

НАШИ ПУБЛИКАЦИИ

ПРОЕКТ РЕЛИГИИ БЕЗ БОГА И ЦЕННОСТЬ ЧИСТОЙ МАТЕМАТИКИ: ПРЕДИСЛОВИЕ К ЭССЕ БЕРТРАНА РАССЕЛА «ИЗУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ»

В.А. Шапошников

Эссе сэра Бертрана Рассела (1872–1970) «Изучение математики» (The Study of Mathematics) было опубликовано в первом номере британского журнала New Quarterly: A Review of Science & Literature в ноябре 1907 г.¹ Позднее он включил его в сборник «Философские эссе» (Philosophical Essays, 1910), а затем в другой свой сборник – «Мистицизм и логика» (Mysticism and Logic and Other Essays, 1917) [3, т.2, с.14]. В обоих сборниках это эссе сразу следует за другим под названием «Поклонение свободного человека» (The/A Free Man's Worship). Более того, эти два стоящих рядом эссе – единственное, в чем два названных сборника совпадают. Невольно напрашивается мысль, что для автора они были тесно связаны. В самом деле, как сообщает сам Рассел, оба эссе были написаны почти одновременно, в 1902 г. [4, с.V]. Однако, в отличие от «Поклонения свободного человека», которое было напечатано в 1903 г. в первом томе либерального политического журнала Independent Review² [3, т.2, с.6–8], статью об изучении математики этот журнал печатать отказался. Ее удалось опубликовать далеко не сразу, что для текстов Рассела было необычно. Первоначально статья имела какое-то иное, специально звучащее заглавие, которое, к сожалению, неизвестно. Нынешнее простое и незатейливое название она получила при публикации в 1907 г. по просьбе издателя (Д.Маккарти), боявшегося распугать читателей нового журнала [5, с.83–84].

Прочитав статью, Литтон Стрейчи³ написал Расселу 23 октября 1907 г. следующее письмо:

«Дорогой Рассел: Я только что прочел Вашу статью о Математике (в корректуре), и не могу преодолеть соблазна написать Вам, чтобы сказать сколь сильно я был ею захвачен. Она, в самом деле, великолепна, — уносит ввысь к вершинам, — возможно, самым возвышенным из всех (one's carried upwards into sublime heights — perhaps the sublimest of all)! Ваша формулировка самого главного в отношении математики представляется мне абсолютно ясной и абсолютно убедительной: она дает новое понимание славы человеческого разума (the glories of the human mind). Сравнение с итальянским замком поразило меня своим особым изяществом, а простота выражения еще усилила его воздействие. Какие же негодяи эти редакторы из Independent! И какие глупцы! Я готов писать и далее страницу за страницей — столь велико мое волнение и воодушевление. Как чудесно сознавать, что я знаю Вас, могу говорить с Вами и даже возразить Вам. О! Я велю выгравировать на моем надгробии «ОН ЗНАЛ МУРА⁴ И РАССЕЛА» и ничего больше. Неизменно Ваш, Дж.Л.Стрейчи» [7, с.190–191].

В сборнике 1910 г. Рассел отнес «Изучение математики» к группе статей, посвященных этическим предметам, мотивируя это тем, что «это эссе посвящено скорее [вопросу о] *ценности* математики, чем попытке установить, что такое математика» [8, с.V]. Кстати, последнему вопросу он уже посвятил написанную ранее популярную статью «Новейшие работы о началах математики» (Recent Work on the Principles of Mathematics, 1901) [3, т.2, с.5; 9], которая в сборнике «Мистицизм и логика» была помещена сразу после «Изучения математики» под новым названием «Математика и метафизики» (Mathematics and the Metaphysicians). Такое, нарушающее хронологию, размещение двух статей о математике в сборнике 1917 г., объясняется, вероятно, нежеланием Рассела отрывать «Изучение математики» от «Поклонения свободного человека».

Необходимо сказать несколько слов о биографическом контексте, в котором эти эссе появились. В 1901 г. Рассел пережил «обращение», своего рода «мистическое озарение», описание которого дал позднее в автобиографии⁵. На рубеже 1901–1902 годов он вступил в полосу тяжелого личного кризиса⁶, связанного с утратой любви в браке и интеллектуальным тупиком, вызванным логическими парадоксами. Для этих лет, по его словам, было характерно «соединение несчастья и крайне сурового интеллектуального труда» [7, с.143]. Сохранился дневник Рассела 1902–1905 гг., который сообщает ряд важных подробностей. В записи от 18 мая 1903 г., в связи со своим днем рождения, Рассел вспоминает про-

шедший год. 23 мая 1902 г. он завершил работу над большой книгой «Принципы математики» (*The Principles of Mathematics*), которая содержала основные контуры его версии логицизма. На тот момент Рассел не знал, как справиться с обнаруженным им самим противоречием (май-июнь 1901 г. [12, с.350–351]), известным сейчас как парадокс Рассела, он еще не придумал теорию типов. В области работы он ощущал себя в тупике. В июне произошло решительное объяснение с женой, которой он прямо сказал, что больше ее не любит. Следующие месяцы (с июня по сентябрь) были очень трудными для обоих. «Затем, – читаем в дневнике, – наступили странные месяцы в городе (имеется в виду Лондон. – *В.Ш.*), где я учился быть социальным существом, а не одиночкой, состоящим из пламени и внезапных озарений (a person of fire and insight), и где она (Элис, жена Рассела. – *В.Ш.*) была все время несчастна, несмотря на удовольствие мирного сосуществования. Там я написал мою статью о Математике, в октябре, под шорох опадающей листвы. Эта статья и «Поклонение свободного человека» – вот все, к чему свелись мои успехи, которым удалось обрести заверченный вид, за период с сентября по март (включительно). Однако с момента приезда сюда (Churt, графство Суррей. – *В.Ш.*) последний луч дневного света перестал проникать в мою тюрьму, и я возвратился к старой своей работе; это трудно, настолько трудно, что от отчаянного переутомления я часто чувствую себя готовым покончить с собой; а ее ценность стала казаться мне весьма незначительной; а добиться какого-либо продвижения в разрешении Противоречия не удается» [5, с.23–24]. Ключ к разрешению противоречия был найден Расселом на следующий день после того, как эта запись в дневнике была сделана.

Такова была обстановка, в которой Рассел написал сначала эссе «Изучение математики» (октябрь 1902 г.), а затем и первое из своих размышлений о судьбе религиозного чувства в мире, в котором нет Бога, – «Поклонение свободного человека». Это последнее эссе, вероятно, было начато в Италии (где Рассел и Элис были с 18 декабря 1902 по 13 января 1903 гг.) и окончено в Лондоне к 27 января 1903 г. [5, с.62–65]. Правда, есть позднее свидетельство самого Рассела, что эссе было начато много раньше, где-то в марте–июне 1902 г., т.е. еще до написания «Изучения математики» [5, с.xlvii, 62; 7, с.140].

Рассел ищет *заместителя* для традиционных христианских представлений, которые окончательно утратили для него свою силу и власть. Однако он готов принять лишь такого заместителя, который позволит сохранить идеальное измерение жизни, не устранив, но лишь перенаправит религиозные эмоции и порывы. При-

веду несколько характерных выдержек из эссе, передающих тот положительный итог, к которому он здесь приходит:

«Из подчинения желаний вырастает добродетель смирения; из свободы мысли – весь мир искусства и философии и то видение прекрасного (the vision of beauty), с помощью которого мы, в конце концов, наполовину завоевываем непокорный мир. Но видеть прекрасное может лишь освобожденное от оков созерцание (unfettered contemplation), мышление, не стесненное грузом нетерпеливых желаний; и потому Свобода приходит только к тем, кто уже не требует от жизни никаких подверженных действию Времени личных благ. [...] Однако мудрость не только в пассивном отречении; с помощью одного лишь отречения не построить храма, где мы смогли бы поклоняться нашим идеалам (a temple for the worship of our own ideals). [Не дающее покоя постоянное] предчувствие [этого] храма (haunting foreshadowings of the temple) является в сфере воображения, в музыке, архитектуре, в бестревожном царстве разума (the untroubled kingdom of reason), в магическом злате лирики, где прекрасное блистает и переливается, вдали от несчастий, вдали от страха перед утратами, вдали от неудач и разочарований. При созерцании этих вещей в наших сердцах возникает небесное видение (the vision of heaven), являющееся одновременно критерием для суждений об окружающем и вдохновением, приспособляющим к нашим чаяниям все то, что хоть как-то может выстроить этот [священный] храм (the sacred temple). [...] Мышление делает нас свободными; мы не склоняемся более в восточном унижении перед неизбежным, не впитываем его и делаем частью самих себя. Отказаться от борьбы за личное счастье, избавиться от сиюминутного желания и сгорать от страсти по вечному – вот что такое освобождение, и вот чему поклоняется свободный человек (To abandon the struggle for private happiness, to expel all eagerness of temporary desire, to burn with passion for eternal things – this is emancipation, and this is the free man's worship). Свобода возникает из созерцания Судьбы; ибо сама Судьба теперь в подчинении у разума, который ничего не оставляет очищающему огню Времени» (перевод А.А.Яковлева) [13, с.18–22; 8, с.64–69].

Как видим, Рассел проповедует своеобразный аскетизм, цель которого – сосредоточение всех сил на новом объекте поклонения (замещающем христианского Бога) – «храме человеческих достижений» (the temple of Man's achievement) [13, с.16; 8, с.61], возводимом совместными усилиями художников и философов. Парадоксальность представления Рассела об этом «храме» состоит в том, что он создается усилиями человеческого разума, но не становится от этого исторически изменчивым, как раз наоборот: он обретен «вечными вещами» (eternal things)⁷.

Приведенные мысли создают интеллектуальный контекст эссе «Изучение математики». Ведь его содержание имело для Рассела прямое отношение не только к математике и ее преподаванию, но также к этической и даже религиозной проблематике.

Интересующая нас связь между математикой и религиозно-этическими проблемами явно видна из напрямую относящегося к идеям интересующего нас эссе письма Рассела к Гилберту Марри⁸ от 3 апреля 1902 г.:

«От утилитаризма⁹ меня отвратило, в первую очередь, убеждение, что мне следует заниматься философией, хотя у меня не было (и, по-прежнему, нет) сомнений, что занимаясь экономикой и политической теорией, я мог бы в большей степени способствовать счастью человеческому. Мне представлялось, что достоинство, на которое способно человеческое существование, не может быть достигнуто исключительной приверженностью механизмам жизни, и что если не будет сохранено умственное созерцание вечных предметов (*eternal things*), человечество будет ничем не лучше хорошо откормленных свиней. Однако я не верю, что подобное созерцание в целом ведет к счастью. Да, оно приносит мгновения радости, однако перевешивают в нем годы напряженного труда и уныния. Также мои размышления привели к выводу, что ценность произведения искусства не имеет никакого отношения к получаемому от него удовольствию. В самом деле, чем более я размышлял об этом вопросе, тем выше ставил строгую простоту (*austerity*) и ниже — пышность и богатство (*luxuriance*). Сейчас мне представляется, что математика способна порождать художественное совершенство столь же великое, как какая угодно музыка, а, возможно, — и более великое. И это не по той причине, что приносимое ею удовольствие (также очень чистое) сопоставимо, будь то по интенсивности переживания или по числу людей, способных его чувствовать, с приносимым музыкой. Это так, поскольку она дает в абсолютно совершенном виде то сочетание богоподобной свободы с чувством роковой неизбежности, которое характерно для великого искусства, и поскольку, фактически, она конструирует некий идеальный мир, в котором все совершенно и, тем не менее, истинно. И снова, в том, что относится к действительному человеческому существованию, я обнаружил, что выше ставлю тех, кто чувствует его трагичность, кто мыслит истинно о Смерти, кого угнетают недостойные вещи, даже если они неизбежны. Однако, качества эти, как мне представляется, не дают быть счастливыми не только своим носителям, но и всем, кого они затрагивают. И, в общем и целом, наилучшей кажется мне жизнь, которая мыслит истинно и чувствует сильно в отношении проблем человеческих, а, в дополнение к этому, созерцает мир красоты и абстрактных истин. Этот последний

пункт, вероятно, образует мое самое анти-утилитаристское убеждение: я придерживаюсь позиции, согласно которой все знание, которое имеет дело с действительно существующими вещами – все то, что обычно называют Наукой – обладает весьма малой ценностью по сравнению с таким знанием, которое, как философия и математика, имеет дело с идеальными и вечными предметами, и освобождено от этого достойного жалости мира, который сотворен Богом» [7, с.149].

Итак, суть позиции Рассела этих лет состоит в ставке на *созерцание* (contemplation) «идеальных и вечных предметов» (блестящую возможность для этого предоставляет чистая математика), которое не только дает силы и мужество переносить неустранимую трагичность человеческого существования самому, но и поддерживать братьев и сестер по несчастью. Последний момент остался за рамками обсуждения в процитированном только что письме, однако он присутствует в других текстах Рассела того же времени. Речь идет о переходе от созерцания к *действию* (action), тема, которая будет звучать у Рассела все решительнее в последующие годы: без созерцания идеальных предметов невозможно адекватное действие в этом мире.

«Тот, кому предстоит быть мудрым правителем, говорит нам Платон, должен выйти из пещеры обыденной жизни к дневному свету идеального мира; он должен научиться смотреть на солнце, знать и любить благо (the good). Но, когда его образование завершится, он должен вновь вернуться в область теней, к задачам и отвратительным особенностям пещеры, отложив в сторону ради служения другим людям зрелище наилучшего. В области света, солнце сияет, и день трепещет радостью; это избираемый нами мир, мир красоты и надежды, дом души. Но снизу, от обитателей мира теней, восходит немой крик о помощи, о вестях из горного мира, о руководстве в запутанных лабиринтах мира сумеречного. Беспорядочная смесь звуков плача, раздора, ненависти и жестокости, разорения и бесчестия, и отчаяния, приносит призыв, который невозможно игнорировать; Жалость, эта посланница обитателей темноты, зовет нас назад, в бездну. Возвращение в пещеру, в той или иной форме и в то или иное время, неизбежно, если мы хотим распорядиться нашим временем правильно. Ведь некоторое знание того блага, которому следует существовать, представляется существенным для правильного действия; и однако, правильное действие, как правило, включает отречение, в нашей собственной жизни, от многого из того, что знание блага открывает как обладающее огромной ценностью (precious)» [5, с.35]. «Любовь, чтобы быть благой (to be good), должна быть любовью к тому, что благо, поскольку оно благо (what is good because it is good), и должна рас-

пространить свою суровую простоту (austerity) на предмет любви, также как и на саму себя. Любить ближнего как самого себя – незначительное достижение, если моя любовь к самому себе не была облагорожена любовью к благу (goodness)» [5, с.49–50]. Так Рассел писал в незаконченных набросках 1902 – начала 1903 гг. под названием «Странствие жизни (The Pilgrimage of Life)».

Жизнь виделась Расселу паломничеством к горе Истины (the mountain of Truth), чтобы стать строителем священного храма (the sacred temple) и жрецом Истины (a priest of Truth). «В одиночестве, такой жрец Истины живет, служа грядущим поколениям, и поддерживает неизменно ярким священный огонь (the sacred flame); жалость он может испытывать к тем, кто обитает внизу, но чувство общности (fellowship) – только по отношению к членам мистической церкви (the mystic communion) тех, кто создает и обслуживает (tend) те огни, которые освещают мир (the lights which illuminate the world)» [5, с.43].

Парадоксальность позиции Рассела состояла в том, что он стремился сочетать религиозный взгляд на вещи в сфере интеллектуального воображения, в том числе и на математику и занятия ею, с агностицизмом. (Упоминание «Бога» в процитированном выше письме к Гилберту Марри есть не более чем горькая ирония, ко времени его написания Рассел без сомнения уже не верил в Божественное творение.) Не только для самого Рассела, но и для круга Кембриджских «апостолов», к которому он принадлежал [7, с.58–63], в эти годы было характерно своеобразное отношение к религии.

Так, Литтон Стрейчи в письме к двоюродному брату Дункану Гранту¹⁰ от 11 августа 1907 г., многозначительно намекал на это своеобразие. Он писал, что «апостолы» его поколения религиозны «должным образом» (in «the proper way»), и именно это отличает их от лишенных воображения и интеллекта «тупиц этого мира» (в оригинале еще грубее: «dullards and dunheaps of the world»). Вот почему им особенно важно быть бдительными, чтобы не дать путям мира сего (the world's «wretched methods») склонить их к отрицанию «нашего таинственного неведомого бога» («our mysterious unknown god») [1, с.356].

Что бы «апостол» Стрейчи при этом ни подразумевал, вряд ли его «неведомый бог» совпадал с тем, которого проповедовал в Афинском ареопаге апостол Павел (Деяния 17:22–23). Кембриджские «апостолы» в большинстве своем тяготели к агностицизму, их христианские убеждения часто хромали, а порой они были и прямо враждебны христианству. Так Лоус Дикинсон в более поздние годы писал, что если и придерживается христианских взглядов, то «в весьма нерешительной версии» («in rather a halting way», дос-

ловно: «в хромом виде») (письмо к Роджеру Фрау¹¹ от 3 июня 1921 г.) [1, с.405]. По сообщению того же Стрейчи, в 1902 г. «апостолы» обсуждали, следует ли им начать крестовый поход против христианства, и пришли к положительному решению по данному вопросу, с чем сам Стрейчи был вполне солидарен (письмо к Леди Стрейчи от 28 апреля 1902 г.) [1, с.400]. Даже если отнести последнее сообщение на счет характерного «апостольского» юмора, публичные действия ряда членов общества вполне отвечали реализации названной программы.

Что же представляла собой эта агностическая религиозность? Как «апостолы» понимали средний путь между религией и атеизмом?

Американский историк-британист У.К.Любен¹², посвятивший целую главу своего исследования о Кембриджских «апостолах» их религиозным убеждениям, резюмирует свои наблюдения по данному вопросу следующим образом:

«...апостольский агностицизм был вызван к жизни скорее духовными, чем материалистическими импульсами...» [1, с.401].

«Их агностицизм никогда не впадал в материализм и всегда включал уважительное отношение к жизни воображения» [1, с.402].

«Апостолы-агностики были либералами. Их критический настрой возник из дисциплин, связанных с классической филологией, для которых было характерно желание освободить мысль из тюрьмы текстуального буквализма. И хотя они чувствовали, что, по-видимому, им уже поздно пытаться спасти христианство, апостольский агностицизм все еще надеялся сохранить духовные ценности (spiritual values) от влияния материализма, невежества, предрассудков, фанатизма и политической власти» [1, с.407].

«В конце апостолы осознали сколь многим они были обязаны христианству. [...] Стремление исполнить свой долг привело некоторых из ранних апостолов в церковь; тот же самый импульс привел некоторых из позднейших апостолов к выходу из нее. На протяжении всей их истории, чувство долга и ответственности перед истиной заставляло их поднимать вопросы о предельных вещах (ultimate things). Даже в конце, хотя некоторые из апостолов были безбожниками (were godless), они никогда не были лишены веры (were never without belief)» [1, с.409].

Как видим, Любен¹² не дает нам детального ответа на интересующий нас вопрос, указывая лишь основную тенденцию. По-видимому, общего ответа на него дать и невозможно. Каждый из «апостолов» имел свою уникальную позицию, более того, она могла существенно меняться в течение его жизни. И все же, между их конкретными позициями (в той мере, в которой их удается реконструировать) обнаруживается целая сеть корреляций.

Так весьма характерное соответствие наблюдается, например, между взглядами на религию (в первые годы двадцатого века) Бертрана Рассела и Дж.Э.Мура. Сопоставление позиций Рассела и Мура в данном контексте особенно важно, поскольку именно Мур имел на Рассела огромное влияние на рубеже веков, точнее в 1898–1904 годах [6, гл.9]. Так в предисловии к главной своей работе этих лет, «Принципам математики» (1903), Рассел писал: «По фундаментальным вопросам философии моя позиция во всех главных чертах заимствована у (derived from) мистера Дж.Э.Мура» [14, с.viii].

В 1901 г. Мур напечатал эссе «Ценность религии» (The Value of Religion). Хотя все рациональные аргументы в пользу существования личного Бога и необходимости верить в него Мур считал несостоятельными, он завершает свое эссе следующими примечательными словами:

«[Я] полагаю можно усомниться в том, что мы не можем по-прежнему сохранить те самые элементы, которые помогали религии быть наиболее эффективным орудием добра в прошлом. Фактически, это такие элементы, которые не имеют логической связи с верой в Бога. (1) Во-первых, такой ценный элемент имеется в религиозных эмоциях, которые исходят из умственного созерцания того, что мы считаем истинно и в полной мере благим. В самом деле, мы имеем законное право мыслить его как то, чему следует быть, но не как то, что есть или будет. Однако я сомневаюсь, что соответствующие эмоции должны утратить значительную часть своей силы по причине того, что их объект не реален. Пример воздействия литературы показывает, как сильно нас может трогать созерцание идеальных объектов, относительно которых мы, тем не менее, не утверждаем реального существования. Можно, в самом деле, задаться вопросом, не была ли наиболее эффективная часть во всех религиозных убеждениях всегда подобной убеждениям, относящимся к объектам воображения, – взгляд вполне совместимый с твердым убеждением, что мы имеем здесь дело не с фактами. (2) И, во-вторых, убеждение, что некоторым хорошим объектам следует обладать реальностью, и в самом деле необходимо для нашего комфорта. Но такие объекты мы имеем в изобилии. Без сомнения лучше было бы оставить поиски Бога, чье реальное существование есть и останется недоказуемым, и перенаправить те чувства, которые религиозный человек предпочитает расходовать на него, на представителей нашего собственного вида, которые хотя, возможно, и не настолько хороши, насколько мы способны вообразить хорошим Бога, все же заслуживают всей той привязанности, которую мы способны испытывать, и их помощь и симпатия, без сомнения, куда более реальны. Мы могли бы, не без пользы, поклоняться ре-

альному созданию несколько больше, а его предполагаемому Создателю – куда меньше» [15, с.98].

Что же касается персонально Бертрانا Рассела, то свою позицию (в те годы, к которым относится эссе «Изучение математики»), он подробно изложил в письме к Лоусу Дикинсону от 16 июля 1903 г.:

«Я рад, что вы пишете о Религии. Время как раз подходящее, чтобы были сказаны вещи, которые все из нас¹³ знают, но которые не являются общеизвестными. Мне кажется, что наше отношение к религиозным вопросам нам следует проповедовать настолько широко насколько это возможно. Оно не совпадает с позицией ни одного из хорошо известных оппонентов христианства. Имеется традиция Вольтера, которая высмеивает весь предмет целиком с полу-исторической, полулитературной позиции здравого смысла. Это, конечно же, безнадежно неадекватный подход, поскольку он ухватывает лишь случайности и патологические наросты исторически сложившихся систем. Затем имеется научная позиция Дарвина–Гексли, которая представляется мне полностью истинной, и совершенно губительной, если ее провести правильным образом, для всех обычных аргументов в защиту религии. Однако позиция эта слишком внешняя, слишком холодно-критическая, слишком отстраненная от эмоциональной стороны дела. Более того, она не способна добраться до корня проблемы без помощи философии. Далее имеются философы, такие как Брэдли¹⁴, которые удерживают тень религии, слишком слабую для обретения утешения, но вполне достаточную, чтобы погубить их системы в интеллектуальном отношении. Но что мы должны делать, и что мы и делаем частным образом, так это относиться к религиозному инстинкту с глубоким уважением, однако настаивать, что ни крупинки истины нет в любой метафизике, которую он нам внушал и продолжает внушать. Смягчать эту позицию следует выявлением красоты мира и жизни, в той мере, в которой она существует, и, сверх всего, настаивать на сохранении серьезности религиозного отношения и его привычки задавать предельные вопросы. И если хорошо прожитые жизни – это лучшее, что мы знаем, то утрата религии придает новый масштаб мужеству и стойкости, и, тем самым, может сделать хорошо прожитые жизни еще лучше, чем все, для чего имелось место, пока религия делала для нас доступным лекарство в несчастьи. Как часто я чувствую, что религия, подобно солнцу, затмевала и затмевает звезды меньшей яркости, но не меньшей красоты, которые светят на нас из тьмы вселенной без Бога. Величие человеческой жизни, говорю с чувством уверенности, больше для тех, кто не ослеплен божественным сиянием; и братство человеческое, пожа-

луй, делается более глубоким и чутким на основе чувства, что все мы – изгнанники на негостеприимном берегу» [7, с.179–180].

В 1905 г. вышел сборник статей Лоуса Дикинсона «Религия: Критика и прогноз» (*Religion: A Criticism and a Forecast*) [16]. В процессе подготовки книги, Рассел отзывался о проекте одобрительно и особенно обратил внимание на следующую цитату из главы LXXIX книги Мориса Метерлинка «Мудрость и судьба» (*La Sagesse et la Destinée*, 1898), которую Дикинсон приводил в оригинале. В силу показательности этих слов для понимания позиции Рассела, приведу их полностью:

«Я могу бесконечно религиозным образом верить в то, что Бога нет, что мое появление в мире не имеет вне себя никакой цели, что существование моей души так же не нужно для экономии этого беспредельного мира, как мимолетные оттенки в окраске цветка, а вы можете самым мелочным образом верить в единого всемогущего Бога, который вас любит и защищает. И я буду счастливее и спокойнее вас, если моя неуверенность возвышеннее, благороднее и значительнее, чем ваша вера, если она глубже вопрошала мою душу, если она обошла более обширный горизонт, если она любила большее число явлений. Бог, в которого я не верю, становится более могущественным и более утешающим, чем тот, в которого вы верите, если я заслужил, чтобы мое сомнение покоилось на мыслях и чувствах более широких и чистых, чем те, которые воодушевляют вашу уверенность. Повторю еще раз; важно не то, чтобы верить или не верить; единственное значение имеет та честность, тот объем бескорыстия, та глубина мотивов, по которым мы верим или не верим» [17, с.426–427; 16, с.52].

Как видим, «апостолы» были далеко не одиноки в своих сомнениях и исканиях. Рассел резюмировал мысль Метерлинка следующим образом: «эмоции, с которыми мы созерцаем мир, могут быть религиозными, даже если мы не имеем никаких определенных теологических убеждений» (*the emotion with which we contemplate the world may be religious, even if we have no definite theological beliefs*). И еще компактнее и парадоксальнее: «отсутствие веры не может служить основанием для того, чтобы не мыслить религиозным образом» (*the absence of a creed is no reason for not thinking in a religious way*) (письмо к Лоусу Дикинсону от 20 июля 1904 г.) [7, с.181]. Это, пожалуй, наиболее удачные формулировки и позиции самого Рассела.

Для Рассела было важно отделить в религии метафизику от эмоциональной составляющей: первую следовало отвергнуть, а вторую – сохранить. В «Странствии жизни» (1902–1903) он писал: «Что составляет истинную сущность религии, когда все ненужные

догмы, вся шелуха и внешние одеяния с нее сорваны? [...] Религия [...] – это скорее способ чувствовать, эмоциональный тон, чем какое-либо особое верование (a way of feeling, an emotional tone, rather than any specific belief). Религия – это страстная убежденность (the passionate determination), что человеческая жизнь должна обладать способностью к значимости (capable of importance), что нравственное достоинство и совершенство (virtue and excellence) должны стоять, по крайней мере, наравне с великими фактами Природы – небесами, ходом Времени и Судьбой» [5, с.53–54].

Рассел не верил в Бога в привычном смысле этого слова и был одним из ярких и непримиримых публичных критиков христианства, однако, религиозные искания и религиозная взволнованность – важнейшая подоснова его интеллектуальных предприятий, в том числе и его логицизма. Одно из наиболее открыто «религиозных» признаний Рассел сделал позднее, в письме к леди Констанс Моллесон¹⁵ от 23 октября 1916 г.:

«Центр меня – это всегда и извечно страшная боль, – странная и очень сильная, – искание чего-либо за пределами того, что содержит в себе мир (beyond what the world contains), чего-либо преображенного и бесконечного (transfigured and infinite) – видения, дарующего блаженство (the beatific vision), – Бога – я не нахожу этого, я не думаю, что это может быть найдено, – однако, любовь к этому есть моя жизнь – это подобно страстной любви к призраку (passionate love for a ghost). Временами это наполняет меня гневом, временами – диким отчаянием, это источник мягкой доброты и жестокости, и работы, оно наполняет всякую страсть, которую я имею, – это действительная внутренняя пружина жизни во мне (the actual spring of life within me). Я не могу это объяснить или придать ему вид чего-либо помимо глупости, – но глупо оно или нет, а это источник всего сколько-нибудь хорошего, что есть во мне» [7, с.287].

О чем же говорится в эссе «Изучение математики»?

Через все эссе проходят две взаимосвязанные линии аргументации. Первая из них посвящена критике общепринятого способа преподавания математики на всех уровнях, от школы и до университета. Вторая – предельным целям занятий математикой и ценностью ее для человечества. Эти линии тесно связаны между собой, поскольку главную причину неудовлетворительного состояния преподавания математики Рассел видит именно в забвении целей всего мероприятия. Итак, главный предмет эссе – *собственные цели и идеал математики*.

Математика для Рассела – это чистая математика, трактуемая как особый, а, возможно, и величайший вид *искусства*. В этом смысле, математика есть «цель в себе». Прикладная математика хотя и признается им, но всерьез не принимается в расчет при определении главной цели математики. Рассел утверждает *автономию* математики и существенную «взаимную свободу» математики и мира опыта друг от друга.

Для математики особенно характерна «способность иметь дело с общим как таковым» и стремление достигать «наивысшей возможной общности». Математика для Рассела имеет «чисто идеальный характер». Это «область абсолютной необходимости, которой не только действительный, но и всякий возможный мир, должен соответствовать». Его позиция здесь – яркий образчик *математического платонизма*. Эндрю Бринк (один из редакторов двенадцатого тома «The Collected Papers») охарактеризовал обсуждаемое эссе Рассела как «пифагорейское» и «идеалистическую мечту» [5, с.xvi, xix], а С.П.Розенбаум¹⁶ весьма удачно назвал его «платоническим пеаном» (Platonic paean) [2, с.265].

Вера в достоинство разума, силу логики и строгое доказательство, которые способны преодолевать человеческую ограниченность и вести к обретению абсолютной истины, вот что должны воспитывать занятия математикой в первую очередь. Они должны воспитывать также «любовь к системе, к установлению взаимосвязей». Подлинная красота и совершенство математики открываются нам только, когда мы видим ее как «логическое целое», когда понимаем, как все ее содержание «следует необходимым образом из небольшого числа фундаментальных законов», являющихся для Рассела законами логики. Его позиция – это *логицизм*. Рассел призывает на помощь метафору «дерева», но особенно упорно обращается к метафоре «построения величественного здания» (дворца, храма, монастыря)¹⁷, которая уже знакома нам по приведенным выше цитатам из «Поклонения свободного человека» и восхищенного письма Литтона Стрейчи: «законы логики играют в математике ту же роль, что законы композиции в архитектуре».

Величие математики, открывающееся нам в «монастыре умозрения», противопоставляется в эссе убожеству реального мира, который постоянно обманывает наши лучшие надежды, и оценивается Расселом, как «то второсортное, которому нет конца, вечный компромисс между идеальным и достижимым». Эта тема вновь напоминает нам о тесной взаимосвязи двух эссе Рассела 1902 г., «Изучения математики» и «Поклонения свободного человека», а значит – и взглядов их автора на ценность математики и его религиозно-этических исканий.

Примечания

- ¹ Журнал просуществовал менее четырех лет (с ноября 1907 по май 1910 гг.), редактировал его Десмонд Маккарти. Desmond MacCarthy (1877–1952) – литературный критик и журналист, который был, как и Рассел, членом тайного интеллектуального общества Кембриджских «апостолов» [1]. Журнал публиковал эссе на научные и философские темы, а также литературную критику. Политики в нем было минимально (либерального уклона). Здесь выходили эссе кембриджских философов, обращенные к широкой аудитории [2, с. 259–284].
- ² Журнал издавался с 1903 по 1907 гг. и контролировался Кембриджскими «апостолами». Редакционный совет составляли: историк Джордж Маклей Тревелиян (George Macaulay Trevelyan, 1876–1962), философ и друг Рассела со времени учебы в Кембридже Голдсуорти Лоус Дикинсон (Goldsworthy ('Goldie') Lowes Dickinson, 1862–1932), а также филологи-классики Nathaniel Wedd (1864–1940) и Robert ('Robin') Mayor (1869–1947) [2, с.9–29; 1, с.216]. «Поклонение свободного человека» очень понравилось Тревелияну, которого поддержал Дикинсон [5, с.62–65].
- ³ Giles Lytton Strachey (1880–1932) – английский писатель и литературный критик, член группы Блумсбери и один из «апостолов».
- ⁴ Речь идет о еще одном кембриджском философе и «апостоле», Джордже Эдварде Муре (George Edward Moore, 1873–1958). Об отношениях Мура и Рассела см. [6, гл.9].
- ⁵ Приведу часть содержащегося в «Автобиографии» рассказа, позволяющую понять основную направленность этого «обращения». Речь в нем идет об Эвелин, жене А.Н.Уайтхеда (Alfred North Whitehead, 1861–1947), наставника, а затем друга и соавтора Рассела, также одного из «апостолов». Имеются непрямые свидетельства, заставляющие биографов предполагать, что Рассел был втайне неравнодушен к Эвелин Уайтхед [10, с.129–130]. Последнее, возможно, объясняет силу переживаний Рассела. «Вернувшись домой, мы застали миссис Уайтхед переживающей необычайно сильный приступ боли. Она казалась отрезанной ото всех и всего стенами страдания, и чувство одиночества каждой человеческой души ошеломило меня. [...] Внезапно мне показалось, что почва ушла из под ног, и я обнаружил себя в совершенно ином мире. В пределах пяти минут я прошел через что-то вроде следующей серии размышлений: одиночество человеческой души невыносимо; ничто не способно прорвать его за исключением наивысшей интенсивности того типа любви, который проповедуют религиозные учителя; все, что не из этого мотива возникает – вредно, или, в лучшем случае, бесполезно; отсюда вытекает, что война – ошибочна, что образование в частных школах – отвратительно с нравственной точки зрения, что следует протестовать против применения силы, и что в человеческих отношениях следует стремиться проникнуть в самую сердцевину одиночества каждой личности и обращаться именно к ней. [...] К концу этих пяти минут я стал совершенно другой личностью. Некоторое время, своего рода мистическое озарение владело мною. Я чувствовал, что знаю сокровенные помыслы каждого встреченного мною на улице человека, и, хотя это, без сомнения, было иллюзией, я, в самом деле, оказался в более близких отношениях, чем раньше, со всеми моими друзьями и со многими знакомыми. Я был империалистом, но за эти пять минут обратился в пробурски настроенного человека и пацифиста. Я многие годы заботился исключительно о точности и анализе, а тут обнаружил, что полон полумистических чувств в отношении красоты, интенсивного интереса к детям, желания, почти столь же глубокого как у Будды, найти философию, которая должна сделать человеческую жизнь выносимой. Странное воодушевление владело мной; оно включало сильную боль, но также некоторый элемент триумфа, вызванного тем фактом, что я способен контролировать эту боль и сделать ее, так мне казалось, вратами к мудрости. Мистическая провидательность, которой, как я тогда воображал, я стал обладать, по большей части утасла, а привычка к анализу заново утвердилась в своих правах. Однако кое-что из того, что, как я тогда думал, мне в тот момент открылось, так и осталось со мной, определяя собой мою позицию во время первой мировой войны, мой интерес к детям, мое безразличие к мелким неудачам, и определенный эмоциональный тон в моих отношениях с людьми» [7, с. 137; 11, с.151–152; 5, с.xix–xxi].

- ⁶ Ситуация несколько улучшилась только к 1905 г., но, в целом, кризис продолжался до «второго обращения» Рассела 1911 г. [5, с.ххi–ххv], которое было связано с установлением близких отношений с Оттолайн Моррелл (Lady Ottoline Morrell, 1873–1938).
- ⁷ Названный парадокс разъясняется в учении Рассела о бессмертии прошедшего. В эссе «Об истории» (On History, 1904) читаем: «Только прошлое обладает истинной реальностью (the past alone is truly real): настоящее есть не более чем болезненное, происходящее в борьбе рождение в неизменное бытие того, чего более уже нет (the immutable being of what is no longer). Только умершее (the dead) существует в полной мере (exist fully). [...] [П]рошлое, вечно поглощающее преходящие порождения настоящего, живет универсальностью смерти; неуклонно, непреодолимо, оно присоединяет все новые трофеи к своему молчаливому храму (its silent temple), в строителстве которого принимают участие все поколения; каждое великое деяние, каждая выдающаяся жизнь, каждое достижение и каждый героический провал бережно сохраняется в нем как святыня (is there enshrined)» [5, с.81–82].
- ⁸ Hilbert Murray (1866–1957) – филолог-классик и публичный интеллигент либеральной ориентации. Именно его Рассел благодарит за подсказанную цитату из Платона в тексте эссе «Изучение математики».
- ⁹ Речь идет об этической концепции, которую сформулировал Иеремия Бентам и популяризировал столь важный для интеллектуального формирования Рассела Дж.С.Милль. Согласно Бентаму, нравственно то, что приносит наибольшее счастье наибольшему числу людей.
- ¹⁰ Duncan James Corrowr Grant (1885–1978) – британский художник и дизайнер, член группы Блумсбери.
- ¹¹ Roger Eliot Fry (1866–1934) – художник и художественный критик, «апостол», член группы Блумсбери, один из друзей Рассела по Кембриджу [7, с.53].
- ¹² William (Bill) Cornelius Lubenow (p. 1939).
- ¹³ Возможно, Рассел имеет в виду именно «апостолов».
- ¹⁴ Фрэнсис Брэдли (Francis Herbert Bradley, 1846–1924) – оксфордский философ, глава британского неогегельянства.
- ¹⁵ Lady Constance Malleon (Colette O’Niel) (1895–1975) – британская писательница и актриса, в то время у них с Расселом начинался роман.
- ¹⁶ Stanford Patrick Rosenbaum (1929–2012) – канадский исследователь группы Блумсбери.
- ¹⁷ Ср. интересные размышления Дирка Шлимма [18] об использовании метафор «дерева» и «здания» для представления математики в целом немецкими математиками рубежа XIX–XX вв. (М.Пашем, Г.Фреге, Ф.Клейном и Д.Гильбертом).

Список литературы

1. *Lubenow W.C.* The Cambridge Apostles, 1820–1914: Liberalism, Imagination, and Friendship in British Intellectual and Professional Life. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1998.
2. *Rosenbaum S.P.* Edwardian Bloomsbury: The Early Literary History of the Bloomsbury Group. Vol.2. MacMillan Press, 1994.
3. *Blackwell K. & Ruja H.* A Bibliography of Bertrand Russell. [In Three Vols.] London and New York, 1994.
4. *Russell B.* Mysticism and Logic. London: G. Allen & Unwin Ltd., 1917.
5. *Russell B.* Contemplation and Action 1902–14 (The Collected Papers of Bertrand Russell, Vol. 12) / Ed. by *R.A.Rempel, A.Brink and M.Moran.* London and New York: Routledge, 1993.
6. *Пассмор Дж.* Сто лет философии. М.: Прогресс-Традиция, 1998.
7. *Russell B.* Autobiography [1967–1969] (Routledge Classics). London & NY: Routledge, 2009.
8. *Russell B.* Philosophical Essays. London: Longmans, Green and Co., 1910.

9. *Рессель Б.* Новейшие работы о началах математики // Новые идеи в математике / Под ред. *А.В.Васильева*. Сб. 1: Математика. Метод, проблемы и значение ее. СПб.: Образование, 1913. С.82–105.
10. *Monk R.* Bertrand Russell: The Spirit of Solitude, 1872–1921. New York: The Free Press, 1996.
11. *Рассел Б.* Автобиография [печатается в сокращении] // Иностранная литература. 2000. №12. С.97–240.
12. *Griffin N.* The Prehistory of Russell's Paradox // One Hundred Years of Russell's Paradox: Mathematics, Logic, Philosophy / Ed. by *G.Link*. Berlin: Walter de Gruyter, 2004. P.349–371.
13. *Рассел Б.* Почему я не христианин: Избранные атеистические произведения. М.: Политиздат, 1987.
14. *Russell B.* The Principles of Mathematics. Vol.1. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1903.
15. *Moore G.E.* The Value of Religion // International Journal of Ethics. Vol.12. No.1. (Oct. 1901.) P.81–98.
16. *Dickinson G.L.* Religion: A Criticism and a Forecast. New York: McClure, Phillips & Co., 1905.
17. *Метерлинк М.* Разум цветов. М.: Московский рабочий, 1995.
18. *Schlimm D.* Metaphors for Mathematics from Pash to Hilbert // Philosophia Mathematica (III). 2016. Vol.24. No.3. P.308–329.

ИЗУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

Бертран Рассел

*Перевод с английского и комментарии
В.А.Шапошникова*

В отношении каждой формы человеческой активности необходимо время от времени задаваться вопросом: в чем состоит ее цель и идеал? Каким способом она вносит вклад в красоту человеческого существования? В отношении же тех видов деятельности, которые лишь весьма отдаленно участвуют в обеспечении самого механизма жизни, полезно помнить, что не следует ограничивать наши устремления одними лишь голыми средствами к существованию, но искусство жить в созерцании великих вещей не менее желательно. Еще в большей мере это относится к тем занятиям, которые не имеют никакой внешней цели, и судить которые, если и возможно, то только по их вкладу во всемирную копилку долговременных приобретений. Необходимо сохранять живым знание их [внутренних] целей, ясное предвосхищающее видение того храма, в который надлежит воплотиться творческому воображению.

Осуществление названной потребности в отношении тех занятий, которые по обычаю образуют материал, избранный для тренировки молодых умов, в действительности, до обидного, далеко, настолько далеко, что самому утверждению об этом придает вид нелепости. Великие люди, в полной мере чувствующие красоту тех созерцаний, служению которым отдана их жизнь, движимые жела-

нием сделать и других способными разделить их радости, убедили человечество передать последующим поколениям то механическое знание, без которого невозможно пересечь [заветный] порог. Сухие педанты присвоили себе привилегию прививать это знание. Они забывают, что оно призвано служить не более чем ключом, отмыкающим двери храма; и хотя они проводят свои жизни на ступенях, ведущих к священным дверям, они поворачиваются спиной к храму столь решительно, что забывают о самом его существовании. В результате, та рвущаяся вперед молодежь, которая жаждет быть введенной под его своды и арки, вынуждается повернуть вспять и пересчитывать ступени лестницы.

Математика, возможно даже больше чем изучение Греции и Рима¹, пострадала от подобного забвения подлинного ее места в цивилизации. Хотя традиция и постановила, что подавляющее большинство образованных людей должно знать хотя бы начала этого предмета, однако причины возникновения самой традиции забыты, погребены под грандиозной мусорной кучей из педантизмов и тривиальностей. Обычный ответ, который получает тот, кто расследует вопрос о цели математики, состоит в том, что она облегчает создание машин, путешествия с места на место, и победу над иностранными государствами, будь то на поприще войны или торговли. Если на это возражают, что осуществлению подобных целей, — каждая из которых обладает весьма сомнительной ценностью, — невозможно способствовать на уровне элементарного изучения, которым ограничивают требования к тем, кто не собирается стать профессиональным математиком, то, весьма вероятно, последует справедливый ответ, что математика тренирует умственные способности. Однако те самые люди, которые дают такой ответ, в большинстве своем, отнюдь не спешат устранить из преподавания определенные ошибки, которые известны в качестве таковых, и инстинктивно отвергаются неискушенным умом всякого сообразительного ученика². Да и сама умственная способность обычно понимается теми, кто настаивает на ее совершенствовании, как всего лишь средство избегать промахов и подспорье в открытии правил для руководства в повседневной жизни. Все это бесспорно важные достижения, которые делают честь математике; однако не они дают математике право занять почетное место во всякой системе общего образования. Платон, как мы знаем, считал созерцание математических истин достойным Бога; и Платон, возможно в большей степени, чем кто-либо еще из людей, осознал, каковы те элементы человеческой жизни, которые заслуживают места на небесах. Есть в математике, говорит он, «нечто *необходимое* и отбрасывать его здесь нельзя. ... и, если я не ошибаюсь, божественной необходимости. Если же дело идет о человеческих necessities — а ведь

именно это имеет в виду большинство людей, высказывая такое суждение, – то подобное утверждение будет самым нелепым из всех. *Клиний*. Какие же из необходимостей при обучении, чужеземец, будут не человеческими, а божественными? *Афинянин*. Помимо, это те, без осуществления, а также усвоения которых решительно никто не стал бы для людей богом, даймоном или героем и не смог бы ревностно печься о людях» (Законы, 818)*³. Таково было суждение Платона о математике; однако математики не читают Платона, в то время как те, кто читают его, вовсе не знают математики, и воспринимают его мнение по данному вопросу просто как странное заблуждение.

Математика, при правильном на нее взгляде, обладает не только истинностью, но также высшей красотой, – красотой холодной и строгой (cold and austere), подобной красоте скульптуры, которая не прибегает ни к одной из более слабых частей нашей природы, которая не использует эффектных внешних украшений, свойственных живописи или музыке, и, тем не менее, – возвышенно чистой (sublimely pure) и способной к тому суровому совершенству (stern perfection), которое может демонстрировать лишь величайшее искусство. Тот истинный дух высшего наслаждения, то восторженное состояние, чувство, говорящее что ты более чем человек, которые являются пробным камнем высшего совершенства, могут быть обнаружены в математике столь же несомненно, как и в поэзии. Лучшее, что есть в математике, заслуживает не просто быть выученным в качестве задания, но – быть усвоенным в качестве части повседневного размышления, которое вновь и вновь предстает перед нашим мысленным взором, принося постоянно возобновляемую поддержку. Для большинства людей реальная жизнь – это то второсортное, которому нет конца, вечный компромисс между идеальным и достижимым. Однако мир чистого разума не знает ни этого компромисса, ни практических ограничений, ни преград той творческой активности, которая в величественных интеллектуальных постройках воплощает страстное стремление к совершенству, в котором и берут начало все великие творения. Вдали от человеческих страстей, вдали даже от прискорбных фактов природы, многие поколения шаг за шагом создавали упорядоченный мир (ordered cosmos), в котором чистая мысль может обитать как в естественном для нее доме, и где хотя бы один из наших благородных порывов может укрыться от унылой ссылки действительного мира.

Столь мало, однако, математики были доселе нацелены на красоту, что вряд ли хоть что-то в их работе имело ее осознанной целью. Благодаря живучим инстинктам, которые были куда луч-

* Это место было указано мне профессором Гилбертом Марри (Gilbert Murray).⁴

ше, чем декларируемые убеждения, многое подверглось оформлению со стороны бессознательного вкуса; но многое было также и испорчено ложными понятиями о том, что является подходящим. Характерное для математики совершенство может быть обнаружено только там, где рассуждение строго логично (rigidly logical): законы логики играют в математике ту же роль, что законы композиции (structure) в архитектуре. В наиболее красивых работах, представлена такая цепочка аргументации, в которой каждое звено важно на своем месте, которую всю пронизывает настроение легкости и прозрачности, а посылки позволяют достичь большего, чем можно было бы счесть возможным, причем средствами, которые выглядят естественными и неизбежными. Если литература осуществляет общее через описание конкретных обстоятельств, чье универсальное значение лишь просвечивает сквозь индивидуальное облачение; то математика пытается представить всякий самый общий предмет в его чистоте, без каких-либо не относящихся к делу внешних украшений.

Как следует осуществлять преподавание математики, чтобы преподавать учащимся как можно больше из этого высокого идеала? В этом вопросе нашим руководителем, в значительной степени, должен быть опыт; однако некоторые максимы могут быть сформулированы на основе тщательного рассмотрения той предельной цели, к достижению которой мы стремимся.

Одна из главных целей, которой служит математика при правильном ее преподавании, это пробуждение веры учащегося в разум, его уверенности в истинности того, что было доказано, а также – в ценности доказательства. Этой цели существующий способ преподавания не служит; однако нетрудно увидеть те пути, на которых ей можно было бы послужить. На настоящий момент, в том, что касается Арифметики, мальчику или девочке предлагается набор правил, которые предстают не истинными или ложными, но всего лишь выражающими волю учителя, тот способ, которым, по некоторым непостижимым причинам, учитель предпочитает, чтобы игра велась. До некоторой степени, в изучении подобной определенно практически полезной вещи, это без сомнения неизбежно, но, насколько возможно ранее, основания этих правил следует систематически изложить, используя те средства, которые в наибольшей степени способны вызвать отклик в детских умах. В Геометрии, стоит отказаться от утомительного аппарата ошибочных доказательств тех очевидных трюизмов, которые образуют начало геометрии у Евклида.⁵ На первых порах, изучающему следует позволить допускать истинность всего очевидного, и обучать его доказательствам таких теорем, которые сразу вызывают удивление, и истинность которых легко может быть установлена действительным

построением: теоремам, вроде тех, в которых показывается, что три или более линий сходятся в одной точке. Это тот путь, на котором порождается вера; становится видным, что рациональное мышление способно приводить к удивительным заключениям, которые, тем не менее, подтверждаются фактами, а, тем самым, инстинктивное недоверие ко всему абстрактному или рациональному постепенно преодолевается. В тех случаях, когда теоремы сложны, следует сначала преподавать их в форме упражнений на геометрические построения, до тех пор, пока соответствующая фигура не станет вполне привычной. Следующим приемлемым шагом будет преподавать логические связи между различными линиями и окружностями, отвечающие заданным условиям. Желательно также, чтобы иллюстрирующие теорему чертежи рисовались для всех возможных случаев и форм, так, чтобы те абстрактные отношения, которыми Геометрия и занимается, могли выявиться сами по себе, в качестве сухого остатка сходств, среди кажущегося столь великим разнообразия. На этом пути абстрактные доказательства должны занимать лишь незначительную часть учебного процесса, и должны приводиться только тогда, когда подробное знакомство с конкретными случаями уже сделает возможным их восприятие в качестве естественной фиксации непосредственно наблюдаемого факта. На этой ранней стадии обучения доказательства не следует приводить с педантичной полнотой. Определенно ошибочные методы, такие как метод наложения, должны быть решительно исключены с самого начала, однако там, где без применения подобных методов доказательство стало бы слишком сложным, результат следует делать приемлемым с помощью таких аргументов и иллюстраций, которые явным образом противопоставлены доказательству [и не претендуют занять его место].

В начале изучения Алгебры даже самый смысленный ребенок сталкивается, как правило, с очень большими сложностями.⁶ Использование букв – это таинство, которое, как кажется, не преследует никакой иной цели кроме мистификации. Поначалу, почти невозможно избежать представления, согласно которому каждая буква обозначает некоторое конкретное число, просто учитель не желает открыть – какое именно. Ведь фактически, именно в Алгебре наш разум впервые научается иметь дело с общими истинами, такими истинами, которые относятся не к той или иной конкретной вещи, но к любой из целой группы вещей. Именно в способности понимать и открывать такие истины заключается власть интеллекта над всем миром вещей, как действительных, так и возможных; а способность иметь дело с общим как таковым – это один из тех даров, которые должно приносить математическое образование. В сколь малой степени, как правило, учитель способен, однако, сде-

лать понятной ту пропасть, которая отделяет Алгебру от Арифметики, и сколь малую поддержку получает ученик в своих усилиях нащупать эту разницу! Обычно, тот метод, который был принят в преподавании Арифметики, продолжает применяться и здесь. Правила формулируют, не давая никакого адекватного объяснения оснований для их принятия, и ученик учится применять эти правила вслепую, и, вскоре, когда он обретает способность получать тот самый ответ, который ожидает от него учитель, он думает, что вполне овладел предметом. И это при том, что в отношении внутреннего понимания используемого процесса он, вероятно, не приобрел почти ничего.

После того, как Алгебра пройдена, все идет гладко, пока мы не добираемся до тех разделов, которые используют понятие бесконечности – анализа бесконечно малых и всей высшей математики. Разрешение тех трудностей, которые прежде окружали математическое бесконечное, – это, пожалуй, величайшее достижение, которым обязан гордиться наш собственный век. Эти трудности были известны уже у истоков греческой мысли, и в каждом веке лучшие умы понапрасну искали ответа на, по-видимому, не имеющие ответа вопросы, которые были поставлены еще Зеноном Элейским. В конце концов, Георг Кантор нашел искомый ответ, завоевав для интеллекта новую обширную область, которая до того пребывала во власти Хаоса и старушки Ночи. Самоочевидным, пока Кантор и Дедекинд не установили противоположное, считалось, что если из любого множества вещей (collection of things) сколько-то изъять, то число оставшихся вещей всегда должно быть меньше, чем число вещей исходных. Это допущение, как оказалось, выполняется лишь для конечных множеств, а отказ от него по отношению к бесконечному, как было показано, устраняет все трудности, которые ранее ставили человеческий разум в этих вопросах в тупик, и делает возможным создание точной науки о бесконечном. Этот потрясающий факт должен был бы произвести революцию в преподавании высшей математики; даже взятый сам по себе он внес неизмеримый вклад в повышение образовательной ценности нашего предмета, и, наконец, предоставил средства, которые позволили придать логическую точность многим областям изучения, которые до недавнего времени были окутаны мраком и изобиловали ошибками. Для тех, кого учили по-старому, эти новые работы представляются чудовищно трудными, неясными и невразумительными; и, следует признать, что даже сам первооткрыватель, как часто бывает, с большим трудом выбрался из той мглы, которую разгоняет свет его интеллекта. По сути, однако, для всякого беспристрастного и пытливого ума, новое учение о бесконечном облегчило освоение высшей математики. Ведь до недавнего времени, требовалось в

ходе длительного изощрения ума приучать его соглашаться с аргументами, которые, при первоначальном знакомстве, вполне справедливо признавались им путанными и ошибочными. Математическая подготовка последних двух столетий далеко отклонилась от формирования бесстрашной веры в разум и смелого отвержения всего, что не соответствует строжайшим требованиям логики. Она стала оправдывать веру в то, что многие вещи, которые строгое исследование отвергло бы как ошибочные, должны, тем не менее, быть приняты, поскольку они работают, как выражаются математики, «на практике». В результате, трусливый дух компромисса, или, напротив, жреческая вера в таинства, недоступные для непосвященных, прививались там, где должен был властвовать один только разум⁷. Настало время все это вынести вон; пусть тех, кто хочет проникнуть в тайны математики, сразу учат истинной теории во всей ее логической чистоте, и в той последовательности, которая вытекает из самой сущности рассматриваемых объектов.

Если мы смотрим на математику как на цель в себе, а не как на элемент технической подготовки инженеров, то очень желательно сохранить чистоту и строгость ее рассуждений. В соответствии с этим, тех, кто уже приобрел достаточное знакомство с более легкими ее частями, следует вести в обратном направлении, от предложений, которые они принимали в качестве недоказуемых, ко все более и более фундаментальным принципам, из которых то, что ранее представлялось первичными положениями, может быть выведено. Их следует научить, — и теория бесконечности дает этому весьма уместные иллюстрации, — что многие предложения, которые представляются самоочевидными для неподготовленного ума, при более близком и тщательном исследовании оказываются ложными. Подобным способом они будут приведены к скептическому исследованию первых принципов, изучению тех оснований, на которых возведено целостное величественное здание рациональных рассуждений, или, если воспользоваться, возможно, более подходящей метафорой, тот великий ствол, из которого берут начало его раскидистые ветви. На этом этапе, хорошо заново пройти элементарные части математики, задаваясь теперь не только вопросом об истинности того или иного предложения, но и вопросом о том, как оно произрастает из центральных принципов логики. Подобные вопросы могут теперь получить ответ с той точностью и достоверностью, которые ранее были невозможны; и в тех цепях рассуждений, построения которых этот ответ требует, раскрывается, наконец, единство всего математического знания (*studies*).

В подавляющем большинстве математических учебников наблюдается полное отсутствие единства метода и систематического развития центральной темы. Предложения самых различных видов

доказываются любыми средствами, которые покажутся наиболее легкими для восприятия, а большая часть места отводится просто занятым диковинкам, которые не вносят никакого существенного вклада в основную линию аргументации. Однако в величайших трудах, единство и неизбежный характер [выводов] чувствуются не меньше, чем в постепенном раскрытии [сюжета] драмы; в исходных посылах некоторый предмет предлагается на рассмотрение, а каждый последующий шаг дает определенное продвижение на пути к полному овладению его природой. Любовь к системе, к установлению взаимосвязей, которая вероятно образует глубочайшую суть интеллектуального устремления, находит возможность реализовать себя в математике настолько свободно, как нигде более. Причастный этому устремлению ученик не должен быть отвращен от него чередой бессмысленных примеров, или сбит с толку забавными странностями, но поддержан в стремлении сосредоточиться на центральных принципах, освоиться со структурой тех разнообразных предметов, которые предлагаются ему на рассмотрение, с легкостью переходить по шагам наиболее важных логических выводов. Так воспитывается хороший тон мышления, а внимание приучается быть избирательным, отдавая предпочтение тому, что весомо и существенно.

Когда каждая из отдельных областей, на которые разделена математика, будет увидена им как логическое целое, естественно вырастающее из образующих принципы предложений, тогда учащийся обретет способность постичь и ту фундаментальную науку, которая объединяет и систематизирует все целое дедуктивных рассуждений. Это Символическая Логика – та область изучения, которая, хотя и обязана своим началом Аристотелю, однако, в смысле более широкого развития, является почти полностью продуктом девятнадцатого века, да и в настоящее время, все еще продолжает стремительно разрастаться. В Символической Логике истинным методом открытия, а вероятно также и наилучшим способом ввести в предмет обучающегося, уже знакомого с другими частями математики, служит анализ действительных примеров дедуктивных рассуждений, который направлен на выявление используемых в них принципов. Принципы эти, по большей части, столь прочно укоренены в наших логических инстинктах (*ratiocinative instincts*), что применяются вполне неосознанно, и требуются особые усилия и большое терпение, чтобы извлечь их на свет. Однако когда они, наконец, найдены, становится ясным, что их совсем немного, и они служат единственным источником всего, что есть в чистой математике. Открытие, что вся математика следует необходимым образом из небольшого числа фундаментальных законов, относится к числу таких, которые сверх всякой меры повышают интеллектуальную

красоту целого. На тех, кого удручала фрагментарность и неполнота большинства существующих дедуктивных цепей, это открытие воздействует с ошеломляющей силой [подлинного] открытия. Подобно некому дворцу проступающему из осенней мглы, по мере того как путешественник поднимается все выше и выше по склону горы где-нибудь в Италии, впечатляющие ярусы величественного здания математики предстают взору в подобающем порядке и отношении, и в каждой его части открывается новое совершенство.

Пока Символическая Логика еще не достигла теперешнего развития, те принципы, от которых зависит математика, неизменно предполагались имеющими философскую природу; открыть их представлялось возможным только теми ненадежными и лишенными прогрессивного духа методами, которыми до настоящего времени пользовались философы. Пока сохранялись такие представления, математика казалась не самодостаточной (*not autonomous*), но зависимой от исследования, использующего методы совершенно отличные от ее собственных. Более того, поскольку природа тех постулатов, из которых возможно выведение арифметики, анализа и геометрии, была окутана всеми теми традиционными неясностями, которые характерны для метафизических дискуссий, то и величественное здание, выстроенное на подобных сомнительных основаниях, стало рассматриваться как своего рода воздушный замок. В этом отношении, открытие того, что ее истинные принципы в той же степени являются частью математики, как и любое из их следствий, самым существенным образом повысило то интеллектуальное удовлетворение, которое может быть получено [от изучения математики]. Не следует лишать этого удовольствия тех учащих, которые способны его испытывать, ведь оно повышает наше уважение к человеческим способностям и наше знание относящихся к абстрактному миру красот.

Философы в большинстве своем придерживались того мнения, что законы логики, которые лежат в основе математики, — это законы мышления, законы управляющие деятельностью наших умов⁸. Такая точка зрения очень существенно занижает истинное достоинство разума: он перестает быть исследованием, проникающим в самое сердце и неизменную сущность всех вещей, как действительных, так и возможных, становясь, вместо того, изучением чего-то более или менее человеческого, чего-то подверженного нашим [человеческим] ограничениям. Созерцание того, что не является человеческим, открытие, что наши умы способны иметь дело с материалом ими не созданным, а, сверх всего, осознание, что красота принадлежит внешнему миру также как и внутреннему, — вот главные средства преодоления ужасного чувства бессилия и слабости, а также ощущения, что находишься в ссылке среди

враждебных сил (*hostile powers*). Подобные чувства более чем естественно возникают из признания чуть ли не всевластия [в этом мире] чуждых [нам] сил (*alien forces*). Примирить нас, через демонстрацию ее устрашающей красоты, с верховной властью Судьбы, которая есть всего лишь литературная персонификация этих самых сил, – задача трагедии. Однако математика уводит нас еще дальше от того, что является человеческим, в область абсолютной необходимости, которой не только действительный, но и всякий возможный мир, должен соответствовать (*conform*). И здесь она создает себе обиталище, или, вернее, находит обиталище вечно пребывающее (*a habitation eternally standing*), где наши идеалы находят полное удовлетворение, а наши лучшие надежды не обмануты (*not thwarted*). Только когда мы до конца понимаем полную нашу независимость, которая принадлежит тому миру, который открывает разум, тогда мы способны адекватным образом осознать глубочайшее значение его красоты.

Не только математика независима от нас и наших мыслей, но, хотя и в другом смысле, мы и вся вселенная существующих вещей – независимы от математики. Способность ухватить мыслью этот чисто идеальный характер математики совершенно необходима, коль скоро нам предстоит правильно понять ее место, как одного из искусств. Прежде считалось, что чистый разум способен, в некоторых аспектах, быть решающей инстанцией в отношении природы действительного мира: Геометрия, по крайней мере, рассматривалась, как имеющая дело с тем самым пространством, в котором мы живем. Однако теперь мы знаем, что чистая математика никогда не может иметь решающего голоса (*can never pronounce upon*) в вопросах действительного существования. Мир разума, в некотором смысле, контролирует мир фактов, однако ни на каком этапе он не создает факты, а, в ходе приложения его выводов к миру в пространстве и времени, его достоверность и точность оказываются затерявшимися среди приближений и рабочих гипотез. В прошлом, те объекты, которые изучали математики, относились в основном к типу подсказанного явлениями (*a kind suggested by phenomena*), однако от подобных ограничений абстрактному воображению следует быть полностью свободным. Соответственно, [обеим сторонам] должна быть предоставлена взаимная свобода (*a reciprocal liberty*): разум не может диктовать [свои условия] миру фактов, а факты не могут ограничивать привилегию разума иметь дело с любыми объектами, которые его любовь к красоте может счесть заслуживающими рассмотрения. Здесь, как и во всех других случаях, мы создаем наши собственные идеалы из тех фрагментов, которые приходится отыскивать в мире; так что в итоге уже затруднительно сказать является ли результат чем-то созданным или открытым (*a creation or a discovery*).

В ходе преподавания, очень желательно не просто убедить изучающего в правильности и точности обладающих важностью теорем, но сделать это таким способом, который, среди всех возможных путей, обладает наибольшей красотой. Истинный интерес доказательства не сосредоточен, как полагают традиционные способы [подачи материала], исключительно в итоговом результате; если же такое действительно случается, то на это следует смотреть как на недостаток, который требует, если возможно, исправления посредством такого обобщения шагов доказательства, что каждый становится важным в себе и для себя. Аргумент, который служит лишь подтверждению заключения, подобен истории, целиком подчиненной некоторой морали, которую она призвана нам преподнести: в эстетически совершенном целом, ни одна часть не должна быть всего лишь средством для этого целого. Это определенный практический дух, жажда быстрого прогресса и захвата новых областей, вот что ответственно за недолжный акцент на результатах, который преобладает в математическом преподавании. Предпочтительнее, предложить некоторую тему для размышления: в Геометрии, это какая-нибудь фигура, обладающая важными свойствами, в анализе, — какая-то функция, изучение которой способно пролить [на что-либо] свет, и т.д. Во всех случаях, где доказательства зависят только от некоторых из тех признаков, посредством которых мы определяем объект изучения, эти признаки должны быть выделены и исследованы сами по себе: ведь это недостаток в аргументации, использовать больше посылок, чем требуется для получения заключения. То, что математики называют элегантною, возникает из использования исключительно тех определяющих принципов, благодаря которым тезис и обладает истинностью. Одно из достоинств Евклида состоит в том, что он продвигается настолько далеко, насколько ему удастся, без применения аксиомы параллельных, причем, вовсе не потому, что, как часто говорят, эта аксиома по сути своей спорна, но потому, что в математике каждая новая аксиома снижает общность получаемых теорем, а наивысшая возможная общность — это то, чего следует искать прежде всего остального.

О влиянии математики вне ее собственной сферы было написано куда больше, чем о таком предмете, как подобающий ей самой идеал. Влияние на философию было в прошлом наиболее заметным, но и наиболее неоднозначным (*varied*). Так в семнадцатом веке — идеализм и рационализм, в восемнадцатом же — материализм и сенсуализм, в равной мере представляются продуктами этого влияния. О том же воздействии, которое она может иметь в будущем, было бы весьма опрометчиво распространяться; однако есть один аспект, в котором благотворный результат здесь весьма

вероятен. Математика, остающаяся в рамках своей собственной сферы, дает исчерпывающее опровержение того вида скептицизма, который упраздняет следование идеалам под тем предлогом, что дорога трудна и утомительна, а цель не является с несомненностью достижимой. Слишком часто говорится, что не существует абсолютной истины, но лишь мнение и частное суждение; что каждый из нас в своем взгляде на мир обусловлен личными особенностями, своими вкусами и наклонностями; что не существует никакого внешнего царства истины, к которому, благодаря терпению и дисциплине, мы можем, в конце концов, получить доступ, но есть лишь истина для меня, для тебя, для каждого отдельного лица. Подобная мыслительная привычка отрицает одну из главных целей человеческих усилий, и высшая добродетель честности (*candour*), бесстрашного признания того, что есть, исчезает с нашего нравственного горизонта. Для подобного скептицизма математика служит вечным упреком; ведь величественное здание ее истин стоит непоколебимым и неприсутственным для всех орудий сомневающегося цинизма.

Влияние математики на практическую жизнь, хотя оно и не должно рассматриваться в качестве мотива для наших занятий, может быть использовано, чтобы рассеять сомнения, которым отдельные учащиеся всегда должны быть подвержены. В мире, переполненном злом и страданиями, заключение себя в монастырь умозрения (*the cloister of contemplation*), чтобы наслаждаться радостями, которые, сколь бы благородными они ни были, неизбежно всегда остаются доступными лишь для немногих избранных, не может не выглядеть, как своего рода эгоистический отказ разделить с другими бремя, возложенное на них волей случая, к которой справедливость не имеет никакого отношения. Имеет ли кто-либо из нас право, спрашиваем мы, удалиться от наличествующих зол, покинуть своих собратьев-людей без помощи, в то время как мы ведем жизнь, которая, хотя она трудна и сурова (*arduous and austere*), является явно хорошей по своей собственной природе? Когда возникают такие вопросы, правильный на них ответ, без сомнения, состоит в том, что кто-то же должен поддерживать живым священный огонь, кто-то же должен сохранять в каждом поколении ту мечту, которая тревожит наше воображение, предвещая столь желанную цель (*the haunting vision which shadows forth the goal of so much striving*). Но когда, как и должно случаться временами, этот ответ представляется слишком холодным, перед лицом доводящего нас почти до безумия зрелища тех скорбей, которым мы не приносим помощи, мы можем поразмыслить о том, что косвенным образом математик часто делает больше для счастья человеческого, чем любой из его вовлеченных в более практическую деятельность современников. История науки изобилует примерами, показывающими

ми, что корпус абстрактных предложений (a body of abstract propositions), — даже если, как в случае с коническими сечениями, он две тысячи лет не оказывает никакого воздействия на повседневную жизнь, — может быть, однако, в любой момент использован для произведения революции в привычных мыслях и заботах каждого члена общества. Использование пара и электричества — если взять самые разительные примеры — стало возможным только благодаря математике. В результатах абстрактной мысли мир обладает капиталом, использование которого для обогащения круга обыденной жизни не обнаружило до сих пор каких-либо различимых границ. Также и опыт не дает нам каких-либо средств для решения вопроса о том, какие именно части математики окажутся полезными в будущем. Практическая полезность, тем самым, может служить утешением в моменты утраты мужества, но никак не руководством в выборе направления наших занятий.

На здоровое состояние нравственной жизни, на облагораживание тона эпохи или нации, более строгие добродетели (the austere virtues) имеют странное влияние, превосходящее по силе воздействия те, которые не оформлены и не очищены мыслью. Среди этих строгих добродетелей, любовь к истине — главная, а в математике, более чем где-либо еще, исчезающая вера в истину и любовь к ней могут найти поддержку. Всякое великое занятие есть не только цель в себе, но также средство для создания и поддержания некоторой возвышенной привычки ума (a lofty habit of mind); и этот ориентир следует постоянно иметь в виду на протяжении всего процесса преподавания и изучения математики.

Примечания переводчика

Эссе написано в 1902 г. и впервые опубликовано в 1907 г.: *Russell B. The Study of Mathematics* // *The New Quarterly*, London, [I] (Nov. 1907), pp.29–44. Перепечатано: *Russell B. Philosophical Essays*, London: Longmans, Green, and Co., 1910, pp.71–86; *Russell B. Mysticism and Logic and Other Essays*, London: Allen & Unwin, 1917, pp.58–73; *Russell B. Contemplation and Action* 1902–14 (*The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol.12) / Ed. by *R.A.Rempel, A.Brink and M.Moran*, London and New York: Routledge, 1993, pp.85–93. Перевод сделан по изданию 1917 г. При составлении примечаний использовалось издание 1993 г.

¹ Речь идет о давнем конкуренте математики в системе общего образования, классической филологии.

² Расселовская критика преподавания математики, по видимости, была направлена, главным образом, против так называемой системы Трайпос (Tripos) Кембриджского университета, сориентированной на сдачу итогового экзамена по математике для получения степени бакалавра с отличием. Введенный в таком виде в 1848 г., экзамен по математике во многом отражал идеи о роли математики в системе общего образования Уильяма Хьюэла (или Уэвелла, William Whewell, 1794–1866). Хьюэл видел в математике орудие тренировки умственных способностей, однако ориентировался при этом не столько на логическую строгость и современную математическую аналитику, сколько на интуитивные и связанные с естествознанием методы восемнадцатого века. Система, в итоге, была реформирована в 1907 г. в направлении близком к идеям Рассела [1; 2].

³ Использован перевод А.Н.Егунова [3, с.271–272].

⁴ Это подтверждается сохранившейся перепиской Рассела и Марри. В письме к Марри от 28 октября 1902 г. Рассел благодарит не только своего адресата (приславшего цитату), но и автора цитаты, т.е. самого Платона: «Глубокоуважаемый Философ! Я глубоко признателен Вам за произнесение столь истинных и восхитительных слов о Математике, и часто страстно желаю, чтобы Вы могли узнать прекрасные вещи, открытые теми, кто не осмеливается считать себя Вашими последователями. И т.д.» [4, с.462].

⁵ В 1902 г. Рассел опубликовал небольшую статью «The Teaching of Euclid» [5], в которой, на примере первой книги, подверг жесткой критике логическую строгость рассуждений в «Началах» Евклида. В «Автобиографии» (1967) Рассел так описывал рождение своего интереса к математике: «В возрасте одиннадцати лет я начал изучать Евклида под руководством своего брата. Это было одним из великих событий моей жизни, ослепительным как первая любовь. До того я и не подозревал, что в мире есть что-либо столь восхитительное. [...] Начиная с этого момента и до окончания Уайтхедом и мною «Principia Mathematica», когда мне было тридцать восемь, математика была моим главным интересом, и главным источником счастья. Как и всякое счастье, впрочем, оно не осталось неомраченным. Мне было сказано, что Евклид дает доказательства, и я был сильно разочарован, когда обнаружил, что он начинает с аксиом. Поначалу я отказывался принять их, если только мой брат не предложит мне некоторых на то оснований. Однако он сказал мне: «Если ты не примешь их, мы не сможем двинуться дальше», а поскольку я хотел двигаться дальше, я, скрепя сердце, допустил их pro tem. Сомнение в отношении предпосылок математики, которое я почувствовал в тот момент, осталось со мною, определив собой ход последующей моей работы». [6, с.25].

⁶ В «Автобиографии» Рассел вспоминал: «Начала Алгебры оказались для меня куда более трудными, возможно в результате плохого преподавания. Меня заставляли заучивать наизусть: «квадрат суммы двух чисел равен сумме их квадратов увеличенной на их удвоенное произведение». Я не имел ни малейшей идеи, что это значит, и когда я не мог запомнить нужные слова, учитель швырял книгу мне в голову, что ни коим образом не стимулировало мой интеллект. После первых начал Алгебры, однако, все остальное пошло гладко» [6, с.25].

⁷ Ср. замечание Рассела о преподавании высшей математики в Кембридже: «Мои наставники в математике не дали мне никакого основания полагать, что Анализ – это что либо, помимо причудливого сплетения ошибок (a tissue of fallacies). Тем самым, меня волновали два вопроса, один философский и один – математический. Математический вопрос в главных чертах уже был решен на Континенте, однако в Англии эта работа была мало известна. Только когда я покинул Кембридж и начал жить за границей, я открыл для себя то, чему меня должны были бы научить на первых трех курсах университета» [6, с.57].

⁸ Эту позицию принято называть *психологизмом* [7].

Список литературы

1. *Becher W.* William Whewell and Cambridge Mathematics // *Historical Studies in the Physical Sciences.* 1980. Vol.11. No.1. P.1–48.
2. *Craik A.D.D.* Mr. Hopkins' Men: Cambridge Reform and British Mathematics in the 19th Century. London: Springer-Verlag, 2008.
3. *Платон.* Собр. соч. в 4-х томах. М.: Мысль, 1994. Т.4.
4. *Russell B.* Contemplation and Action 1902–14 (The Collected Papers of Bertrand Russell, Vol.12) / Ed. by *R.A.Rempel, A.Brink and M.Moran.* London and New York: Routledge, 1993.
5. *Russell B.* The Teaching of Euclid // *The Mathematical Gazette.* May, 1902. Vol.2. No.33. P.165–167.
6. *Russell B.* *Autobiography* [1967–1969] (Routledge Classics). London & NY: Routledge, 2009.
7. *Kusch M.* Psychologism (2007, subst. revision 2015) // *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, principal editor *E.N.Zalta* <https://plato.stanford.edu/entries/psychologism/>

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова**

ИСТОРИКО- МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Вторая серия

**Выпуск 16(51)
Основаны в 1948 году
Г.Ф.Рыбкиным и А.П.Юшкевичем**



**«Янус-К»
Москва
2018**

УДК 51(091)
ББК 22.1г
И 902

Историко-математические исследования. Вторая серия. Выпуск 16(51). М.: «Янус-К», 2018. 394 с.

ISBN 978-5-8037-0736-3

Редакционная коллегия:

С.С.Демидов (главный редактор), Е.А.Зайцев (выпускающий редактор), И.О.Лютер (отв. секретарь), В.М.Тихомиров, Т.А.Токарева, Ч.Форд (США).

Редакционный совет:

А.Г.Барабашев (Россия), У.Боттачини (Италия), А.Граттан-Гинес (Великобритания), Дж.Даубен (США), Ж.Домбр (Франция), К.Жилен (Франция), Э.Кноблех (Германия), Р.Кук (США), Г.П.Матвиевская (Россия), Л.Новы (Чехия), Ж.Пайффер (Франция), Л.Пепе (Италия), С.С.Петрова (Россия), Ж.-П.Пир (Люксембург), Р.Рашед (Франция), М.М.Рожанская (Россия), К.Фили (Греция), М.Фолькертс (Германия), Я.Хогендайк (Нидерланды).

В выпуск вошли статьи, посвященные различным вопросам истории математики: развитию математики в России и СССР (петербургские страницы жизни Г.Ламе и Г.Кантора, геометрический априоризм В.Я.Цингера, математика в России в период Первой мировой войны и др.), математике средневековья и начала Нового времени (комментарии Ибн ал-Хайсама к 5-й книге «Начал» Евклида, рождение финансовой статистики, предпосылки открытия параболической формы траектории брошенного тела), математике XIX – XX вв. (теория диофантовых уравнений в XIX в., творчество Л.С.Понтрягина и Ш.Черна и др.). Публикуется предисловие Б.Рассела к его эссе «Изучение математики» (1907), а также письма А.Н.Колмогорова Б.В.Гнеденко по вопросам математического образования. Сборник адресован лицам, интересующимся математикой, путями ее развития и местом в науке и культуре.

© Коллектив авторов, 2018

ISBN 978-5-8037-0736-3

Содержание

От редакции	7
<i>Паршин А.Н.</i> (Москва) Слово о И.Р.Шафаревиче (Памяти Игоря Ростиславовича Шафаревича, 3.06.1923–19.02.2017)	19
К 110-ЛЕТИЮ А.П.ЮШКЕВИЧА	
<i>Полотовский Г.М.</i> (Нижний Новгород) Неизвестная лекция А.П.Юшкевича (к 110-летию со дня рождения А.П.Юшкевича)	22
<i>Юшкевич А.П.</i> Приоритет и ведущая роль русских математиков в важнейших научных открытиях. Стенограмма лекции в Нижнем Новгороде 27 марта 1951 года (публикация <i>Г.М.Полотовского</i>).	40
МАТЕМАТИКА В РОССИИ И СССР	
<i>Гузевич Д.Ю., Гузевич И.Д.</i> (Париж) Габриэль Ламе в России или один из ликов Януса.	41
<i>Перминов В.Я.</i> (Москва) Геометрический априоризм В.Я.Цингера	141
<i>Саввина О.А.</i> (Елец) Премия, не нашедшая адресата (из истории премий имени президентов Московского математического общества)	168
<i>Синкевич Г.И.</i> (Санкт-Петербург) Георг Кантор из Петербурга. Детство и история семьи. Архивное исследование	182
<i>Демидов С.С.</i> (Москва) I Мировая война и математика в «Русском мире».	199
<i>Медушевский Е.</i> (Катовице) Лемма Урысона или теорема Лузина-Меньшова? (перевод с польского и примечания <i>Г.И.Синкевич</i>)	218
<i>Аминов Ю.А.</i> (Харьков) Черн и Понтрягин	229
<i>Коновалова Л. В.</i> (Санкт-Петербург) Николай Михайлович Матвеев – петербургский математик и педагог (к 100-летию со дня рождения)	233

ДОКЛАССИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИКА

<i>Лютер И.О.</i> (Москва) Вводные комментарии Ибн ал-Хайсама к пятой книге «Начал» Евклида	240
<i>Чайковский Ю.В.</i> (Москва) Николай Орем, Николай Коперник и рождение финансовой статистики	266
<i>Зайцев Е.А.</i> (Москва) Предпосылки открытия параболической траектории движения брошенного тела (вопрос о «промежуточном покое»)	282

СТАТЬИ РАЗЛИЧНОГО СОДЕРЖАНИЯ

<i>Лавриненко Т.А.</i> (Москва) Диофантовы уравнения в XIX веке: Дж.Сильвестр и У.Стори.	300
<i>Тутубалин В.Н., Барабашева Ю.М., Девяткова Г.Н., Угер Е.Г.</i> (Москва) О непостижимой эффективности методов математической статистики.	325

НАШИ ПУБЛИКАЦИИ

<i>Шапошников В.А.</i> (Москва) Проект религии без Бога и ценность чистой математики: предисловие к эссе Бертрана Рассела «Изучение математики».	350
<i>Рассел Б.</i> Изучение математики (перевод с англ. и комментарии <i>В.А.Шапошникова</i>).	365
<i>Гнеденко Б.В.</i> Два ранних письма А.Н.Колмогорова о математическом образовании (публикация и примечания <i>Д.Б.Гнеденко</i>)	379

ABSTRACTS