

А. В. Шокуров, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., **К. А. Кривчикова**, студент,
e-mail: k.krivchikova@gmail.com, МГУ имени М. В. Ломоносова

Оценка абсолютной погрешности при поиске внешних параметров группы видеокамер в приложении к задаче локализации и сопровождения объекта

Рассмотрена задача калибровки группы видеокамер как один из этапов локализации и сопровождения целевого объекта. Предложен алгоритм поиска внешних параметров группы камер на основе нескольких существующих подходов. Рассмотрена задача оценки точности при калибровке, рассчитаны оценки абсолютных погрешностей для трех наиболее распространенных алгоритмов поиска фундаментальной матрицы, а также оценка погрешности предложенного алгоритма поиска внешних параметров сети видеокамер. Представлены результаты программной реализации нескольких шагов предложенного алгоритма на синтезированной сцене.

Ключевые слова: внешние параметры видеокамеры, калибровка видеокамеры, оценка абсолютной погрешности, фундаментальная матрица, сопровождение объекта

Актуальность исследования и постановка задачи

Задачи определения положения (локализации) объектов, а также отслеживания и сопровождения движущихся объектов по изображениям с нескольких видеокамер всегда представляли интерес для специалистов в области компьютерного зрения. Однако особенную актуальность эти задачи приобрели в последнее десятилетие, когда вычислительные ресурсы компьютерной техники стали позволять реализовать их аппаратно-программное решение в режиме реального времени. Системы автоматического обнаружения, локализации и сопровождения движущихся объектов с использованием сети видеокамер широко применяют в рамках видеонаблюдения в задачах обеспечения безопасности, а также во многих других прикладных областях. К их числу, например, относятся создание 3D-моделей, в частности, создание интерфейсов дополненной реальности [1]; робототехника [2]; оптимизация использования пространств с высоким трафиком через создание моделей передвижения автомобилей или людей. При этом применение видеокамер с возможностью управления углами поворота и наклона, а также изменения фокусного расстояния (так называемых Pan-Tilt-Zoom или PTZ-камер) или только с изменением фокусного расстояния (так называемых масштабируемых камер) в составе группы камер позволяет обеспечить высокую детализацию наблюдаемых небольших или отдаленных объектов с сохранением возможности наблюдения за сценой в целом за счет других камер в составе группы.

Использование нескольких видеокамер вместо одной при решении рассматриваемых задач позволяет расширить область обзора, получить более полную информацию о положении наблюдаемых объектов в трехмерном пространстве. Такой подход дает возможность избежать выхода движущегося объекта за пределы кадра сопровождающей его камеры (например, при высокой угловой скорости объекта или при сложной траектории движения) за счет использования информации о положении объекта на основе не только видеоизображения сопровождающей камеры, но и данных от других камер. Однако точность локализации и сопровождения объектов на изображениях, полученных с различных камер, в значительной степени зависит от точности калибровки системы таких камер, т. е. определения их внешних параметров — положения и поворота в пространстве. В настоящей работе предложен вариант алгоритма автоматического определения таких внешних параметров группы камер и проведена аналитическая оценка абсолютных погрешностей этих параметров, которые получаются при использовании алгоритма.

Практическая значимость получения таких оценок обусловлена возможностью расчета оценки погрешности местоположения наблюдаемого объекта на основе полученных абсолютных погрешностей внешних параметров камер, а учет погрешности местоположения объекта, в свою очередь, позволяет избежать потери объекта системой слежения в случае неточного определения параметров PTZ-видеокамер и масштабируемых видеокамер. В ряде таких случаев указанная неточность может быть компенсирована увеличением угла обзора сопровождающей камеры

с учетом полученной оценки погрешности. Оценки погрешности местоположения объекта, полученные аналитически для различных комбинаций размера объекта и его положения, позволяют также оценить ограничения применимости рассматриваемой системы видеокамер для локализации и слежения за объектами различного вида.

В рамках настоящего исследования определение внешних параметров видеокамер и оценка абсолютных погрешностей таких параметров выполняется в следующих условиях:

- используется группа видеокамер, состоящая более чем из одной видеокамеры и содержащая не менее одной PTZ-видеокамеры, причем области наблюдения видеокамер попарно пересекаются;

- наблюдение проводится во внешней среде (вне помещения, например, на улице), причем нет физического доступа к наблюдаемой сцене, либо действия в рамках доступа к наблюдаемой сцене трудно осуществить на практике (например, специализированные мишени для взаимной калибровки камер затруднительно разместить в пересечении областей видимости, либо подготовка мишеней крупного размера для калибровки удаленных друг от друга камер не может быть выполнена);

- обнаружение и сопровождение ведется только для одного целевого объекта;

- известны внутренние параметры всех видеокамер с заранее определенной погрешностью, включая фокусное расстояние, параметры растяжения пикселей вдоль осей изображения, координаты точки пересечения плоскости изображения и направления обзора видеокамеры (так называемой главной точки), коэффициенты дисторсии;

- видеокамеры неподвижны во внешней среде.

Такой набор условий выбран для моделирования ситуации, близкой к решению задач видеонаблюдения на крупных объектах вне помещений с ограниченным уровнем контроля за наблюдаемой сценой. Такие ситуации представляют интерес, например, для объектов транспортной инфраструктуры, для которых актуальны задачи локализации и сопровождения отдельных объектов в поле зрения видеокамер. При этом следует отметить, что использование более точных методов калибровки группы камер может быть затруднено вследствие особенностей внешней среды.

С учетом изложенного выше, целью исследования, результаты которого представлены в настоящей работе, является нахождение метода, осуществляющего поиск внешних параметров сети видеокамер, а также расчет абсолютной погрешности найденных параметров с учетом всех условий общей постановки задачи. Внешние параметры видеокамер — поворот и положение в трехмерном пространстве — рассматриваются в рамках решаемой задачи в виде матрицы поворота и вектора переноса. Для основных объектов исследования — видеокамер — с определенными погрешностями заранее известны их внутренние параметры, а также приближение их координат в на-

блюдаемой сцене во внешней среде (например, на основе данных геопозиционирования).

Далее в работе представлены известные подходы к определению внешних параметров видеокамер, изложена исследуемая модель видеокамеры, предложен метод автоматического определения внешних параметров для группы камер на основе комбинации нескольких известных подходов, получены оценки абсолютной погрешности внешних параметров. Кроме того, для отдельных элементов метода приведены результаты программных экспериментов на имитационной модели.

Подходы к поиску внешних параметров видеокамер

Известные подходы к поиску внешних параметров видеокамер условно делят на две группы: с использованием специального объекта, так называемой калибровочной мишени, и без него. Калибровочная мишень — это объект, находящийся в поле зрения калибруемых видеокамер, про который заранее известны некоторые свойства: геометрическая форма, либо координаты его отдельных точек в трехмерной системе координат, либо траектория перемещения. Использование калибровочной мишени позволяет находить внешние параметры более точно. Обзоры с более подробными результатами экспериментальной проверки представлены в работах [3, 4].

К первой группе относятся классические работы Zhang [5] и Sturm, Maybank [6], в которых в качестве калибровочной мишени используется плоский объект, раскрашенный по типу шахматной доски. К настоящему времени известно несколько модификаций данного метода. К их числу относятся, например, работа Deng, Lu и Shao [7], где для решения подзадачи оптимизации авторы скомбинировали метод роя частиц (*Particle Swarm Optimization*) [8], и метод дифференциальной эволюции (*Differential Evolution*) [9]. В работах Ueshiba и Tomita [10] используется плоский объект с тремя отмеченными точками; Oyamada, Fallavollita и Navab [11] используют плоскость с точками, поставленными в случайном порядке. Существуют подходы, в которых в качестве калибровочной мишени используется поверхность вращения [12]. Обзор методов из этой группы представлен в работе [11]. Вместе с тем для решения поставленной в настоящей работе задачи перечисленные методы не подходят, так как условия не предполагают доступа к сцене наблюдения.

Вторая группа методов не предполагает использование калибровочного объекта. В англоязычной литературе такие методы называют *self-calibration*. Классическим считается метод, предложенный Faugeras, Luong, Maybank [13], он основывается на нахождении фундаментальной матрицы и решении уравнений Круппа. Его современные модификации — методы Svoboda, Martinec, Pajdla [1], Senior, Hampapur, Lu [14], метод А. Шокурова, А. Хропова, Д. Иванова [15], в которых проводится поиск фундаментальной матрицы,

а также метод поиска трифокального тензора [16], используемый в работе А. Хропова, А. Шокурова, В. Лемпицкого и Д. Иванова [17]. Во всех перечисленных подходах искомая матрица или тензор вычисляется через минимизацию ошибки обратного проецирования (*reprojection error*) с учетом дополнительных ограничений.

Существует также группа методов одновременной калибровки и построения 3D-модели (*Simultaneous Localization and Mapping, SLAM*), например, проект MonoSLAM [2]. В таких подходах видеокамеры подвижны, их траектории неизвестны, а калибровка осуществляется как один из этапов 3D-реконструкции. Следует отметить проект PhotoTourism [18], в котором фундаментальная матрица используется только для исключения выбросов, а внешние параметры находят из минимизации ошибки обратного проецирования, выраженной через внутренние и внешние параметры видеокамер. Этот проект, как и ImagiCAD [19], используется для автоматического создания 3D-модели по набору фотографий, сделанных с разных ракурсов.

Отметим, что все современные подходы к решению задачи калибровки сводятся к оптимизации, так как имеют дело с переопределенными системами линейных и, реже, нелинейных уравнений [20].

С учетом перечисленных выше особенностей различных подходов в рамках настоящего исследования перспективной представляется комбинация методов второй группы, в частности, схемы, предложенной Svoboda, Martinec, Pajdla [1] и алгоритма калибровки PTZ-камер, предложенного Senior, Namprapur, Lu [14], а также отдельных способов исключения выбросов при построении фундаментальных матриц.

Модель видеокамеры и основные понятия

В области компьютерного зрения обычно используют однородные координаты в проективном пространстве \mathbf{RP}^n , $n = 2, 3$ [16], видеокамера рассматривается как отображение из \mathbf{RP}^3 в \mathbf{RP}^2 . Будем использовать CCD-модель видеокамеры (видеокамеры с матрицей типа Charged Coupled Device), в которой видеокамера отождествляется с верхнетреугольной матрицей размера 3×4 :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \alpha_x & 0 & x_0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где (x_0, y_0) — координаты главной точки; $\alpha_x = f \cdot m_x$, $\alpha_y = f \cdot m_y$; f — фокусное расстояние объектива видеокамеры, m_x и m_y — растяжение (в пикселях) вдоль осей изображения. Параметры растяжения позволяют смоделировать ситуацию, когда пиксели не квадратны, что отвечает реальным особенностям видеокамер. Стоит пояснить, что фокусное расстояние является физическим параметром оптической системы видеокамеры. Пропорциональное изменение фокусного расстояния соответствует масштабированию изображения, получаемого с видеокамеры.

Кроме того, в рассматриваемой модели видеокамеры будем учитывать так называемую дисторсию — искажение изображения по мере удаленности от центра:

$$x' = x(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + 2p_1 xy + p_2(r^2 + 2x^2),$$

$$y' = y(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2 xy,$$

где (x, y) — координаты точки на изображении при отсутствии дисторсии, т. е. при проекции проективных пространств; (x', y') — искаженные координаты, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; k_1, k_2, k_3 — коэффициенты радиальной дисторсии; p_1, p_2 — коэффициенты тангенциальной дисторсии; начало координат — в центре изображения.

Пять коэффициентов дисторсии и четыре параметра матрицы \mathbf{K} составляют в рамках настоящей работы набор внутренних параметров видеокамеры.

Система координат изображения, связанного с камерой, и фиксированная объемлющая система координат связаны аффинным преобразованием: $\mathbf{R} \in \mathbf{O}(3)$ — матрица поворота; $\mathbf{t} \in \mathbf{R}^3$ — вектор переноса. Матрица \mathbf{R} и вектор \mathbf{t} составляют набор внешних параметров видеокамеры.

Таким образом, отображение проективных пространств $\mathbf{P}: \mathbf{RP}^3 \rightarrow \mathbf{RP}^2$, осуществляемое видеокамерой, представляется в виде матрицы 4×3 :

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}[\mathbf{R} \mid -\mathbf{Rt}].$$

Далее будем использовать понятие особых точек (локальных точечных особенностей, *feature points*). В компьютерном зрении они используются для восстановления внутренних и внешних параметров видеокамер, а также для 3D-реконструкции путем триангуляции. Согласно работе [21], можно дать определение далее определенное особых точек сцены и изображения.

Под особой точкой сцены понимается такая точка сцены, лежащая на плоском участке поверхности сцены, изображение окрестности которой можно отличить от изображений окрестностей всех других точек сцены из некоторой другой окрестности этой точки. Особая точка изображения — это такая точка изображения, окрестность которой можно отличить от окрестности любой другой точки изображения в некоторой другой окрестности этой точки.

Возникает задача сопоставления особых точек двух и более изображений, которые являются проекциями одной и той же особой точки сцены. Неверно определенные соответствия точек изображений будем называть выбросами.

Описание метода

В предыдущем разделе представлены обзоры современных методов нахождения внешних параметров группы видеокамер [3, 4]. По результатам их анализа был сделан вывод, что для решения поставленной

выше задачи подходит класс методов, основанных на последовательном исключении выбросов с помощью фундаментальной матрицы и ошибки обратного проецирования. Для их реализации используются алгоритмы, описанные в работах Svoboda, Martines, Pajdla [1], А. Шокурова, А. Хропова, Д. Иванова [15], в цикле работ по проекту Photo Tourism авторов Snavely, Seitz, Szeliski (основная статья [18]), а также в работе Senior, Hamprug, Lu [14].

Несмотря на то что во многих рассмотренных выше исследованиях решается похожая задача, рассмотренные методы не в полной мере применимы к решению задач настоящей работы. В частности, известные методы, применяемые по отдельности, могут не удовлетворять некоторым дополнительным условиям, в особенности следующим: неизвестны 3D-координаты особых точек; нельзя выделить плоские объекты; большое количество выбросов из-за наблюдения во внешней среде; возможно, очень малая область пересечения областей обзоров некоторых пар видеокамер. По этой причине в настоящей работе используется комбинация указанных выше методов.

Представим краткое описание алгоритма, предлагаемого для решения поставленной задачи. Отметим, что пункты, отмеченные далее звездочкой, являются необязательными и вводятся для повышения точности.

Шаг 1. Поиск особых точек, описание каждой особой точки с помощью вектора дескриптора (n -мерный вектор из \mathbf{R}^n или $\{0, 1\}^n$, значение n зависит от выбранного типа дескриптора).

Шаг 2. Нахождение попарного соответствия особых точек с изображений от разных видеокамер с помощью минимизации расстояния между дескрипторами.

Шаг 3. Исключение выбросов с помощью алгоритма RANSAC по фундаментальной матрице, поиск которой проводится по 8-точечному алгоритму [16]. Отметим, что на данном шаге находится подмножество множества всех пар особых точек, имеющее два свойства:

а) всем элементам этого подмножества соответствует одна фундаментальная матрица \mathbf{F} ; это означает, что \mathbf{F} и каждая пара особых точек $(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ в подмножестве удовлетворяют соотношению: $\mathbf{x}'\mathbf{F}\mathbf{x} = 0$ с некоторой заранее заданной погрешностью;

б) найденное подмножество максимально по мощности среди всех, обладающих свойством (а).

Пары точек, лежащие вне найденного подмножества, объявляются выбросами и исключаются из дальнейшего рассмотрения.

Комментируя неформально, сначала выполняется поиск такой матрицы, которая была бы "фундаментальной" для большинства пар особых точек, т. е. для которой большинство особых точек удовлетворяло бы соотношению $\mathbf{x}'\mathbf{F}\mathbf{x} = 0$. Такая матрица хорошо приближает настоящую фундаментальную матрицу для данной пары изображений [16]. Как следствие, выбросами являются те соответствия, у которых точ-

ки внутри пары не переводятся друг в друга найденной матрицей.

Шаг 4. Вычисление глубин (расстояний от плоскости изображения вдоль направляющего вектора камеры), соответствующих особым точкам, с помощью фундаментальной матрицы, полученной на предыдущем шаге [1]. Вычисление внешних параметров видеокамер с помощью найденных глубин и известных внутренних параметров.

Шаг 5*. Изменение параметров PTZ-видеокамер и масштабируемых видеокамер, аналитический расчет новых внутренних и внешних параметров [14], расчет матрицы аффинного преобразования точек между изображениями с разных конфигураций одной и той же видеокамеры.

Шаг 6*. Поиск соответствия особых точек между изображениями с одной видеокамеры с помощью аффинного преобразования, найденного на предыдущем шаге, а также расстояния между дескрипторами [14].

Шаг 7*. Повторение шагов 1—6 с учетом уже полученных результатов, составление "треков": для каждой 3D-точки, которой соответствует как минимум две особые точки на изображениях, запись в отдельное множество координат всех ее проекций на изображения при всех конфигурациях видеокамер, а также индикатора видимости данной точки на изображениях.

Шаг 8. Исключение выбросов через ошибку обратной проекции: для каждой 3D-точки осуществляется триангуляция: 3D-координаты точки находятся через преобразование, обратное проекции, которую осуществляет видеокамера. Затем для каждой конфигурации видеокамер вычисляется величина $ind(i, j) \|\mathbf{x}_{i,j} - \mathbf{K}_i \mathbf{R}_i (\mathbf{X}_j - \mathbf{t}_i)\|$, где i — номер видеокамеры; j — номер точки, $ind(i, j)$ — индикатор видимости j -й точки i -й видеокамерой; \mathbf{X}_j — j -я особая точка сцены; $\mathbf{x}_{i,j}$ — ее проекция на изображение с i -й видеокамеры. Выбросами объявляются те особые точки, для которых значение данной величины больше заранее выбранного порогового значения.

Шаг 9. Повторение шагов 3—4, 8, пока есть выбросы.

Шаг 10. Повторение шагов 3—4, 8, 9, пока ошибка обратной проекции больше заданного порогового значения.

В качестве дескриптора на шаге 1 может использоваться SIFT-дескриптор [22], а в качестве начальных параметров для вычисления внешних параметров на шаге 4 — параметры, рассчитанные исходя из известных данных геопозиционирования (например, GPS-координат) сети видеокамер и внутренних параметров видеокамер.

Аналитические оценки погрешностей

В контексте рассматриваемых задач аналитический расчет оценки сверху косвенных погрешностей измерений проводится для внешних параметров $\mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, i = 1, \dots, M$ группы из M видеокамер. Здесь \mathbf{R}_i — матрица

поворота, \mathbf{t}_i — вектор переноса системы координат, отвечающей i -й видеокамере.

Расчет проводили по алгоритму, представленному в работах [23, 24]. В частности, были использованы следующие способы расчета для явных и неявных зависимостей величин. Если величина g явно зависит от x , то абсолютная погрешность g рассчитывается по дифференциальной формуле:

$$\Delta g = \frac{\partial g}{\partial x} \Delta x.$$

Эта формула следует из разложения функции g в ряд Тейлора в окрестности точки x :

$$g(x + \Delta x) = g(x) + \frac{\partial g}{\partial x} \Delta x.$$

Если есть неявная зависимость, например, на каком-то шаге алгоритма решается задача $G(x, \mathbf{F}) \rightarrow \min_{\mathbf{F}}$, то погрешность $\Delta \mathbf{F}$ рассчитывается по формуле

$$G(x + \Delta x, \mathbf{F} + \Delta \mathbf{F}) = \varepsilon,$$

где $\varepsilon = G(x, \mathbf{F})$ — точность решения задачи $G(x, \mathbf{F}) \rightarrow \min_{\mathbf{F}}$.

Расчет оценок погрешностей проводится сначала для фундаментальной матрицы, а затем полученные соотношения используются непосредственно для определения оценок погрешностей внешних параметров видеокамер.

Фундаментальная матрица: краткое описание методов поиска и оценка погрешности

Согласно схеме предложенного алгоритма поиска внешних параметров камер, первый вычислительный шаг — это расчет фундаментальной матрицы для каждой пары видеокамер. Согласно обзору Armatange и Salvi [25], существующие подходы к нахождению фундаментальной матрицы можно разделить на прямые (например, RANSAC и Least-Median-Squares) и итерационные, а итерационные, в свою очередь, на две группы по виду функционала, который используется для поиска минимума. Отметим, что для аналитической оценки не имеет значения, как именно ведется оптимизация. Значение имеет только вид функционала, для которого решается задача оптимизации. Далее рассмотрим сначала итерационные (п. I), а затем прямые (п. II) методы.

Пусть выбрана фиксированная пара видеокамер, \mathbf{F} — фундаментальная матрица перехода от первой камеры ко второй камере, найдено N особых точек: $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^2$, $i = 1, \dots, N$ — особые точки изображения с первой видеокамеры, $\mathbf{x}'_i \in \mathbf{R}^2$, $i = 1, \dots, N$ — особые точки изображения со второй видеокамеры. Особые точки из разных изображений с одинаковыми индексами — это точки, между которыми установлено соответствие. Далее будем использовать терминологию из теории погрешностей. Найденные соот-

ветствия особых точек изображений будем называть измеренными, а точные проекции точек сцены на плоскости изображений будем называть точными соответствиями.

Пусть соответствие особых точек измерено с погрешностью $\Delta \mathbf{x} \in \mathbf{R}^2$. Тогда во всех расчетных формулах фигурируют не точные значения \mathbf{x}_i , \mathbf{x}'_i , а измеренные значения $\mathbf{x}_i + \Delta \mathbf{x}$, $\mathbf{x}'_i + \Delta \mathbf{x}$. Если \mathbf{F} — точная фундаментальная матрица, то $\mathbf{F} + \Delta \mathbf{F}$ — фундаментальная матрица, которая найдена по измеренным соответствиям особых точек, $\Delta \mathbf{F}$ — абсолютная погрешность.

I. Суть итерационных методов заключается в следующем. Пусть $G(\mathbf{x}, \mathbf{F})$ — функционал, действующий на \mathbf{F} . Будем решать задачу минимизации $G(\mathbf{x}, \mathbf{F}) \rightarrow \min_{\mathbf{F}}$.

Пусть $\gamma = G(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{F} + \Delta \mathbf{F})$, $\varepsilon = G(\mathbf{x}, \mathbf{F})$. Параметр γ характеризует точность решения задачи оптимизации для измеренных \mathbf{x}_i , \mathbf{x}'_i , параметр ε — для точных значений \mathbf{x}_i , \mathbf{x}'_i и заданного γ .

Рассмотрим функционал, соответствующий расстоянию между особыми точками и их образами при отображении с помощью фундаментальной матрицы. В зависимости от формы записи этого функционала удобно использовать разные итерационные методы. Следуя обзору [25], рассмотрим две формы записи. Далее для каждого вида функционала представлены оценки сверху абсолютной погрешности фундаментальной матрицы.

1. Рассмотрим функционал

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{F}) = \sum_{i=1}^N \text{dist}^2(\mathbf{x}_i, \mathbf{F}\mathbf{x}'_i) + \text{dist}^2(\mathbf{x}'_i, \mathbf{F}\mathbf{x}_i).$$

Для каждой особой точки в паре \mathbf{x}_i , \mathbf{x}'_i осуществляется проекция на другое изображение пары с помощью фундаментальной матрицы. В результате на каждом изображении для каждой особой точки сцены есть два образа. Функционал представляет собой сумму квадратов расстояний между этими образами для каждого изображения в паре.

Для функционала в таком виде можно применять стандартные методы минимизации, например, метод Ньютона, метод Левенберга—Марквардта.

Из выражений $\gamma = G(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{F} + \Delta \mathbf{F})$, $\varepsilon = G(\mathbf{x}, \mathbf{F})$ можно оценить норму абсолютной ошибки фундаментальной матрицы. Получим:

$$\|\Delta \mathbf{F}\| \leq \frac{2\|\Delta \mathbf{x}\|\|\mathbf{F} - \mathbf{I}\|}{\sqrt{\|\mathbf{x}\|^2 + \|\mathbf{x}'\|^2}} + \frac{\varepsilon - \gamma}{N\sqrt{\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{2(\|\mathbf{x}\|^2 + \|\mathbf{x}'\|^2)}},$$

где $\|\mathbf{x}\| = \max_{i=1, \dots, N} \|\mathbf{x}_i\|$, $\|\mathbf{x}'\| = \max_{i=1, \dots, N} \|\mathbf{x}'_i\|$, \mathbf{I} — единичная матрица 3×3 .

Второе слагаемое в правой части мало, и если его значением пренебречь, то получим

$$\|\Delta \mathbf{F}\| \leq \frac{2\|\Delta \mathbf{x}\|\|\mathbf{F} - \mathbf{I}\|}{\sqrt{\|\mathbf{x}\|^2 + \|\mathbf{x}'\|^2}}.$$

2. Рассмотрим функционал $G(\mathbf{x}, \mathbf{F}) = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i^T \mathbf{F} \mathbf{x}'_i)^2}{g_i^2}$,

$$g_i^2 = (\mathbf{F}^T \mathbf{x}'_1)^2 + (\mathbf{F}^T \mathbf{x}'_2)^2 + (\mathbf{F}^T \mathbf{x}'_1)^2 + (\mathbf{F}^T \mathbf{x}'_2)^2,$$

где $(\mathbf{v})_j$ обозначена j -я компонента вектора \mathbf{v} .

Данный функционал можно получить из предыдущего [25]. Выбор такого вида функционала обусловлен удобством использования градиентных методов минимизации, а также метода максимального правдоподобия (*Fundamental Numerical Scheme*, *Constrained Fundamental Numerical Scheme*).

Проводя аналогичные рассуждения, получим оценку для $\|\Delta \mathbf{F}\|$:

$$\|\Delta \mathbf{F}\|^2 \leq \|\mathbf{F}\| - \frac{c^2}{\|\mathbf{x}\|^2 \|\mathbf{x}'\|^2} + \|\mathbf{F}\|^2 \times \left(\frac{c}{4} \|\mathbf{F}\| \left(\frac{\|\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}'\|} + 1 + \max \left\{ \|\mathbf{x}\|, \frac{\|\mathbf{x}'\|^2}{\|\mathbf{x}\|} \right\} \right) + \|\Delta \mathbf{x}\| \left(\frac{1}{\|\mathbf{x}'\|} + \frac{1}{\|\mathbf{x}\|} \right) \right)^2,$$

где $c = \max_{i=1, \dots, N} |\langle \mathbf{x}_i, \mathbf{F} \mathbf{x}'_i \rangle| \approx \frac{(\gamma - \varepsilon) \max_{i=1, \dots, N} g_i^2}{N}$, $\|\mathbf{x}\|$ и

$\|\mathbf{x}'\|$ определяются аналогично предыдущему случаю. Заметим, что константа c мала, и если ее значением пренебречь, то формула примет вид

$$\|\Delta \mathbf{F}\|^2 \leq \|\mathbf{F}\| + \|\mathbf{F}\|^2 \|\Delta \mathbf{x}\|^2 \left(\frac{1}{\|\mathbf{x}'\|} + \frac{1}{\|\mathbf{x}\|} \right)^2.$$

II. Для прямых методов обычно используется 8-точечный метод [16], в котором решается линейная система уравнений:

$$\mathbf{x}'_i^T \mathbf{F} \mathbf{x}'_i = 0, \quad i = 1, \dots, 8.$$

Восьми точек достаточно, так как фундаментальная матрица \mathbf{F} определена с точностью до умножения на ненулевой скаляр, значит, можно положить $F_{33} = 1$. Отметим, что фундаментальная матрица имеет ранг 2, а значит, для ее определения достаточно семи точек, но широкое практическое применение получил именно 8-точечный метод.

Абсолютная погрешность $\|\Delta \mathbf{F}\|$ находится из выражения для абсолютной погрешности для вектора, составленного из восьми компонент \mathbf{F} :

$$\mathbf{f} = (F_{11}, F_{12}, F_{13}, F_{21}, F_{22}, F_{23}, F_{31}, F_{32})^T;$$

$$\Delta \mathbf{f} = -\mathbf{A}^{-1} \Delta \mathbf{A} \mathbf{f};$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_1 x'_1 & x_1 y'_1 & x_1 & y_1 x'_1 & y_1 y'_1 & y_1 & x'_1 & y'_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_8 x'_8 & x_8 y'_8 & x_8 & y_8 x'_8 & y_8 y'_8 & y_8 & x'_8 & y'_8 \end{pmatrix}.$$

Итоговые оценки погрешности алгоритма

Пусть N — число особых точек; M — число видеокамер. Расчет погрешностей проводился согласно методу, предложенному Svoboda, Martines и Pajdla [1]. В нем существенно используются фундаментальные

матрицы: в качестве первого шага алгоритма рассчитываются глубины λ_{ij} для каждой i -й пары точек в j -й паре видеокамер. В результате была получена следующая оценка для нормы абсолютных погрешностей векторов-строк матрицы поворота $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$ и компонент вектора переноса \mathbf{t} :

$$\|\Delta \mathbf{R}_1\| \leq \frac{3 \|\Delta \mathbf{P}\| \kappa^3(\mathbf{P})}{f} \leq \frac{3N \|\Delta \mathbf{x}\| \|\lambda\|_{\mathbf{IR}^M} \kappa^3(\mathbf{P})}{f}.$$

Точно такая же оценка верна и для $\mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$, компонент t_1, t_2, t_3 вектора переноса. В формуле использованы следующие обозначения:

f — фокусное расстояние;

\mathbf{P} — матрица, полученная путем сингулярного разложения матрицы измерений

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \lambda_{11} x_{11} & \dots & \lambda_{1N} x_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{M1} x_{M1} & \dots & \lambda_{MN} x_{MN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 \\ \dots \\ P_M \end{pmatrix} (X_1 \dots X_N),$$

здесь x_{ij} — проекция j -й особой точки на изображение с i -й камеры, X_j — j -я особая точка сцены;

$\kappa(\mathbf{P})$ — число обусловленности матрицы \mathbf{P} ;

$$\|\lambda^i\|_{\mathbf{IR}^M} = \sqrt{\sum_{k=1}^M (\lambda_k^i)^2} \text{ — норма столбца, составлен-$$

ного из глубин λ_k^i , $k = 1, \dots, M$, $i = 1, \dots, N$;

$$\|\lambda\|_{\mathbf{IR}^M} = \max_{i=1, \dots, N} \|\lambda^i\|_{\mathbf{IR}^M}.$$

Эксперименты на имитационной модели

Для проверки на практике полученных аналитических оценок был частично программно реализован предложенный выше алгоритм, проведен эксперимент со смоделированными группами видеокамер и сценой. С этой целью была создана 3D-модель сцены во внешней среде — фрагмента аэродрома — и сети видеокамер с различными параметрами в программе Blender. Алгоритм был реализован на языке программирования Python. Была использована модель SIFT особых точек, в качестве дескрипторов были использованы векторы длины 128 также из модели SIFT [22]. Для оценки корректности полученных соответствий использовали визуальную оценку. В будущем планируется использовать свойства 3D-модели для точной оценки корректности.

Особое внимание при реализации предлагаемых алгоритмов уделялось исключению выбросов, в частности, с использованием алгоритма RANSAC. Отметим, что исключение выбросов — это та часть метода, от которой напрямую зависит корректность и точность результата, а погрешность нельзя оценить теоретически. Эта часть единственная, которая зависит от особенностей наблюдаемой сцены и свойств видеокамер.

До исключения выбросов было найдено 1237 соответствий особых точек, после исключения осталось

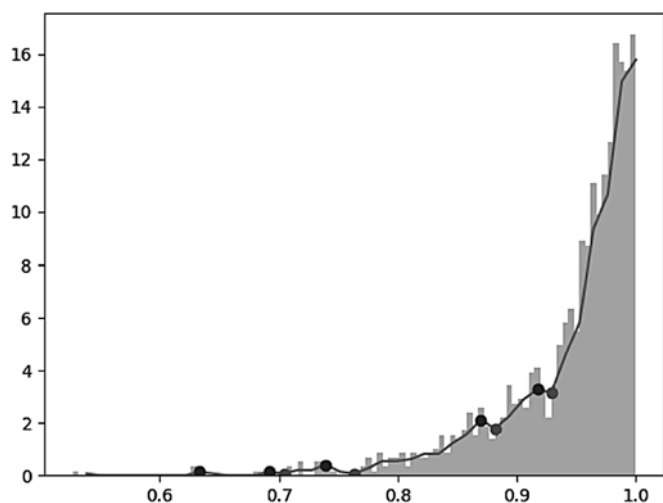


Рис. 1.

89 соответствий. Однако по визуальной оценке лишь несколько из оставшихся соответствий являются корректными.

В ходе испытания были исследованы и другие методы исключения выбросов, которые используются в современном компьютерном зрении. Наиболее надежным среди них считается метод пороговой фильтрации гистограммы (*ratio-test*), предложенный Lowe [22]. На рис. 1 и рис. 2 показаны гистограммы сравнения двух кадров с разных видеокамер в 3D-модели. По оси абсцисс отложены отношения расстояний между особой точкой и двумя ближайшими к ней особыми точками другого изображения из пары. В качестве метрики используется евклидово расстояние в пространстве векторов-дескрипторов \mathbf{R}^{128} . По оси ординат отложено количество особых точек с данным значением отношения расстояний.

Ломаная линия — приближение по формуле Sturges, отдельные точки — локальные минимумы и максимумы.

В рассматриваемом нами случае для изображений с разных видеокамер гистограмма имеет лишь один выраженный пик (см. рис. 1, рис. 2), и часто приближается монотонной функцией, что делает невозможным использование данного метода. Приближение гистограммы гладкими функциями также не позволяет выделить пороговые значения (см. рис. 1). Однако вычисления показали, что даже при наличии двух пиков после проведения фильтрации остается небольшое количество корректных соответствий.

На рис. 3 можно видеть соответствия особых точек до исключения выбросов, на рис. 4 — после исключения. В качестве порогового значения для фильтрации гистограммы взят второй локальный минимум (см. рис. 2). Линиями соединены особые точки, между которыми установлено соответствие. Отдельными кружками отмечены отдельные особые точки, к которым не удалось найти соответствия на другом изображении.

Задача предполагает возможность ручной обработки данных, в том числе на этапе поиска соответствия особых точек. Применялась следующая модификация: до запуска алгоритма на паре изображений вручную размечаются проекции одной и той же прямой линии. Выбросами объявляются те соответствия особых точек, у которых одна точка лежит в окрестности отмеченной линии, а другая лежит вне окрестности линии. Были проведены тесты с одной, двумя и тремя линиями, но гистограмма незначительно изменила вид после такой предобработки (рис. 2).

На рис. 2, а показана гистограмма до разметки линий, ломаная линия 1 — приближение гистограммы ломаной по формуле Sturges [26, 27], линией 2 показано приближение распределения гауссовым распре-

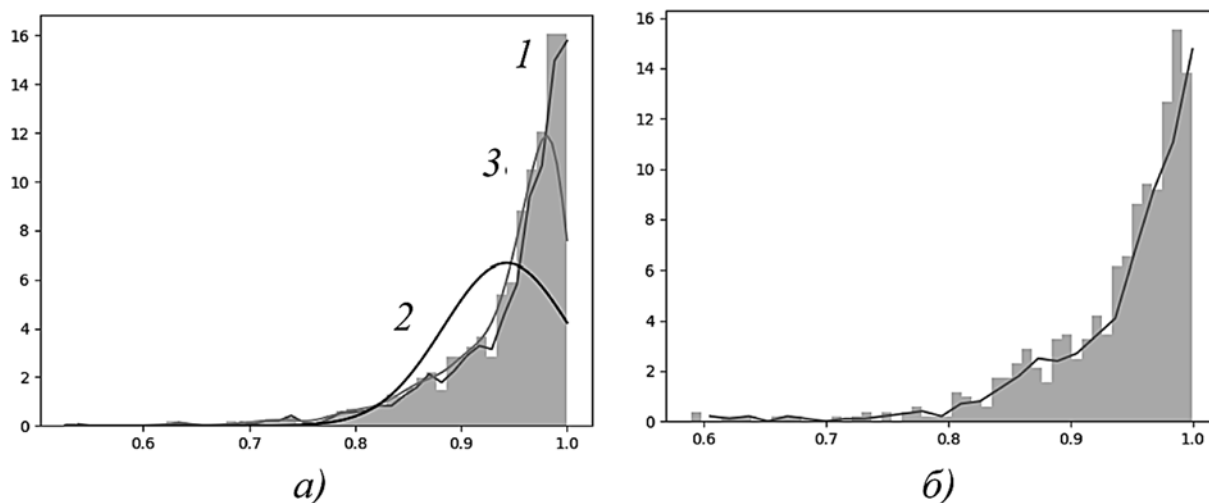


Рис. 2.

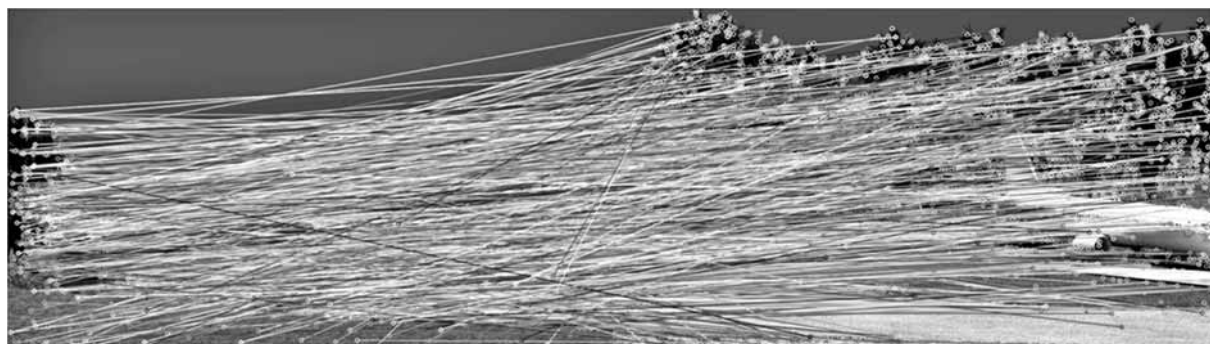


Рис. 3.

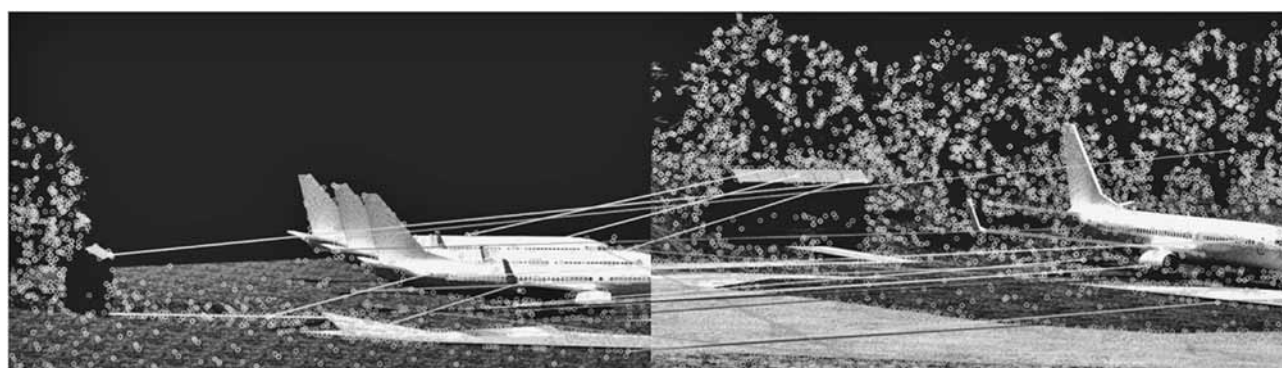


Рис. 4.

делением (*kernel density estimation*) по методу Scott [28], а линией 3 — приближение по оценке максимального правдоподобия. На рис. 2, б показана гистограмма после разметки трех линий. Для всех методов была использована готовая реализация в составе пакетов *numpy* и *scipy*. Процесс разметки линий и определение их окрестностей показан на рис. 5.

Таким образом, одним из направлений дальнейшей доработки алгоритма является адаптация алгоритмов исключения выбросов к рассматриваемой задаче.



Рис. 5.

Выводы

В настоящей работе аналитически рассчитаны оценки сверху абсолютных погрешностей определения внешних параметров сети видеокамер, а также погрешностей определения фундаментальной матрицы между парой видеокамер тремя наиболее распространенными способами. Предложен алгоритм практической проверки вычисленных погрешностей, который скомбинирован из существующих методов определения внешних параметров сети видеокамер. Реализовано и апробировано в рамках имитационной модели несколько шагов работы алгоритма и намечены пути его модификации.

В качестве дальнейших работ в выбранном направлении исследования планируется автоматизировать проверку корректности сопоставления особых точек изображений, найти подходящий метод исключения выбросов, реализовать его и весь алгоритм определения внешних параметров группы видеокамер и проверить полученные теоретические оценки погрешностей на практике.

В будущем планируется также исследовать влияние взаимного расположения видеокамер в группе на

точность определения внешних параметров, а также найти критические расположения, при которых работа алгоритма невозможна.

В качестве другого возможного направления дальнейших исследований стоит отметить поиск трифокального тензора — аналога фундаментальной матрицы при рассмотрении не пар видеокамер, а троек. Кроме того, представляется перспективным использовать дополнительные данные о наблюдаемой сцене, в частности, информацию о форме, размерах и взаимном расположении специфических объектов, которые можно было бы использовать в качестве калибровочных мишеней.

Список литературы

1. Svoboda T., Martinec D., Pajdla T. A convenient multicamera self-calibration for virtual environments // PRESENCE: Teleoperators and Virtual Environments. 2005. Vol. 14, No. 4. P. 407–422.
2. Davison A., Reid I., Molton N. D., Stasse O. MonoSLAM: Realtime single camera SLAM // IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007. Vol. 29, No. 6. P. 1052 – 1067.
3. Dima E., Sjöström M., Olsson R. Assessment of Multi-Camera Calibration Algorithms for Two-Dimensional Camera Arrays Relative to Ground Truth Position and Direction // In 3D Video (3DTV-CON), 2016 3DTV-Conference: The True Vision - Capture, Transmission and Display of 3D Video, Hamburg, Germany. 2016. P. 1–4.
4. Hodlmoser M., Zollner H., Kampel M. An Evaluation of Camera Calibration Methods Using Digital Low Cost Cameras // In Computer Vision Winter Workshop 2010, February 2010. URL: https://www.researchgate.net/profile/Martin_Kempel/publication/228774958_An_Evaluation_of_Camera_Calibration_Methods_Using_Digital_Low_Cost_Cameras/links/0fcfd50cb86569a4ed000000.pdf
5. Zhang Z. Flexible Camera Calibration by Viewing a Plane from Unknown Orientations // In Proc. 7th International Conference on Computer Vision. 1999. Vol. 1. P. 666–673.
6. Sturm P. F., Maybank S. J. On Plane-Based Camera Calibration: A General Algorithm, Singularities, Applications // In Proc. Computer Vision and Pattern Recognition, 1999. Vol. 1. P. 432–437.
7. Deng L., Lu G., Shao Y. et al. A novel camera calibration technique based on differential evolution particle swarm optimization algorithm // Neurocomputing. 2016. Vol. 174. P. 456–465.
8. Kennedy J., Eberhart R. Particle Swarm Optimization // Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. 1995. Vol. IV. P. 1942–1948.
9. Storn R., Price K. Differential evolution — a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces // Journal of Global Optimization. 1997. Vol. 11. P. 341–359.
10. Ueshiba T., Tomita F. Plane-based calibration algorithm for multi-camera systems via factorization of homography matrices // In Proc. Int. Conf. Computer Vision, 2003. Vol. 2. P. 966–973.
11. Oyamada Y., Fallavollita P., Navab N. Single camera calibration using partially visible calibration objects based on random dots marker tracking algorithm // In IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality, Workshop on Tracking Methods and Applications (TMA), Atlanta, USA, 2012. P. 1–7.
12. Wong K. Y., Mendonca R. S. P., Cipolla R. Camera calibration from surfaces of revolution // IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. 2003. Vol. 25. P. 147–161.
13. Faugeras O., Luong Q.-T., Maybank S. Camera self-calibration: Theory and experiments // In Proc. European Conference on Computer Vision. 1992. P. 321–334.
14. Senior A., Hampapur A., Lu M. Acquiring multiscale images by pan-tilt-zoom control and automatic multicamera calibration // In IEEE Workshop on Application of Computer Vision (WACV/MOTION’05). 2005. Vol. 1. P. 433–438.
15. Shokurov A., Khropov A., Ivanov D. Feature Tracking in Image and Video // Proc. of GraphiCon-2003. 2003. P. 177–179.
16. Hartley R., Zisserman A. Multiple View Geometry in computer vision. Cambridge University Press, 2003.
17. Khropov A., Shokurov A., Lempitsky V., Ivanov D. Reconstruction of projective and metric cameras for image triplets // Proc. of GraphiCon-2004. 2004. P. 143–146.
18. Snavely N., Seitz S. M., Szeliski R. Photo Tourism: Exploring Photo Collections in 3D // ACM Transactions on Graphics. 2006. Vol. 25, No. 3. P. 835–846.
19. Ivanov D., Lempitsky V., Khropov A., Shokurov A., Kuzmin Ye. Computer Vision at CGG MSU // UK-RUSSIA WORKSHOP "PROACTIVE COMPUTING", University of Nizhny Novgorod, 2005. P. 44–58.
20. Weng J., Cohen P., Herniou M. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence PAMI. 1992. Vol. 14, No. 10. P. 965–980.
21. Конушин А. Слежение за точечными особенностями сцены // Компьютерная графика и мультимедиа. 2003. № 1 (5). URL: <http://cgm.computergraphics.ru/content/view/54> (дата обращения 05.03.2017).
22. Lowe D. G. Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints // In Proceedings of the 7th International Conference on Computer Vision, Kerkyra, Greece. 1999. P. 1150–1157.
23. Корнев А. А., Чижонков Е. В. Упражнения по численным методам. Часть II. М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова. 2003. 200 с.
24. Бирюков С. В. Метрология: тексты лекций. Омск: ОмГТУ, 2000. 110 с.
25. Armangue X., Salvi J. Overall view regarding fundamental matrix estimation // Image Vis. Comput. 2003. Vol. 21, No. 2. P. 205–220.
26. Sturges H. A. The choice of a class interval // Journal of the American Statistical Association. 1926. Vol. 21. P. 65–66. doi: 10.1080/01621459.1926.10502161.
27. Doane D. P. Aesthetic frequency classification // American Statistician, 1976. Vol. 30. P. 181–183.
28. Scott D. W. Multivariate Density Estimation: Theory, Practice, and Visualization. New York, Chichester: John Wiley & Sons, 1992. 336 p.

Absolute Error Estimation when Reconstructing the Extrinsic Parameters of a Camera Group in Application to Object Localization and Tracking

A. V. Shokurov, shokurov.anton.v@yandex.ru, K. A. Krivchikova, k.krivchikova@gmail.com, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119234, Russian Federation

Corresponding author:

Krivchikova Kseniya A., Student, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119234, Russian Federation
E-mail: k.krivchikova@gmail.com

Received on June 28, 2017

Accepted on July 10, 2017

There are many approaches to object localization and tracking, and the most common way to achieve accurate results is to use a camera group instead of a single camera. Correct mapping between frames from distinct cameras helps to achieve more reliable tracking and more accurate object motion estimation, and calibration is the only way to find these mappings in practice.

In this article we propose a new technique of extrinsic self calibration based principally on [1, 12] and absolute error upper-estimates for extrinsic parameters and fundamental matrix reconstruction. We assume that the scene is located outdoor and there is no physical access to the scene (so it is not possible to use special calibration targets). We also assume that cameras' intrinsic parameters and global positioning data are known with some given error.

Error estimation improves accuracy of object localization and determines the range of applications of the whole tracking algorithm. Since methods of fundamental matrix reconstruction are very specific and depend on many additional constraints, we derive error estimates for three methods: two iterative and one robust. For each method the upper estimate of absolute error is calculated on the assumption that feature point projections are determined with fixed error Δx . The absolute error of extrinsic camera parameters is estimated as a function of the fundamental matrix and feature point projections.

Finally, we examine a few methods for removing outliers of feature matching on the synthetic data obtained by rendering an outdoor 3D scene from multiple viewpoints. Poor performance of these methods — Lowe ratio-test with several automated techniques of threshold determination and one novel half-automated technique — is discovered under certain conditions showing the need to improve the proposed algorithm and adapt other methods of finding outliers.

Keywords: external camera parameters, camera calibration, absolute error estimation, fundamental matrix, object tracking

For citation:

Shokurov A. V., Krivchikova K. A. Absolute Error Estimation when Reconstructing the Extrinsic Parameters of a Camera Group in Application to Object Localization and Tracking, *Programmная Ingeneria*, 2017, vol. 8, no. 10, pp. 470—480.

DOI: 10.17587/prin.8.470-480

References

1. Svoboda T., Martinec D., Pajdla T. A convenient multicamera self-calibration for virtual environments, *PRESENCE: Teleoperators and Virtual Environments*, 2005, vol. 14, no. 4, pp. 407—422.

2. Davison A., Reid I., Molton N. D., Stasse O. MonoSLAM: Realtime single camera SLAM, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007, vol. 29, no. 6, pp. 1062—1067.

3. Dima E., Sjostrom M., Olsson R. Assessment of Multi-Camera Calibration Algorithms for Two-Dimensional Camera Arrays Relative to Ground Truth Position and Direction, *3D Video (3DTV-CON), 2016 3DTV-Conference: The True Vision — Capture, Transmission and Display of 3D Video*, Hamburg, Germany, Jul. 4—8, 2016, pp. 1—4.

4. Hodlmoser M., Zollner H., Kampel M. An Evaluation of Camera Calibration Methods Using Digital Low Cost Cameras, *Computer Vision Winter Workshop 2010*, Nove Grade, Czech

Republic, Feb. 3–5, 2010, available at: https://www.researchgate.net/profile/Martin_Kampel/publication/228774958_An_Evaluation_of_Camera_Calibration_Methods_Using_Digital_Low_Cost_Cameras/links/0fcfd50cb86569a4ed000000.pdf

5. **Zhang Z.** Flexible Camera Calibration by Viewing a Plane from Unknown Orientations, *Proc. 7th International Conference on Computer Vision*, 1999, vol. 1, pp. 666–673.

6. **Sturm P. F., Maybank S. J.** On Plane-Based Camera Calibration: A General Algorithm, Singularities, Applications, *Proc. Computer Vision and Pattern Recognition*, 1999, vol. 1, pp. 432–437.

7. **Deng L., Lu G., Shao Y., Fei M., Hu H.** A novel camera calibration technique based on differential evolution particle swarm optimization algorithm, *Neurocomputing*, 2016, vol. 174, pp. 456–465.

8. **Kennedy J., Eberhart R.** Particle Swarm Optimization, *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, 1995, vol. IV, pp. 1942–1948.

9. **Storn R., Price K.** Differential evolution — a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, *Journal of Global Optimization*, 1997, vol. 11, pp. 341–359.

10. **Ueshiba T., Tomita F.** Plane-based calibration algorithm for multi-camera systems via factorization of homography matrices, *Proc. Int. Conf. Computer Vision*, 2003, vol. 2, pp. 966–973.

11. **Oyamada Y., Fallavollita P., Navab N.** Single camera calibration using partially visible calibration objects based on random dots marker tracking algorithm, *IEEE and ACM International Symposium on Mixed and Augmented Reality, Workshop on Tracking Methods and Applications (TMA)*, Atlanta, USA. Nov. 5–8, 2012, pp. 1–7.

12. **Wong K. Y., Mendonca R. S. P., Cipolla R.** Camera calibration from surfaces of revolution, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 2003, vol. 25, pp. 147–161.

13. **Faugeras O., Luong Q.-T., Maybank S.** Camera self-calibration: Theory and experiments, *Proc. European Conference on Computer Vision*, 1992, pp. 321–334.

14. **Senior A., Hampapur A., Lu M.** Acquiring multiscale images by pan-tilt-zoom control and automatic multicamera calibration, *IEEE Workshop on Application of Computer Vision (WACV/MOTION'05)*, 2005, vol. 1, pp. 433–438.

15. **Shokurov A., Khropov A., Ivanov D.** Feature Tracking in Image and Video, *Proc. of GraphiCon-2003*, 2003, pp. 177–179.

16. **Hartley R., Zisserman A.** *Multiple View Geometry in computer vision*, Cambridge, Cambridge University Press, 2003, 673 p.

17. **Khropov A., Shokurov A., Lempitsky V., Ivanov D.** Reconstruction of projective and metric cameras for image triplets, *Proc. of GraphiCon-2004*, 2004, pp. 143–146.

18. **Snavely N., Seitz S. M., Szeliski R.** Photo Tourism: Exploring Photo Collections in 3D, *ACM Transactions on Graphics*, 2006, vol. 25(3), pp. 835–846.

19. **Ivanov D., Lempitsky V., Khropov A., Shokurov A., Kuzmin Ye.** Computer Vision at CGG MSU, *UK-RUSSIA WORKSHOP "PROACTIVE COMPUTING"*, Nizhny Novgorod, Russia, Feb. 3–6, 2005, pp. 44–58.

20. **Weng J., Cohen P., Herniou M.** Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (TPAMI)*, 1992, vol. 14 (10), pp. 965–980.

21. **Konushin A.** Slejenije za tochechnymi osobennostyami sceny (Point feature tracking), *Computernaya Grafika i Multimedia*, 2011, no. 1 (5), available at: <http://cgm.computergraphics.ru/content/view/54> (in Russian).

22. **Lowe D. G.** Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints, *Proceedings of the 7th International Conference on Computer Vision*, Kerkyra, Greece, Sept. 20–27, 1999, pp. 1150–1157.

23. **Kornev A.A., Chigokov E. V.** *Upragneniya po chislennym metodam. Chast II* (Numerical method exercises. Part II), Moscow, Izdatelstvo CPI pri mehaniko-matematicheskoy fakultete MGU im. M. V. Lomonosova, 2003, 200 p. (in Russian).

24. **Birykov S. V.** *Metrologiya: teksty lekcii* (The Metrology: lecture conspects), Omsk, OmSTU, 2000, 110 p. (in Russian).

25. **Armangue X., Salvi J.** Overall view regarding fundamental matrix estimation, *Image Vis. Comput.*, 2003, vol. 21, no. 2, pp. 205–220.

26. **Sturges H. A.** The choice of a class interval, *Journal of the American Statistical Association*, 1926, vol. 21, pp. 65–66. doi:10.1080/01621459.1926.10502161.

27. **Doane D. P.** Aesthetic frequency classification, *American Statistician*, 1976, vol. 30, pp. 181–183.

28. **Scott D. W.** *Multivariate Density Estimation: Theory, Practice, and Visualization*, New York, John Wiley & Sons, 1992, 336 p.

ООО "Издательство "Новые технологии". 107076, Москва, Строминский пер., 4
Технический редактор Е. М. Патрушева. Корректор И. Е. Назарова

Сдано в набор 09.08.2017 г. Подписано в печать 19.09.2017 г. Формат 60×88 1/8. Заказ П11017
Цена свободная.

Оригинал-макет ООО "Авансед солюшнз". Отпечатано в ООО "Авансед солюшнз".
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1. Сайт: www.aov.ru