

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/270448723>

Thin sheet interpretation of alternating electromagnetic fields

Chapter · January 1989

CITATIONS

3

READS

16

3 authors:



D. B. Avdeev
Petromartech
48 PUBLICATIONS 892 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



B. Sh. Singer
3DEM Services AS
100 PUBLICATIONS 610 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



E. B. Fainberg
Russian Academy of Sciences
147 PUBLICATIONS 648 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:

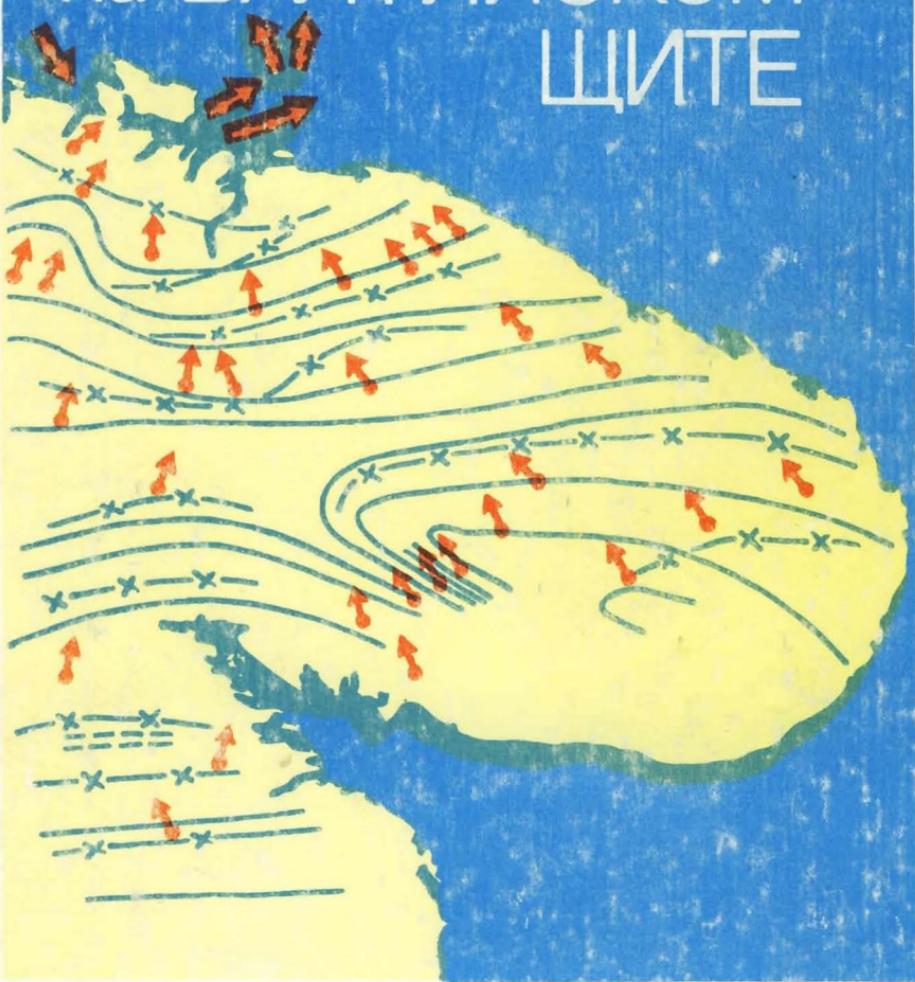


Удусекъфтуеш ыщгтвштп ща еру Уфкерэы штеукшшк [View project](#)



Measurement of formation resistivity from withing a metal cased borehole [View project](#)

Геоэлектрические исследования с мощным источником тока на БАЛТИЙСКОМ ЩИТЕ



• НАУКА •

5.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕОДНОРОДНОГО ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЕЗА

5.4.1. Пленочная интерпретация переменных геоэлектрических полей

В настоящее время наиболее распространенным методом решения обратной задачи является метод подбора, суть которого состоит в описании геоэлектрического разреза конечным числом параметров и последующем целенаправленном поиске значений этих параметров, минимизирующих функционал невязки между экспериментальными и модельными полями. Эффективность метода подбора существенно зависит от количества искомых параметров и адекватности описания ими исследуемого разреза. Опыт решения обратных задач показывает, что реально можно рассчитывать на устойчивое определение 5–10 параметров. Этого количества параметров обычно оказывается достаточно в относительно простых геоэлектрических ситуациях, например при описании изолированной неоднородности на фоне горизонтально-однородного разреза или при уточнении значений отдельных параметров в уже известном сложном разрезе.

В тех же случаях, когда объектом исследования являются сложным образом распределенные в пространстве структуры, плохо описываемые небольшим числом параметров (например, распределение суммарной продольной проводимости осадочного чехла или серии коровых аномалий), применение метода подбора оказывается неэффективным. В подобных случаях обратная задача нередко может быть решена в классе пленочных моделей. Найденное в результате решение либо оказывается информативным само по себе и приводит к определенным геологическим заключениям, либо может быть использовано для резкого сокращения числа подбираемых параметров трехмерного разреза. Возможности, предоставляемые пленочными моделями при решении обратной задачи, рассматривались в [Schmucker, 1971; Бердичевский, Жданов, 1981; Смирнов, 1980; Файнберг, 1983; Зингер и др., 1987]. Ниже приводятся два варианта интерпретации аномалий в рамках моделей с неоднородным *S*- или *ST*-слоем. Оба варианта, как и другие, рассмотренные в работе [Авдеев и др., 1986а], позволяют производить непосредственный пересчет электромагнитных полей в интегральные распределения проводимости (или сопротивления).

Модель с неоднородным поверхностным *S*-слоем. Ниже рассматривается модель, состоящая из неоднородного поверхностного *S*-слоя с интегральной проводимостью $S(r)$, окруженного непроводящей атмосферой ($\sigma = 0$) сверху и горизонтально однородным разрезом с удельной электропроводностью $\sigma(z)$ снизу ($z > 0$). Неоднородный поверхностный слой может рассматриваться как *S*-слой при условии, что

$$|\kappa_S| h_S \ll 1, \quad h_S / |\lambda_0| \ll 1, \quad h_S / \lambda \ll 1, \quad (5.4.1)$$

где h_S – толщина слоя; $\kappa_S = (-i\omega\mu_0\sigma_S)^{1/2}$; σ_S – электропроводность вещества слоя; λ – характерный пространственный масштаб изменений поля; $|\lambda_0|$ – эффективная глубина проникновения индукционной моды поля в подстилающий разрез [Зингер, Файнберг, 1985а]. Величина λ_0 непосредственно связана с импедансом Тихонова–Каньера подстилающе-

го разреза

$$Z_0^- = -i\omega\mu_0\lambda_0. \quad (5.4.2)$$

Задача формулируется следующим образом: по измеренным на земной поверхности ($z = 0$) тангенциальным компонентам электрического и магнитного полей $E_\tau(\mathbf{r})$ и $H_\tau(\mathbf{r})$ и заданному подстилающему разрезу $\{\sigma(z), z > 0\}$ определить распределение интегральной проводимости $S(\mathbf{r})$ поверхности слоя. Как известно, тангенциальная компонента электрического поля остается непрерывной при переходе через S -слой, в то время как тангенциальная компонента магнитного поля претерпевает разрыв, определяемый плотностью поверхностиного тока

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_\tau(\mathbf{r}) - \mathbf{n} \times \mathbf{H}_\tau^-(\mathbf{r}) = S E_\tau(\mathbf{r}), \quad (5.4.3)$$

где $\mathbf{H}_\tau^-(\mathbf{r})$ — тангенциальная компонента магнитного поля на нижней стороне S -слоя, т.е. на кровле подстилающего разреза; \mathbf{n} — направленный вверх вектор единичной нормали к земной поверхности. Поставленная задача может быть решена, если воспользоваться взаимосвязью между тангенциальными компонентами электрического и магнитного полей на поверхности горизонтально-однородного разреза. В работе [Бердичевский, Жданов, 1981] это делается на спектральном уровне.

Для того чтобы избежать численного выполнения пространственного преобразования Фурье экспериментально определяемых полей, можно воспользоваться соответствующей связью, существующей в пространственном представлении:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_\tau^-(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_\tau(\mathbf{r}) Z_0^- + \int_{R^2} \hat{Y}(\{\sigma\}, \mathbf{r} - \mathbf{r}') \{ \mathbf{E}_\tau(\mathbf{r}') - \mathbf{E}_\tau(\mathbf{r}) \} ds'. \quad (5.4.4)$$

Интегрирование здесь выполняется вдоль земной поверхности; Z_0^- — импеданс подстилающего разреза. Тензорное ядро $\hat{Y}(\{\sigma\}, z)$ также определяется подстилающим разрезом и имеет вид

$$\hat{Y}(\mathbf{r}) = (\mathbf{n} \times \mathbf{e}_r) \circ (\mathbf{n} \times \mathbf{e}_r) \{ dG^I/dr + G^g/r \} + \mathbf{e}_r \circ \mathbf{e}_r \{ G^I/r + dG^g/dr \}, \quad (5.4.5)$$

где $e_r = r/r'$; знак “ \circ ” означает операцию тензорного произведения, т.е. $(\mathbf{a} \circ \mathbf{b})_{ij} = a_i b_j$, $i, j = 1, 2$. Функции $G^I(r)$ и $G^g(r)$ определяются через интегралы Фурье—Бесселя:

$$G^I(r) = \int_0^\infty \frac{d}{dk} \left(\frac{1}{Z_k^I} \right) J_0(kr) \frac{dk}{2\pi r}, \quad (5.4.6)$$

$$G^g(r) = \int_0^\infty \frac{d}{dk} \left(\frac{1}{Z_k^g} \right) J_0(kr) \frac{dk}{2\pi r}, \quad (5.4.7)$$

где Z_k^I , Z_k^g — спектральные импедансы подстилающего разреза для индукционной и гальванической мод поля соответственно. Соотношение (5.4.4) было получено в работе [Авдеев и др., 1986б]. Оно может быть выведено из близкого соотношения, полученного в [Dawson, Weaver, 1979].

Обозначая линейный оператор, определяемый правой частью (5.4.4) через $\mathcal{L}(\{\sigma\})$, и воспользовавшись (5.4.3), получим

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_\tau(\mathbf{r}) = \hat{\mathcal{L}}(\{\sigma\}) \mathbf{E}_\tau(\mathbf{r}) + S(\mathbf{r}) \mathbf{E}_r(\mathbf{r}). \quad (5.4.8)$$

Это соотношение позволяет пересчитать измеренное на земной поверхности электромагнитное поле $\{E_\tau(r), H_\tau(r)\}$ в интегральную проводимость поверхности слоя $S(r)$. При практической реализации описанного алгоритма необходимо иметь представление о пространственном поведении аддитивного фильтра $\hat{Y}(\{\sigma\}, r)$.

В работе [Авдеев и др., 1986б] показано, что поведение $\hat{Y}(\{\sigma\}, r)$ определяется аналитическими свойствами спектральных импедансов Z_k^t, Z_k^g в комплексной k -плоскости. Так, для разрезов, содержащих на некоторой (сколь угодно большой) глубине идеальный проводник,

$$G^t(r) \cong (1/\pi i) K_1(-ir/\lambda_i) [dZ_k^t/dk]_{k=\lambda_i^{-1}}, \quad (5.4.9)$$

$$G^g(r) \cong (1/\pi i) K_1(-ir/\lambda_g) [dZ_k^g]_{k=\lambda_g^{-1}}^{-1}, \quad (5.4.10)$$

где через λ_i^{-1} и λ_g^{-1} обозначены ближайшие к вещественной оси нули спектральных импедансов; $K_1(z)$ — функция Макдональда первого порядка.

Соотношение (5.4.9) справедливо при $r \gg |\lambda_0|$, где $|\lambda_0|$ — эффективная глубина проникновения в подстилающий разрез индукционной моды поля. Для большинства интересных с практической точки зрения разрезов $|\lambda_i| \sim |\lambda_0|$. Поскольку при больших аргументах $z \rightarrow \infty, K_\nu(z) \cong \cong (2z/\pi)^{-1/2} \exp(-z)$, то, как следует из (5.4.9), индукционная часть аддитивного фильтра может быть охарактеризована величиной $|\lambda_0|$. Для подстилающих разрезов, в верхней части которых лежит высокомоментный слой, параметр

$$\lambda_g = \sqrt{T/Z_0}, \quad (5.4.11)$$

где T — поперечное сопротивление подстилающего разреза. Нетрудно убедиться, что ширина гальванической части аддитивного фильтра может существенно превосходить ширину его индукционной части. Так, для подстилающего разреза, состоящего из однородного высокомоментного слоя мощностью h_T , имеющего электропроводность σ_T , и идеально-проводящего основания, при $h_T \sqrt{\omega \mu_0 \sigma_T} \ll 1$, $T = h_T/\sigma_T$, $Z_0^- \cong -i \omega \mu_0 h_T$, следовательно, ширина индукционной части фильтра λ_i составляет $\lambda_i \cong \lambda_0 = h_T$, в то время как $\lambda_g = (-i \omega \mu_0 \sigma_T)^{-1/2}$.

Приведенные оценки показывают, что аддитивный фильтр $\hat{Y}(\{\sigma\}, r)$ экспоненциально затухает при больших r , что позволяет при вычислении $\hat{L}(\{\sigma\}) E_\tau$ ограничиться интегрированием по конечной части земной поверхности. Интерпретация при этом может быть выполнена по полному полю без выделения его аномальной части. Остановимся коротко на вопросе о корректности описанного алгоритма. Из (5.4.8) следует, что в классе плоских моделей точно заданному на земной поверхности магнитотеллурическому полю $\{E_\tau(r), H_\tau(r), r \in R^2\}$ отвечает единственное решение $S(r)$. Наконец, принимая во внимание характер особенности $\hat{Y}(\{\sigma\}, r) \sim 1/r^3$ при $r \rightarrow 0$ [Dawson, Weaver, 1979], можно показать устойчивость отображения

$$\hat{L}(\{\sigma\}): C^2(R^2; C^2) \rightarrow C^0(R^2; C^2). \quad (5.4.12)$$

Здесь $C^k(R^2; C^2)$ — метрическое пространство комплекснозначных вектор-

торных полей, определенных на двумерной плоскости. Пространство имеет равномерную метрику, учитывающую производные вплоть до k -го порядка включительно. Из (5.4.12) следует, что при интерполяции экспериментальных полей нужно обеспечить непрерывность вторых производных. Это может быть достигнуто применением сплайн-интерполяции.

Описанный выше алгоритм был реализован в виде программы на языке FORTRAN-77. Время, необходимое для получения значений S , по нескольким профилям при наличии площадных данных об электромагнитных полях не превосходит 5 мин для процессора с быстродействием около 300 тыс. операций в секунду. Программа тестиировалась на модели, состоявшей из поверхностного S -слоя с интегральной проводимостью

$$S(x, y) = \begin{cases} S_0 A \{1 - (1 - A^{-1})(x^2/a^2 + y^2/b^2)\}, & x^2/a^2 + y^2/b^2 \leq 1, \\ S_0, & x^2/a^2 + y^2/b^2 \geq 1, \end{cases}$$

где $S_0 = 800$ См; $A = 10$; $a = 1,6 \cdot 10^5$ м; $b = 3,2 \cdot 10^5$ м, и подстилающего трехслойного разреза с параметрами $h_1 = 5 \cdot 10^4$ м, $\sigma_1 = 3,3 \cdot 10^{-2}$ См/м, $\sigma_2 = 3,3 \cdot 10^{-3}$ См/м, $h_2 = 5 \cdot 10^4$ м, $\sigma_3 = 3,3$ См/м.

Проводимость поверхностного слоя изменялась, таким образом, в A -10 раз. Модель возбуждалась плоской волной. Расчет прямой задачи выполнялся по сетке 64×64 узла с помощью программы, которая использовалась для проведения описанных в п. 4.1.2 расчетов поля МГД-источника "Хибины". Расчет был выполнен на периоде $T = 1200$ с. Найденные в результате решения прямой задачи тангенциальные компоненты электрического и магнитного поля использовались для решения обратной задачи по описанному алгоритму. На рис. 5.4.1 приведены значения S , определенные по двум профилям $x = 0$, $y = 0$ одновременно с модельным распределением S . Как видно из рисунка, значение интегральной проводимости было восстановлено с точностью до долей процента.

Наряду с трехмерным был разработан двумерный аналог описанной выше программы. При решении обратной задачи для E -поляризованного поля необходимая для определения проводимости поверхностного слоя информация сводится к распределению вертикальной компоненты магнитного поля вдоль профиля. Действительно, предполагая, что система координат выбрана таким образом, что ось OX направлена вдоль профиля, ось OY совпадает с направлением простирания, а ось OZ направлена в глубь Земли, нетрудно определить распределение горизонтальной компоненты электрического поля

$$E_y(x) = E_y(x_0) + i\omega\mu_0 \int_{x_0}^x H_z(x') dx'. \quad (5.4.13)$$

Горизонтальная компонента магнитного поля также может быть восстановлена по вертикальной компоненте с помощью преобразования Керца [Siebert, Kertz, 1957]

$$H_x(x) = H_x(x_0) - \int_{x_0}^x \frac{H_z(x')}{x - x'} \frac{dx'}{\pi}. \quad (5.4.14)$$

Таким образом, для восстановления компонент $E_y(x)$ и $H_x(x)$ по $H_z(x)$ достаточно знать нормальные значения этих полей. В случае E -поляриза-

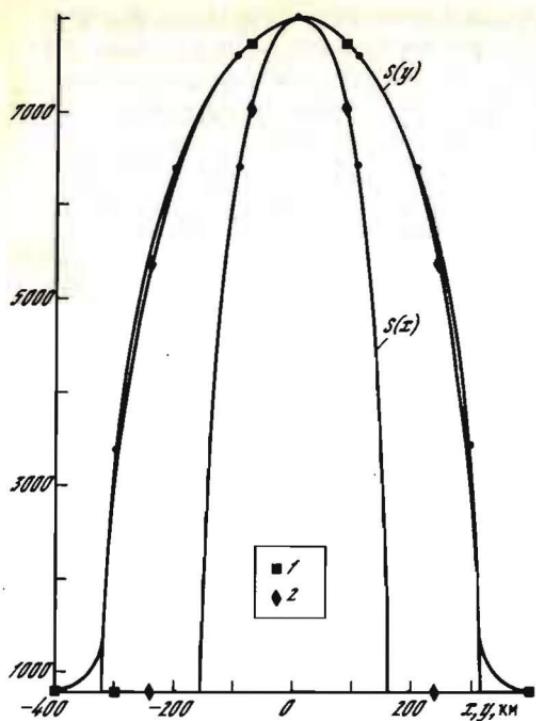


Рис. 5.4.1. Пример тестирования трехмерной программы определения интегральной проводимости S осадочного чехла, содержащего эллиптическую неоднородность. Распределение S вдоль профилей $x = 0, y = 0$

1 – модельное распределение S ; 2 – результат решения обратной задачи

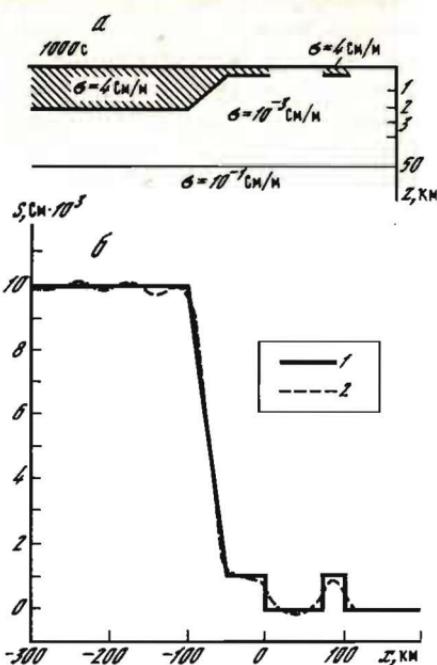
Рис. 5.4.2. Модель (а) и пример тестирования двумерной программы определения интегральной проводимости верхней толщи (б)

1 – модельное распределение интегральной проводимости; 2 – результаты решения обратной задачи

ванного поля алгоритм определения $S(x)$ оказывается близким к алгоритму работы [Schmucker, 1971]. Тестирование двумерной программы определения S выполнялось на модели, приведенной на рис. 5.4.2 [Green, Weaver, 1978].

Расчеты выполнялись на периоде $T = 1000$ с с помощью программы конечно-разностного моделирования [Варенцов, Голубев, 1985]. Результаты решения обратной задачи приведены на том же рис. 5.4.2. Как видно, восстановленное распределение S хорошо согласуется с тестовым.

Модель с поверхностным ST-слоем. Обычно S -слой имитирует неоднородный осадочный чехол. Неоднородный высокоомный слой, включающий неоднородности земной коры и верхней мантии, может быть имитирован включением в модель T -слоя. Необходимость использования пленочных моделей с T -слоем диктуется широким распространением разломов в земной коре, зон повышенной электропроводности в коре и верхней мантии, неоднородностей фундамента. Неоднородности высокоомного слоя, с одной стороны, существенно влияют на формирование электромагнитных полей на земной поверхности [Зингер, Файнберг, 1985б], с



другой — проводящие включения в коре и верхней мантии Земли сами по себе являются важными объектами исследования глубинной геоэлектрики.

Ниже рассматривается модель, состоящая из неоднородного поверхностного S -слоя, под которым расположен неоднородный T -слой, подстилаемый снизу горизонтально-однородным разрезом с удельной проводимостью $\sigma(z)$. Отметим, что высокоомный слой мощностью h_T , имеющий электропроводность σ_T , может рассматриваться как T -слой при условии, что

$$h_T/\lambda \ll 1, \quad |\kappa_T| h_T \ll 1, \quad (5.4.15)$$

где $\kappa_T = (-i\omega\mu_0\sigma_T)^{1/2}$. Здесь, как и ранее, λ определяет масштаб пространственных изменений поля вдоль земной поверхности. Обратная задача для такой модели формулируется следующим образом: по измеренным на земной поверхности ($z = 0$) тангенциальным компонентам электрического и магнитного полей $E_\tau(r)$ и $H_\tau(r)$ и заданным интегральной проводимости поверхностного слоя $S(r)$ и подстилающего разреза $\{\sigma(z), z > 0\}$ определить распределение поперечного сопротивления $T(r)$ высокоомного промежуточного слоя.

Воспользовавшись соотношением (5.4.3), нетрудно пересчитать измеренное на поверхности Земли магнитное поле под S -слоем (на поверхность T -слоя). Тангенциальная компонента электрического поля на верхней поверхности T -слоя остается при этом такой же, как и на поверхности Земли. При переходе через T -слой остается непрерывной тангенциальная компонента магнитного поля, следовательно, распределение этой компоненты на поверхности подстилающего разреза совпадает с $H_T^-(r)$, найденным из (5.4.3). При переходе через T -слой тангенциальная компонента электрического поля терпит разрыв

$$E_\tau(r) - E_T^-(r) = -\nabla_\tau(Tj_z) - i\omega\mu_0 h_T \mathbf{n} \times H_T^-(r), \quad (5.4.16)$$

здесь $E_T^-(r)$ — тангенциальная компонента электрического поля на нижней поверхности T -слоя, т.е. на кровле подстилающего разреза;

$$j_z = \operatorname{div}_\tau(\mathbf{n} \times H_T^-) \quad (5.4.17)$$

— вертикальная компонента плотности тока. С другой стороны, распределение тангенциальной компоненты электрического поля на нижней поверхности высокоомного слоя $E_T^-(r)$ может быть при заданном подстилающем разрезе восстановлено по тангенциальной компоненте магнитного поля $H_T^-(r)$ с помощью соотношения, обратного к (5.4.4):

$$E_T^-(r) = Z_0^- \mathbf{n} \times H_T^-(r) + \int_{R^2} \hat{Z}(\{\sigma\}, r - r') \mathbf{n} \times \{H_T^-(r') - H_T^-(r)\} dr', \quad (5.4.18)$$

где тензорное ядро $\hat{Z}(\{\sigma\}, r)$ определяется соотношениями, аналогичными (5.4.5)–(5.4.7), с заменой в них спектральных адmittансов подстилающего разреза $1/Z_k^l, 1/Z_k^g$ на спектральные импедансы Z_k^l, Z_k^g .

Определив с помощью (5.4.17) величину скачка $E_\tau(r) - E_T^-(r)$ горизонтальной компоненты электрического поля и интегрируя (5.4.16) вдоль произвольного контура γ , можно найти

$$Tj_z = - \int_\gamma \{E_\tau(r) - E_T^-(r) + i\omega\mu_0 h_T \mathbf{n} \times H_T^-(r)\} d\mathbf{r} + \text{const.} \quad (5.4.19)$$

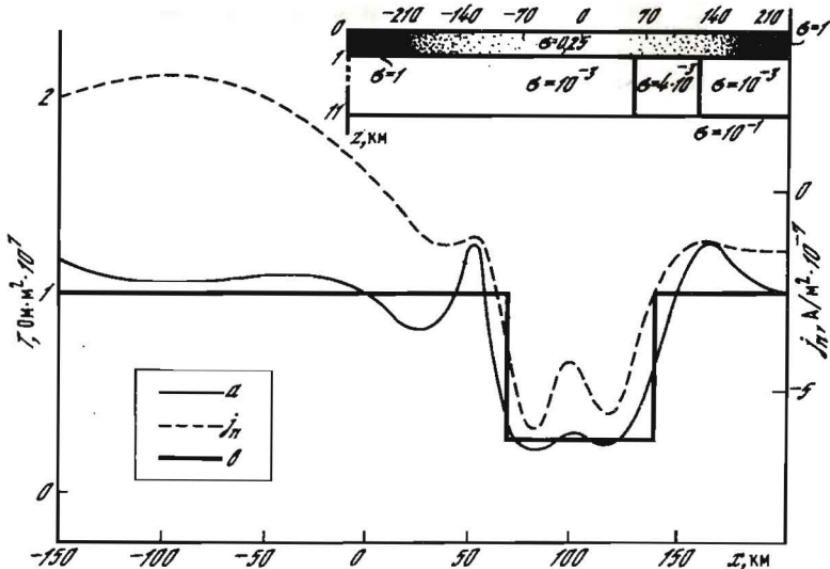


Рис. 5.4.3. Пример тестирования программы определения поперечного сопротивления неоднородного высокоменного слоя, залегающего под неоднородным осадочным чехлом

a — результат решения обратной задачи; j_z — распределение вертикальных токов;
 σ — модельное распределение

Это соотношение позволяет определить поперечное сопротивление $T(r)$ высокоменного слоя, поскольку распределение токов перетекания между поверхностным S -слоем и подстилающим разрезом $\{\sigma(z), z > 0\}$ известно из (5.4.17). Поскольку постоянная интегрирования совпадает со значением Tj_z в начальной точке контура, целесообразно выбирать контур γ таким образом, чтобы он начинался либо в точке с известным значением T , либо в точке, где $j_z = 0$.

Остановимся на вопросе о корректности описанного алгоритма. Существование и единственность определения Tj_z (и, следовательно, T в точках, где $j_z \neq 0$) при точно заданных поверхностных полях вытекают из однозначности пересчета полей с земной поверхности на обе поверхности высокоменного слоя и из однозначности определения вертикальных токов j_z , текущих через слой. Как и выше, положительно решается и вопрос об устойчивости определения T как следствие устойчивости отображений

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}(\{\sigma\}) : C^2(R^2; C^2) &\rightarrow C^0(R^2; C^2), \\ \operatorname{div}_T : C^2(R^2; C^2) &\rightarrow C^0(R^2; C^2). \end{aligned} \quad (5.4.20)$$

Описанная схема определения поперечного сопротивления высокоменного слоя для двумерных моделей и H -поляризованного поля была реализована в виде пакета программ. Тестирование программ выполнялось на двух моделях, приведенных на рис. 5.4.3, на периоде $T = 3600$ с. Обе модели включали проводящий поверхностный слой мощностью $h_S = 10^3$ м и электропроводность, равную 1 См/м, всюду вне неоднородной вставки ши-

риной $4,2 \cdot 10^5$ м. В пределах вставки электропроводность изменялась по линейному закону от 1 См/м на краю до 0,25 См/м в центре вставки. Неоднородный поверхностный слой, по существу, используется в описанном алгоритме как источник вертикального тока j_z , используемого для зондирования высокоомного слоя, расположенного непосредственно под поверхностным.

Высокоомный слой в обеих моделях имел мощность $h_T = 10^4$ м и электропроводность 10^{-3} См/м вне вставки (глубинного разлома). Вставка имеет в центре электропроводность $4 \cdot 10^{-3}$ См/м. В первой модели вставка однородна и имеет ширину $7 \cdot 10^4$ м, во второй модели имеются зоны линейного изменения электропроводности от максимального значения к нормальному. Ширина этих зон составляет $2,5 \cdot 10^4$ м. Под высокоомным слоем расположено однородное полупространство с проводимостью $\sigma = 0,1$ См/м. Результаты решения обратной задачи приведены на рисунках вместе с модельным распределением поперечного сопротивления высокоомного слоя. На рисунках приведены и результаты расчетов вертикальной компоненты плотности тока j_z . Соответствующая шкала расположена слева. Как видно из рисунков, несмотря на значительные осцилляции в j_z , источником которых являются погрешности решения прямой задачи и ошибки аппроксимации поля, модельное и вычисленное распределения поперечного сопротивления неплохо согласуются. Можно рассчитывать, что применение изложенной методики при исследовании аномалий в высокоомной толще осадочного чехла, земной коры и верхней мантии окажется эффективным.

Figure captions

- Fig. 5.4.1. Test of a 3D inverse code for determining ubsurfaceconductance; the subsurface layer includes an elliptically-shaped inhomogeneity; conductance is recovered along two profiles, i.e. $x=0$ and $y=0$.
1 - conductance of the model, 2 - recovered conductance
- Fig. 5.4.2. A 2D model (a) and testing results of a 2D code determining subsurface conductance (b).
1 - distribution of conductance in the model,
2 - recovered distribution of the conductance
- Fig. 5.4.3. A 2D model and testing results of a 2D code determining the transverse resistance of a heterogeneous resistive layer underlying a heterogeneous conductive subsurface layer.
a - recovered transverse resistance,
b - distribution of the transverse resistance in the model;
 Jn - distribution of the vertical current