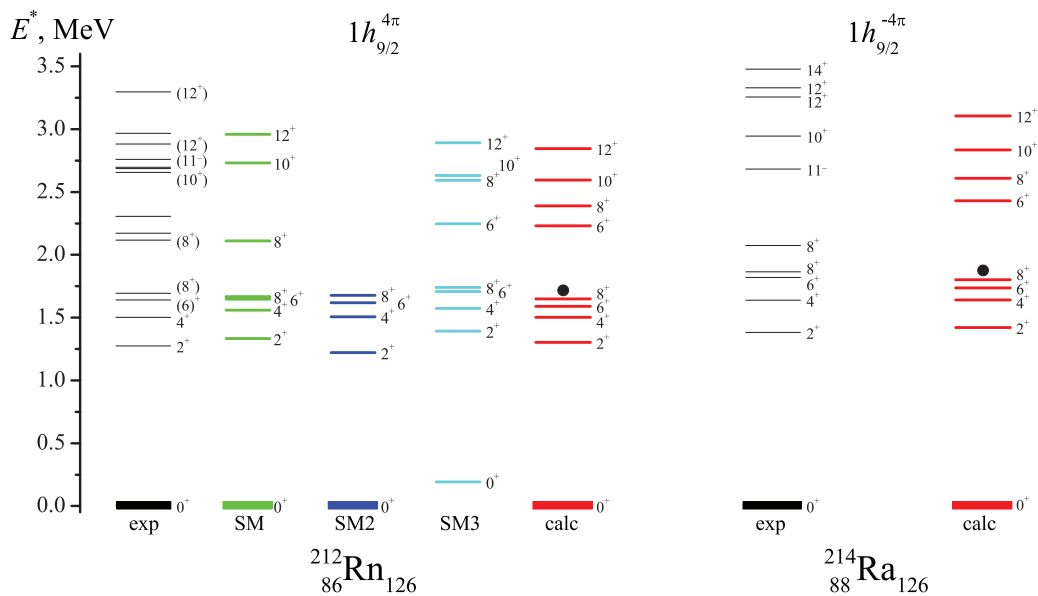


Рис. 4: Спектры четно–четных изотопов  $^{212}\text{Rn}$  и  $^{214}\text{Ra}$ . Величина  $\Delta_{pp}$  обозначена через (•)

лочечной модели сделано в работе [19]. Расчеты с учетом всего диапазона конфигураций внешних протонов с использованием модифицированного взаимодействия Куо–Херлинга показали хорошее соответствие с экспериментальными данными и подтвердили сохранение сеньорити для всего диапазона изотопов вплоть до  $Z = 91$ . Но, поскольку результаты получены с использованием широкого набора конфигураций, представляется интересным взглянуть на соответствие между экспериментальными спектрами и расчетами в чистой  $(1h_{9/2})^n$  конфигурации. На рис.3а представлен экспериментальный спектр четно-нечетного изотопа  $^{211}\text{At}$ . Проведенные нами расчеты в приближении конфигурации  $(1h_{9/2})^{3\pi}$  показывают хорошее согласие с экспериментом за исключением первого состояния  $(7/2)^-$ . Для сравнения на рис.3а показаны также результаты расчетов в оболочечной модели с использованием эффективного потенциала, построенного на основе боннского потенциала А (SM2) [21]. Приведенные на рисунке состояния также были рассчитаны как конфигурация  $(1h_{9/2})^{3\pi}$ , за исключением первого состояния  $(7/2)^-$ , в формирование которого основной вклад вносит конфигурация  $(1h_{9/2}^2 f_{7/2})^\pi$ .

На рис. 3б приведены спектры четно–нечетных изотопов  $^{213}\text{Fr}$  и  $^{215}\text{Ac}$  в сравнении с расчетами, выполненными в предположении чистой конфигурации  $(1h_{9/2})^n$  ( $s = 3$ ). Сами экспериментальные спектры уже не содержат все уровни, предсказываемые схемой сеньорити, но почти все известные низколежащие возбуждения можно проинтерпретировать. Следует однако отметить, что в данном случае не наблюдается столь хорошего соответствия между расчетным и экспериментальным значением энергии для состояний с  $J^P = 21/2^-$ .

Результаты расчетов для  $s = 4$  показаны на рис. 4 на примере спектров ядер  $^{212}\text{Rn}$  и  $^{214}\text{Ra}$ , имеющих 4 протона и 4 протонные дырки на оболочке  $1h_{9/2}$ . Для сравнения приведены результаты работ [17, 20] и [21] (SM3). Видно, что использование энергии спаривания из масс ядер позволяет получить хорошее соответствие не только для GSM с сеньорити  $s = 2$ , но и для наблюдаемых в эксперименте состояний с  $J^P = 12^+, 10^+$ , соответствующих  $s = 4$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены низколежащие возбуждения нейтронноизбыточных изотопов свинца и изотопов цепочки  $N = 126$ . Мультиплеты для значений сеньорити  $s = 2, 3, 4$  вычислены на основе масс ядер в приближении конфигурации  $(2g_{9/2})^n$  для внешних нейтронов и  $(1h_{9/2})^n$  для внешних протонов, а также проведено сравнение с результатами оболочечной модели с эффективными потенциалами и максимально широким набором конфигураций для внешних нуклонов.

Благодаря наличию замкнутого дважды магического остова  $^{208}\text{Pb}$ , приближение чистых конфигураций для внешних нуклонов является оправданным, и формирование низколежащей части спектра происходит в соответствии со схемой сеньорити. Рассмотренный в работе потенциал является упрощенным методом расчета спектра возбужденных состояний, но, тем не менее, применение энергии спаривания из масс ядер в качестве расщепления GSM позволяет получить хорошее согласие с экспериментом не только для сеньорити  $s = 2$ , но и для более высоких значений без использования каких-либо подгоночных параметров.

- [1] Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра. Том 2. Мир, 1977. (Bohr A., Mottelson B. Nuclear Structure. 2. Benjamin. NY, 1975).
- [2] Schiffer J.P., True W.W. Rev. Mod. Phys. 1976. **48**. P. 191.
- [3] Куш Д. ЭЧАЯ. 1974. **5**. P. 334.
- [4] Ring P., Schuck P. The nuclear many-body problem. 3rd ed. Springer. Berlin, 2004.
- [5] Айзенберг И., Грайнер В. Микроскопическая теория ядра. М.: Атомиздат, 1976. (Eisenberg J.M., Greiner W. Nuclear Theory. 3. Microscopic Theory of the Nucleus. Amsterdam, 1972.)
- [6] Audi G., Kondev F.G., Wang M., Huang W.J., Naimi S. Chin. Phys. C. 2017. **41**, N 3. 030001.
- [7] База данных «Центр данных фотоядерных экспериментов НИИЯФ МГУ» (Database «Centre for Photonuclear Experiments Data SINP MSU»), <http://cdf.sinp.msu.ru/>.
- [8] National Nuclear Data Center, Brookhaven, Evaluated Nuclear Structure Data File, <http://ie.lbl.gov/ensdf/>.
- [9] Ишханов Б. С., Степанов М. Е., Третьякова Т. Ю. Изв. РАН: Физика. 2014. **78**, № 5. С. 591. (Ishkhanov B. S., Stepanov M. E., Tretyakova T. Yu. Bull. of the RAS: Physics. 2014. **78**, N 5. P. 405).
- [10] Mayer M. G. Phys. Rev. 1949. **75**. P. 1969.
- [11] De-Shalit A. Phys. Rev. 1953. **91**. P. 6.
- [12] Talmi I. Simple Models of Complex Nuclei. Harwood Ac. Publ. Chur., 1993.
- [13] Heusler A., von Brentano P. Eur. Phys. J. A. 2008. **38**. P. 9.
- [14] Ишханов Б. С., Степанов М. Е., Третьякова Т. Ю. Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. 2014. № 1. С. 3. (Ishkhanov B. S., Stepanov M. E., Tretyakova T. Yu. Mosc. Univ. Phys. Bull. 2014. **69**, N 1. P. 1).
- [15] Имашева Л. Т., Ишханов Б. С., Степанов М. Е., Третьякова Т. Ю. Ядерная физика и инжиниринг. 2014. **5**. № 9. С. 733. (Imasheva L. T., Ishkhanov B. S., Stepanov M. E., Tretyakova T. Yu. Phys. of At. Nucl. 2015. **78**. 13. P. 1463).
- [16] Bayman B. F., Lande A. Nucl. Phys. 1966. **77**. P. 1.
- [17] Gottardo A., Valiente-Dobon J.J., Benzioni G., Nicolini R., Gadea A., Lunardi S., Boutachkov P., Bruce A.M., Gorska M., Grebosz J. et al. Phys. Rev. Lett. 2012. **109**. 162502.
- [18] Warburton E.K., Brown B.A. Phys. Rev. C. 1991. **43**. P. 602.
- [19] Saurier E., Rejmund M., Grawe H. Phys. Rev. C. 2003. **67**. 054310.
- [20] Covello A., Coraggio L., Gargano A., Itaco N. Acta Physica Polonica B. 1999. **30**. P. 3.
- [21] Dracoulis G.D., Lane G.J., Byrne A.P., Davidson P.M., Kibedi T., Nieminen P.H., Watanabe H., Wilson A.N., Liu H.L., Xu F.R. Phys. Rev. C. 2009. **80**. 054320.

## Excited states multiplets in nuclear spectra near $^{208}\text{Pb}$

M. E. Stepanov<sup>1,2</sup>, L. T. Imasheva<sup>1</sup>, B. S. Ishkhanov<sup>1,2</sup>, T. Yu. Tretyakova<sup>2a</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

<sup>2</sup>Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia.

E-mail: <sup>a</sup>tretyakova@sinp.msu.ru

Excited states in heavy even-even and odd- $A$  isotopes near  $^{208}\text{Pb}$  are considered. To calculate ground state multiplets the delta-approximation for pairing between nucleons in  $j = 9/2$  state is used. Multiplet splitting corresponds to pairing energy, which can be defined from nuclear masses. It allows one to calculate low-lying excitations without any fitting parameters. Excited states for isotopes with more than two valence nucleons are obtained using seniority model and coefficients of fractional parentage. Results of calculations are in a quite agreement with experimental data as for stable as for exotic nuclei.

PACS: 21.10.Re, 21.45.Bc, 27.80.+w

Keywords: pairing of identical nucleons, ground state multiplets, delta-interaction, low-lying excited spectra

Received 06 February 2018.

### Сведения об авторах

1. Степанов Михаил Евгеньевич — канд. физ.-мат.наук, доцент, науч. сотрудник.
2. Имашева Лилия Тимуровна — аспирант; e-mail: lt.imasheva@physics.msu.ru.
3. Ишханов Борис Саркисович — доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; тел.: (495) 939 5095, e-mail: bsi@depni.sinp.msu.ru.
4. Третьякова Татьяна Юрьевна — канд. физ.-мат.наук; ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-5636, e-mail: tretyakova@sinp.msu.ru.