

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
физико-математических наук Арутюняна Лаврентина Мартуновича
на тему: «Измеримые многочлены на бесконечномерных
пространствах» по специальности 01.01.01 – «вещественный,
комплексный и функциональный анализ»

Диссертационная работа Л. М. Арутюняна посвящена проблемам нелинейного функционального анализа и теории меры на бесконечномерных пространствах. Ее основная тематика – измеримые многочлены и полиномиальные отображения на бесконечномерных пространствах с вероятностными мерами. Эта тематика и близкие вопросы активно развиваются в ведущих научных центрах мира. Она также тесно связана с теорией вероятностей и математической статистикой. Актуальность тематики объясняется и богатыми связями с различными проблемами нелинейного анализа, стохастики и математической физики.

Начало исследований измеримых многочленов можно отнести к работам таких классиков XX века, как Н. Винер, Р. Пэли, Р. Камерон, У. Мартин, К. Ито, которые рассматривали ортогональные разложения по многочленам на пространстве траекторий с мерой Винера. Позже появились работы А.М. Вершика, О. Г. Смолянова и Г. Е. Шилова, в которых были предприняты попытки аксиоматического введения многочленов на бесконечномерных линейных пространствах с мерами, позволяющие охватить важный пример кратных стохастических интегралов. Уже обычный стохастический интеграл от неслучайной функции дает пример разрывного линейного функционала, представляющего собой измеримый многочлен на пространстве Винера. Такой функционал обладает версией, линейной на всем пространстве. Но уже при рассмотрении этого же объекта как функции двух аргументов возникает

весьма нетривиальный вопрос о существовании билинейной в обычном алгебраическом смысле версии. Явным образом этот вопрос ставился известным немецким математиком фон Вайцзеккером в 80-х годах прошлого века. Важным достижением диссертанта стал положительный ответ на этот вопрос, причем в гораздо более общей постановке. Несколько иное, более аналитическое, направление изучения многочленов на пространствах с мерами связано с их распределениями и асимптотическими свойствами таких распределений. В этой области известны результаты С. Г. Бобкова, В. И. Богачева, Ю.А. Давыдова, Ф. Гётце, М. А. Лифшица, П. Маллявэна, Д. Нуаларта, И. Нурдина, Дж. Пекати, Г. Поли, Ю.В. Прохорова, Н. В. Смородиной, А. В. Угланова, В. В. Ульянова.

Рассматриваемая диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Введение дает информативный обзор по области диссертации и содержит формулировки основных результатов. В первой главе доказывается наиболее просто формулируемый (но весьма нетривиальный) результат (следствие 1.2.5), согласно которому сходящаяся почти всюду относительно гауссовской меры на линейном пространстве последовательность конечномерных многочленов фиксированной степени обладает версией, являющейся алгебраическим многочленом. Вопрос о справедливости этого утверждения был открыт даже для многочленов второй степени на пространстве с мерой Винера. Фактически в теореме 1.2.4 получено даже несколько более общее утверждение, в котором не используются меры, а речь идет о доопределении предела последовательности всюду заданных многочленов данной степени с того множества, где предел есть, на все пространство. Однако полезность этого общего алгебраического факта проявляется именно при наличии меры, относительно которой область сходимости есть множество полной меры.

Во второй главе речь идет о гауссовских мерах, но теперь целью становится построение версий измеримых многочленов, непрерывных вдоль так называемого пространства Камерона - Мартина данной меры (множества всех сдвигов, дающих эквивалентную меру). Соответствующие утверждения собраны в теоремах 2.2.7 и 2.2.8. Кроме того, здесь исследована измеримость однородных компонент измеримого многочлена.

В третьей главе основной объект – образы равномерных распределений на выпуклых телах в конечномерных пространствах под действием полиномиальных отображений. Здесь основной результат – следствие 3.2.6 изопериметрическое неравенство в форме Чигера для полиномиальных образов мер, являющихся равномерными распределениями на выпуклых телах в $\mathbb{R}^n$, причем с константой, которая зависит лишь от среднего значения модуля многочлена на выпуклом теле, а также от размерности n и степени многочлена d . Получено также неравенство Пуанкаре с аналогичной константой (следствие 3.2.7).

Четвертая глава посвящена распределениям многочленов и полиномиальных отображений на пространствах с логарифмически вогнутыми мерами. В теореме 4.3.2 показано, что распределение непостоянной измеримой функции абсолютно непрерывно, если она либо многочлен, либо ее сужение на всякую прямую аналитично, либо такое сужение обладает почти всюду ненулевой производной или постоянно. Для полиномиальных отображений в теореме 4.3.3 доказаны законы 0-1 для мер подпространств, а также множеств сходимости последовательностей таких отображений. В теореме 4.3.7 получены условия абсолютной непрерывности распределений норм, взятых от полиномиальных отображений, измеримых относительно логарифмически вогнутых мер. В этой же главе в теореме 4.4.3 для векторных полиномиальных отображений установлена эквивалентность интегральной нормы сужения на измеримое множество положительной меры норме на

всем пространстве. Этот полезный результат распространяет известный факт для числовых многочленов на полиномиальные отображения с бесконечномерным образом.

Все результаты диссертации Л. М. Арутюняна являются новыми и получены автором самостоятельно. Они снабжены строгими математическими доказательствами. По теме диссертации автором опубликованы 4 статьи в журналах из баз данных WoS и Scopus. Основные результаты диссертации докладывались на нескольких российских и зарубежных научных семинарах и на нескольких международных научных конференциях (в России, Италии, Германии, Китае).

Результаты диссертации Л. М. Арутюняна носят теоретический характер и могут найти применения в исследованиях по теории меры, бесконечномерному анализу и теории вероятностей, ведущихся в российских и зарубежных научных центрах, в частности в МГУ им. М. В. Ломоносова, Математическом институте им. В. А. Стеклова РАН и его Петербургском отделении, Институте проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, Санкт-Петербургском государственном университете, НИУ Высшая школа экономики.

В качестве критического замечания отмечу, что при компоновке текста из нескольких статей автора остались некоторые повторы (правда, можно считать их сделанными для удобства оппонентов) и иные небольшие негладкости переходов между главами. Также присутствуют неточности в ссылках на литературу. Например, в замечании 1.2.8 есть ссылка на пример 5.10.2 в книге [7], но в этом издании книги такого примера нет.

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям,

установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Арутюнян Лаврентин Мартунович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук,

Профессор факультета математики

Национального Исследовательского Университета

«Высшая Школа Экономики»

Колесников Александр Викторович

09.11.2018

Контактные данные:

тел.: +7(495) 772-9590 *15337, e-mail: sascha77@mail.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
защищена диссертация: 01.01.05 – Теория вероятностей

Адрес места работы:

119048, г. Москва, ул. Усачева, д. 6,

Национальный Исследовательский Университет

«Высшая Школа Экономики»

Тел.: (495) 624-26-16; e-mail: math@hse.ru