

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации Л. М. Арутюняна
«Измеримые многочлены на бесконечномерных пространствах»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико–математических наук
по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный
и функциональный анализ

Представленная работа Л. М. Арутюняна является исследованием в области теории меры и функционального анализа. Ее цель — изучение измеримых многочленов и полиномиальных отображений на бесконечномерных локально выпуклых пространствах с мерами. Тематика диссертации относится к активно развивающемуся направлению функционального анализа на стыке с теорией меры и теорией вероятностей.

Это направление восходит к классическим работам Н. Винера и Р. Пэли, позже его развивали Р. Камерон, У. Мартин, И. Сигал, А. М. Вершик, О. Г. Смолянов, Г. Е. Шилов. В последние десятилетия в этом направлении работали многие специалисты по теории меры и стохастическому анализу, в том числе П. Маллявэн, Х. Вайцзеккер, А. В. Угланов, Ю. А. Давыдов, М. А. Лифшиц, Н. В. Смородина, В. Балли, Д. Нуаларт, И. Нурдин, Дж. Пекати, Г. Поли. Родственные проблемы изучались в теории вероятностей в работах Ю. В. Прохорова, В. В. Ульянова, Ф. Гётце и Г. Кристофа.

Актуальность исследования измеримых многочленов и полиномиальных отображений на бесконечномерных пространствах с мерами обусловлена широким применением таких свойств в бесконечномерном анализе, математической статистике, математической физике, финансовой математике. Возможные приложения результатов диссертации относятся к изучению случайных процессов и математической статистике. Исследования в близких к диссертации направлениях проводятся в ведущих научных центрах мира, по этой тематике регулярно выходят публикации в центральных журналах.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, разбитых на 10 параграфов, заключения и списка цитируемой литературы. Во введении дан обзор по теме работы и сформулированы ее основные результаты.

В главе 1 доказано существование полиномиальных в обычном алгебраическом смысле версий измеримых многочленов на бесконечномерных локально выпуклых пространствах с мерами, т. е. пределов сходящихся почти всюду последовательностей многочленов фиксированной степени от конечного числа непрерывных линейных функционалов. Вопрос о существовании таких версий оставался открытым даже для измеримых многочленов второго порядка, а также для измеримых билинейных форм, причем в весьма специальном случае, когда на пространстве непрерывных функций с мерой Винера билинейная форма задана как стохастический интеграл от непрерывной функции по винеровской траектории.

В главе 2 строятся версии измеримых многочленов на пространстве с гауссовской мерой, непрерывные вдоль подпространства Камерона – Мартина данной меры.

В главе 3 изучаются образы равномерных распределений на выпуклых телах под действием полиномиальных отображений. Основным результатом дает изопериметрическое неравенство в форме Чигера для таких распределений.

В главе 4 изучаются распределения многочленов и полиномиальных отображений на пространствах с логарифмически вогнутыми мерами. Здесь доказано, что распределение измеримой функции f , не равной постоянной почти всюду, абсолютно непрерывно, если она удовлетворяет одному из следующих условий: f — многочлен, сужение f на всякую прямую является аналитической функцией, сужение f на всякую прямую в E либо обладает почти всюду ненулевой производной, либо постоянно. Кроме того, здесь установлено, что для полиномиальных отображений L^1 -норма сужения на измеримое множество положительной меры эквивалентно L^1 -норме на всем пространстве. Ранее такая эквивалентность была известна для вещественных многочленов.

Основные результаты диссертации состоят в следующем.

1. Доказано, что пределы измеримых многочленов являются измеримыми многочленами, т.е. обладают версиями, которые являются алгебраическими многочленами.

2. Изучены вопросы измеримости однородных компонент измеримого многочлена, а также свойства сужений этих многочленов на пространство Камерона–Мартин для гауссовской меры.

3. Получено изопериметрическое неравенство в форме Чигера для полиномиальных образов мер, являющихся равномерными распределениями на выпуклых телах в $\mathbb{R}^n$, причем с константой, которая зависит лишь от среднего значения модуля многочлена на выпуклом теле, а также от размерности n и степени многочлена d . Как следствие, получено неравенство Пуанкаре с аналогичной константой.

4. Доказана абсолютная непрерывность образов логарифмически вогнутых мер под действием непостоянных многочленов, а также функций из других широких классов. Для полиномиальных отображений доказаны законы 0 — 1 для мер подпространств, а также множеств сходимости последовательностей таких отображений. Получены условия абсолютной непрерывности распределений норм, взятых от полиномиальных отображений, измеримых относительно логарифмически вогнутых мер. Для произвольных измеримых многочленов фиксированной степени доказана эквивалентность L^1 -нормы по логарифмически вогнутой мере и L^1 -нормы по сужению этой меры на всякое множество положительной меры.

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и обоснованы в виде строгих математических доказательств.

По теме диссертации опубликованы 4 статьи в журналах из баз данных WoS и Scopus.

Содержащиеся в диссертации результаты докладывались на научно-исследовательском семинаре «Бесконечномерный анализ и стохастика» под руководством В.И. Богачева, Н.А. Толмачева, С.В. Шапошникова (2013–2018 г.), на международных научных конференциях студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» в МГУ им. М.В. Ломоносова (2013 – 2015 г.), на международной конференции “Infinite-dimensional analysis” (the 19th ISE), Казальмаджоре,

Италия, 2016 г., на международном научно-исследовательском семинаре “Infinite-dimensional stochastic analysis” в университете г. Билефельда, Германия (ежегодно в 2014–2017 г.), на научно-исследовательском семинаре в Пекинском Нормальном университете, Китай (2014, 2015 г.).

Результаты диссертации носят теоретический характер и могут быть использованы в различных вопросах теории меры, бесконечномерного анализа, теории вероятностей и стохастического анализа. Результаты и методы работы Л. М. Арутюняна будут востребованы в исследованиях, проводимых в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова, Математическом институте им. В. А. Стеклова РАН, Петербургском отделении Математического института им. В. А. Стеклова РАН, Институте проблем передачи информации РАН, Санкт-Петербургском государственном университете, Новосибирском государственном университете, Техническом университете им. Н. Э. Баумана, НИУ «Высшая школа экономики».

Таким образом, в диссертационной работе Л. М. Арутюняна «Измеримые многочлены на бесконечномерных пространствах» решен ряд важных и трудных задач теории меры и функционального анализа. Эта работа удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней Московского Государственного Университета имени М. В. Ломоносова» и рекомендуется к защите в диссертационном совете МГУ.01.07.

Научный руководитель
профессор кафедры теории функций и функционального анализа
механико-математического факультета МГУ им. И.В. Ломоносова,
(119991, Ленинские горы, 1, МГУ, Главное здание,
механико-математический факультет,
тел. +74959391244, факс +74959392090
email: mmmf@mech.math.msu.su, сайт <http://www.math.msu.su/>)
доктор физико-математических наук, профессор
(тел. +74959393680, email: vibogach@mail.ru)

В.И. Богачев

Подпись профессора В.И. Богачева удостоверяю
И.о. декана механико-математического факультета МГУ
доктор физико-математических наук, профессор

В.Н. Чубариков

Сведения о научном руководителе Л. М. Арутюняна

Богачев Владимир Игоревич

Ученая степень: доктор физико-математических наук

Ученое звание: профессор

Должность: профессор кафедры теории функций и функционального анализа
механико-математического факультета МГУ им. И.В. Ломоносова

Адрес: 119991, Ленинские горы, 1, МГУ, Главное здание, механико-
математический факультет; тел. +74959393680 email: vibogach@mail.ru

Приведенные сведения верны