

УДК 537.613

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СИЛЬНО НАМАГНИЧЕННОГО ПОСТОЯННОГО МАГНИТА

© 2018 г. Н. Е. Кулезнев¹, П. А. Поляков¹, В. С. Шевцов^{1, 2, *}

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, физический факультет

²Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления имени
В.А. Трапезникова Российской академии наук, Москва

*E-mail: vs.shevtcov@physics.msu.ru

Получено аналитическое выражение для напряженности магнитного поля постоянного магнита в форме прямоугольного параллелепипеда, однородно намагниченного под углом к боковым граням. Представлены результаты экспериментальных измерений напряженности магнитного поля постоянного магнита в форме прямоугольного параллелепипеда датчиком Холла и их сравнение с результатами аналитического расчета.

DOI: 10.1134/S0367676518080227

ВВЕДЕНИЕ

Известно всего несколько нетривиальных примеров намагниченных тел, для которых магнитное поле может быть представлено в аналитическом виде. Среди таких примеров задача об однородно намагниченном эллипсоиде и его предельных случаях (шар, бесконечный цилиндр, плоскость) [1]. Также известны аналитические формулы для вычисления поля однородно намагниченного вдоль ребра прямоугольного параллелепипеда [2, 3]. В работе получено аналитическое решение для магнитного поля параллелепипеда, намагниченного под углом к граням.

Постоянные магниты нашли широкое применение в современной электротехнике, радиотехнике, электронике, медицине и бытовых приспособлениях [4]. В качестве одного из методов диагностики топологии магнитного поля постоянного магнита можно использовать экспериментальное измерение распределения этого поля и сравнение его с теоретическим расчетом для той же структуры. На основе сравнения можно установить степень однородности намагниченности данного образца, а также с помощью полученных в статье аналитических формул оценить угол поворота намагниченности относительно оси симметрии.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ

Задача о распределении магнитного поля прямоугольного параллелепипеда, намагниченного под произвольным углом, сводится к задаче о па-

раллелепипеде, однородно намагниченном вдоль оси симметрии. Рассмотрим параллелепипед, однородно намагниченный вдоль оси z . В работе [3] рассчитана напряженность поля \vec{H} , создаваемого двумя разноименно заряженными плоскостями с поверхностной плотностью $\sigma = |\vec{M}_s|$ (рис. 1а) в соответствии с методом скалярного магнитного потенциала [5]. \vec{M}_s – намагниченность насыщения.

Проекции напряженности поля \vec{H} на оси координат x , y и z соответственно равны:

$$H_x(x, y, z, \sigma) = -\sigma \ln \left(v + \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}, \quad (1)$$

$$H_y(x, y, z, \sigma) = -\sigma \ln \left(u + \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}, \quad (2)$$

$$H_z(x, y, z, \sigma) = \sigma \frac{v}{|v|} \frac{\omega}{|\omega|} \times \arctg \frac{u|v|}{|\omega| \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2}} \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}, \quad (3)$$

где a , b и c – стороны магнита.

В случае параллелепипеда, намагниченного под произвольным углом, напряженность поля \vec{H} в

любой точке пространства является суперпозицией полей \vec{H}^x , \vec{H}^y и \vec{H}^z , создаваемых параллелепипедом, намагниченным вдоль осей x , y и z соответственно:

$$\vec{H} = \vec{H}^x + \vec{H}^y + \vec{H}^z. \quad (4)$$

В таком случае при расчете напряженности поля методом скалярного магнитного потенциала плоскости будут заряжены с плотностью

$$\sigma_x = M_{sx}, \quad \sigma_y = M_{sy}, \quad \sigma_z = M_{sz} \quad (5)$$

для намагниченности вдоль осей x , y и z соответственно.

Для удобства определения направления намагниченности параллелепипеда, перейдем к сферическим координатам (рис. 1б). Тогда получаем:

$$\sigma_x = |\vec{M}_s| \sin \theta \cos \varphi, \quad (6)$$

$$\sigma_y = |\vec{M}_s| \sin \theta \sin \varphi, \quad (7)$$

$$\sigma_z = |\vec{M}_s| \cos \theta. \quad (8)$$

Заменив σ на σ_z в (1)–(3), получаем составляющую поля \vec{H}^z в (4). Аналогично можно рассчитать составляющие \vec{H}^x и \vec{H}^y для намагниченности вдоль осей x и y соответственно. Окончательно получаем напряженность поля \vec{H} , создаваемого прямоугольным параллелепипедом, намагниченным под произвольным углом, в проекции на ось x :

$$H_x = H_x^x + H_x^y + H_x^z, \quad (9)$$

$$H_x^x(x, y, z, \sigma) = \sigma_x \frac{u}{|u|} \frac{v}{|v|} \times \times \operatorname{arctg} \frac{\omega |v|}{|u| \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2}} \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}, \quad (10)$$

$$H_x^y(x, y, z, \sigma) = = -\sigma_y \ln \left(\omega + \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}, \quad (11)$$

$$H_x^z(x, y, z, \sigma) = = -\sigma_z \ln \left(v + \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}, \quad (12)$$

на ось y :

$$H_y = H_y^x + H_y^y + H_y^z, \quad (13)$$

$$H_y^x(x, y, z, \sigma) = = -\sigma_x \ln \left(\omega + \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}, \quad (14)$$

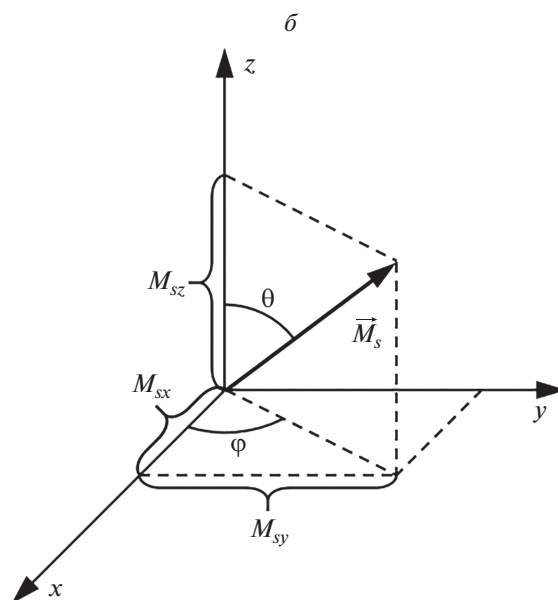
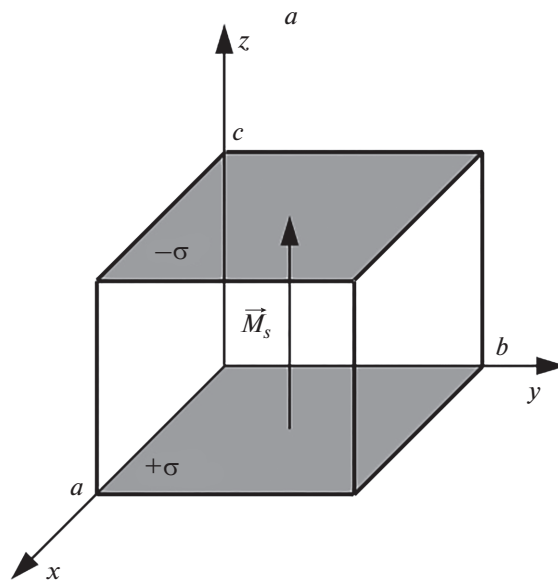


Рис. 1. Иллюстрация к методу скалярного потенциала (а) и намагниченность насыщения \vec{M}_s в сферической системе координат (б).

$$H_y^y(x, y, z, \sigma) = \sigma_y \frac{v}{|v|} \frac{\omega}{|\omega|} \times \times \operatorname{arctg} \frac{u |\omega|}{|v| \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2}} \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}, \quad (15)$$

$$H_y^z(x, y, z, \sigma) = = -\sigma_z \ln \left(u + \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}, \quad (16)$$

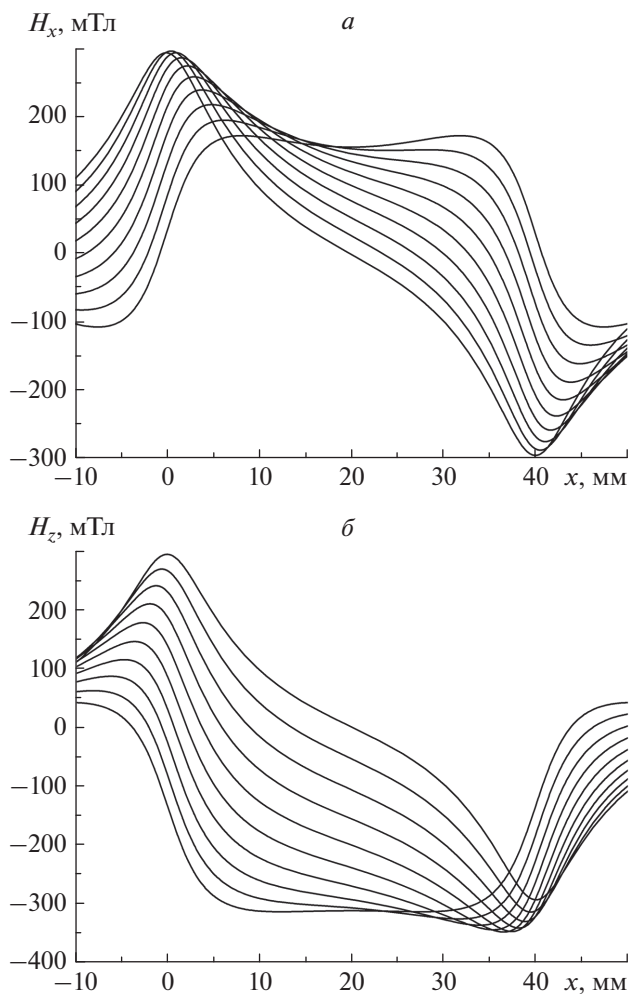


Рис. 2. Теоретические распределения проекции вектора напряженности магнитного поля H_x на ось x (а) и H_z на ось z (б) в зависимости от координаты x ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, $\varphi = 0^\circ$).

на ось z :

$$H_z = H_z^x + H_z^y + H_z^z, \quad (17)$$

$$H_z^x(x, y, z, \sigma) = -\sigma_x \ln \left(v + \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}, \quad (18)$$

$$H_z^y(x, y, z, \sigma) = -\sigma_y \ln \left(u + \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2} \right) \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}, \quad (19)$$

$$H_z^z(x, y, z, \sigma) = \sigma_z \frac{v \omega}{|v| |\omega|} \times \arctg \frac{u |v|}{|\omega| \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2}} \Big|_{u=-x}^{u=a-x} \Big|_{v=-y}^{v=b-y} \Big|_{\omega=-z}^{\omega=c-z}. \quad (20)$$

Полученные формулы можно использовать для анализа изменений в распределении магнитного поля намагниченного параллелепипеда при отклонении вектора намагниченности от оси симметрии.

Рассмотрим отклонение вектора намагниченности \vec{M}_s от вертикали при $\varphi = 0^\circ$ и соответствующие ему изменения в распределениях проекций вектора напряженности магнитного поля H_x и H_z вдоль прямой, параллельной оси x , на расстоянии $h = 3.8$ мм от центра верхней грани. На рис. 2а и 2б изображены теоретические кривые, соответствующие повороту вектора \vec{M}_s на углы $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ с шагом в 10° . Полученные формы зависимостей можно использовать для оценки угла поворота намагниченности в образцах, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для экспериментальных измерений был выбран постоянный магнит в форме прямоугольного параллелепипеда размером $40 \times 40 \times 15$ мм состава неодим–железо–бор, намагниченный однородно. Измерения проекций напряженности магнитного поля проводились при помощи датчика Холла вдоль двух линий. Линия 1 представляет собой прямую, параллельную оси x , на расстоянии $h_1 = 3.8$ мм от центра верхней грани, а линия 2 – прямую, параллельную оси y , на расстоянии $h_2 = 0.01$ мм от центра верхней грани.

В первом опыте были проведены измерения проекции вектора напряженности магнитного поля H_x на ось x вдоль линии 1. На полученные экспериментальные точки наложены результаты аналитического расчета для случая намагниченности, направленной вдоль оси z (штриховая линия), а также для случая намагниченности, направленной под углами $\theta = 7^\circ$ и $\varphi = 25^\circ$ (сплошная линия).

Из рис. 3а видно, что полученные экспериментально значения лучше соответствуют аналитической кривой для случая намагниченности, направленной под углом. Предположение о наклонной намагниченности выбранного образца было проверено путем измерений проекции вектора напряженности магнитного поля H_z на ось z вдоль линии 2. Как видно из рис. 3б, при тех же углах наклона намагниченности наблюдается лучшее совпадение экспериментальных точек и теоретической кривой.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлено аналитическое решение задачи о распределении магнитного поля образца в форме прямоугольного параллелепипеда, намагниченного однородно под углом к бо-

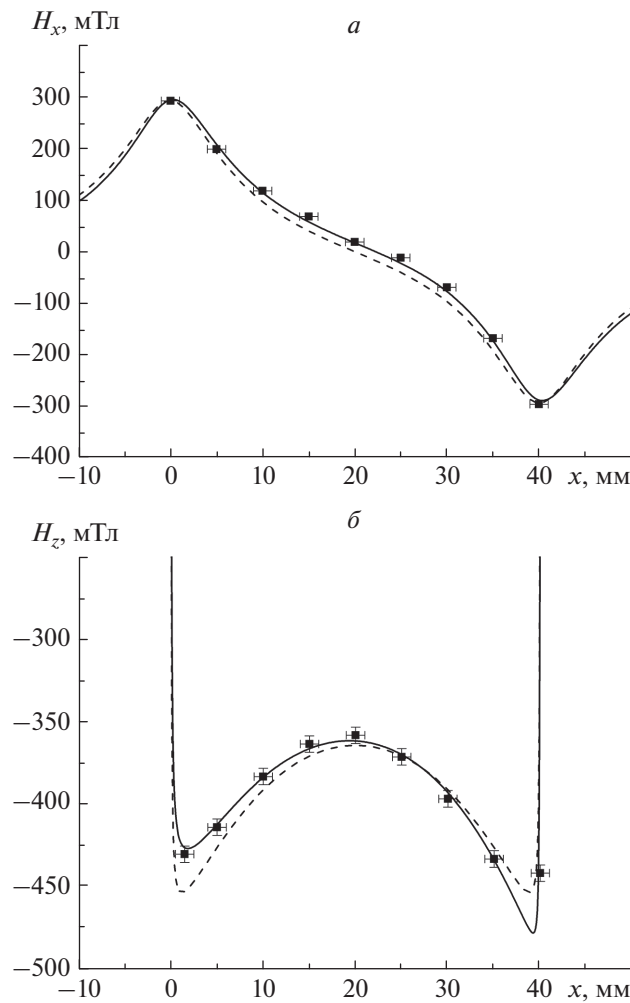


Рис. 3. Зависимость проекции вектора напряженности магнитного поля H_x на ось x от координаты x (а) и H_z на ось z от координаты y (б). Штриховая линия соответствует намагниченности, направленной под углами $\theta = \varphi = 0^\circ$, а сплошная – $\theta = 7^\circ$, $\varphi = 25^\circ$; ■ – экспериментальные точки.

ковым граням. На основе полученных решений был исследован характер изменений в распределениях магнитного поля вдоль одной из характерных прямых.

Сравнивая изменения, возникающие в распределении магнитного поля в результате поворота вектора намагниченности, с экспериментальными измерениями, было установлено, что имеющийся в распоряжении образец намагничен под углом к боковым граням.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стрэттон Дж.А. Теория электромагнетизма. М.-Л.: ГТТИ, 1948.
2. Engel-Herbert R., Hesjedal T. // J. Appl. Phys. 2005. V. 97. P. 074504.
3. Вагин Д.В., Герасименко Т.Н., Поляков П.А. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. 2008. № 6. С. 53.
4. Резинкина М.М. // ЖТФ. 2009. Т. 79. В. 8. С. 8.
5. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: ГТТИ, 1957.