

**ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ИДЕАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ АНИЗОТРОПНОЙ
СРЕДЫ ДЛЯ ДИЗАЙНА ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ ДАВЛЕНИЕМ ¹**
*IDEAL FLOW THEORY OF ANISOTROPIC MATERIALS FOR DESIGN
OF METAL FORMING PROCESSES*

Мокряков В.В. – к.ф.-м.н., н.с., **Ченцов А.В.** – к.ф.-м.н., с.н.с.,

Каспарова Е.А. – программист

ИПМех РАН

chentsov@ipmnet.ru

Abstract. The ideal flow theory for pressure-dependent materials is used to calculate an ideal die for plane strain extrusion/drawing. In particular, the double slip and rotation and double shearing model are adopted. Comparison with the available ideal flow solution for pressure – independent material is made. It is shown that the die for pressure-dependent material is shorter than that for pressure-independent material. Moreover, the angle of internal friction has an effect of the distribution of contact pressure.

Key words: internal friction, ideal flow theory.

Аннотация. Теория идеальных течений для материалов, предел текучести которых зависит от среднего напряжения, применяется для расчета оптимальной формы матрицы для экструзии (вытяжки). В частности, используется модель двойного скольжения и вращения и модель двойного сдвига. Проведено сравнение с известным решением для идеального течения материала с пределом текучести не зависящим от среднего напряжения. Показано, что длина матрицы для материалов, предел текучести которых зависит от среднего напряжения, меньше, чем таковая для материалов, с пределом текучести не зависящим от среднего напряжения, а угол внутреннего трения (параметр материала) влияет на распределение контактного давления.

Ключевые слова: внутреннее трение, теория идеальных течений.

Теория идеальных течений связана со средами, описываемыми критерием текучести Треска и его ассоциированным законом течения [1]. Для случая установившихся идеальных пластических течений дополнительным требованием, накладываемым на стандартную систему уравнений для этой модели материала, является совпадение линий тока с направлениями наибольших скоростей главных скоростей деформации (и напряжений). Доказательство существования таких течений выполнено в [2]. Идеальные течения приводят к максимальной однородности деформаций в конечной продукции и поэтому используются для начального дизайна процесса обработки материалов давлением [3]. Некоторые решения для идеальных течений для осесимметричных и плоско-деформированных процессов приведены в [3-5]. Обзор по теории идеальных течений и решения для идеальных течений представлены в [6]. Помимо сред Треска, в этом обзоре упомянуты решения для идеальных течений анизотропного материала. Однако все эти решения ограничены только процессами листовой прокатки металлов (например [7-9]). Доказательство существования решений для плоского объемного идеального течения таких материалов было получено недавно [10]. Эта теория идеального течения основана на модели анизотропной пластичности, предложенной в [11], и критерии текучести, предложенном в [12]. Метод поиска соответствующих решений для идеальных течений был предложен в [13]. Другое важное свойство многих металлических материалов – зависимость критерия текучести от среднего напряжения [14 – 17]. Модель пластического материала с пределом текучести, зависящим от среднего напряжения, предложена в [18]. Эта модель учитывает внутреннее вращение вследствие

¹ Работа поддержана Российским научным фондом, грант № 16-49-02026

поворотов зерен и в общем случае предполагает наличие неизвестной переменной определяемой уравнением вращательного движения. Возможно предположить, что в процессе пластического течения осредненное значение внутреннего вращения зерен является нулевым [19]. Используя это предположение, и пренебрегая упругой частью деформаций, показано существование решений для этой модели в случае установившегося плоского идеального течения [20]. В настоящей работе эта теория применяется для расчета оптимальной формы матрицы для экструзии (вытяжки) при плоской деформации. Решение является обобщением решения, приведенного в [4].

Введем произвольную ортогональную систему криволинейных координат (μ, ν) . Определяющие уравнения модели двойного сдвига и вращения в условиях плоской деформации включают критерий текучести Кулона-Мора (1) и закон течения (2).

$$(\sigma_{\mu\mu} + \sigma_{\nu\nu}) \sin \phi + \sqrt{(\sigma_{\mu\mu} - \sigma_{\nu\nu})^2 + 4\sigma_{\mu\nu}^2} = 2k \cos \phi \quad (1)$$

$$\varepsilon_{\mu\mu} + \varepsilon_{\nu\nu} = 0, \quad \sin 2\psi (\varepsilon_{\mu\mu} - \varepsilon_{\nu\nu}) - 2 \cos 2\psi \varepsilon_{\mu\nu} - 2 \sin \phi (\omega_{\mu\nu} + \Omega) = 0. \quad (2)$$

Здесь $\sigma_{\mu\mu}$, $\sigma_{\nu\nu}$ и $\sigma_{\mu\nu}$ компоненты тензора напряжений, $\varepsilon_{\mu\mu}$, $\varepsilon_{\nu\nu}$ и $\varepsilon_{\mu\nu}$ компоненты тензора скоростей деформаций и $\omega_{\mu\nu}$ - единственная ненулевая компонента вращения в системе координат (μ, ν) . Помимо этого, ψ обозначает наклон основной главной оси напряжений к направлению μ , принятый положительным при отсчете против часовой стрелки, k - коэффициент сцепления, и ϕ - угол внутреннего трения. Величина Ω - внутреннее вращение, вызванное поворотами зерен. Существование идеальных течений доказано для случая $\Omega = 0$ [20]. Поэтому далее рассматривается частный случай уравнения (2) в форме

$$\varepsilon_{\mu\mu} + \varepsilon_{\nu\nu} = 0, \quad \sin 2\psi (\varepsilon_{\mu\mu} - \varepsilon_{\nu\nu}) - 2 \cos 2\psi \varepsilon_{\mu\nu} - 2\omega_{\mu\nu} \sin \phi = 0. \quad (3)$$

Другая широко используемая модель пластического течения, с пределом текучести, зависящим от среднего напряжения, это модель двойного сдвига [21]. Определяющие уравнения этой модели включают в себя (1), условие несжимаемости и уравнение, связывающее напряженное и деформированное состояния

$$\varepsilon_{\mu\mu} + \varepsilon_{\nu\nu} = 0, \quad \sin 2\psi (\varepsilon_{\mu\mu} - \varepsilon_{\nu\nu}) - 2 \cos 2\psi \varepsilon_{\mu\nu} - 2 \sin \phi (\omega_{\mu\nu} + d\psi/dt) = 0. \quad (4)$$

Здесь d/dt обозначает конвективную производную. В случае устойчивых плоских идеальных течений $d\psi/dt = 0$ всюду, так как линии тока совпадают с траекториями одного из главных напряжений. Поэтому, уравнение (4) совпадает с (3) и последнее справедливо сразу для модели двойного скольжения и вращения и модели двойного сдвига.

Для данных моделей построены решения в условиях стационарного плоского течения и определены профили экструзивной матрицы из условия их совпадения с линиями тока или траекториями главных напряжений. Идеальные профили матрицы при $\phi = 0$ (материал с пределом текучести, не зависящим от среднего напряжения), $\phi = 0.1$, $\phi = 0.2$, и $\phi = 0.3$, полученные переходом в декартову систему координат, показаны на Рис. 1. Распределение контактного давления показано на Рис. 2. Для всех расчетов полагалось, что толщина полосы на выходе равна 1, а на входе равна 2. Отчетливо наблюдается влияние параметра ϕ на профиль матрицы и контактное давление.

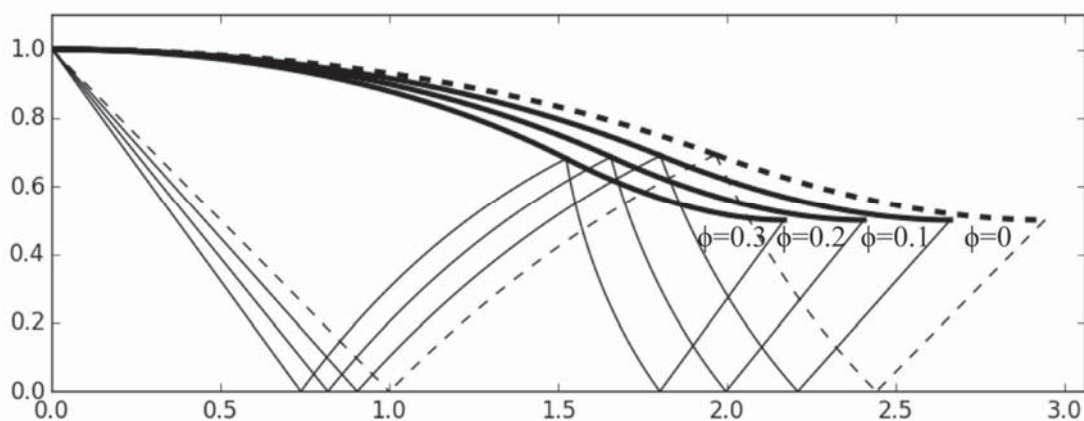


Рис.1. Влияние угла внутреннего трения на идеальную форму матрицы

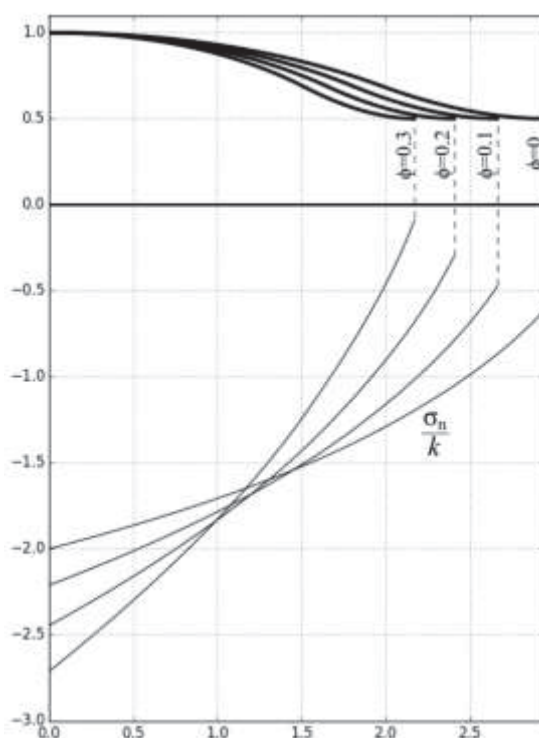


Рис.2. Влияние угла внутреннего трения на распределения контактного давления σ_n отнесенного к величине коэффициента сцепления k

Выводы

Получена идеальная форма матрицы для процесса экструзии (вытяжки) пластического материалов, описываемого моделью двойного скольжения и вращения и моделью двойного сдвига. Проведено сравнение с известным решением идеального течения пластического материала с пределом текучести, не зависящим от среднего напряжения. Показано, что угол внутреннего трения влияет на идеальную форму матрицы. А именно, что длина идеальной матрицы при экструзии (вытяжки) материалов, предел текучести которых зависит от среднего напряжения, меньше, чем таковая для материалов, с пределом текучести не зависящим от среднего напряжения.

Работа поддержана Российским научным фондом, грант № 16-49-02026

Литература

1. O. Richmond, S. Alexandrov, The theory of general and ideal plastic deformations of Tresca solids. *Acta Mech.* 158(1-2) (2002) 33-42.
2. R. Hill, Ideal forming operations for perfectly plastic solids, *J. Mech. Phys. Solids* 15 (1967) 223-227.
3. O. Richmond, Theory of Streamlined Dies for Drawing and Extrusion, in: F. P. J. Rimrott, J.

- Schwaighofer (Eds.), *Mechanics of the Solid State*, Toronto: University of Toronto Press, 1968, pp. 154-167.
4. O. Richmond, M. L. Devenpeck, A die profile for maximum efficiency in strip drawing, in: R. M. Rosenberg (Ed.) *Proc. 4th. U.S. Natl. Congr. Appl. Mech. Vol.2*. New York: ASME, 1962, pp. 1053-1057.
 5. O. Richmond, H. L. Morrison, Streamlined wire drawing dies of minimum length, *J. Mech. Phys. Solids* 15 (1967) 195-203.
 6. K. Chung, S. Alexandrov, Ideal flow in plasticity, *Appl. Mech. Rev.* 60 (2007) 316-335.
 7. F. Barlat, K. Chung, O. Richmond, Anisotropic potentials for polycrystals and application to the design of optimum blank shapes in sheet forming, *Metall. Mater. Trans. A* 25 (1994) 1209-1216.
 8. K. Chung, F. Barlat, J. C. Brem, D. J. Lege, O. Richmond, Blank shape design for a planar anisotropic sheet based on ideal sheet forming design theory and FEM analysis, *Int. J. Mech. Sci.* 39 (1997) 105-120.
 9. S. H. Park, J. W. Yoon, D. Y. Yang, Y. H. Kim, Optimum blank design in sheet metal forming by the deformation path iteration method, *Int. J. Mech. Sci.* 41 (1999) 1217-1232.
 10. S. Alexandrov, Y. Mustafa, E. Lyamina, Steady planar ideal flow of anisotropic materials. *Meccanica* 51(9) (2016) 2235-2241.
 11. I. F. Collins, S. A. Meguid, On the influence of hardening and anisotropy on the plane-strain compression of thin metal strip, *ASME J. Appl. Mech.* 44 (1977) 271-278.
 12. J.R. Rice, Plane strain slip line theory for anisotropic rigid/plastic materials. *J. Mech. Phys. Solids* 21, (1973) 63-74.
 13. S. Alexandrov, W. Jeong, A Method of Analysis for Planar Ideal Plastic Flows of Anisotropic Materials, *Acta Mech.* (2017) <https://doi.org/10.1007/s00707-017-1915-3>.
 14. W. A. Spitzig, R. J. Sober and O. Richmond, The Effect of Hydrostatic Pressure on the Deformation Behavior of Maraging and HY-80 Steels and Its Implications for Plasticity Theory, *Metallurg. Trans. 7A* (1976) pp. 1703-1710.
 15. A. S. Kao, H. A. Kuhn, W. A. Spitzig, and O. Richmond, Influence of Superimposed Hydrostatic Pressure on Bending Fracture and Formability of a Low Carbon Steel Containing Globular Sulfides, *Trans. ASME J. Eng. Mater. Technol.* 112 (1990) pp. 26-30.
 16. C. D. Wilson, A Critical Reexamination of Classical Metal Plasticity, *Trans. ASME J. Appl. Mech.* 69 (2002) pp. 63-68.
 17. P. S. Liu, Mechanical Behaviors of Porous Metals Under Biaxial Tensile Loads, *Mater. Sci. Eng. A422* (2006) pp. 176-183.
 18. D. Harris, A hyperbolic augmented elasto-plastic model for pressure-dependent yield, *Acta Mech.* 225 (2014) 2277-2299.
 19. S. Alexandrov and D. Harris, An exact solution for a model of pressure-dependent plasticity in an un-steady plane strain process, *Eur. J. Mech.-A/Solids* 29 (2010) 966-975.
 20. S. Alexandrov, Steady planar ideal plastic flows for the double slip and rotation model, in: M. Vandamme, P. Dangla, J.-M. Pereira, S. Ghabezloo (Eds.), *Proc. 6th Biot Conf. Poromechanics (Poromechanics VI)*, 2017, pp. 967-971.