ИЗ ИСТОРИИ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ МАТЕМАТИКИ

К ВОПРОСУ О ФИЛОСОФСКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИХ ИНТЕРЕСАХ Н.Д.БРАШМАНА[1)]

В.А.Шапошников

Николай Дмитриевич Брашман (1796–1866) родился в Моравии (сейчас – Чешская республика), недалеко от Брно, в еврейской купеческой семье[1]. Начальное образование получил дома, затем учился в Вене, одновременно в Политехническом институте и Университете. В Университете он занимался у известного астронома Иосифа Антоновича (Йозефа Иоганна) Литтрова (1781–1840), с которым у него установились дружеские отношения[2]. Знакомство с Литтровым, вероятно, способствовало тому, что по окончании Университета, в 1821 г., он был оставлен при нем в качестве репетитора по высшей математике[3]. В то же время Брашман учительствовал в доме князя Яблоновского, куда смог устроиться благодаря рекомендации Литтрова. По рекомендации князя в 1823 г. он переехал в Петербург. Здесь, в 1824 г., – поступил учителем математики и физики в Петропавловское училище. В 1825 г. – перевелся в Казанский университет на должность адъюнкта физико-математических наук[4]. Поочередно преподавал чистую математику, сферическую астрономию и механику. В 1834 г. был переведен в Московский университет в качестве экстраординарного профессора по кафедре прикладной математики (механики), а с начала 1835 г. утвержден в должности ординарного

1) Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (проект № 08-03-00305а «Математика в контексте философской мысли в России второй половины XIX – первой трети XX вв.»). Мне хочется высказать слова благодарности Сергею Сергеевичу Демидову, без внимания и помощи которого эта статья не могла бы появиться.

профессора. Здесь Брашман читал классическую механику и гидромеханику, теорию света (оптику), аналитическую геометрию. Находился в дружественных отношениях с М.В.Остроградским. Дважды награждался полной Демидовской премией от Санкт-Петербургской академии наук за «Курс аналитической геометрии» (1836) [8] и «Теорию равновесия тел твердых и жидких» (1837) [9]. В 1839 г. стал российским подданным[5]. В 1842 г. – совершил поездку в Германию, Францию и Англию. С 1855 г. – член-корреспондент Санкт-Петербургской Академии наук. По службе Брашман дошел до чина действительного статского советника и был кавалером ряда орденов – св. Станислава 1-ой степени, св. Владимира 3-ей степени и других[6], что означало, помимо прочего, потомственное дворянство. В 1861 г. – новая поездка заграницу на 6 месяцев, уже с целью поправления здоровья. В Московском университете Брашман преподавал в течение 30 лет, вплоть до 1864 г., когда оставил преподавание по состоянию здоровья.

Литературное наследие Николая Дмитриевича Брашмана составляют, наряду с названными выше учебниками, различные варианты лекций по механике и оптике, а также – около восемнадцати статей по различным вопросам математики, механики и физики в периодических изданиях. Однако Брашман был не чужд и философско-методологическим интересам. Свидетельством этого являются публичная речь «О влиянии математических наук на развитие умственных способностей» (1841) [10] и вышедшая с предисловием Брашмана лекция Г.Ламе «Современная задача физико-математических наук» (1862?) [11], появление которой было связано с заграничной поездкой 1861 г. Кроме того, в предисловиях к его учебным курсам можно найти отдельные места, также говорящие об интересе к философско-методологическим проблемам своей науки.

Эти немногочисленные тексты приобретают особый интерес в связи с тем, что именно два новых преподавателя математических наук, которые появились в стенах Московского университета в 1834 г. – Николай Дмитриевич Брашман и Николай Ефимович Зернов (1804–1892) – создали самостоятельную Московскую математическую школу. Причем Н.Д.Брашмана сыграл в этом совершенно особую роль.

Брашман все силы своей души положил на пристальный отбор и воспитание молодых математиков и механиков. «Не имевши своего собственного семейства, которое могло бы быть предметом его исключительной привязанности, – писал о Брашмане А.Ю.Давидов, – он сосредотачивал на своих друзьях то богатое сокровище доброты и любви, которым природа так щедро его наделила» [1, с.XX]. Так сам Август Юльевич Давидов (1823–1886), поступавший первоначально на медицинский факультет, был замечен Брашманом во время вступительных экзаменов по математике и переманен на факультет физико-математический. «Его преподавание, – продолжает Давидов, – отличалось добросовестностью и полнотою; следя прилежно за успехами своей науки, он старался всегда излагать ее согласно с современным ее состоянием. Тщательно готовил он всякую лекцию, собирал соответственные задачи для упражнения студентов и обращал особое внимание на то, чтобы слушатели его работали вместе с ним. Когда между ними он замечал способного и прилежного молодого человека, он приглашал его к себе и занимался им с необыкновенною настойчивостью и терпением» [1, с.XXII]. При оставлении университета в 1864 г. Брашман учредил денежную премию в размере 300 рублей серебром, выдаваемую раз в два года за лучшее сочинение на заданную тему по чистой или прикладной математике. На прощальном обеде, данном в честь Брашмана математическим факультетом, были сказаны ему и такие слова:

«Вы не довольствовались одним чтением лекций, – в своей аудитории, между своими слушателями, вы постоянно искали молодых людей прилежных и способных, из которых могли бы выйти достойные ученые, и, найдя их, сосредотачивали на них все свое внимание, все усилия, чтобы образовать из них полезных деятелей для науки. Вы лелеяли их как своих родных детей, ваш дом был их домом, ваш стол их столом, ваши книги принадлежали им; в нужде и в неудаче они постоянно находили в вас совет и опору. Таким образом действовали вы в продолжение сорока лет, и результаты вашей деятельности соответствуют вашим стараниям: вы образовали рассадник молодых ученых, которым пользовались и пользуются почти все русские университеты; и в петербургском университете математические науки преподаются вашими учениками и петербургская академия наук получила своих академиков – математиков из лиц образовавшихся в вашем доме, под вашим руководством; один из них член парижской академии наук (имеется в виду П.Л.Чебышев. – *В.Ш.*)» [1, с.XXII–XXIII].

С сентября 1864 г. ученики Брашмана стали регулярно собираться на квартире учителя, образовав «общество любителей математических наук». Уже в это время ими принимается устав общества и избирается руководство в следующем составе: президент – Н.Д.Брашман, вице-президент – А.Ю.Давидов, секретарь – В.Я.Цингер.

Об образовании этого кружка участники рассказывают так: «Когда Н.Д.Брашман окончил службу при Московском университете, то, по его мысли, преподаватели математических наук в Университете и некоторые другие лица положили собираться у него по одному разу в месяц для ученых математических бесед. Таким образом возник небольшой кружок, который составили первоначально следующие лица: Н.Д.Брашман, А.Ю.Давидов, Ф.А.Бредихин, Н.А.Любимов, Ф.А.Слудский, В.Я.Цингер, М.Ф.Хандриков, К.А.Рачинский, Н.Н.Алексеев, А.В.Летников, К.М.Петерсон и Р.О.Блажеевский; впоследствии к ним присоединились: Н.В.Бугаев, кн. С.С.Урусов, Е.Ф.Сабинин и С.А.Юрьев. Цель деятельности кружка заключается во взаимном вспомоществовании при занятиях математическими науками» [12, с.VIII].

В начале 1866 г. принимается решение «войти в физико-математический факультет с прошением об утверждении общества» при Московском университете, под названием «Московское математическое общество»[7].

На основе сообщений сделанных в кружке Брашмана в конце 1866 г. был составлен и выпущен первый том периодического издания Общества – «Математического сборника». Брашман вдохновленного им издания уже не увидел. Он скончался 13 мая 1866 г.

Мы почти ничего не знаем о философско-методологических представлениях Брашмана. Однако, помня роль, которую он сыграл в истории математики в России, мы с особым вниманием вглядываемся в те «крупицы», которые имеются в нашем распоряжении, радуемся и малейшему намеку, который находим в его текстах, и силимся его разгадать.

В настоящей статье сделана попытка поразмышлять над двумя такими «крупицами» – публичной речью 1841 г. и небольшим фрагментом из введения к «Курсу аналитической геометрии» 1836 г.

Николай Брашман против Уильяма Гамильтона

Самым заметным, «заявляющим» о своей философичности, текстом Брашмана является торжественная речь 1841 г. – «О влиянии математических наук на развитие умственных способностей». Она построена на полемике со взглядами Уильяма Гамильтона. Речь при этом идет вовсе не об известном математике, открывшем кватернионы, как можно было бы подумать, а о почти полностью забытом сейчас шотландском философе, носившем то же имя.

Но в первой половине XIX в. сэр Уильям Гамильтон (1788–1856), профессор логики и метафизики Эдинбургского университета, был одним из самых известных английских (точнее – шотландских) философов[8]. В 1836 г. между ним и Уильямом Уэвеллом (1794–1866)[9] из Кембриджа, который станет позднее одним из крупнейших философов и историков науки своего века, состоялась полемика по вопросу о месте математики в системе общего образования (liberal education). В 1835 г. Уэвелл опубликовал брошюру под заглавием «Мысли об изучении математики в рамках общего образования». В январе 1836 г. Гамильтон поместил в «Эдинбургском обозрении» (Edinburgh Review) анонимную рецензию на эту работу, а

Уэвелл в ответ написал письмо в редакцию, которое и было опубликовано в апреле того же года. Рецензия Гамильтона, с приложением письма Уэвелла, ответных замечаний Гамильтона и прочими дополнениями, стала перепечатываться в собрании статей последнего под заглавием «Об изучении математики в качестве упражнения ума» [19], была переведена на французский, итальянский, немецкий и получила широкую известность, в том числе и в России. Критические замечания к работе Гамильтона были высказаны Дж.Булем, на страницах его «Математического анализа логики» (1847), одобрительно отзывался о ней в главном своем труде А.Шопенгауэр [20, с.214]. В одном из важнейших своих сочинений отдельную главу этой работе посвятил Дж.С.Милль (1865) [21, с.491–514]. В России критике обсуждаемой работы были посвящены публичные речи Н.Д.Брашмана (Москва, 1841) и П.И.Котельникова «О предубеждении против математики» (Казань, 1842).

Чем объяснить подобный интерес к рецензии Гамильтона? Причина кроется в том, что если Уэвелл высказывался в пользу ведущей роли математических занятий в системе общего образования, то Гамильтон настаивал на сведении этой роли к минимуму. Свою точку зрения последний объяснял на редкость вредными последствиями изучения математических наук для умственных способностей учащихся. В числе этих последствий указывалась и непригодность к занятиям философией. Если учесть к тому же изощренность аргументации и обилие всевозможных свидетельств, приводимых автором в поддержку своей точки зрения, то становится понятным резонанс, вызванный этой работой, как среди математиков, так и среди философов. Интерес российских математиков к этой статье имел к тому же еще и дополнительную мотивировку. Как справедливо отмечал Г.Г.Шпет, российская наука не достигла еще в те годы такого уровня зрелости, когда можно себе позволить не заботиться постоянно о внешнем оправдании своей деятельности [22]. Наши математики увидели в сочинении Гамильтона не столько философскую аргументацию, сколько прямую угрозу своему социальному статусу.

Серьезного анализа аргументов эдинбургского профессора мы в речи Брашмана не найдем. Причина этого заключается, как в самом жанре публичной речи, не допускающем столь скучного мероприятия, как детальный анализ философской аргументации, так, возможно, и в отсутствии у ее составителя достаточной подготовленности для подобного анализа. Однако в этой речи имеется ряд весьма любопытных моментов. Остановимся на некоторых из них.

1. Уэвелл противопоставляет математику, в качестве подлинной школы рассуждения, традиционной логике. Гамильтон указывает на некорректность подобного противопоставления, вызванную необходимостью различать логику теоретическую от логики практической.

Если вторая анализирует законы мышления, то первая – прилагает эти законы к определенному классу объектов. Вторая – едина, и находится в сходном отношении ко всем наукам, первая – фактически тождественна многообразию конкретных наук. Далее, поскольку всякий предмет существует или необходимым, или случайным образом, имеется две практических логики. Первая прилагается к необходимому предмету, это математические рассуждения. Вторая – к случайному предмету, это рассуждения философии, историко-филологических наук и обыденные рассуждения. По Уэвеллу, следовательно, получается, что практика рассуждения о необходимом является самой лучшей школой рассуждения вообще (в том числе и о случайных предметах, с чем мы сталкиваемся чаще всего), даже лучшей, чем сами рассуждения о случайном – в философии и пр. Итак, заключает Гамильтон, из того, что теоретическая логика обретает полное свое значение лишь через приложения, вовсе не следует, что опыт столбовой дороги анализа и демонстрации научит нас лучше ориентироваться на бездорожье, чем сам опыт бездорожья. Сталкивать надлежит не практику рассуждения (математику) с ее теорией (логикой), а разные практики рассуждения между собой [19, с.268–269]. Однако такое столкновение не в пользу математики. Например, занятие науками историко-филологическими, благодаря разнообразию предметов и отношений, которые они представляют, требует устойчивой совместной активности всего круга высших умственных сил. Поэтому их изучение может претендовать на почти самостоятельное завершение работы по всестороннему образованию. Однако в отношении математических наук такого сказать нельзя: большинство специалистов сходится на том, что ни одно другое занятие не затрагивает столь малое число способностей ума, да к тому же в столь частичной и слабой степени, как математика [19, с.275–278].

Брашман настаивает на неосновательности возражений Гамильтона против благотворного влияния изучения математических наук на развитие умственных способностей. Вслед за Р.Декартом [23, с.109–110] он указывает на непригодность логики в качестве средства обучения рассуждению: логика пригодна лишь для обнаружения софизмов в рассуждениях уже имеющихся, но в качестве орудия открытия новых истин она совершенно непригодна. Что же касается наук историко-филологических, то в сравнении с математическими науками, они менее способны приучить наш ум открывать «связи между понятиями нашими относительно явлений и деятельности окружающей нас природы», развить «способность открывать истину посредством выводов» и вообще «способствовать к развитию верного мышления без помощи правил» [10, с.17–20]. «Очки» силлогизмов нужны лишь тому, кто не способен хорошо видеть собственными глазами. Научить же нас хорошо видеть своими глазами способна лишь математика, ни традиционная логика, ни даже науки историко-филологические здесь не помогут. Ведь именно математика, и только она, приучает нас к «убеждению только таким знанием, которое переходит в яснейшее созерцание» [там же, с.12–13]. Понятия историко-филологических наук, такие как «правосудие», «красота» и др., по причине невозможности опереть их на «сознание яснейшего созерцания», не имеют той полноты, определенности и точности, какой обладают понятия математики. Только науки математические способны приучить нас к «строгому употреблению языка» [там же, с.19–21].

Говоря о занятиях математикой, Гамильтон имеет в виду преимущественно чистую математику. Прикладная математика дает, по его мнению, мало нового по сравнению с чистой [19, с.333–335]. На недооценку роли прикладной математики, в том числе и в общем образовании, как на одно из наиболее слабых мест в позиции Гамильтона, указывали многие его критики (например, Уэвелл и Милль). Также и Брашман, возражая против утверждения Гамильтона о том, что математика есть рассуждение о необходимом предмете, в то время как философия – о случайном, указывает на математическую теорию вероятностей, как на часть прикладной математики, трактующую о случайном.

2. Если Гамильтон, следуя за И.Кантом [24, с.527–544], стремится как можно резче противопоставить математику и философию, то Брашман, напротив, всячески подчеркивает их взаимосвязь. «Все философы, – говорит он, – своей ученостью и нравственностью приобретшие уважение, оказывали особенную привязанность к математике» [10, с.7]. Брашман решительно возражает против утверждения Гамильтона о том, что усиленное занятие математическими науками делает ум неспособным к философии. В качестве возражения он указывает на ту определяющую роль, которую играла математика для Декарта как философа [там же, с.14]. Крупнейшие философы не только хорошо знали математику, но без этого знания невозможно даже понять их сочинений. Брашман в качестве примера указывает на Г.Гегеля, усвоение логики которого предполагает знакомство с дифференциальным исчислением [там же, с.15]. По поводу слов Б.Паскаля «смеяться над философией, значит подлинно философствовать» он выражает несогласие, и говорит, что «почитает философию важным и полезным занятием ума; но думает, что только весьма малая часть философии достигла до сих пор зрелости науки». Более того, Брашман указывает на потребность в разработке русскими мыслителями своей национальной философии, «сообразно истинам, истекающим из православной Веры и законов» [там же, с.16].

Природа пространства

Интересный материал относящийся к философским основаниям геометрии, и в первую очередь к понятию *пространства*, находим во введении к учебнику Брашмана «Курс аналитической геометрии» (1836). Ввиду значительного интереса для нас этого текста и в целях дальнейшего обсуждения приведем соответствующий фрагмент полностью.

«[Общие понятия о Геометрии.]

В приложениях анализиса, рассматривающего только величины общие, предметом исследований наших делаются величины известного, определенного рода. Всякое приложение его состоит из двух частей: в одной из них мы занимаемся только средствами приводить все исследования величин известного рода к исследованию общих величин; сим то отличается известный разряд приложений анализиса, и делается отдельной прикладной наукой. Другая же часть принадлежит уже собственно анализису и составляет особенное его приложение. Итак, в изложении какой-нибудь прикладной науки, должно, прежде всего, обратить внимание на приведение величин, которые рассматривает сия наука, к величинам общим. Мы займемся этим предметом для Геометрии, которая есть *наука о пространстве*.

Понятие о пространстве есть понятие первоначальное, то есть одно из тех, которые служат основанием всем нашим познаниям о природе; но определить пространство невозможно. Мы не намерены здесь пускаться в Философические споры о том, существует ли действительно пространство; все, что Философы ни писали о сем предмете, не привело нас до сих пор ни к какой полезной истине. Для нас достаточно, что мы имеем понятие о пространстве.

Поелику предмет Геометрии, как мы уже сказали, есть пространство, то естественно, что она должна зависеть от его свойства и, вместе с тем, от собственного нашего устройства, то есть как нам по устройству нашему представляется пространство. Может быть мы выразимся яснее, если скажем, что Геометрия должна принять другой вид, если вообразим устройство наше иначе. Так напр[имер] если бы человек лишился чувства осязания, то Геометрия наша переменила бы свой вид (Смотри Ampére: Essai sur la philosophie des sciences, стран[ница] 67).

Из прикладных наук Геометрия есть самая простейшая. Поелику все в природе, что не имеет протяжения, не может быть подвержено точным исследованиям ума человеческого, то очевидно, что наука, рассматривающая одно только пространство, простее всякой другой прикладной науки; потому что каждая из них, кроме пространства, должна рассматривать еще другие свойства тел.

Мы имеем понятие о том, что называется частью пространства, которая может быть ограничена или во всех, или только в некоторых направлениях: ее мы называем *объемом*. Предел объема называется *поверхностью*. Очевидно, можно сравнивать между собой два объема, чтобы определить, который из них больше или меньше; но объем с поверхностью сравнивать нельзя, ибо последняя есть величина особенного рода, независимая от понятия об объеме.

Если вообразим часть поверхности, то предел ее будет протяжение особенного рода, которое нельзя сравнивать ни с объемом, ни с поверхностью: его мы называем *линией*. Предел части линии есть *точка*: последняя не имеет уже никакого другого предела; посему говорят, что точка не имеет никакого протяжения.

Рассмотрение пространства привело нас к трем различным между собой протяжениям; посему и говорим, что пространство имеет три протяжения. Если бы мы не имели понятия об объемах, и знали бы только поверхности, то, рассматривая их, мы дошли бы до понятий о линиях и точке, но никогда бы не могли составить себе понятия об объемах: по этой причине и говорят, что поверхность имеет только два измерения. Равным образом, если бы мы знали только линии, то не имели бы понятия о поверхностях и объемах: потому говорят, что линия имеет одно протяжение, а точка никакого.

Мы показали, каким образом Геометрия зависит от свойства пространства. Прибавим, что эта наука изменилась бы в своем виде, если бы пространство приобрело напр. еще одно протяжение, то есть если бы можно было бы вообразить четыре независимые между собой протяжения. Напротив, если бы оно потеряло одно протяжение, напр[имер] объем, то никогда бы мы не имели о нем понятия. [...]

В Геометрии точки отличаются между собой только местом; но в других прикладных науках они различаются как в отношении места, так в отношении явлений, в них происходящих, и различных свойств материи, которая в них является» [8, с.1–4].

Чем примечателен для нас этот текст? – Тем, что явственно показывает интерес его автора к философским проблемам, связанным с основаниями геометрии. В центре обсуждения – природа пространства, наукой о котором и является геометрия[10].

1. Согласно Брашману, геометрия есть наука *прикладная*. Причем *простейшая* прикладная наука. Ведь только то, что имеет *протяжение* может быть предметом научного познания. Понятие о пространстве – первоначальное и неопределимое, то есть не сводимое ни к чему более фундаментальному и простому. Всякая другая прикладная наука наряду с пространственной протяженностью имеет дело и с иными свойствами тел, а геометрия – *только* с пространственной протяженностью. Поэтому геометрические познания «служат основанием всем нашим познаниям о природе».

Какие представления о природе пространства, которое изучает геометр, могут стоять за этими тезисами?

Греческие мыслители различали *пространство чувственного восприятия*, в котором находятся тела, и *пространство воображаемое*, в котором находятся геометрические фигуры. В новое же время Ньютон и его последователи *отождествляют* эти два пространства [25, с.131]. В результате различие между геометрией и механикой почти исчезает, и геометрия становится наукой прикладной. Ньютон пишет: «геометрия основывается на механической практике и есть ни что иное, как та часть *общей механики*, в которой излагается и доказывается искусство точного измерения» [26, с.2].

Также именно у Ньютона пространство оказывается необходимым условием не только *познаваемости*, но и *существования* сотворенных Богом вещей [25, с.138–139, 127–128]. Это и означает *онтологическую* первичность пространства для тварного мира и *гносеологическую* первичность науки о нем – геометрии – для всякого знания о природе.

Свойства пространства, а значит и геометрия, – полагает Брашман, – зависят от *нашего устройства*, то есть от того как нам *представляется* пространство. Так мы способны *вообразить* ровно три измерения, не больше и не меньше, – поэтому пространство трехмерно, что делает для нас возможным лишь геометрию не более чем трех измерений. Геометрия четырех измерений, равно как и геометрия не более чем двух измерений для нас невозможна.

Пример к зависимости геометрии от нашего устройства: наличие или отсутствие чувства *осязания*. Однако это не означает для Брашмана, что пространство воспринимаемо *посредством* осязания. Так в «Теории равновесия тел» (1837) он пишет:

«Все, что можем познавать посредством наших чувств, называется *материей*. *Тело* есть часть материи, ограниченная со всех сторон. Одно пространство, ограниченное со всех сторон, не составляет тела: ибо оно не может действовать на чувства наши; его нельзя ни видеть, ни осязать» [9, с.1].

Отчасти, это снова напоминает Ньютона. Так для великого англичанина пространство столь близко к Богу, что оказывается выше телесного мира и чувствами не воспринимаемо [25, с.133, 135]. В «Началах» Ньютон отличает *абсолютные* (истинные) время и пространство от *относительных* (кажущихся). Если относительное пространство постигается чувствами, то абсолютное – нет [26, с.30–36]. Наша способность представлять пространство также оказывается определяющей для Ньютона: именно наше *воображение*, по аналогии с тем, что дает нам чувственный опыт, позволяет человеку получать некоторое знание о пространстве, невозможное ни как собственно опытное, ни как собственно рациональное [25, с.135–136]. Бог, по

Ньютону, «в бесконечном пространстве, как бы в своем чувствилище, видит все вещи вблизи, прозревает их насквозь и понимает их вполне благодаря их непосредственной близости к нему» [27, с.280–281]. Он «способен своею волей двигать тела внутри своего безграничного чувствилища и благодаря этому образовывать и преобразовывать части вселенной» [там же, с.305]. Божественному «воображению» творящему мир соответствует его бледное подобие – творческое воображение человека-геометра, развертывающего и преобразующего мир геометрических форм в воображаемом пространстве. Но, как уже было отмечено выше, получаемые благодаря воображению знания о пространстве есть в то же время и знания о реальном мире, сотворенном Богом, – пространство воображаемое и пространство реальное, как правило, не различаются и уж тем более не противопоставляются одно другому (между ними есть соответствие – ведь и мир, и познающий его человек сотворены одним Богом, а Бог, как говорил еще Декарт, «не является обманщиком»).

Однако образ *Брашмана-ньютонианца* портит его отказ обсуждать вопрос о действительном существовании пространства. Для Ньютона и его последователей пространство не просто действительно существует, но это самое действительное и самое реальное после Бога. Рассуждения из «Оптики» о Sensorium Dei, – пространстве как «чувствилище» Бога, – весьма характерны в этом отношении. Также не вполне естественны для ньютонианца слишком настойчивое акцентирование «нашего устройства» и роли чувства осязания.

2. Обратим теперь внимание, что Брашман отказывается явно обсуждать вопрос о том, «существует ли действительно пространство», сославшись на *бесполезность* подобного обсуждения. На первый взгляд, это всего лишь проявление нежелания входить в область сугубо философских вопросов, которая часто кажется представителям точного естествознания областью пустых словопрений. Однако в следующем же абзаце рассматриваемого текста находим обсуждение вполне философского вопроса о связи между имеющимся у нас представлением пространства и «нашим устройством». Но даже если мы сочтем последний вопрос скорее относящимся к области психологии, чем философского умозрения, то следующее место из речи 1841 г. уже без сомнения вводит нас в область «философических споров»:

«Пирронисты (то есть скептики. – *В.Ш.*) утверждали, что не существует ни тело, ни пространство. Но они должны бы по крайней мере сознаться, что для всякого тела существует нечто определенное, производящее в нас понятие о теле, и какая бы ни была причина, производящая в нас понятие о пространстве и непроницаемости, она действует точно так, как самое тело, и нет надобности допытываться, существует ли вне нас действительно тело, или нечто другое, что совершенно заменяет тело» [10, с.6].

Теперь мы могли бы заподозрить здесь что-то, напоминающее подход Канта: различение *вещи-самой-по-себе* (Ding an sich selbst) и ее *явления* (Erscheinung). Причем непознаваемость первой никоим образом не ограничивает научного познания, работающего исключительно с явлениями и не порождающего внутренней необходимости отличать их от вещей-самих-по-себе. Рассуждение, следующее за отказом обсуждать вопрос о существовании пространства в действительности, также вполне может быть прочтено как выражение кантианской позиции: геометрия зависит от того, как мы представляем себе пространство, а наше представление пространства – от нашего устройства, то есть от устройства нашего познавательного аппарата.

Однако последнее предложение соответствующего абзаца начинает колебать, уже было сложившееся у нас представление, на этот раз, о *Брашмане-кантианце*. Указание на зависимость геометрии от чувства осязания скорее говорит о *сенсуализме* (см., например: [28, с.264–281]), чем об *априоризме*. Так и поняли это место, а в свете его и все рассуждение Брашмана, некоторые исследователи [6; 7, с.49]. Но признать Брашмана сторонником примитивно понятого сенсуализма мешает, например, приведенное выше место из «Теории равновесия тел» о том, что пространство нельзя ни видеть, ни осязать.

3. Итак, наше понятие пространства зависит от чувства осязания, но само пространство чувству осязания не доступно. Как это понять?

Обратимся за разъяснениями к «Опыту философии наук, или аналитическому изложению естественной классификации всех человеческих знаний» (1834) Андре-Мари Ампера[11] [30], сочинению, на которое ссылается Брашман в этом месте.

Чистая математика состоит в классификации наук Ампера из двух частей – аритмологии и геометрии. Страница 67, на которую дана ссылка, отсылает нас к разделу, посвященному геометрии [30, с.65–69]. В нем Ампер обсуждает отличия геометрии от аритмологии, которой был посвящен предыдущий раздел. Под «аритмологией» же он понимает науку об измерении величин вообще [там же, с.61]. Аритмология, в его трактовке, включает, например, теорию функций и математический анализ.

Истины геометрии (в отличие от положений аритмологии), пишет Ампер, не обладают необходимым характером, но имеют место в силу свойств пространства. Здесь он ссылается на С.Кларка и следующих за ним метафизиков, которые утверждают, что бесконечное пространство существует необходимым образом и останется тем же, даже если Бог уничтожит те тела, которые его заполняют.

То, что мы обнаруживаем у пространства, например, ровно три измерения, не больше и не меньше, определяется не природой нашего ума (esprit), а свойствами пространства, которое существует в действительности (réellement) [там же, с.66–67].

Кроме того, продолжает Ампер, как показал Т.Рид, если бы человек был ограничен только чувством зрения (то есть не обладал бы, например, чувством осязания), то его геометрия была бы отлична от нашей. Так он не знал бы, что поверхность имеет два измерения; за прямые линии он принимал бы дуги больших окружностей, лежащих на сфере, в центре которой расположен его глаз; его прямолинейные треугольники могли бы иметь по два, а то и по три прямых или тупых угла; любые две прямые линии всегда пересекались бы для него в двух точках, а понятие параллельных было бы для него противоречивым.

Наконец, пишет далее Ампер, известно, что основная теорема теории параллельных прямых, которые мы рассматриваем, как существующие реально (réellement) в пространстве трех измерений, – не может быть строго доказана. Причина этого в том, что обсуждаемая теорема основана на свойствах пространства, которое полагается трехмерным и бесконечно протяженным.

Геометрические истины, делает вывод Ампер, обладают, следовательно, объективной реальностью (réalité objective), что отличает их от истин аритмологии [там же, с.67].

Итак, у Ампера мы обнаруживаем *реализм* в вопросе о природе пространства, отсылающий ко взглядам Сэмюэла Кларка (1675–1729), ведущего английского метафизика и богослова начала XVIII века, *последователя Ньютона*[12]. Кроме того, у него имеется ссылка на исследования Томаса Рида (1710–1796), основателя шотландской философии «здравого смысла». Для Ампера эта ссылка на Рида, скорее всего, должна была подтверждать его тезис об объективном характере геометрических знаний, зависящих от свойств сотворенного Богом пространства, которые не изменятся, даже если в этом пространстве не будет ничего, в том числе и нас, – его познающих. Если же говорить о том знании свойств пространства, которое дают нам наши чувства, то пример изолированного чувства зрения – показывает неадекватность предоставляемой чувствами информации. Пример же с недоказуемостью постулата о параллельных показывает невозможность постигнуть свойства пространства опираясь исключительно на устройство нашего разума. Только используя все чувства в совокупности и, подключая к анализу их данных наш разум, мы получаем адекватное представление о действительном пространстве. Однако позиция самого Рида была несколько иной.

4. Действительно, Рид настаивал на зависимости нашего представления о «протяженности» (а, следовательно, и «пространстве») от чувства осязания: «... я полагаю, если бы мы никогда не ощущали какую-либо вещь твердой или мягкой, неровной или гладкой, имеющей форму или движущейся, то никогда бы не имели понимания протяженности» [33, с.154].

Однако Рид *не был ни реалистом* (в смысле Ньютона–Кларка), *ни сенсуалистом* и соответствующие места из его главного сочинения «Исследование человеческого ума на принципах здравого смысла» (1764), которое и имеет в виду Ампер, в частности посвящены *критике* классического сенсуализма.

В чем же состоит позиция Рида? Рид согласен, что мы приобретаем понятие о протяженности благодаря чувству осязания. (Зрение не является необходимым для этого.) Но вот, что удивляет его, и на это он предлагает обратить особое внимание, – сенсуалист с легкостью перескакивает от «осязания» к «протяженности», не замечая, что это качественный скачек. Мы постоянно его совершаем и легко привыкаем к нему, но от этого он не становится менее загадочным и необъяснимым.

«Действительно, – пишет Рид, – мы имеем чувство осязания, которое в каждый отдельно взятый момент представляет протяженность уму; но каким образом оно это делает – неясно. Ибо эти чувства не более похожи на протяженность, чем на справедливость или храбрость. Не может существование протяженных вещей быть выведенным из этих чувств какими-нибудь правилами рассуждения; чувства, которые мы имеем благодаря осязанию, не могут объяснить, ни каким образом мы получаем понятие, ни каким образом мы приходим к вере в протяженные вещи. [...] всегда принималось без доказательства, что идеи протяженности, фигуры и движения есть идеи ощущения, которые приходят в разум благодаря чувству осязания; таким же образом, как ощущения звука и запаха приходят благодаря ушам и носу. Ощущения осязания настолько связаны, благодаря нашей конституции, с понятиями протяженности, фигуры и движения, что философы путали одно с другим и никогда не могли разглядеть, что они не только различные вещи, но и вообще не похожи» [там же, с.155–156].

Да, как бы говорит Рид, именно наличие у меня чувства осязания позволяет мне получить представление о протяженности (пространстве) и внеположности (внешнем мире). Но между чувством осязания и картиной протяженного в трех измерения внешнего мира лежит некий скачок, некий «икс», некая загадка. Человеческий разум не способен раскрыть эту загадку, но само его устройство не только позволяет ему с легкостью совершать этот скачек, но требуется изрядное усилие, чтобы заметить само его наличие. Поэтому нам остается только доверять Богу и положиться на *здравый смысл*, более древний, чем всякий философский скептицизм, признавая тот вывод из опыта осязания, который естественно делает наш разум – о существовании внешнего мира расположенного в трехмерном пространстве.

«То, что наши ощущения осязания указывают на нечто внешнее, протяженное, оформленное, твердое или мягкое, не есть дедукция из рассудка, но естественный принцип. Вера в него и само понимание его, в равной степени – части нашей конституции. Если мы обманываемся в ней, то мы обмануты нашим Создателем, и этому нельзя помочь» [там же, с.166].

«Каким образом ощущения заставляют нас немедленно представлять и верить в существование внешних вещей, совершенно непохожих на них, я не претендую знать; но когда я говорю, что одно предполагает другое, я не собираюсь объяснять способ их связи, но выражаю тот факт, который каждый может осознать – а именно, что благодаря закону нашей природы, такие понимание и вера постоянно и немедленно следуют за ощущением» [там же, с.169].

Рид в большей степени агностик в этом вопросе, чем Кант. Там, где Рид останавливается и говорит – дальше пути нет, тайна, «икс», там Кант строит свое учение о внутренней структуре познавательного аппарата человека, той «конституции» на которую Рид лишь указывает.

Неизвестно был ли Брашман непосредственно знаком с сочинениями Рида. Скорее всего, нет. Судя по ссылкам в речи 1841 г. он читал англоязычных авторов – Дж.Локка и У.Гамильтона – во французских переводах[13]. Существовал ли в то время французский перевод Рида и если да, то был ли он доступен Брашману? Возможно, в 1836 г. он уже был знаком с какими-либо сочинениями Уильяма Гамильтона, пусть и по-французски (в речи 1841 г. он ссылается на французский перевод Гамильтона – увы! – 1840 г.), а Гамильтон являлся последователем Рида и издателем его сочинений. Причем именно Гамильтон «попытался синтезировать философию здравого смысла с другими течениями (прежде всего с кантианством)» [34, с.106; 17], именно Гамильтон первым обратил внимание на определенное сходство позиций Рида и Канта [33, с.12]. Не потому ли мы смогли заподозрить в Брашмане кантианца? Можно сделать предположение, что хотя бы через Гамильтона Брашман мог быть знаком с позициями Рида и Канта.

Приведенные выше слова Брашмана о невозможности видеть и осязать пространство, равно как и возражение «пирронистам», возможно, есть не что иное как указание на этот ридовский «икс», быть может и с некоторой прививкой кантианства. Уточнить нашу характеристику позиции Брашмана по этому вопросу мы не можем. Он коснулся вопроса о реальности пространства и познаваемости его посредством осязания и зрения лишь мимоходом, поскольку для целей геометрического исследования достаточно того, что «мы имеем понятие о пространстве».

5. Далее обратим также внимание и на то, какой смысл Брашман в тексте 1836 г. вкладывает в словосочетание «иметь понятие о пространстве» и как он дедуцирует трехмерность пространства[14]. Уже беглого просмотра обсуждаемого текста достаточно, чтобы обнаружить, что «иметь понятие» для Брашмана означает здесь тоже, что «быть способным вообразить». Трехмерность пространства выводится им с помощью интроспективного изучения собственной нашей способности воображения. Понятия «объема», «поверхности»,«линии» и, наконец, «точки» появляются именно в ходе этого процесса.

Здесь мы снова имеем все основания усомниться в «сенсуализме» Брашмана. Это особенно заметно при сравнении рассуждений Брашмана с аналогичными рассуждениями Николая Ивановича Лобачевского (1798–1856).

Подходы Брашмана и Лобачевского к геометрии объединяет методический прием, который обычно обозначают термином *фузионизм*, состоящий в совместном, *смешанном* изложении плоской и пространственной геометрии [35, с.9, 349][15]. Этот подход противоположен сложившемуся еще в античности последовательному переходу от плоской геометрии (геометрии в собственном смысле слова) к стереометрии. Основой фузионизма служит *методологический холизм*: исходным объектом рассмотрения в геометрии выступает пространство-как-целое, лишь в рамках него становится осмысленным выделение объема, как его части, затем – поверхности, линии и точки[16]. Тем не менее, причины для предпочтения холизма атомизму у Лобачевского и Брашмана оказываются, судя по всему, весьма различными.

Лобачевский полагает исходными для формирования геометрических понятий приобретаемые чувствами, и преимущественно зрением, понятия о телах и их прикосновении. *Отвлекаясь* от всех свойств чувственно воспринимаемых тел за исключением *прикосновения*, мы приобретаем представление о *геометрическом* теле. При этом пространство также трактуется как некое тело: «все тела представляем частью одного – пространства». Во многом все эти рассуждения ближе к «Физике» Аристотеля, чем, например, к «Началам» Ньютона: не случайно основными для Лобачевского оказываются понятия «отвлечения» (абстракции), «тела» и «места» [38, с.186–191]. В таком контексте методологический холизм связан с естественным порядком постепенного абстрагирования, отправляющегося от чувственно воспринимаемых тел и поэтапно дающего: геометрическое тело – поверхность – линию – точку. При этом на каждом этапе постоянно подчеркивается генетическая связь этих понятий с чувственными образами: в отношении поверхности это «тонкость листа бумаги», в отношении линии – «тонкость волоса, черты от пера на бумаге», в отношении точки – «малость песчинки или точки от острия пера на бумаге» [там же, с.188–189].

Ничего подобного нет в методологическом введении Брашмана к «Курсу аналитической геометрии». Он работает со способностью вообразить, не производя геометрические образы напрямую от чувственно воспринимаемых тел, эта способность хотя и связана с устройством нашей чувственности, но все же имеет, судя по контексту, достаточно автономное положение. Если Лобачевский работает с поэтапным абстрагированием, то Брашман – с воображаемыми ограничениями и предельными переходами в рамках имеющегося у нас понятия о пространстве (то есть способности воображать его). Если холизм Лобачевского коренится, таким образом, в установке *эмпиризма* [39], то холизм Брашмана – в своего рода *априоризме*. Вспомним, кстати, что одно из наиболее отчетливых выражений геометрического холизма было дано именно Кантом: «части не могут предшествовать единому всеохватывающему пространству словно составные части (из которых можно было бы его сложить): их можно мыслить только находящимися в нем. Пространство в существе своем едино; многообразное в нем, а стало быть, и общее понятие о пространствах вообще основываются исключительно на ограничениях» [24, с.66(B39)].

Заметим, что сопоставление подхода Брашмана именно с подходом Лобачевского не случайно уже по причинам биографического характера. Н.Д.Брашман, в период с 1825 по 1834 гг. преподававший механику и математику в Казанском университете в качестве адъюнкта, то есть помощника профессора, не мог не знать о работах и подходе Н.И.Лобачевского, ординарного профессора, возглавлявшего математическое отделение, а в 1827–1834 гг. бывшего к тому же ректором Университета. Отсюда возникает и понятная тенденция прочитывать Брашмана в свете работ Лобачевского. Однако из сказанного вовсе нет оснований заключать об обязательном совпадении их взглядов.

6. В связи с этим естественно возникает вопрос об отношении Брашмана к «воображаемой геометрии» Лобачевского. Так, в феврале 1826 г., в заседании физико-математического факультета был заслушан доклад Лобачевского «Краткое изложение основ геометрии со строгим доказательством теоремы о параллельных», а в 1829–1830 гг. в «Казанском вестнике» печатался его мемуар «О началах геометрии». Сохранилась сопроводительная записка к докладу Лобачевского, свидетельствующая о том, что Брашман входил в состав комиссии, которой было поручено рассмотреть это сочинение [38, с.411–412; 3, с.240–241; 7]. Даже если предположить, что упомянутая комиссия существовала лишь «на бумаге», почти невозможно допустить, что Брашман не был хотя бы поверхностно знаком с работами Лобачевского по «воображаемой геометрии».

Может быть как раз по этой причине авторы работ [6; 7] склонны сопоставлять взгляды Брашмана на основания геометрии именно со взглядами Лобачевского. При этом, не находя никаких намеков на усвоение Брашманом идей «воображаемой геометрии», они, тем не менее, обнаруживают в обсуждаемом тексте 1836 г., в рассуждениях о том, что геометрия изменила бы свой вид, если бы мы могли вообразить себе четыре независимых протяжения, намек на «допущение возможности многомерных геометрий» [6, с.335; 7].

Также поступили, не разобравшись, на наш взгляд, в сути дела, еще П.Н.Фусс и Э.Д.Коллинс, написавшие в 1836 г. рецензию от Академии наук на «Аналитическую геометрию» Брашмана. Их неодобрение в работе вызвало почти исключительно разбираемое введение. Во-первых, они увидели в нем «бесполезные умозрения» (то есть философию), которых петербуржские математики, в отличие от москвичей, вообще не любили (см.: [40]). Во-вторых, – подозрительное сходство с «вымышленными теориями» Лобачевского, о которых не далее как в 1832 г. Академия, в лице М.В.Остроградского, дала отрицательный отзыв[17].

Однако, указываемое рассуждение Брашмана говорит, на наш взгляд, как раз об обратном. Оно говорит о *полной невозможности* геометрии более чем трех измерений. Ведь вид геометрии, согласно Брашману, определяется тем, что и как мы способны *вообразить*. Мы не способны вообразить более чем три измерения, поэтому геометрии четырех измерений нет и быть не может. Можно сделать предположение, хотя прямых свидетельств на этот счет у нас нет, что по той же самой причине нет и не может быть «воображаемой геометрии» отличной от евклидовой. Наше понятие о пространстве (пространственное воображение) однозначно эксплицируется в виде трехмерной евклидовой геометрии. Следовательно, не может быть геометрий отличных от трехмерной евклидовой и альтернативных к ней, а значит не может быть ни многомерных геометрий, ни воображаемой геометрии Лобачевского. В этом отношении к новым геометриям Брашман вряд ли сильно расходился во взглядах с петербургскими математиками (М.В.Остроградским, В.Я.Буняковским и др.) [41, с.146–147, 154–155; 38, с.406–410; 3, с.252, 299–300][18].

Еще одним косвенным подтверждением нашего вывода является следующее наблюдение. На той самой 67 странице книги Ампера, на которую ссылается Брашман в работе 1836 г., кратко пересказаны примечательные рассуждения Томаса Рида, уже упомянутые нами ранее, «О геометрии видимых предметов» («Исследование человеческого ума», глава 6, §9), которые подвигли Нормана Дэниэльса написать статью с несколько вызывающим заглавием «Открытие Томасом Ридом неевклидовой геометрии» (1972) (см.: [44]). Текст Ампера как бы подталкивает к размышлению над альтернативными геометриями, но Брашман, если и принимает этот вызов, то в чисто отрицательном плане.

Примечания

[1] О жизни и деятельности Н.Д.Брашмана см.: [1–7]. Документальное подтверждение еврейского происхождения Брашмана найдено недавно в архиве Венского университета (сообщено мне С.С.Демидовым).

[2] Подробно историю сближения Брашмана и Литтрова рассказывает А.Ю.Давидов [1, с.XI–XII].

[3] Решающую роль Литтрова в оставлении Брашмана в Венском университете предполагают И.И.Лихолетов и Л.Е.Майстров [7, с.6].

[4] Что послужило причиной переезда Брашмана в Россию? А.Ю.Давидов указывает на знакомство с семейством князя Яблоновского [1, с.XII]. Исследователи, сопоставив биографию Брашмана и Литтрова, высказали предположение, что и в этом существенную роль мог сыграть последний (см.: [7, с.5–7]). Ведь Литтров в 1810–1816 гг. был профессором Казанского университета! Его ближайшими учениками были Н.И.Лобачевский и И.М.Симонов, первый из них к моменту переезда Брашмана в Казань, возглавлял математическое отделение. Следовательно, от Литтрова Брашман также мог получить рекомендации для карьеры в России. Давидов указывает, что поступлению в Казанский университет способствовало знакомство в Петербурге с семьей князя М.А.Салтыкова [1, с.XIII], И.И.Лихолетов и Л.Е.Майстров разъясняют причины этого – Салтыков был в свое время попечителем Казанского учебного округа [7, с.7]. Однако и связи Литтрова в Казани, с которым Брашман продолжал поддерживать отношения [1, с.XII], могли сыграть в этом роль. На это указывает С.С.Демидов (из личного общения).

[5] Брашман принял не только Российское подданство, но, по-видимому, и православие. До этого он мог оставаться иудеем (как он числился в Венском университете), а мог и принять лютеранство (распространенное в его родных местах) или католичество (Литтров, например, был католиком). Когда произошел переход Брашмана в православие – неизвестно, но захоронен он был на православной части кладбища Даниловского монастыря (сообщено мне С.С.Демидовым).

[6] Подробный послужной список Брашмана см.: [1, с.XIX–XX].

[7] О возникновении Московского математического общества (ММО) подробнее см.: [13–16].

[8] Брашман называет «Гемельтона» «знаменитым диалектиком» [3, с.2]. (Об У.Гамильтоне подробнее см.: [17].)

[9] Брашман писал его имя как «Иоель», мы же будем придерживаться наиболее распространенного сейчас написания, хотя использовались ранее, да и сейчас сохраняются и другие варианты – «Уэйвелл», «Уэвель», «Юэлль», «Юэль» (см. о нем: [18]). Во время заграничной поездки Брашмана 1842 г. он, в числе других ученых, встречался в Англии и с Уэвеллом [1, с.XV].

[10] Такое понимание предмета геометрии было достаточно распространено в XVII – первой половине XIX вв. (например, – Т.Гоббс, Г.В.Лейбниц, И.Кант). Оно отличается от определения предмета геометрии как пространственных *форм и отношений* (Платон, Аристотель, Рабан Мавр), или способов *измерения* пространства (например, – И.Ньютон, Н.И.Лобачевский, О.Конт), здесь ее предмет – само пространство.

[11] Об Ампере и его взглядах см., например: [29].

[12] Взгляды Кларка на природу пространства почти неотличимы от позиции Ньютона. Высказывания Кларка по этому вопросу разбросаны по разным его произведениям. Наибольшей известностью пользовалась и пользуется его переписка с Лейбницем. Она была издана на английском, французском и немецком языках сразу после смерти Лейбница. (См.: [25, с.173–174; 31, с.108–111; 32].)

[13] Во время заграничной поездки 1842 г. Брашман делал доклад на английском языке, но при этом приносил извинения в связи с плохим его знанием [1, с.XVI].

[14] Аналогичная дедукция имеется в тексте Ампера [30, с.66], а также у Ньютона [25, с.123–124] и др. Ниже нас интересует не столько сама дедукция, сколько особенности подачи ее у Брашмана.

[15] На это *сходство* в подходах Брашмана и Лобачевского обращают внимание И.И.Лихолетов и Л.Е.Майстров [7], но они не подчеркивают должным образом *отличие* их позиций, а, возможно, и скрытую полемику с подходом Лобачевского, которая, как нам представляется, присутствует в разбираемом введении Брашмана, о чем речь пойдет ниже.

[16] Противоположный подход может быть назван *методологическим атомизмом*. Он состоит в развертывании геометрии в обратном порядке: от точки к пространству. Классическим античным примером служат свидетельства Аристотеля и Секста Эмпирика о пифагорейцах [36, с.478–479]. Интересное обсуждение противопоставления «холизм-атомизм» см. в работе П.А.Флоренского: [37]. Флоренский отстаивает принципиальную антиномичность основных понятий геометрии (на примере понятия «точка»), которая выражается, в частности, во взаимной дополнительности холизма и атомизма, полной невозможности произвести окончательный выбор в пользу одной из этих позиций.

[17] Рецензия опубликована в «Журнале министерства народного просвещения» за май 1836 г. Интересующие нас места приведены в [7, с.47].

[18] Члены ММО позднее примут участие в философской полемике вокруг «новых геометрий» (см.: [42; 43]).

Список литературы

1. [*Давидов А.Ю.*] Биография Н.Д.Брашмана // Математический сборник. 1866. [Т.1.] С.XI–XXVI.
2. *Юшкевич А.П.* Математика в Московском университете за первые сто лет его существования // Историко-математические исследования. М.–Л., 1948. Вып.I. С.43–140. (Переиздание: *Юшкевич А.П.* Математика в ее истории. М., 1996. С.333–412.)
3. *Юшкевич А.П.* История математики в России до 1917 года. М., 1968.
4. *Выгодский М.Я.* Математика и ее деятели в Московском университете во второй половине XIX века // Историко-математические исследования. М.–Л., 1948. Вып.I. С.141–183.
5. *Тюлина И.А.* Развитие механики в Московском университете в XVIII и XIX веках // Историко-математические исследования. М., 1955. Вып.VIII. С.489–536.
6. *Лихолетов И.И., Яновская С.А.* Из истории преподавания математики в Московском университете (1804–1860 гг.) // Историко-математические исследования. М., 1955. Вып.VIII. С.127–480.
7. *Лихолетов И.И., Майстров Л.Е.* Николай Дмитриевич Брашман (1796–1866). (Серия: Замечательные ученые Московского университета.) М., 1971.
8. *Брашман Н.Д.* Курс аналитической геометрии. М., 1836.
9. *Брашман Н.Д.* Теория равновесия тел твердых и жидких, или статика и гидростатика. М., 1837.
10. *Брашман Н.Д.* О влиянии математических наук на развитие умственных способностей. Речь, произнесенная в торжественном собрании Императорского Московского университета июня 17 дня 1841 года. М., 1841. (Отдельный оттиск. 31 с.)
11. Современная задача физико-математических наук. Неизданная лекция профессора *Ламе*, читанная им 18/30 ноября 1861 года. [Предисловие Николая Брашмана] // Русский Вестник. 1862 (?). Т.XXXVIII. С.417–437.
12. Предисловие // Математический сборник. 1866. [Т.1.] С.VII–X.
13. *Майстров Л.Е.* Возникновение Московского математического общества // Успехи математических наук. 1959. Т.XIV. Вып.3(87). 1959. С.227–234.
14. *Демидов С.С.* Московское математическое общество и эволюция отечественного математического сообщества // Институт истории естествознания и техники РАН им. С.И.Вавилова. Годичная научная конференция, М., 2002. С.313–316.
15. *Демидов С.С., Токарева Т.А.* Московское математическое общество: фрагменты истории // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып.8(43). М., 2003. С.27–49.

16. *Demidov S.S., Tikhomirov V.M., Tokareva T.A.* The Moscow Mathematical Society // European Mathematical Society. Newsletter. December 2003. No.50. Part 1. P.17–19; March 2004. No.51. Part 2. P.25–27.
17. *Graham G.* Scottish Philosophy in the 19th Century (2005) // Stanford Encyclopedia of Philosophy. Principal Editor: Edward N. Zalta. The Metaphysics Research Lab Center for the Study of Language and Information, Stanford University, Stanford. Доступ: http:// plato.stanford.edu/ entries/ scottish-19th/
18. *Snyder L.* William Whewell (2006) // Stanford Encyclopedia of Philosophy. Principal Editor: Edward N. Zalta. The Metaphysics Research Lab Center for the Study of Language and Information, Stanford University, Stanford. Доступ: http:// plato.stanford.edu/ entries/whewell/
19. *Hamilton W.* On the Study of Mathematics, as an Exercise of Mind // *W.Hamilton*. Discussions on Philosophy and Literature, Education and University Reform. 2nd ed., enl. London: Longman, Brown, Green and Longmans; Edinburgh: Maclachlan and Stewart, 1853. P.263–340.
20. *Шопенгауэр А.* Мир как воля и представление // *А.Шопенгауэр.* О воле в природе. Мир как воля и представление. М., 1993. Т.2. С.109–626.
21. *Милль Дж.С.* Обзор философии сэра Вильяма Гамильтона и главных философских вопросов, обсужденных в его творениях. СПб.: Изд. «Русской книжной торговли», 1869.
22. *Шпет Г.Г.* Очерк развития русской философии. Первая часть // *Г.Г.Шпет.* Сочинения. М., 1989. С.11–342.
23. *Декарт Р.* Правила для руководства ума // *Р.Декарт.* Сочинения в 2-х томах. М., 1989. Т.1. С.77–153.
24. *Кант И.* Критика чистого разума // *И.Кант.* Собрание сочинений в 8-ми томах. М., 1994. Т.3.
25. *Никулин Д.В.* Пространство и время в метафизике XVII века. Новосибирск, 1993.
26. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии. М., 1989.
27. *Ньютон И.* Оптика или трактат об отражениях, преломлениях, изгибаниях и цветах света. М., 1954.
28. *Кондильяк Э.* Трактат об ощущениях // *Э.Кондильяк.* Сочинения в 3-х томах. М., 1982. Т.2. С.189–399.
29. *Белькинд Л.Д.* Андре-Мари Ампер (1775–1836). М., 1968.
30. *Ampère A.-M.* Essai sur la philosophie des sciences, ou exposition analytique d'une classification naturelle de toutes les connaissances humaines. Paris: Bachelier, 1834.
31. *Vailati E.* Leibniz and Clarke. A Study of Their Correspondence. Oxford: University Press, 1997.
32. *Vailati E.* Samuel Clarke (2003) // Stanford Encyclopedia of Philosophy. Principal Editor: Edward N. Zalta. The Metaphysics Research Lab Center for the Study of Language and Information, Stanford University, Stanford. Доступ: http://plato.stanford.edu/entries/clarke/
33. *Рид Т.* Исследование человеческого ума на принципах здравого смысла. СПб., 2000.
34. *Грязнов А.Ф.* Философия Шотландской школы. М., 1979.
35. *Клейн Ф.* Геометрия // *Ф.Клейн.* Элементарная математика с точки зрения высшей. М., 1987. Т.2. (2-е изд.)
36. *Лебедев А.В.* Фрагменты ранних греческих философов. М., 1989. Ч.I.
37. *Флоренский П.А.* Symbolarium (Словарь символов) // *П.А.Флоренский.* Сочинения в 4-х томах. М., 1996. Т.2. С.564–590.
38. *Лобачевский Н.И.* Полное собрание сочинений в 5-ти томах. М.–Л., 1946. Т.1.
39. *Perminov V.Ya.* The Philosophical and Methodological Thought of N.I.Lobachevsky // Philosophia Mathematica. 1997. Vol.5. P.3–20.
40. *Демидов С.С.* Сказка о двух городах // Тезисы докладов Третьей международной конференции «Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования», посвященная 85-летию члена-корреспондента РАН, профессора Л.Д.Кудрявцева М., 2008. С.56–72.

41. *Васильев А.В.* Николай Иванович Лобачевский (1792–1856). М., 1992.

42. *Шишкин Н.И.* «Пространство» Лобачевского // Вопросы философии и психологии. 1894. (Год V.) Кн.21. Отд.2. С.115–135.

43. *Цингер В.Я.* О недоразумениях во взглядах на основания геометрии // Вопросы философии и психологии. 1894. (Год V.) Кн.22. Отд.2. С.199–213.

44. *Daniels N.* Thomas Reid's «Inquiry». The Geometry of Visibles and the Case for Realism. Stanford, California: Stanford University Press, 1989.

МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В ПИСЬМЕ А.А.МАРКОВА Б.М.КОЯЛОВИЧУ

Н.С.Ермолаева

Публикуемое письмо[1] датируется 23 сентября 1893 г. и посвящено не только узкому вопросу разбора литографированного курса теории вероятностей Б.М.Кояловича, но и некоторым аспектам взглядов А.А.Маркова на метод наименьших квадратов. Содержание письма частично относится к тому, о чем писал О.Б.Шейнин в статье [1].

Андрей Андреевич Марков (1856–1922) в представлении не нуждается, тем не менее, посвятим ему несколько абзацев.

Наибольшую известность в теории вероятностей получили цепи и процессы Маркова, а также исследования Маркова в теории чисел. Другие разделы математики также стали развиваться на базе его результатов в теории приближения функций, теории непрерывных дробей, теории конечных разностей, в проблеме моментов и в других вопросах математического анализа, причем некоторые его результаты в последней области получили вероятностную трактовку.

По своему содержанию работы Маркова были столь глубоки, что многие из них в XX в. были обобщены и развиты (так, например, из теории цепей Маркова выросла теория случайных процессов). Это происходило, как отмечал П.К.Суетин, потому, что «его оригинальные доказательства, обладая большим запасом общности, позволяют усилить формулировки и применить эти доказательства в других, более сложных случаях» [2, с.164]. В качестве иллюстрации укажем, что в монографии [3] Марков упомянут 64 раза, а в книге [4] его имя встречается 61 раз, в том числе в названиях глав и параграфов.

В предметном указателе «Математической энциклопедии» [5] имя Маркова встречается 47 раз, чаще, чем имя Чебышева (33 раза), и отчасти объясняется это тем, что Марков, ученик и продолжатель творчества П.Л.Чебышева, был ближе XX в.

Жизнь и научное творчество А.А.Маркова были отражены в книге [6], причем анализ научных достижений Маркова был проведен А.В.Малышевым, П.К.Суетиным и Б.В.Гнеденко, имена которых не

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова

ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Вторая серия

Выпуск 13(48)
Основаны в 1948 году
Г.Ф.Рыбкиным и А.П.Юшкевичем

«Янус-К»
Москва
2009

Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований. Проект №08-06-07033

УДК 51(091)
ББК 22.1г
И 902

Историко-математические исследования. Вторая серия. Выпуск 13(48). М.: «Янус-К», 2009. С.388.

ISBN 978-5-8037-0449-2

ISBN 978-5-8037-0449-2