МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МИФОЛОГИЯ И ПАНГЕОМЕТРИЗМ*

Шапошников В. А.

Открылось мне: в законах точных числ,
В бунтующей, мыслительной стихии —
Не я, не я — благие иерархии
Высокий свой запечатлели смысл.
Звезда... Она — в непеременном блеске...
Но бегает летучий луч звезды
Алмазами по зеркалу воды
И блещущие чертит арабески.

А. Белый. Дух (1914)

Как справедливо отметил еще О. Шпенглер [1], не существует универсального стиля математического мышления (универсальной математики), поскольку не существует универсальной общечеловеческой культуры. В разные эпохи и у разных народов математика отличалась настолько сильно, что перед нами, в некотором смысле, *различные* культурные феномены (например, математика античная и математика нововременная). Другой важный тезис Шпенглера состоит в том, что существует теснейшая взаимосвязь между разнообразными сторонами жизни данного культурного организма: античная математика глубочайшим образом связана с античными мифологией, религией, искусством, архитектурой, организацией общественной жизни и т.д., а нововременная математика — с соответствующими сторонами нововременной культуры. Эти два шпенглеровских тезиса являются основополагающими для всякой социокультурной философии математики.

Желая проследить далее процесс дифференциации стилей, и приглядываясь к математике определенного культурного организма, мы увидим более мелкие разделения. Например, в случае современной европейской культуры стало уже общепринятым противопоставлять математику «работающих математиков» (working mathematicians) и математику математических логиков и специалистов по основаниям. Другой пример: А. Н. Кричевец предлагает различать в рамках современной культуры, по крайней мере, *три* математики — математику профессиональных математиков, математику инженеров, и

---

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (код проекта: 97–03–04276).

математику физиков [2, с. 387—388]. Можно, очевидно, произвести и другие разделения современной математики. Для дальнейшего нам будет удобно несколько развить различение А. Н. Кричевца: мы можем разделять математику через преимущественное тяготение к определенной смежной области культуры: так у нас будут появляться не только математика физиков или инженеров, но и математика философов, математика художников, математика поэтов и т.д. Особое положение при таком делении займет математика профессиональных математиков. Она не взаимодействует напрямую с другими областями культуры: такое взаимодействие всегда опосредовано одной из «математик», перечисленных нами выше. Преимущественная связь с той или иной областью культуры, равно как и установка, состоящая в избегании такой связи, накладывает определенный отпечаток на стиль математического мышления, характерный для данной «математики». Можно даже смотреть на подобное деление математики как на различение стилей мышления par excellence.

Очевидно, дифференциацию стилей математического мышления можно продолжать и далее, пока не дойдем до уникального стиля данного математика или даже данного математического текста. Однако уже произведенного выше различения будет вполне достаточно для наших целей.

Пока что мы проводили разделительные линии. Мы отделяли математику разных культур и эпох, мы разделяли математику и в рамках единой эпохи и единой культуры, в зависимости от основной области приложений. Теперь необходимо сказать, что, конечно же, в культурном организме математика физиков не обособлена от математики профессиональных математиков или от математики средней школы, а сложным образом взаимодействует с ними. Да и между культурами нет все-таки непроницаемых перегородок: так античная математика и математика нововременная, несмотря на все свои отличия, связаны все же цепью «социальных эстафет» (М. А. Розов). Именно наличие этой, хотя порой весьма хрупкой, связи и позволяет нам все-таки надеяться на возможность понимания, равно как и на оправданность разговора о *едином* феномене математики (хотя более адекватным здесь было бы сравнение не с единой жизнью, а с цепью перевоплощений, связанной единством кармы).

Итак, хотя универсальной математики не существует, это не означает бессмысленности разговора о математике вообще. (Ниже мы будем говорить не только об определенном стиле математического мышления – *математической мифологии*, но и о понимании математики вообще, этим стилем провоцируемом, — *пангеометризме*). Достаточно удобным для разъяснения нашей мысли оказывается противопоставление *понятия-емкости* и *понятия-типа*, производимое Р. Арнхеймом [3, с. 34—39]. «Понятие-емкость — это сумма свойств, по которым можно узнать данный вид сущности. Тип — это структурная основа такого вида сущности» [3, с. 35]. Мы не будем пытаться в дальнейшем привести необходимый и (в совокупности) достаточный перечень черт, определяющих математическое мышление. Да такой перечень и невозможно составить (здесь уместно вспомнить знаменитые рассуждения Витгенштейна о понятии «игра»). Однако это не делает менее интересной попытку угадать некий *образ*, некую *структуру-гештальт*, которая давала бы нам ощущение прозрения в тайну математического.

При этом достаточно понятно, что характер подобного «прозрения» будет зависеть от избранного угла зрения на математику (в нашем случае, взгляда на нее с точки зрения ее связи преимущественно с такими областями культуры как религия, философия, искусство). Выбор иного угла зрения привел бы к иной картине, но избрание одного угла зрения и не предполагает отрицания правомерности других. Поэтому указание на наличие различных подходов не дает решающего аргумента против картины, создаваемой в настоящей работе. Более того: мы не просто избираем здесь определенный ракурс, но стремимся сохранять его, пока остается возможность развивать мысль в избранном направлении. Это сознательный метод данной работы.

1. Что такое математическая мифология?

Платоновский Тимей говорит: «...не удивляйся, Сократ, что мы, рассматривая во многих отношениях много вещей, таких, как боги и рождение Вселенной, не достигнем в наших рассуждениях полной точности и непротиворечивости. Напротив, мы должны радоваться, если наше рассуждение окажется не менее правдоподобным, чем любое другое, и притом помнить, что и я, рассуждающий, и вы, мои судьи, всего лишь люди, а потому нам приходиться довольствоваться в таких вопросах *правдоподобным мифом*, не требуя большего» [4, с. 433; курсив мой. — *В. Ш.*].

Мифология «Тимея» насыщена математическими элементами. Это не просто миф, но *миф математический*. Здесь и рассуждение о шарообразности космоса, и разделение космической смеси в соответствии с определенными арифметическими закономерностями, и все учение о четырех стихиях, включающее знаменитые рассуждения о правильных многогранниках. Согласно Проклу, «Платон многие удивительные учения о богах излагает нам посредством математических форм», и таков же «весь способ Пифагора учить о богах» [5, с. 81].

В чем же смысл математического мифа? В чем притягательность *именно математической* мифологии для античного мыслителя? Ответ на эти вопросы мы находим у того же Платона, и в первую очередь в диалоге «Государство».

Во-первых, здесь мы отчетливо видим, каким образом миф работает в динамике платоновской мысли. В конце VI книги строятся взаимосвязанные иерархии бытия и познавательных способностей, а параллельно им развивается соответствующая мифологическая конструкция, которая находит окончательное завершение уже в VII книге в знаменитом мифе о пещере. По существу Платон параллельно возводит *две* тесно связанные между собою конструкции — *метафизическую* и *мифологическую*. Их взаимосвязь организуется посредством широко применяемого Платоном принципа *пропорции или аналогии* (см. подробнее у А. Ф. Лосева [6, с. 250—275]).

Приведем в качестве примера лишь малый фрагмент этого построения [4, с. 253—319]. Содержащееся в VI книге учение о Благе может быть представлено следующей пропорцией:

$$\frac{\textit{мышление}}{\textit{зрение}} = \frac{\textit{идеи}}{\textit{вещи}} = \frac{\textit{Благо}}{\textit{Солнце}}$$

Числители выписанных дробей относятся к области подлинного бытия, а знаменатели — к области чувственно воспринимаемого (зримого). Метафизическую связь между мышлением, идеями и Благом предлагается понимать по аналогии с тем, как связаны между собой зрение, видимые с его помощью вещи и, только и делающие возможным существование зрения и видимого мира, Солнце и его свет. Наша душа, погрязшая в чувственном мире, и наш язык, приспособленный преимущественно к выражению предметов и отношений *этого* мира, позволяет нам с помощью такой пропорции представить, до некоторой степени, и сверхчувственное отношение сверхчувственных предметов. В этом и состоит, по всей видимости, главный смысл, как приведенного построения, так и всего мифа о пещере, в который это построение разрастается в VII книге.

Во-вторых, в тех же книгах «Государства» мы находим ответ не только на вопрос о функции платоновского мифа вообще, но и о специфической притягательности именно математического мифа. Имеется в виду знаменитое учение о *срединном* положении математики, и вытекающей отсюда исключительной роли последней в процессе восхождения души от мира чувственного к миру подлинному. Как разъясняют нам Платон и Прокл, математические конструкции ближе к миру подлинному, более совершенны и более устойчивы, чем текучие образы чувственного мира, однако не полностью свободны от материальности (hyle phantaston), что и позволяет строить на их основе миф, но миф более правдоподобный, более адекватный реалиям подлинного мира.

Ступень математическая — промежуточная ступень лестницы, за которой следует диалектика. Однако (чего часто не замечают!), переход на ступень диалектики вовсе не означает у Платона отказ от *всего*, что имелось на ступени математики. При этом переходе необходимо должно происходить осознание и осмысление тех предпосылок, которые оставались неосознанными и неосмысленными на предыдущей ступени, но математические дисциплины признаются «помощниками и попутчиками» (Платон) диалектического метода, его «подспорьем и азбукой» (Алкиной).

В качестве весьма выразительного примера можно указать на последний трактат «Эннеад» Плотина. Трактат «О благе или едином», по самой своей тематике, особенно ярко обнаруживает *двойственное* отношение к математике (обусловленное *промежуточностью* ее статуса) характерное для платоников.

С одной стороны, наставляя тех, кто желает философствовать о Едином, Плотин требует не присоединять к своему созерцанию ничего ни от чувственного восприятия, ни от математической образности, поскольку Единое *безвидно*, чуждо всякого образа (aneideos) [7, с. 219]. С другой стороны, читая трактат далее, мы обнаруживаем, что Плотин активно привлекает различные образы, в особенности математические, и именно чтобы говорить (=мыслить) о Едином.

Здесь возникают образы *геометрической точки* и *арифметической единицы*. Единое аналогично им «по простоте и избеганию множества и деления» [7, с. 221]. Далее эта мысль развивается. Развитием (эманацией) образа *точки* оказывается образ *круга*, а затем и *сферы* (сама же точка выступает теперь как *центр*: «центр же — то, от чего происходит круг»). Душе, согласно Плотину, по природе свойственно не *прямолинейное* движение, а *круговое*, вокруг Единого, которое есть «как бы центр души». Естественность кругового движения, и рассмотрение прямолинейного движения, как *отклонения* от кругового, символизирует соответствующее отношение между умным и чувственным («чувственное созерцание может быть сравнено с линией, а умственное — с кругом» [8, с. 61], аналогия восходит к «Тимею» Платона). Плотин говорит также, что мы «соприкасаемся в центре самих себя с как бы центром всего *так же, как центры наибольших кругов соприкасаются с центром объемлющей сферы*» [7, с. 223; курсив мой. — *В. Ш.*], состояние же экстаза описывает как *совмещение центра с центром* [7, с. 225].

Что же получается? Плотин забыл о собственных увещаниях? — Нет. Более того, он неоднократно повторяет их *вперемешку* с приведенными выше рассуждениями, использующими образы единицы, точки, круга, сферы (и ее больших кругов). Кроме того, и в самих этих рассуждениях он постоянно делает оговорки: «не нужно вперять сюда мысль», «как бы центр», «“центр” по аналогии», «не оттого, что душа — круг, как фигура» и многие другие. Всю же ситуацию он в конце трактата разъясняет следующим сравнением: стремящийся к постижению Единого, «совсем как некто, вошедший вовнутрь святилища и оставивший позади изваяния в храме, которые вышедшему из святилища опять предстают первыми после зрелища внутри и общения там не с изваянием и не с образом, а с “самим”, и которые, стало быть, оказываются последующими зрелищами. <...> Ну, а эти зрелища — подобия; и потому мудрым из прорицателей они намекают, как тот бог зрится; мудрый же жрец, уразумевший намек, мог бы, оказавшись там, в святилище, сделать созерцание истинным» [7, с. 225].

Все становится на свои места, когда мы начинаем понимать, что для Плотина есть *две* математики (равно как и *два* отношения к чувственно воспринимаемому). Одну из них он отвергает, тогда, как другую приемлет. Это те самые две математики, которые столь настоятельно противопоставляет Платон в «Государстве» [4, с. 304—315] — «торгашеская» математика и *математика философская*, математика сама по себе (или даже ориентированная на технические приложения и получение мирской выгоды) и математика как «подспорье и азбука» диалектики (как *математическая диалектика* или *диалектическая математика*). Другими словами, как Платон, так и Плотин, отвергают математические образы *как таковые* и приветствуют их в качестве элемента *мифа*. Подлинная математика для них — это *математический миф*, это те изваяния в храме, которые окружают святилище.

Еще более отчетливое выражение этих же мыслей находим у Николая Кузанского, полагавшего, что именно математика «лучше всего помогает нам в понимании разнообразных Божественных истин». Рассуждает он следующим образом: «Видимое поистине есть образ невидимого», и Творца «можно увидеть по творению как бы в зеркале и подобии». Если же «разыскание ведется все-таки исходя из подобий, нужно, чтобы в том образе, отталкиваясь от которого мы переносимся к неизвестному, не было по крайней мере ничего двусмысленного; ведь путь к неизвестному может идти только через заранее и несомненно известное. Но все чувственное пребывает в какой-то постоянной шаткости ввиду изобилия в нем материальной возможности. Самыми надежными и самыми для нас несомненными оказываются поэтому сущности более абстрактные, в которых мы отвлекаемся от чувственных вещей, — сущности, которые и не совсем лишены материальных опор, без чего их было бы нельзя вообразить, и не совсем подвержены текучей возможности. Таковы математические предметы». Поэтому, «если приступить к Божественному нам дано только через символы, то всего удобнее воспользоваться математическими знаками из-за их непреходящей достоверности» [9, с. 64—66].

К математической мифологии могут быть отнесены знаменитые рассуждения Николая Кузанского в «De docta ignorantia», использующие динамические возможности геометрических фигур: шар бесконечного радиуса, центр которого везде, а периферия — нигде; многоугольник, вписанный в круг, число углов которого неограниченно увеличивается; совпадение бесконечной прямой и окружности бесконечного радиуса и т.п.

Обратим внимание, что математические конструкции, став частью мифа, *начинают жить особой жизнью*. Здесь могут возникать, да и в действительности возникают, рассуждения, выглядящие совершенно чудовищно для человека непривычного к подобному стилю мышления. Достаточно вспомнить уже упомянутые рассуждения Платона о правильных многогранниках, или многочисленные аргументы в пользу совершенства декады в «Теологуменах арифметики», восходящие к Спевсиппу, а, возможно, и к Филолаю или даже ранним пифагорейцам [10, с. 417—418].

Об особенностях соответствующего взгляда на математику мы поговорим чуть ниже, а сейчас посмотрим на некоторые более близкие и привычные для нас способы обращения с математическими конструкциями, находящиеся, тем не менее, в самом тесном родстве с математической мифологией.

2. Выр ождение математической мифологии: парадигмальные схемы

Начнем с нескольких примеров, заимствованных у Лейбница.

«Простота субстанции не препятствует множественности модификаций, которые должны совместно существовать в той же самой простой субстанции и состоять в разнообразии отношений к внешним вещам. *Точно так же в центре, или точке, как она ни проста, находится бесконечное множество углов, образованных линиями, в ней встречающимися*» [11, с. 404; курсив мой. — *В. Ш.*].

«...Случай совершенного равновесия химеричен: он никогда не встречается, так как универсум нельзя разрезать или разделить на две совершенно равные и схожие части. Универсум, *как эллипс или другой подобный овал* (имеется в виду: *в отличие* от эллипса или другого подобного овала — *В. Ш.*), *нельзя разложить посредством проведенной через центр прямой линии на две совпадающие части.* Универсум не имеет центра, и его части бесконечно разнообразны; следовательно, никогда не будет случая, когда все на обеих сторонах станет одинаковым и будет производить на нас равное влияние...» [11, с. 381; курсив мой. — *В. Ш.*].

«Но когда я все более сосредотачивал мысль, не давая ей блуждать в тумане трудностей, мне пришла в голову *своеобразная аналогия между истинами и пропорциями*, которая, осветив ярким светом, все удивительным образом разъяснила. Подобно тому, как *во всякой пропорции меньшее число включается в большее либо равное в равное*, так и во всякой истине предикат присутствует в субъекте; *как во всякой пропорции, которая существует между однородными (подобными) количествами (числами), может быть* *проведен некий анализ равных или совпадающих и меньшее может быть отнято от большего вычитанием из большего части, равной меньшему, и подобным же образом от вычтенного может быть отнят остаток и так далее, беспрерывно вплоть до бесконечности*; точно так и в анализе истин на место одного термина всегда подставляется равнозначный ему, так что предикат разлагается на те части, которые содержатся в субъекте. Но точно так же, как *в пропорциях анализ когда-то все же исчерпывается и приходит к общей мере, которая своим повторением полностью определяет оба термина пропорции, а анализ иногда может быть продолжен в бесконечность, как бывает при сопоставлении рационального и мнимого числа или стороны и диагонали квадрата*, аналогично этому истины иногда бывают доказуемыми, т.е. необходимыми, а иногда — произвольными либо случайными, которые никаким анализом не могут быть приведены к тождеству, т.е. как бы к общей мере. А это и является основным различием, существующим как для пропорций, так и для истин» [11, с. 316; курсив мой. — *В. Ш.*].

Эти три фрагмента, взятые из различных работ Лейбница, объединяет следующее: в контекст метафизического рассуждения вводятся математические фрагменты (мы выделяли их курсивом). При этом сам автор воспринимает их как «своеобразные аналогии» достаточно случайно связавшиеся в его мысли с метафизическим рассуждением. Например, еще в одном месте, Лейбниц пишет, что он мучительно размышлял «над тем, как можно совместить свободу и случайность с цепью причинной зависимости и провидением». «Но тут вдруг, — говорит он, — блеснул мне некий невиданный и неожиданный свет, *явившийся оттуда, откуда я менее всего ожидал его, — из математических наблюдений над природой бесконечного*. Ведь для человеческого ума существует два наиболее запутанных вопроса (“два лабиринта”). Первый из них касается структуры непрерывного, или континуума, а второй — природы свободы, и возникают они из одного и того же бесконечного источника» [11, с. 312—313; курсив мой. — *В. Ш.*].

Нетрудно увидеть связь между приведенными рассуждениями Лейбница и математическими мифами Платона и Николая Кузанского. Однако нетрудно заметить также и существенные отличия: во-первых, привлечение математики не является теперь осознанным, оправданным и систематически проводимым познавательным приемом; во-вторых, математические конструкции не обретают в этих рассуждениях особой жизни, они в готовом виде заимствуются из развитых независимо математических теорий. Здесь наблюдается как бы *вырождение* математического мифа, забвение им собственных корней. Внешне все как в математическом мифе, но исчезло измерение глубины, осталась лишь поверхность, утратившая свой смысл и неспособная к самостоятельной жизни и развитию.

Теперь перед нами лишь аналогия или модель, единственный смысл которой — *дать наглядное представление* самим по себе мало наглядным метафизическим рассуждениям. Вплетенная в метафизический контекст математическая конструкция служит здесь *образцом (парадигмой)* для наглядного представления метафизических отношений, предлагает для них отчетливый образ. Желая отличить подобное приложение математики от математического мифа, мы будем называть соответствующие математические конструкции — *парадигмальными схемами* [12, с. 67; 13, с. 370].

Легко заметить, что между математическим мифом и использованием математических конструкций в роли парадигмальных схем *невозможно провести отчетливой демаркационной линии.* В каждом конкретном случае может возникать сомнение — что перед нами? Если правильные многогранники в «Тимее» Платона — скорее математический миф, чем парадигмальная схема, а геометрические и арифметические конструкции в текстах Лейбница — vice versa, то чем является «совершенно-круглый шар» в поэме Парменида [12, с. 57—59], сказать уже затруднительно. При этом у одного и того же автора наряду с полноценными математическими мифами могут встречаться и вырожденные варианты — например, уже упомянутое выше пристрастие Платона к использованию конструкций геометрической пропорции и геометрического подобия, в качестве способов организации иерархии.

Ситуация еще более осложняется тем, что недостаточная осознанность и продуманность связи между ходом метафизического рассуждения и привлекаемыми для его иллюстрации математическими аналогиями (как в случае Лейбница, лишь смутно догадывающегося о неслучайности являющихся его мысли метафизико-математических параллелей как следствии единства их «бесконечного источника»), часто приводит к тем большей неосознаваемой зависимости хода метафизического рассуждения от предстоящих мысли математических схем (как и получилось у Лейбница), иногда вплоть до подлинной *математической экспансии* [12, с. 63—64]. Дело в том, что соответствующие математические конструкции вряд ли привносятся в метафизические рассуждения лишь post hoc, когда основной рисунок рассуждения уже сложился. Являясь на ранних стадиях формирования мысли, соответствующие математические конструкции не остаются пассивными. Наглядность этих конструкций, отчетливость математических образов, делает их, можно сказать, «навязчивыми», определяя их активное влияние на те пути, которые избирает находящаяся в стадии становления метафизическая мысль.

Тексты Лейбница были выбраны нами в качестве примера, конечно же, не случайно. Однако не следует думать, что они единственны в своем роде, т.е. в том, как используется в них математика. Использование математических конструкций в роли парадигмальных схем — широко распространенное явление, причем не только среди философствующих математиков, таких как Лейбниц и Г. Вейль [12, с. 63—64], или мыслителей, получивших хорошее математическое образование, таких как П. Флоренский [12; 13] (Флоренский не ограничивался работой с математическими конструкциями как парадигмальными схемами, он один из немногих, кто *осознанно стремился к возрождению математического мифа в его полноте;* вслед за ним в этом направлении шел и А. Ф. Лосев), но и среди весьма далеких от математики авторов — например, у Вл. Соловьева [14, с. 568—570], — хотя в последнем случае набор применяемых математических конструкций по понятным причинам значительно беднее.

Еще более распространено *применение разнообразных схем и диаграмм* — диаграммы Эйлера-Венна, появившиеся в логике задолго до построений, связавших математическую логику и топологию; диаграммы, применяемые школой Г. П. Щедровицкого, и язык картинок, развиваемый А. Г. Барабашевым [15]; диаграммы А. Белого [16] и т.п. Мы указали наиболее яркие примеры. Однако, всякое иллюстрирование рассуждения посредством наглядной схемы, составленной из «кружочков», «прямоугольничков», «стрелочек» и т.п., стоит в легко заметном родстве с математическими конструкциями в роли парадигмальных схем, являясь *еще более вырожденной версией математической мифологии* [12, с. 67—68]. Интересно, что и эти диаграммы и схемы обладают «навязчивостью» математических образов и способны вести за собой мысль (на что особо обращает внимание А. Г. Барабашев).

3. Математическая эстетика и пангеометризм

В предыдущих пунктах был продемонстрирован определенный контекст, в котором могут существовать, и существуют математические конструкции. Попробуем отдать себе отчет в некоторых определяющих особенностях такого их существования.

Во-первых, обратим внимание на *чисто качественный, квалитативный*, подход к математическим конструкциям. Эта особенность достаточно ярко прослеживается в приведенных выше примерах.

Во-вторых, — на *отсутствие однозначной связи* между нематематическим предметом рассмотрения и математической конструкцией [12, с. 66; 13, с. 369]. Приведем соответствующие примеры.

Существует целая традиция использования геометрического образа круга (окружности) для прояснения соотношения Божественных ипостасей (hypostasis), которых три при единстве сущности (oysia). Однако делаться это может по-разному (см. по этому поводу [17, с. 62—66]).

Так Николай Кузанский сравнивает Бога с максимальным кругом, у которого, в силу единственности максимума, центр, диаметр и окружность тождественны. «Ты видишь, — пишет он, — что простой и неделимый максимум целиком залегает внутри всего как бесконечный центр, что он извне всего охватывает все как бесконечная окружность и что он все пронизывает как бесконечный диаметр. Он начало всего как центр, конец всего как окружность, середина всего как диаметр. Он действующая причина как центр, формальная причина как диаметр, целевая причина как окружность. Он дарует бытие как центр, правит как диаметр, хранит как окружность, — и многое в том же роде» [9, с. 83]. По-видимому, *центр*, дающий единство кругу, символизирует здесь Отца как *единство; диаметр*, как характеризующий равенство круга по всем направлениям, — Сына, как *равенство единства*; *окружность*, замыкающая и связующая круг, — Духа, как *связь* Отца и Сына.

Несколько по-другому у Кеплера: «Образ Триединого Бога – это сферическая поверхность; другими словами, Бог-Отец находится в центре, Бог-Сын — на наружной поверхности, а Бог-Дух Святой – в равенстве отношений между точкой и поверхностью» [3, с. 62]. Вместо круга мы имеем здесь дело с шаром, а элементы, с которыми связывались Сын и Дух, поменялись местами.

Поясняя почему Бог троичен (а не четверичен, пятеричен и т.д.), Николай Кузанский использует образ треугольника как простейшего из многоугольников: «четырехугольная фигура не минимальна, что очевидно, поскольку треугольник меньше ее; значит простейшему максимуму, который может совпасть только с минимумом, четырехугольник, всегда составный и потому больший минимума, подходить никак не может» [9, с. 81].

Рассматривая тот же вопрос, П. А. Флоренский привлекает иной образ: он предпочитает представлять себе взаимное расположение точек на окружности. «В трех ипостасях, — пишет он, — каждая — непосредственно рядом с каждой, и отношение двух только *может* быть опосредствовано третьей. Среди них абсолютно немыслимо первенство. Но всякая четвертая ипостась вносит в отношение к себе первых трех тот или иной *порядок* и, значит, *собою* ставит ипостаси в неодинаковую деятельность в отношении к себе, как ипостаси четвертой» [18, с. 50]. (Подробнее см. в [19, с. 149—150]).

Обсуждаемое отсутствие однозначной связи интересно выразилось уже в «Тимее». Желая конструировать правильные многогранники из прямоугольных треугольников, Платон избирает два наиболее «прекрасных» из них — равнобедренный и «тот, который в соединении с подобным ему образует третий треугольник — равносторонний» (т.н. гемитригон). Первый из избраных треугольников «хорош» по понятной причине — у него равные катеты. Но почему из всех неравнобедренных прямоугольных треугольников выбран именно гемитригон? Этого Платон не объясняет: «обосновывать это было бы слишком долго (*впрочем, если бы кто изобличил нас и доказал обратное, мы охотно признали бы его победителем*)» [4, с. 457; курсив мой. — *В. Ш.*]. Обратим внимание на выделенные курсивом слова. Что это значит?

На наш взгляд, Платон подчеркивает, что для него важен эффект, производимый его рассуждением в целом и основные принципы его разворачивания (в данном случае: эстетическое совершенство), а не отдельные его детали, которые могут и не определяться темой диалога однозначным образом, а значит, и могут быть заменены другими, коль скоро такие будут представлены.

Обе названные особенности существования математических конструкций в интересующем нас культурном контексте являются частными проявлениями более общей тенденции — *тяготения к восприятию математики как эстетического феномена.* Эстетического в широком, первоначальном смысле этого слова (от aisthesis — чувственное восприятие, в первую очередь — зрение). Греческая математика преимущественно геометрична, а в платонической традиции именно геометрия оказывалась самой «математической» из всех математических дисциплин, дисциплиной, наиболее полно воплощающей срединное положение математики между чувственным и эйдетическим [20]. Именно эстетическая сторона математики выявляет себя наиболее полно в математической мифологии.

Как мы уже отмечали, всякая специфическая область приложения математики позволяет по-новому взглянуть на математику в целом. Какую же перспективу в понимании математики открывает нам математическая мифология и работа математических конструкций в роли парадигмальных схем?

В данном аспекте ключ к пониманию природы математики наиболее естественным представляется искать в самой наглядной, «зримой», области математики — в *геометрии.*

Уже Прокл отчетливо зафиксировал главную особенность геометрической мысли: она способна дать развернутое знание о своих предметах лишь с помощью *воображения* (phantasia), отразив их в *воображаемой материи* (hyle phantaston) [5]. Предмет математики не умозрителен, но и не воспринимаем чувствами. Он удивительным образом причастен и тому и другому, что Аристотель зафиксировал в парадоксальных, совмещающих главные противоположности платонической онтологии терминах hyle noete («мыслимая материя») и noys pathetikos («страдательный разум») [20]. Геометрическое воображение Прокла оказывается одновременно совмещающим в себе казалось бы несовместимое — чистую активность (noys) и чистую пассивность (hyle). Чистая мысль (noys theoretikos), овеществляясь, обращается в геометрии в noys pathetikos, а материя чувственного восприятия (hyle aisthete), очищаясь, предстает как более «тонкая» геометрическая материя (hyle noete, hyle phantaston).

Следующий важный шаг в осмыслении природы геометрической мысли делает Кант. Если у Прокла оставалось все же не достаточно продуманным различие воображения чувственного (например, создающего кентавра или трагелафа) и воображения геометрического, то Кант восполняет этот недостаток. Прокловскому различению hyle aisthete и hyle phantaston у Канта соответствует противопоставление *эмпирического* и *чистого созерцания* (reine Anschauung). Причем Кант *явно называет* это чистое созерцание — «пространство + время». Здесь «пространство и время» обозначают тот универсальный фундамент, который соответствующий мысленный эксперимент обнаруживает в основе всякого нашего представления [21, т. 3, с. 64, т. 4, с. 38]. Геометрическое мышление есть *пространственно-временное конструирование*, а предмет геометрии — *пространство и его отношения, временная динамика пространственных конструкций* [21, т. 3, с. 67, 76—77, 528—529].

В самом деле, в эстетическом аспекте деятельность геометра предстает как организация и переорганизация пространственных элементов во времени, а цель ее – как изучение существующих здесь возможностей. Решая задачу из элементарной геометрии, мы проводим прямые и окружности, фиксируем их пересечения как точки. Затем исследуем устройство получившейся конфигурации: насколько «жестко» заданные условия фиксируют соответствующую «конструкцию», сколько различных конструкций может быть «собрано» из данных элементов и т.п. Особенно важно отметить, что соединение любых двух элементов в этой деятельности непосредственно дается нам в созерцании, мы непосредственно «видим» как они «стыкуются» между собой. Доказательства же и вычисления в эстетическом аспекте предстают как сравнение и сопоставление различных элементов исследуемой конструкции.

Нарисованная картина порождает, однако, ряд вопросов и требует комментария.

Во-первых, обратим внимание на то, как проявляется в нашем простейшем случае платоническая тема срединного положения геометрического мышления между чистой активностью и чистой пассивностью. С одной стороны, налицо активное, *конструктивное* начало — мы можем порождать те или иные конфигурации по собственному желанию. С другой стороны, мы не можем, например, заставить две прямые «заключать пространство», — та среда, в которой мы разворачиваем свою конструктивную активность, имеет свои закономерности, не позволяющие нашему конструированию быть совершенно произвольным, накладывая на него свои ограничения. Эта среда обладает «косностью», она сопротивляется формующей руке творца, эта среда материальна — актуализировать в ней можно лишь то, что допускается ее собственными потенциями. Более того, деятельность геометра, судя по всему, как раз и направлена именно на выявление этих потенций, а не на наслаждение собственным произволом. Наряду с конструктивным началом в простейшей геометрической деятельности мы явственно ощущаем и присутствие начала *рецептивного*.

Во-вторых, следует особо остановиться на кантовском различении чистого и эмпирического. Насколько математическая мысль действительно свободна от эмпирических образов? Рассуждая, геометр чертит палочкой на песке, мелом на доске или ручкой на бумаге. Те или иные эмпирические «подпорки» постоянно сопровождают геометрическую мысль. В каком смысле можно говорить, что она от них независима? Ведь хорошо известно, что уже в случае достаточно сложной задачи из элементарной геометрии практически невозможно обойтись без помощи эмпирического чертежа.

Подобные недоумения были удачно разрешены еще Аристотелем. Да, геометр рассуждает, глядя на нарисованный им на доске треугольник. Можно даже сказать, что он рассуждает об этом самом нарисованном треугольнике, однако не поскольку он нарисован мелом и на доске, т.е. не поскольку он есть некоторый объект эмпирического мира, а поскольку этот треугольник организован в нашем представлении по определенным закономерностям. Точнее: этот эмпирический чертеж позволяет геометру удерживать внимание на определенной пространственной конфигурации. При этом нам не столь уж важно способны мы представлять треугольник полностью свободным от эмпирических характеристик (например, цвета) или нет. Нам вполне достаточно различать *в самом* эмпирическом предмете пространственно-временные характеристики ото всех остальных. Так разные (с эмпирической точки зрения) чертежи вполне могут представлять одну и ту же геометрическую конфигурацию (единый гештальт).

Однако мы можем задать теперь следующий вопрос: а в самом ли деле мы способны отличать пространственно-временные характеристики ото всех остальных? Кант убежден, что да. Но приводимый им в подтверждение этого и уже упомянутый выше мысленный эксперимент отнюдь не доказывает желаемого. Он вызывает в нашем воображении лишь некие смутные образы (из разновидности «образов абстрактного», которые Р. Арнхейм уподобляет импрессионистской живописи). Интерсубъективность таких образов может вызвать серьезные сомнения. Может быть, более надежно указывают на интересующий нас предмет сами слова «пространство» и «время»? Факт устойчивого существования их в языке предполагает наличие постоянной преемственности в контекстах их употребления, в достаточной степени обеспечивающей взаимопонимание (хотя и не гарантирующей абсолютной неизменности их смысла!). Более конкретным разъяснением вкладываемого в них в настоящем выступлении смысла может служить лишь сам текст этого выступления. Но, что же все-таки способен прояснить для нас мысленный эксперимент Канта? Во всяком случае, достаточную фундаментальность ситуаций употребления слов, выражающих пространственно-временные характеристики. (Может быть, отсутствие четкого различия геометрического и чувственного воображения у Прокла не есть случайность или недодуманность?)

В-третьих, определенного комментария требует и утверждение о данности геометрических фигур в созерцании. Еще Декартом был приведен знаменитый пример с тысячеугольником [22, с. 58], который не может быть нами вображен. Хуже того, даже такие простейшие геометрические объекты, как «точка» или «прямая», непредставимы наглядно в точном смысле слова, ведь простейший мысленный эксперимент убеждает нас в непредставимости ни слишком малого, ни слишком большого [23, с. 208; 24, с. 273—274; 25, с. 63—65; 26, с. 44—48, 101—111; 12, с. 37—38]. Действительно, мы не можем представить точку, не имеющую размеров, не можем представить линию, не имеющую толщины, не можем сразу охватить взглядом бесконечную прямую. Однако это не мешает нам представлять прямые и точки все же *достаточно* отчетливо для того, чтобы отличать различные части геометрической конструкции друг от друга и непосредственно «видеть» их взаимное расположение. Прямую мы имеем возможность «видеть» достаточно тонкой для того, чтобы в процессе рассуждения не обращать внимания на ее толщину, а точку — достаточно малой для того, чтобы игнорировать ее размеры. Действительно, мы не можем представить тысячеугольник настолько отчетливо, чтобы отличать его от многоугольника с несколько большим или несколько меньшим числом сторон. Однако мы можем достаточно отчетливо представить его сторону и соединение ее с соседними сторонами, а этого уже вполне достаточно для изучения математических свойств соответствующей конструкции (подробнее это будет разъяснено ниже).

В-четвертых, необходимо сказать несколько слов о *времени* в геометрии. Выражение «пространственно-временное конструирование» следует понимать как пространственную организацию и переорганизацию элементов во времени. Время входит в геометрические конструкции лишь как *динамика* их пространственных элементов. Время в геометрии всегда есть лишь *движение пространственных элементов. Время как таковое* не подлежит не только геометрическому, но и математическому изучению вообще, да и *движение как таковое* также. Лишь подменив время движением, а движение его пространственным следом (траекторией) мы можем сделать их предметом математического изучения. По существу мы будем изучать при этом не время и не движение, а особенности пространственной организации самой траектории. Даже изучая в элементарной геометрии, что может быть построено с помощью циркуля и линейки, а что – нет, мы также не делаем предметом нашего рассмотрения *геометрическое становление как таковое*, но скорее — раскрываемые им особенности организации пространства.

Итак, мы сделали некоторые наблюдения над простейшими проявлениями геометрической мысли в эстетическом ее аспекте. Следующим шагом, естественно, должна стать попытка, распространить наши рассуждения и на другие области математики, проверить, не обнаружим ли мы и там то, что привлекло наше внимание в простейших геометрических примерах. Необходимо выяснить, в какой мере то, что было сказано нами о геометрии, можно повторить и о математике вообще; что можно повторить дословно, а что лишь mutatis mutandis.

Кант этот шаг делает: конструктивный характер математическое мышление сохраняет и за пределами геометрии, однако собственно геометрическое, или *остенсивное,* конструирование заменяется в арифметике и алгебре на *символическое* [21, т. 3, с. 530—531, 542].

Нечто принципиально новое, по сравнению с рассмотренным выше собственно геометрическим конструированием, мы обнаруживаем уже на примере позиционной записи натуральных чисел. Введя строго фиксированный конечный набор графических символов и определенные правила их комбинирования, мы получаем возможность, наглядно представлять достаточно большие натуральные числа и производимые над ними действия. В эстетическом аспекте вся арифметика натуральных чисел предстает как система организуемых на плоскости графических символов. Организация символов производится посредством нескольких типов *манипулирования* этими символами: расстановки и перестановки знаков, замены одних знаков другими. Вспомним хотя бы умножение «столбиком» или деление «уголком». Указанные манипуляции могут быть охарактеризованы как *квазигеометрические*, поскольку, представляя собой операции с графическими знаками как целостными образованиями, собственно геометрическими они не являются (геометрическая конфигурация самого знака здесь совершенно неважна, важно лишь удобство его с точки зрения простоты написания, перестановок и замен, а также достаточное отличие от других знаков в рамках той же системы [27, с. 350—351, 365—366; 28, с. 58, 61—62]). Работа с более богатой и разнообразной алгебраической графикой также может быть охарактеризована как *манипулирование графическими символами*.

Мы имеем здесь дело с *манипуляционным обоснованием*, в основе которого всегда лежат простейшие манипуляции, типа «подставить вместо», являющиеся неформальными, *геометрически очевидными* действиями. Понимание того, что они обозначают, всегда негласно предполагается. Н.Малкольм сохранил следующую мысль Витгенштейна: «Доказательство в математике заключается в том, что уравнение записывают на бумаге и смотрят, как одно выражение вытекает из другого. Но если всегда подвергать сомнению выражения, которые появляются на бумаге, то не может существовать ни доказательств, ни самой математики» [29, с. 90]. Вспоминаются также слова Г.Вейля: «Способ, каким математик обращается со своими формулами, построенными из знаков, немногим отличается от того, как столяр в своей мастерской обращается с деревом и рубанком, пилой и клеем» [28, с. 58].

В эстетическом аспекте, как геометрическое, так и *математическое доказательство* вообще, предстает как *демонстрация*, т.е. непосредственный показ того, как соединяются, «стыкуются» элементы соответствующей математической конструкции. Результат же математического доказательства — *математическое утверждение* — есть, в интересующем нас аспекте, утверждение об особенностях соединения элементов математической конструкции, которое мы имели возможность «видеть» в процессе доказательства. Неслучайно математическое утверждение получило название *теорема* (theorema), т.е. «зрелище», «то, что смотрят».

Как известно, самый веский аргумент для обыденного мышления звучит приблизительно так: «Я сам видел, не веришь — пойди и посмотри». Заслуживает внимания, что наиболее точная из теоретических наук — математика, составляющая как бы диаметральную противоположность обыденному знанию, черпает доказательную силу своих рассуждений в непосредственной наглядности своего предмета, т.е. также в возможности «увидеть самому» и «показать другому». Можно сказать даже, что подлинной убедительностью, подлинной доказательной силой обладает *только* демонстрация (непосредственный показ). Как говорит Шопенгауэр: «Последняя, т.е. исконная очевидность, — созерцаема, что показывает уже само слово» [30, т. 1, с. 200].

Если бы не существовало обсуждавшихся выше естественных ограничений возможностей нашего наглядного представления пространственно-временных отношений (в восприятии слишком большого, слишком малого и т.п.), то, возможно, и математического доказательства, а тем самым и теоретической математики не возникло бы. Математикам не понадобилось бы идти далее лаконичного «смотри» древних индийцев или перегибания чертежа (как, возможно, обосновывал геометрические утверждения еще Фалес). Мы могли бы смело, вслед за Шопенгауэром [30, т. 1, с. 104—108, 196—216, т. 2, с. 212—214], возмутиться хитросплетениями доказательств от противного, производимых Евклидом там, где достаточно всего лишь перегнуть рисунок, и полагать, что самым лучшим обоснованием теоремы Пифагора является удачный чертеж без каких-либо комментариев.

Однако указанные ограничения существуют, и именно *обговаривание* соответствующих чертежей и их особенностей знаменовало рождение математики как таковой. Но математики не смогли бы продвинуться достаточно далеко в своих изысканиях, если бы не научились воплощать словесные рассуждения в квазигеометрические символические построения, т.е. не смогли бы вновь опереться на геометрическую оче-видность, но на качественно новом уровне. Именно *слово* (logos) оказывается тем связующим звеном, которое позволяет шагнуть от геометрического конструирования к квазигеометрическому манипулированию графическими символами. «Посредством понятийного мышления, — говорит Г. Рейхенбах, — мы можем перейти от созерцания к преобразованному созерцанию. Человеческий разум обладает способностью, так сказать, "перехитрить" визуальные образы с помощью абстрактных понятий и после этого продуцировать новые образы» [25, с. 67].

Уже при решении простейших задач геометрии, наряду с собственно геометрическим конструированием систематически применяется и квазигеометрическое конструирование. Возвращаясь к примеру с тысячеугольником, можно заметить, что хотя его наглядное представление и невозможно в той степени, в какой оно осуществимо для трех- или пятиугольника, однако сохранить конструктивный характер соответствующих рассуждений легко удается посредством введения алгебраической символики, позволяющей рассуждать о соотношении углов и отрезков соответствующей конфигурации вне зависимости от числа сторон, а также различать, неразличимые в наглядном представлении многоугольники с тысячью и тысяча двумя сторонами. Там, где геометрическая наглядность нам отказывает, мы можем опереться на наглядность квазигеометрическую. При этом, как мы могли отвлекаться (абстрагироваться) от толщины геометрических линий и размера геометрических точек, так мы абстрагируемся и от конкретного очертания используемых нами алгебраических знаков, сосредотачивая внимание лишь на системе пространственно-временных отношений, с их помощью передаваемой.

То, что математик занимается при этом именно пространственно-временными *отношениями,* хорошо иллюстрируется широким применением в математике аксиоматического метода. Ведь главная его идея состоит в сведении определения объекта к указанию системы отношений, в которых этот объект может находиться с другими объектами той же теории.

Итак, в эстетическом аспекте математическое мышление предстает перед нами как *пространственно-временное конструирование*, которое может выступать либо в форме *собственно геометрического* конструирования, либо как *квазигеометрическое* конструирование, т.е. манипулирование графическими символами.

— Что изучает математика?

— Пространственно-временные конструкции.

— Как она это делает?

— Посредством разворачивания пространственно-временных конструкций другого уровня.

Такой взгляд на природу математики может быть охарактеризован как *пангеометризм* (в противоположность «панарифметизму», представленному, например, работой Фосса [26, с. 17]). Для него ключом к пониманию специфики математического мышления является именно образный аспект математики, понятийно-логический же аспект рассматривается при этом как вторичный.

4. Математика мистиков, философов, поэтов и традиционная история математики: вместо заключения

Разворачивание математических пространственно-временных конструкций способно вызывать особое чувство красоты, которое без сомнения служит важнейшим психологическим стимулом, как к профессиональным, так и к любительским занятиям математикой. Как всякая подлинная красота, математическое действо обладает магическим обаянием. Оно способно создать в нас ощущение прикосновения к тайне, а порой и религиозный восторг.

Это безошибочно угадал, например, особенно чуткий к такого рода вещам Новалис (Фридрих фон Гарденберг, 1772—1801). В его «Фрагментах» (в первую очередь имеются в виду «гимны к математике», как назвал их Вильгельм Дильтей) мы находим отчетливое выражение этих мыслей: «Истинная математика — подлинная стихия мага. Истинный математик есть энтузиаст per se. Без энтузиазма нет математики. Жизнь богов есть математика. Чистая математика — это религия. На Востоке истинная математика у себя на родине. В Европе она выродилась в сплошную технику» [31, с. 153]. Новалис убежден, что поэт понимает природу лучше, чем ученый. Не ученому и созданной благодаря его усилиям технике дано овладеть миром, но поэту, способному расслышать сокровенный ритм мироздания. Не извне, но изнутри обретается мир. «Истинная математика» Новалиса — это та математика, которая позволяет нам уловить этот скрытый ритм. «Всякий метод есть ритм: если кто овладел ритмом мира, это значит, он овладел миром. У всякого человека есть свой индивидуальный ритм. Алгебра — это поэзия. Ритмическое чувство есть гений» [31, с. 152].

Современная математическая культура мало располагает нас к пониманию того, что это за истинная математика (которая в то же время есть истинная поэзия, истинная религия и истинная магия), о которой так вдохновенно говорит Новалис. Может быть поэтому, мы так плохо понимаем и математику пифагорейско-платонической традиции, а также многие другие феномены европейской духовной культуры столь же необычно для нас воспринимающие математику и развивающие ее. И дело здесь не столько в культурной гордыне, сколько в реальных барьерах мешающих пробиться к существу реалий иной культуры. Пример того, что удается увидеть современному математику, обратившемуся к «второстепенным страницам истории» дает книга Дэна Пидоу «Geometry and the Liberal Arts» (1976). Автору остается лишь огорчаться, что мы утратили способность восхищаться природой простых геометрических фигур, и надеяться, что «неопифагорейские учения все же получат распространение в культуре грядущих поколений» [32, с. 207]. Несомненно, более удачными следует признать попытки П. А. Флоренского и А. Ф. Лосева, которые и явились главными вдохновителями моего интереса к данной области, однако внимательное знакомство с их трудами еще раз убеждает насколько серьезные трудности приходится преодолевать на этом пути.

Мартин Дайк, автор монографии, посвященной математическим фрагментам Новалиса, говорит, что с позиции строгого математика, рассуждения его героя «нестроги, произвольны и не вносят никакого вклада в технические аспекты математической науки». На математика-профессионала эти фрагменты производят впечатление чего-то совершенно бессмысленного, ведь «не успевает Новалис проникнуть в великолепное по своей стройности здание математики, как оказывается, что он уже успел незаконным образом расширить его границы, углубившись в джунгли философских идей, в которые ни один математик, оставаясь математиком, не решится за ним последовать, из опасения, что почва там слишком зыбкая и доказательство бессильно укротить диких зверей, населяющих эти темные области». Желая следить за полетом мысли Новалиса, уводящей нас в этом направлении, мы не можем обойтись без постоянной оглядки на официально принятые результаты, постоянного соотнесения с общепринятым содержанием тех математических областей, в которые он вторгается, однако «нам не следует использовать эти официальные стандарты в качестве абсолютных и пригодных для любой ситуации мерок», и тогда «в его на первый взгляд фантастичных идеях о математике можно будет разглядеть глубокие прозрения о природе этой науки» [33, р. 2—3].

То, что говорит М. Дайк о современном математике-профессионале, может быть, к сожалению, слишком часто повторено и о современном историке математики, над которым также в полной мере имеют власть стереотипы профессионального математического образования. В результате, мы попросту весьма плохо знаем «второстепенные» страницы истории математики, а тем более плохо представляем себе их роль в развитии того, что помещается нами на «основных» ее страницах. Книга М. Дайка представляет собой скорее исключение, чем правило. Но можно ли априори утверждать, что роль эта невелика, когда мы едва знаем в лицо тех, чью роль спешим умалить?

Историческое исследование неизбежно предполагает отбор материала. История культуры может быть уподоблена сложнейшей паутине, где каждое культурное событие есть «узелок», связанный необозримым числом тончайших «нитей» с другими «узелками». Поэтому, всякое изучение этой «паутины» состоит в выделении *основных* «узелков» и связей между ними, и игнорировании *второстепенных*. Однако вызывает серьезные сомнения возможность адекватной и однозначной оценки «на глаз» того, какие «узелки» и какие «нити» являются основными. В отношении «зрительного восприятия» такой «паутины», судя по всему, может и должен проявляться хорошо известный эффект переключения зрительного гештальта. При этом переключении выбор основных «узелков» и «нитей» может существенно изменяться. Какую конфигурацию «узлов» и «нитей» мы выделим из необозримого множества всех возможных, зависит от нашей установки. Что мы «увидим» («два профиля» или «вазу») зависит от нас. Наше математическое образование готовит нас к тому, чтобы всегда видеть «два профиля» и никогда «вазу», но это вовсе не означает, что первое представляет собой адекватное выделение основного, тогда как второе — нет. Пафос настоящего доклада как раз и состоит в том, чтобы напомнить о возможности смотреть как на саму математику, так и на ее историю, с точки зрения восприятия математики в ее эстетически-образном аспекте, с точки зрения связи математики преимущественно с философией, религией и искусством, т.е. видеть «вазу» там, где обычно видят лишь «два профиля».

Примерами традиционно «второстепенных» страниц истории математики, которые, с развиваемой нами точки зрения, оказываются в числе *основных*, могут служить творчество Эрхарда Вейгеля (Erhard Weigel, 1625—1699) [34, с. 135; 35], Юзефа Гоэнэ-Вронского (J. M. Hoëne-Wroński, 1776—1853) [36; 37] или Карла Эккартсхаузена (K. von Eckartshausen, 1752—1803).

Убежденность в единственности привычного и общепринятого взгляда на то, что такое «настоящая математика», не дает даже подойти к изучению философско-математических работ Новалиса, Вейгеля, Вронского и многих других. Эти работы написаны с точки зрения другого понимания математики и требуют для своего изучения умения посмотреть на них под тем углом зрения, под которым рассматривали их авторы, умение признать за этим углом зрения хотя бы минимальную, «стартовую», ценность. На мой взгляд, здесь открывается обширное поле для исследований. Мои собственные шаги в этом направлении и представлены в изложенных выше рассуждениях о математической мифологии и пангеометризме.

Список литературы

1. *Шпенглер О.* Закат Европы. М., 1993. Т. 1.

2. *Кричевец А. Н.* Четыре шага интуиции в математике // Школа диалога культур: Идеи. Опыт. Проблемы. Кемерово, 1993. С. 387—405.

3. *Арнхейм Р.* Визуальное мышление. Главы из книги // Зрительные образы: феноменология и эксперимент. Сборник переводов. Душанбе, 1973. Ч. 3. С. 6—79.

4. *Платон.* Собр. соч. в 4-х томах. М., 1994. Т. 3.

5. *Прокл*. Комментарий к первой книге «Начал» Евклида. Введение. М., 1994.

6. *Лосев А. Ф.* История античной эстетики. Ранняя классика. 2-е изд. М., 1994.

7. *Плотин*. О благе или едином (VI 9) // Логос. № 3. М., 1992. С. 213—227.

8. *Плотин*. Сочинения. СПб., 1995.

9. *Николай Кузанский*. Соч. в 2-х томах. М., 1979. Т. 1.

10. *Ямвлих*. Теологумены арифметики // Лосев А. Ф. История античной эстетики. Последние века. М., 1988. Кн. II. С. 395—419.

11. *Лейбниц Г. В.* Соч. в 4-х томах. М., 1982. Т. 1.

12. *Шапошников В. А.* Математические понятия и образы в философском мышлении (на примере философии П. А. Флоренского и философских идей представителей Московской математической школы) / Дисс. на соиск. уч. степ. канд. философ. наук. М., 1996.

13. *Шапошников В. А.* Тема бесконечности в творчестве П. А. Флоренского // Бесконечность в математике: философские и исторические аспекты. М., 1997. С. 362—386.

14. *Соловьев Вл. С.* Идея человечества у Августа Конта // Соловьев Вл. С. Соч. в 2-х томах. 2-е изд. М., 1990. Т. 2. С. 562—581.

15. *Барабашев А. Г.* Бесконечность и неопределенность // Бесконечность в математике: философские и исторические аспекты. М., 1997. С. 273—282.

16. *Белый Андрей*. О смысле познания. Минск, 1991.

17. *Ахутин А. В.* Понятие «природа» в античности и в Новое время («фюсис» и «натура»). М., 1988.

18. *Флоренский П. А.* Столп и утверждение Истины. М., 1990.

19. *Флоренский П. А., Лузин Н. Н.* Переписка // Историко-математические исследования. М., 1989. Вып. 31. С. 125—191.

20. *Родин А. В.* «Начала» Евклида в свете философии Платона и Аристотеля (на материале I-IV книг) / Дисс. на соиск. уч. степ. канд. философ. наук. М., 1995.

21. *Кант И.* Собр. соч. в 8-ми томах. М., 1994. Т. 3, 4 и 8.

22. *Декарт Р.* Соч. в 2-х томах. М., 1994. Т. 2.

23. *Пуанкаре А.* О науке. 2-е изд. М., 1990.

24. *Клейн Ф.* Элементарная математика с точки зрения высшей. Геометрия. М., 1987. Т. 2.

25. *Рейхенбах Г.* Философия пространства и времени. М., 1985.

26. *Фосс А.* О сущности математики. СПб.: Physice, 1911.

27. *Гильберт Д.* Основания геометрии. М.-Л., 1948.

28. *Вейль Г.* Математическое мышление. М., 1989.

29. *Малкольм Н.* Людвиг Витгенштейн: Воспоминания // Людвиг Витгенштейн: человек и мыслитель. М., 1993. С. 31—96.

30. *Шопенгауэр А.* Соч. в 4-х томах. М., 1993. Т. 1—2.

31. *Новалис.* Гейнрих фон Офтердинген. Фрагменты. Ученики в Саисе. СПб., 1995.

32. *Пидоу Д.* Геометрия и искусство. М., 1979.

33. *Dyck M.* Novalis and mathematics. Chapel Hill: The Univ. of North Carolina Press, 1960.

34. *Жучков В. А.* Немецкая философия эпохи раннего просвещения (конец XVII — первая четверть XVIII в.). М., 1989.

35. *Спекторский Е. В.* Эргард Вейгель. Забытый рационалист XVII века. Варшава: Тип. Варшавского учеб. округа, 1909.

36. Бобынин В. В. Гоёне Вронский и его учение о философии математики. М.: Тов-во тип. А. И. Мамонтова, 1894.

37. *Dobrzycki J.* Hoëné-Wroński // Dictionary of Scientific Biography / Ed. Ch. C. Gillispie. Vol.XV. Supplement I. NY: Charles Scribner's Sons, 1978. P. 225—226.

КОММЕНТАРИИ

А. Г. Барабашев

Пафос статьи В. А. Шапошникова направлен на реабилитацию тех черт математики, которые выражают ее образное бытие. Известно, что образное бытие математики, связанное с геометрическим мышлением, начиная с конца XIX века оказалось подчиненным формульно-знаковому ее бытию, связанному с арифметико-алгебраическим мышлением. Стремление к анти-наглядности, к формализации доказательств и утверждений, к изгнанию смысла — вот противоположные образным, символьные черты математики, выражающие ее формульное бытие.

В. А. Шапошников называет ориентацию на образное понимание математики и на работу с образами *стилем* математического мышления. Не знаю, насколько удачен и полезен для замысла статьи такой ход мысли. Пожалуй, в отсутствии общепринятого (что показали наши две конференции по данной проблеме) определения стиля в математике, еще можно понимать геометрическое и алгебраическое мышление как стили. Но стоит ли идти гораздо дальше и называть стилем все то, что «выводит» на геометрическое мышление? Так, использование только синтетических доказательств геометрических теорем возможно, с некоторым разъяснением, назвать стилем. Но рассуждения Николая Кузанского об абсолютном максимуме как о бесконечном треугольнике — это уже не стиль, а нечто большее. Это иной подход к математике, а не иной «почерк» в исполнении собственно математического исследования. Навряд ли можно сказать: «мой стиль математической работы — говорить о Боге как о бесконечных геометрических фигурах». Поэто-

6 Зак. 3711

му, первые страницы статьи, на которых осуществляется обусловленное культурой выделение и дифференциация стилей («математика математиков», «математика физиков», «математика инженеров», «математика философов», «математика художников», «математика поэтов» и т.д.) выглядит искусственно соединенным с основным замыслом и пафосом статьи. Как аккуратно, но туманно пишет автор, установка каждой из них «накладывает *определенный отпечаток* (курсив мой. — *А. Б.*) на стиль математического мышления, характерный для данной "математики"».

Вторoе мое замечание относительно этой в целом прекрасной статьи касается использования понятия *квазигеометрического* [манипулирования графическими символами]. Мне представляется, что, поскольку речь идет о типе манипуляции, связанном с перестановкой символов по определенным правилам в плоскости текста, лучше не менять сложившегося словоупотребления и говорить о *квазиграфическом манипулировании*, или *квазиграфике*: имеются элементарные графические объекты, и заданы правила их (комбинирования). Здесь отсутствуют важнейшие признаки геометрии: непрерывная трансформация одного объекта в другой (отрезок, например, можно непрерывно продлевать, но попробуйте «непрерывно» продлить символ А), введение новых объектов как операция объединения или пересечения имеющихся объектов и т.п.

Наконец, вызывает сомнение классификация уровней «вырождения», характеризующих использование математики (в первую очередь, геометрических конструкций) в философии. На верхнем уровне В. А. Шапошников располагает математический миф — комплекс из двух тесно связанных конструкций, метафизической и математической, вторая из которых поясняет первую. Уже здесь возникает недоумение: отсылки к математике, например у Платона или у Николая Кузанского, не имеют вид целостных математических конструкций. Речь идет об отдельно рассматриваемых точках, диаметрах, окружностях, треугольниках и проч. Их объединение в одной конструкции, т.е. математической теории, не используется при построении математического мифа. Так, разве «дотягивает» до уровня математической теории простейшее рассуждение Кузанского о том, что при бесконечном увеличении размеров треугольник становится прямой, окружностью; рассуждение Платона, что центр окружности — это точка?

На среднем уровне «вырождения» [использования математики] автор помещает парадигмальные схемы. В данном случае, фрагменты математических конструкций вводятся в метафизические рассуждения. Такие фрагменты используются для пояснения отдельных моментов метафизических рассуждений, когда, как пишет автор, «основной рисунок рассуждения уже сложился». Но, если в математическом мифе не используются целостные математические конструкции, а всего лишь производятся отсылки к отдельным математическим объектам, связываемым друг с другом простейшим способом (точка — центр — окружность; треугольник — линия — окружность и т.п.), то между математическим мифом и парадигмальной схемой нет — пусть даже размытой — границы по степени систематичности использования математического материала.

Однако самым неубедительным выглядит утверждение, что крайней ступенью «вырождения» в использовании математики является применение схем и диаграмм при построении философских концепций (кстати, неясно, почему сюда отнесен пример применения диаграмм Эйлера-Венна в математической логике и топологии. По аналогии?). Наоборот, по моему мнению, это — наиболее сильный уровень соединения математики и метафизики, поскольку именно здесь метафизические рассуждения полностью обусловлены и опосредованы последовательно вводимым аппаратом диаграмм. Только в данном случае можно говорить о том, что метафизика органично соединяется с математическими конструкциями, т.е. с *очередностью* появления рамок, стрелок, с продвижением от простейших диаграмм к сложным. В этом продвижении нельзя произвольно пропускать отдельные элементы, нельзя выхватывать некоторые диаграммы без предварительного объяснения всего комплекса предшествующих диаграмм.

А. И. Белоусов

Работа В. А. Шапошникова заслуживает самого серьезного внимания и поддержки, так как она посвящена не слишком популярной (и не слишком легкой) теме *нематематических интерпретаций математики*. Тот, кто начинает заниматься подобного рода исследованиями, рискует навлечь на себя праведный гнев «чистых математиков», а также (может быть, даже и в большей степени) специалистов по так называемой «прикладной» математике. Этим людям, уверенным (не всегда безосновательно), что они являются носителями истины в последней инстанции, ибо вооружены безукоризненно строгими и подлинно научными математическими методами исследования, представляется, что всякие «поэтические» и философские спекуляции по поводу математики суть не более чем паразитирование на здоровом организме «царицы наук».

Когда речь заходит о связи математики и мифа, то многие полагают, что словосочетание «математический миф» имеет не больше прав на существование, чем «круглый квадрат». Между тем, математический миф совершенно реален. Помимо приводимых автором многочисленных примеров из философии, можно сослаться на искусство, на живопись в частности. Математически (точнее, геометрически) мифичны многие полотна Пикассо. Так, на его картине, названной «Менины (по Веласкесу)», вся изумительно живая пластика Веласкеса разрушается, тела «распредмечиваются», выпячивается отовсюду геометрический каркас, но эти элементарные геометрические фигуры — треугольники, квадраты, трапеции, многочисленные хаотически расположенные углы — фигурируют как фантастические живые существа. В этом переходе от абстрактных понятий к живым существам (и именам) и состоит, согласно Лосеву, сущность мифа. Миф — это *жизнь* понятий, *понятия как личности и имена.* Более свежий (и более доступный для обозрения) пример геометрического мифа — художественные работы нашего выдающегося математика А. Т. Фоменко, где оживают, казалось бы, очень абстрактные и совершенно не наглядные конструкции современной алгебраической топологии. Более того, как говорит сам Фоменко, подобный картинный, эйдетический подход к математике имеет огромную продуктивную силу, позволяя затем развернуть наглядный геометрический образ в доказательство «технически невероятно трудных результатов». Было бы очень заманчиво исследовать методами, имеющимися в распоряжении автора статьи, графику А. Т. Фоменко как яркий образчик математического мифа. Очень интересен фрагмент статьи, в котором речь идет о математических фрагментах Новалиса. Можно только пожелать автору успехов в продвижении по пути исследования этой темы.

Но, к сожалению, в работе В. А. Шапошникова есть и слабые места. Я хотел бы остановиться на двух, с моей точки зрения, самых серьезных просчетах автора.

1. Вызывает удивление, что в статье, посвященной синтезу мифа и математики, практически нет ссылок на работы крупнейших исследователей мифа, прежде всего, таких как Лосев и Хюбнер. Между тем, у того же Хюбнера обстоятельно изучается *хронотоп мифа*, что имеет непосредственное отношение к проблематике работы. Если бы автор внимательно проанализировал лосевский подход к мифу, для него не составило бы труда провести отчетливую разграничительную линию, во-первых, между мифом и диалектикой, и, во-вторых, между тем, что автор называет «полноценным математическим мифом» и его «вырожденными» вариантами, тем, что получает название «парадигмальных схем». Как раз отсутствие в этих последних символически выраженной личности, составляющей суть мифа (по Лосеву), и делает их вырожденными конструкциями. К сожалению, из текста статьи так и остается непонятным, что такое миф, что такое математический миф, следует ли отождествить диалектику, теологию и миф или их надо как-то разграничить. Отсутствует даже феноменологический анализ этих терминов (в контексте проблематики статьи, разумеется), не говоря уж о диалектическом. Возможно, автор полагает, что подлинное соотношение между указанными терминами должно быть хорошо известно читателю, но в этой области царит такая терминологическая путаница, что следовало бы хотя бы коротко осветить свою позицию по этому вопросу. Читатель, недостаточно искушенный в чтении богословской и мифологической литературы, боюсь, так не поймет, где же, собственно, содержится миф (и какой миф) в приводимых автором примерах из Платона, Плотина, Кузанца, Лейбница и др.

2. Невозможно принять авторское определение математики как «пространственно-временного конструирования». Во-первых, если математика и есть некое «конструирование», то, как заметил Вейль, она — *не только* конструирование. Во-вторых, что понимается под «пространством» и «временем»? У меня лично, при чтении статьи, сложилось впечатление (возможно, и превратное), что эти категории вполне «наивно» понимаются в духе эпохи не позже кантовской, в духе вполне доэйнштейновской физики. Это приводит к довольно забавным утверждениям:

«*Время как таковое* не подлежит не только геометрическому, но и математическому изучению вообще, да и *движение как таковое* также. Лишь подменив время движением, а движение его пространственным следом (траекторией) мы можем сделать их предметом математического изучения. По существу мы будем изучать при этом не время и не движение, а особенности пространственной организации самой траектории». Что ж тогда такое четырехмерная мировая линия? Пространственным (??) следом чего она является? Неверно, что время как таковое не подлежит математическому изучению. Современная теоретическая физика, использующая при анализе «пространства-времени» головоломный математический аппарат, опровергает этот поспешно высказанный тезис. Можно, конечно, вспомнить тут Шпенглера, писавшего, что время, ставшее предметом науки, превращается в пространство, а Время как таковое (*Время-Судьба*) находится вообще вне компетенции науки, но Шпенглер использует весьма сложные переинтерпретации понятий пространства и времени, что надо отдельно и тщательно анализирсвать.

Но, даже принимая наивную трактовку пространства и времени в духе ньютоновской физики, мы должны констатировать, что «пространственно-временное конструирование» никак не характеризует *специфику математического* мышления. То, что автор называет «пространственно-временным конструированием», возникает всякий раз при попытке наглядно выразить некий смысл. Особенно неудачна, на мой взгляд, идея «квазигеометризма». Под это понятие, как оно фигурирует в тексте статьи, можно подвести построение любой знаковой системы. Автор пишет: «вся арифметика натуральных чисел предстает как система организуемых на плоскости графических символов». Но таким же образом предстают и симфоническая партитура, и машиностроительный чертеж. В работе точно схвачена важность наглядных представлений в математике, эйдетическая сущность этой науки (о чем, впрочем, хорошо писал Вейль), но тогда и нужно исследовать *специфику* именно *математической наглядности*. И начинать тут нужно с попытки уяснить сущность *математического* конструирования, для чего следует развернуть анализ категорий *числа, количества, величины*, а уже потом добраться до категорий *пространства, времени, движения, формы, структуры*, и путь этот весьма тернист. К тому же убедительность математического доказательства (если даже не критиковать ее, эту непреложную убедительность, которую признают далеко не все!) коренится вовсе не в его наглядности (хотя, конечно, математик должен стремиться к простым и «прозрачным» доказательствам), а в чем-то совсем ином. Я думаю, что автор тут совершает «позитивистскую» ошибку, отождествляя знаковое выражение смысла с самим смыслом. Кроме того, автор упускает из виду отмечаемый тем же Вейлем феномен *ложной наглядности*, которая не только не помогает, но сильно мешает уяснить суть математической истины: вполне строго доказываемые факты равномощности множества точек квадрата и множества точек любой из его сторон или — в еще большей степени — нульмерности иррациональной прямой противоречат стереотипной геометрической наглядности.

Несколько мелких замечаний: встречаются малопривлекательные стилистические конструкции: «универсальная общечеловеческая культура», «математика математических логиков и специалистов по основаниям». Что такое «алгебраическая графика»? Термин «hyle noete» все-таки предпочтительнее переводить как «умная материя» (или «интеллигибельная материя»), т.е. материя в сфере чисто смысловой, идеальной. Именно этот термин фигурирует в работах Лосева, а «мыслимой» может быть и самая «настоящая», «грубая» материя. «Теорема» все-таки не просто зрелище, ибо родственный термин «theoria» означает «*умо*зрение». Опять-таки, если это и «зрелище», то смысловое, «умное». Лосев говорит в таком случае о «смысловом лике вещи».

Дабы завершить этот комментарий все-таки мажорной репризой, я должен еще раз подчеркнуть, что работа Владислава Алексеевича заслуживает высокой оценки, так как в ней поставлена очень интересная и важная задача, намечены рамки, двигаясь в которых, следует решать эту задачу, обращено внимание читателя на множество фактов из истории философии и искусства (в том числе, фактов и малоизвестных или забытых). И — last but not least — статья написана хорошим русским языком, *имеет стиль*, что по нынешним временам весьма большое достоинство.

А. А. Григорян

Из множества тем, которые обсуждает в своей статье В. А. Шапошников, хотелось бы остановиться лишь на одной — пангеометризме. Весьма примечательно, что, одним из первых адептов пангеометризма в современной философии математики был Готлиб Фреге. Не найдя приемлемого разрешения проблем, связанных с указанными Расселом антиномиями, Фреге не только отказывается от тезиса о сводимости математике к логике, но и настаивает на том, что «математика проистекает из собственного, внелогического источника — геометрической наглядности, хотя логический источник всегда действует вместе с ней» (см.: *Бирюков В. В., Бирюкова Л. Т., Нуцубидзе Н. Н.* Математика и логика: проблема соотношения двух наук в истории логико-математической мысли // Закономерности развития современной математики.

М., 1987. С. 184). При этом Фреге не принял не только усовершенствованный логицизм Б. Рассела с его теорией типов, но и формализма Д. Гильберта, который, хотя и в меньшей, чем Рассел степени, пытается представить математику как чисто формальную систему, игнорируя ее принципиально содержательный, а именно, как утверждал Фреге, пространственно-геометрический характер. И хотя, пользуясь (достаточно вольно) удачным образом Г. Вейля, «дъявол абстрактной алгебры» время от времени искушает математиков, «ангел геометрии и топологии» как правило побеждает в этом противостоянии за душу математики, ибо невозможно отрицать ту выдающуюся роль которую играет геометрическая (в широком смысле) интуиция как в процессе открытия математических результатов, так и в нахождении идей, обеспечивающих их доказательство.

Формы проявления геометрической интуиции достаточно многообразны. Это многообразие можно зафиксировать на примере творчества «короля математиков» К. Ф. Гаусса. Геометрия была для Гаусса не просто одним из средств математического мышления, но и, как отмечал В. Бюлер, «образом мысли». Геометрическая интуиция двигала Гауссом и в теории модулярных функций, для которых он специально строит геометрическое представление, и в теории биквадратичных и кубичных вычетов. Он одним из первых пользуется геометрическим представлением комплексных чисел. Любопытно, что именно отсутствие удачного геометрического представления не позволило Гауссу реализовать свою программу построения теории эллиптических функций. Речь идет прежде всего о проблемах, связанных с их многозначностью, трудности на пути решения которых были в значительной мере преодолены после введения Б. Риманом многолистных поверхностей, впоследствии названных римановыми — удачного геометрического образа; в создании подобных Риман в свое время не имел себе равных.

М. Ю. Симаков

Некоторые положения работы представляются спорными.

1. «Математический миф». Математические объекты всегда трактовались неоплатониками как прообразы физических вещей, именно, как прообразы при отображении математического (срединного) мира в физический; явно или неявно это отображение характеризовалось как творение демиургом Космоса. Именно так трактовались, например Проклом, математические образы «Тимея». Также и применение математики для описания теологии (Идей-Форм) стандартно толковалось неоплатониками как рассмотрение «смутных образов» (Ямвлих) божественного, дающее некоторое их познание и таким образом приближение к божественному. Характеристика подобных представлений как «математических мифов» снижает точность представления (нео)платонизма.

2. «Пангеометризм». Примеры использования геометрических структур в математике, в том числе, в тех ее частях, которые кажутся «чисто арифметическими», разумеется, многочисленны. Их можно было бы умножить замечанием, что по сути геометрическими являются все утверждения, где встречается слово «*форм*альный». Тезис «пангеометризма», предложенный в работе, представляется некоторым вариантом утверждений платоников о доминировании над математическим миром Идей-Форм. Однако можно спросить: является ли «геометрической» Декада Филолая или Ямвлиха (или, тем более, каббалистов)? Весьма сомнительно, тем более что она поставлена над (супергеометрическими) Идеями-Формами. В математике хорошо известно различие между «геометрами» и «арифметиками». В философии его аналогией является оппозиция между «платониками» (для которых «Бог геометризирует») и «пифагорейцами», у которых математика начинается с арифметики. (Примером такой оппозиции является пара Прокл-Ямвлих.) Поэтому, конечно, каждому тезису о «пангеометричности» можно противопоставить тезис о «панарифметизме».

Наиболее интересной в статье представляется хорошо прослеживаемая (связанная, конечно, и с работой автора над творчеством П. Флоренского) тема изучения разных примеров применения математики (как чисел, так и фигур) для описания божественного. Пока нет достаточно полных исследований или хотя бы сводок по этому интересному вопросу. Между тем, использование математических образов в теологии встречалось часто и коррелировало с любопытными феноменами. Можно начать с шумеров, где боги связывались с числами. В пифагорейской школе имелись многочисленные сопоставления богов с числами и фигурами, более того, математически моделировался и процесс создания Космоса демиургом: во-первых, как преобразование квадратов двух катетов в квадрат гипотенузы и, во-вторых, как построение фигуры, подобной данной (подобной Идее) и равной другой (равной Материи). Видный арианский теолог Аэций «с утра до вечера сидел над занятиями, стараясь составить представление о Боге с помощью чисел и фигур». В результате своих занятий он утверждал, что «знает Бога так же хорошо, как самого себя». Среди ренессансных неоплатоников были популярны разные троичные (в том числе геометрические) модели божественного (например, отношений в Троице). Следует назвать также модели иерархии Псевдо-Дионисия, приведенные Эриугеной, теорию Иоахима Флорского, упомянутые автором работы Кеплера, Кузанского, Лейбница, Флоренского и т.д. Можно посмотреть, какими были взаимоотношения энтузиастов построения «математических моделей божественного» с христианством. Результаты здесь следующие: Эриугена неоднократно осуждался как еретик; ересиархом был признан (кардинал) Н. Кузанский; много ересей (хилиастического типа) породили теории И. Флорского и т.д. Одной из причин этого является то, что «математические модели божественного» коррелировали с неоплатонизмом, который, по мнению, например, Ш. Нуцубидзе («Руставели и Восточный Ренессанс»), был «источником всех ересей». Было бы интересно построить более полную теорию взаимодействия «математических моделей божественного» и христианской теологии, в частности, проследить, как влияло использование математических образов в теологии П. Флоренским на формирование тех его концепций, которые считаются неортодоксальными.

Автор статьи также справедливо обратил внимание на существование представления о математике как о магии, которое, впрочем, было общим местом оккультизма, начиная с периода Ренессанса (Агриппа, Тритемий, Парацельс, Фладд...), и имело причиной изоморфизм оккультной и неоплатонической моделей Космоса; математика и магия в обеих моделях занимали срединное место.

ОТВЕТ АВТОРА

Значительная часть возражений и замечаний в комментариях на мою статью сосредоточилась вокруг вынесенных в ее заглавие терминов. Обсуждением их смысла я и ограничусь.

1. «Математическая мифология». В употреблении таких терминов, как «миф» и «диалектика», я опирался на Платона. Смысл, который я вкладываю в слово «диалектика», соответствует, на мой взгляд, употреблению его в диалоге «Государство». Что же касается новообразования «математический миф», то здесь требуется развернутый комментарий.

Согласно Мирче Элиаде, «миф повествует о какой-либо священной истории, т.е. о каком-то первичном событии, произошедшем в начале Времени». «Миф провозглашает возникновение какой-то новой космической "ситуации", либо какого-то первичного события. Таким образом, это всегда рассказ о каком-то "сотворении": о том, каким образом какая-либо вещь состоялась, т.е. начала *существовать*. Вот почему миф сродни онтологии: он повествует лишь о *реальном*, о том, что *реально* произошло, что в полной мере проявилось» (*Элиаде М.* Священное и мирское. М., 1994. С. 63—64). При этом главная функция мифа, по Элиаде, – «онтологическое обоснование», создание «образцовой модели». Элиаде противопоставляет сферу *священного (сакрального)* и сферу *мирского*. Сакральная деятельность – это деятельность в соответствии с «мифической моделью». Более того в сакральной деятельности есть момент *отождествления* себя с творцами мироздания.

Диалог «Тимей» повествует о создании чувственно воспринимаемого космоса. Это повествование вполне подходит под характеристику мифа у Элиаде, да и сам Платон устами Тимея называет свой рассказ «правдоподобным мифом». Таким образом, например, собирание правильных многогранников из «полутреугольников» и «полуквадратов» есть *миф*. Это словоупотребление самого Платона! Здесь мы имеем пример деятельности по порождению некоторой *математической* конструкции и выявлению ее закономерного характера, которая может претендовать на статус *сакральной* деятельности. Согласно одной из точек зрения на возникновение теоретической математики, именно понимание математического конструирования как сакральной деятельности в среде пифагорейцев, т.е. деятельности, в которой человек хотя бы отчасти отождествляет себя с творцом мироздания и приобщается к гармонии космоса, в ходе организации школьного процесса и последующей секуляризации (обмирщения) математики, привело к появлению математического доказательства (см. статьи о пифагореизме: *Шичалин Ю. А.* Статус науки в орфико-пифагорейских кругах // Философско-религиозные истоки науки. М., 1997; *Янков В. А.* Становление доказательства в ранней греческой математике // Историко-математические исследования. Вторая серия. М., 1997. Вып. 2 (37); *Моров В. Г.* Математика в пифагорейском космосе // Гуманитарные науки и новые информационные технологии. М., 1994. Вып. 2.). Такой способ бытийствования математики может, во вполне общепринятом смысле, быть охарактеризован как миф, а следовательно, выражение «математическая мифология» вполне оправданно.

Впрочем, даже у Платона миф уже не просто сама реальность, т.е. нечто, чем живут, не задавая лишних вопросов. Здесь уже имеется рефлексия над мифом: возникает вопрос об истинности – правдоподобности – ложности мифа вообще и математического мифа в частности. Проявляется особая «познавательная семантика» мифа (см.: *Лосев А. Ф.* История античной эстетики. Ранняя классика. М., 1994. Т. II. С. 353). Элиаде справедливо указывает, что «миф сродни онтологии». У Платона мифология осознается в этой своей «онтологической» функции. Можно сказать, что миф есть уникальное средство выражать в слове и делать наглядными фундаментальные онтологические (= метафизические) отношения. «Миф о пещере» — классический пример тому. Кроме того, платоники ставят и известным образом разрешают вопрос о законности такого отношения к мифу.

О «вырождении» же математического мифа в статье говорится не в смысле уменьшения связности математического материала, его богатства или сложности его отношений с нематематическим контекстом, но исключительно в плане забвения математикой своих сакральных корней при сохранении использования математических понятий и образов в качестве «иллюстраций», когда законность такого использования не предполагает даже специального обсуждения, а тем более обоснования. В этом плане примеры из текстов Лейбница или из классической логики (диаграммы Эйлера-Венна) в равной мере могут быть охарактеризованы как вырождение математического мифа и его рудименты. Следует, пожалуй, согласиться, что в список вырожденных вариантов математического мифа не стоит включать язык картинок

А. Г. Барабашева. Его статус более сложен и требует специального обсуждения.

Есть и еще один важный контекст, в силу которого я настаиваю на термине «математическая *мифология*». Это противопоставление «миф – позитивная наука». В этой связи вполне можно было бы вспомнить и работы Курта Хюбнера (см.: *Хюбнер К.* Критика научного разума. М., 1994. С. 320—322; *Хюбнер К.* Истина мифа. М., 1996. С. 386—387). Впрочем, как и в случае с А. Ф. Лосевым, в мои намерения не входил анализ концепции мифа этого автора. И сейчас я хочу сказать *о другом*. Интересующий меня поворот темы восходит отнюдь не к Хюбнеру, а, по крайней мере, к «закону трех стадий» Огюста Конта и пересмотру отношения между мифом, метафизикой и наукой в антипозитивистском направлении философии науки (Кун, Фейерабенд и другие). Здесь для меня важно, что математический миф, помимо прочего, есть и особый способ существования математики, *альтернативный* позитивно-научному ее бытию. И возможный пафос равноправности, а может быть и преимущества *математики как мифа* над *математикой как наукой* должен просматриваться за текстом статьи. Впрочем, не стоит истолковывать это как призыв отказаться от второй во имя первой.

2. Пангеометризм. К сожалению, текст статьи «Математическая мифология и пангеометризм» был для настоящего сборника значительно сокращен за счет обширных примечаний, касавшихся, в первую очередь, разъяснений, связанных со «временем» и «движением» в математике, в том числе и в отношении позиции Шпенглера. Ознакомление с ними, я уверен, сняло бы часть вопросов, но воспроизвести их здесь, к сожалению, не представляется возможным. Замечу все же, что считаю оправданным и целесообразным понимать пространство и время «вполне наивно», в смысле близком к кантовскому, поскольку наивность эта мнимая. Всевозможные теории неевклидовых геометрий и прочие современные конструкции опираются, в конечном счете, *на те же типы наглядности*, что и элементарная арифметика и евклидова геометрия, а именно — на остенсивное и символическое конструирование. Явный ответ на вопрос, в каком смысле пространственно-временное конструирование является специфичным *именно для математики*, также содержался в одном из опущенных примечаний. Будут ли являться симфоническая партитура или машиностроительный чертеж предметом математики или нет, определяется не ими самими, а тем смысловым контекстом, в котором они существуют и который в итоге создается лишь *словом*. Если нас интересуют *сами пространственно-временные отношения*, в соответствии с которыми организован чертеж или партитура, то перед нами предмет математики и наше отношение к ним будет математическим. Если же партитура для нас — это способ записать музыку, а чертеж – способ изобразить будущую машину, то предметом математики они уже не будут являться. Наконец

отмечу, что я не считал возможным противопоставлять платоников и пифагорейцев на основании преимущественного тяготения к геометрии и арифметике соответственно, поскольку полагаю такое противопоставление, во-первых, исторически некорректным, а во-вторых, методологически неоправданным с точки зрения целей и задач обсуждаемой статьи. Ведь одна из основных ее идей – это возможность посмотреть на арифметику как на «квазигеометрию».

ЭСТЕТИКА И ТОПОЛОГИЯ

Белоусов А. И.

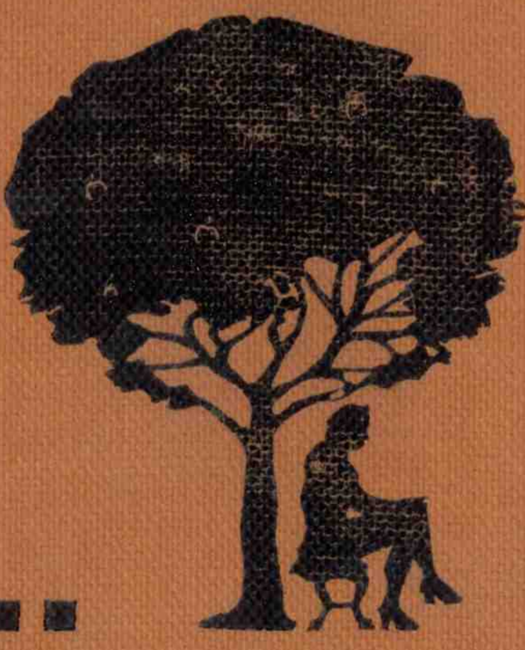
1. Непосредственным стимулом для написания этой работы было прочтение трактата А. Ф. Лосева «Музыка как предмет логики» [1]. Переопубликование этого трактата в 90-х гг. вызвало множество философских и музыковедческих комментариев [2, 3]. Но автору неизвестен сколько-нибудь развернутый *математический комментарий* к лосевской концепции музыки, что странно, ибо мысль о тождестве музыки и математики буквально пронизывает все исследование Лосева. Предлагаемую читателю статью следовало бы, наверное, снабдить подзаголовком «Вариации на тему “музыка и математика”». Название «Эстетика и топология» продиктовано как раз одной из важнейших диалектических конструкций Лосева — конструкцией множества, в рамках которой *эстетика и топология* выступают как науки, изучающие частные аспекты одного и того же: эти две, казалось бы, никак не связанные между собой дисциплины *обретают единую теоретико-множественную основу.*

2. Несмотря на то, что статья представляет собой попытку некоторого математического комментария к упомянутому труду Лосева, задачи, которые ставит при этом перед собой автор, являются скорее эстетическими, чем собственно математическими. Человека, воспринимающего произведение искусства, всегда волнует загадка стиля автора: тайна художественного стиля есть в какой-то мере тайна личности творца, и с ней связана и судьба творений, их оценка той или иной эпохой. Почему, например, в свое время возникла мощная бетховеноцентристская волна [4] и мы до сих пор ее слышим, хотя она уже отхлынула? Почему Моцарт, как правило, менее понятен «широкой публике» и менее ею любим, чем Бетховен, Бах, романтики?

С загадкой стиля связаны и известные в истории искусства метафоры-афоризмы, принадлежащие великим художникам или исполнителям, в которых краткой «формулой» определяется тот или иной стиль. Так, Гете, прослушав «Хорошо темперированный клавир» Баха, писал Цельтеру: «У меня было такое ощущение, будто сама вечная Гармония беседует сама с собой,

СТИЛИ
В МАТЕМАТИКЕ

СОЦИОКУЛЬТУРНАЯ ФИЛОСОФИЯ МАТЕМАТИКИ



ИНСТИТУТ ГОСУДАРСТВЕННОГО УПРАВЛЕНИЯ
И СОЦИАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ МГУ
им. М. В. ЛОМОНОСОВА
ИНСТИТУТ ИСТОРИИ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ
им. С. И. ВАВИЛОВА РАН
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ЦЕНТР ПО ИНФОРМАЦИОННОМУ ОБЕСПЕЧЕНИЮ
ГУМАНИТАРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ПРИ РГГУ

СТИЛИ В МАТЕМАТИКЕ: социокультурная философия математики

Под редакцией А. Г. Барабашева

Санкт-Петербург

РХГИ

1999

ББК 87В
С 80

Издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского гуманитарного научного фонда
Проект № 99-03-16016

СТИЛИ В МАТЕМАТИКЕ: социокультурная философия математики / Под ред. А. Г. Барабашева. — СПб.: РХГИ. 1999. – 552 с.

Коллективный труд ставит своей целью максимально широкое представление различных точек зрения на проблему стилей в математике — от полного отрицания возможности математических стилей в сколько-нибудь серьезном смысле до метафизического обоснования их неизбежности и существенности. Книга продолжает серию, начатую работой того же коллектива «Бесконечность в математике». Отличительной особенностью серии является форма организации материала. Каждая статья сопровождается комментариями и ответом автора, в которых подчеркиваются параллели и оппозиции, возникающие между статьями. Это позволяет увидеть освещаемое с разных сторон единое проблемное поле, в котором право выбора собственной позиции предоставляется самому читателю.

В книге представлены философские рефлексии историков и исторические экскурсы философов, квалифицированный взгляд на современное состояние математики и попытки прогнозов и проектов будущего ее развития. Книга представляет интерес для математиков, а также историков, философов и педагогов, специализирующихся в математических областях знания или интересующихся математикой.

The book represents the set of very different points of view to the problem of styles in mathematics. They lay between absolute negation of the possibility of styles in mathematics and insisting on their essentiality and inevitability. The book sequels series that was begun by the previous book of same authors «Infinity in Mathematics». The characteristic feature of the series is the form of texts organization. There are comments and the author's reply to them placed after every article that point to similarity and oppositions in different articles. This makes the view of the whole field of problems possible and the reader is free to choose his own position.

The book contains philosophical reflections of historians, and historical researches of philosophers, mathematicians' competent analysis of the current situation in mathematics, and attempts of planning and prognosis making of the future development of mathematics. This book may be interesting to mathematicians, also for historians, philosophers and pedagogues specializing in mathematics or being interested in mathematics.

ISBN 5—88812—096—0

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS