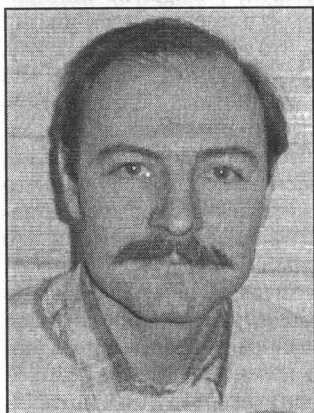




ТРИ ПАРАДИГМЫ В ФИЛОСОФИИ МАТЕМАТИКИ

В. А. ШАПОШНИКОВ



Проблемы философии математики (ФМ) не только в классическую эпоху (от Платона до Канта), но и в современную (XIX–XX вв.) неотделимы от общепроblemатической ситуации своего времени. Вне этого контекста они не могут быть в должной мере поняты. ФМ не является изолированной и самодостаточной дисциплиной.

В этой работе мне хотелось бы обратить внимание на общеизвестные и, в то же время, недостаточно замечаемые вещи. Речь пойдет об отличии современной постановки вопросов в ФМ от классической, и вообще – о принципиальном отличии постановки вроде бы одних и тех же вопросов в рамках разных философских парадигм.

Я буду рассматривать ФМ через призму трех парадигм: *онтологической*, *гносеологической* и *антропологической*.

1. ТРИ ПАРАДИГМЫ

Онтологическая парадигма (ОП) господствовала на протяжении огромного исторического периода от Античности до эпохи Возрождения включительно. Главный вопрос, который занимает здесь философа, – это вопрос онтологического статуса. Философ работает преимущественно с «вертикальными» различиями, стремясь указать место для того, о чем он рассуждает



в единой онтологической иерархии, построенной по принципу жесткой субординации. Классический пример – Платон. «Горизонтальные» различия связываются с темой «материи», их наличие констатируют, но работать с ними не умеют. Заняты выяснением того, сколько «этажей» и каких, а также тем, к какому «этажу» следует отнести предмет рассмотрения. В ОП проблемы познания, как и проблемы антропологии и теологии, подчинены онтологической проблематике, рассматриваются «изнутри» онтологии.

Гносеологическая парадигма (ГП) возникает в Новое время и продолжает существовать до сих пор, хотя и оттеснена с первых ролей. Исходная ее точка – «открытие сознания» (Декарт). ГП ярко представлена у Канта, ее апофеоз – у Гегеля и Гуссерля, хотя и в разных смыслах. В этой парадигме все рассматривается по отношению к тому месту, которое оно имеет в деятельности сознания. Для нее характерно разрушение «вертикальной» онтологической иерархии, сменяемой системой «горизонтальных» связей в поле сознания. Вместо субординации – координация в плоскости сознания. Для этой парадигмы характерна тенденция к *абсолютизации* сознания.

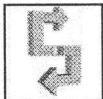
Наряду с опасностью утраты грани между совершенным («Божественным») сознанием и несовершенным («человеческим»), главное слабое место этой парадигмы – неясный статус других познающих существ, других сознаний. Характерный мысленный ход: сознание другого человека познается нами лишь по аналогии с нашим собственным. Имеет место тенденция к солипсизму (включая и «методологический солипсизм» Гуссерля и Карнапа).

Именно в этой парадигме над понятием элемента начинает преобладать понятие отношения (для ОП элементы, сущности – первичны, отношения – вторичны, для ГП – наоборот). Возникает тенденция к десубстанциализации сознания.

В ГП первичная данность – *сознание*. Все существующее, в том числе и человек, рассматриваются изнутри познавательного акта субъекта (в чистом виде – феноменологическая редукция, по Гуссерлю). Другими словами, как онтология, так и антропология рассматриваются здесь изнутри гносеологии.

Антропологическая парадигма (АП) явственно заявляет о себе в XIX в. в «бунте против Гегеля» (выражение М. Бубера), хотя корни ее уходят, по крайней мере, к истокам христианства. Она связана с поворотом к конкретному человеку (как он есть здесь и сейчас, во всей своей неповторимости) в качестве первичной реальности и отправной точки философской рефлексии. Человек мыслится здесь в *социуме* и в *истории* (да и сами концепции «истории» и «социума» всерьез возникают только в рамках этой парадигмы!). Этот человек является *конечным* и ограниченным. Его знание всегда несовершенно. Ему неизвестны начала и концы, все, с чем он имеет дело, – относительно и условно (тезис фаллибилизма – Пирс, Поппер). Однако этот человек не только конечен, но и *открыт* – он постоянно в поиске и перемене.

Если для ГП характерно стремление к созданию полной, замкнутой и окончательной философской системы, то для АП, с ее открыто-



стью и незавершенностью, — отказ от системостроительства. Теория познания и онтология возникают здесь изнутри антропологической установки. Гносеология — это то, что строит конкретный человек.

Для АП характерна тематика уникальности человеческой личности и образуемых уникальными личностями уникальных сообществ, а также создаваемых ими разнообразных и неповторимых культур (понятие «культуры» — также приобретение именно АП). Только в рамках этой парадигмы и становится возможной история культуры в современном понимании.

«Горизонтальная» система координаций (которую мы находим в ГП) укореняется здесь в истории и географии культуры. В АП восстанавливается и онтологическая «вертикаль», но в новом статусе — как иерархия ценностей, утверждаемая той или иной личностью или сообществом (культурой). При этом изначально предполагается, что возможны альтернативные иерархии ценностей (ценность связана с выбором). Более того, проблематика ценностей (аксиология) всерьез формируется тоже именно здесь.

Укоренение сознания в пространстве (география) и во времени (история) предполагает в качестве условия укоренение сознания в теле, а нашего тела — среди других тел. Последнее достигается в учении о биологической эволюции и включенности в нее человека (это также знамение перехода к АП). Наряду с социокультурным происходит биологическое и нейрофизиологическое укоренение сознания.

2. ОБРАЗ МАТЕМАТИКИ В КАЖДОЙ ИЗ ПАРАДИГМ

Математика в разных парадигмах предстает по-разному. Отвечая на вопрос «что такое математика?», каждая парадигма делает главный акцент на чем-то своем.

ОП — на определенном уровне реальности, к которому относятся математические сущности и который определяет также соответствующие познавательные способности человека. Классический пример: учение платоников о срединном статусе математики — математические сущности занимают промежуточное положение между уровнями подлинного и чувственного бытия. Таков же статус соответствующих познавательных способностей человека — «дианоии» и «фантазии». Математика для ОП, в первую очередь, — особый вид существующего.

ГП делает основной акцент на месте математики в системе человеческого познания, на особой достоверности ее утверждений. Математика для ГП, в первую очередь, — это система утверждений, теорий, часть нашего знания. ГП особо занимает вопрос о том, как математические утверждения соотносятся с другими компонентами нашей мысли.

Для АП математика — это, в первую очередь, математическое общество, конкретные люди со всей их культурной, исторической и социальной обусловленностью. Для этого подхода характерен интерес



к разнообразию математики в различных типах культуры (еще у О. Шпенглера). Математика мыслится не столько в контексте сознания, сколько в контексте языка. Математика – род деятельности конкретных людей, отсюда – на первом плане, наряду с вариативностью, вопросы эффективности применения математических теорий на практике. Кроме того, занятие математикой – это один из видов активности человека как существа, имеющего вполне определенные биологические и психологические характеристики. Отсюда – тенденция погрузить эпистемологию в естествознание (натурализация).

В ФМ XX в. сталкиваются и конкурируют преимущественно ГП и АП. Три основные программы обоснования математики – логицизм, интуиционизм, формализм, а отчасти и логический эмпиризм Венского кружка и его союзников – находятся в рамках ГП. Очень показательна фигура Витгенштейна: если «Логико-философский трактат» написан, скорее, с позиций ГП, то в «Философских исследованиях» явственно виден переход на позиции АП. Примерно с 1960-х гг. наступает признанное господство АП. Яркий пример АП-подхода к ФМ в 1970–80-е гг. – Р. Уайлдер с его концепцией математики как «культурной системы»¹. Об этом господстве свидетельствуют также трактовка математики в генетической эпистемологии Ж. Пиаже, в когнитивной философии математики² и во многих других опытах мысли.

На почве перехода от ГП к АП возникает характерная тенденция к социокультурному *релятивизму* (очень показателен в этом отношении Куайн). Однако далеко не все мыслители склонны упиваться безграничной релятивизацией. Как в философии естествознания, так и в ФМ возникает явное стремление отстоять (*в условиях принятия АП!*) ряд традиционных для ОП и ГП ценностей:

- *единство* математики (Николя Бурбаки и математический структурализм),
- *рациональность* наших выборов (Поппер, Лакатос),
- *реализм и объективность* (Поппер с концепцией объективного знания как «третьего мира», Патнэм с его концепциями реализма и «математикой без оснований»³).

Поскольку эти авторы принимают основные предпосылки АП, то это требует иных, новых подходов, по сравнению с теми, что разрабатывались в рамках ГП.

Более того, наиболее важная полемика сейчас идет не между сторонниками «*фундаментализма*» (т.е. ГП в нашей терминологии) и «нефундаменталистского» (социокультурного) подхода (т.е. АП в на-

¹ Wilder R. L. Mathematics as a Cultural System. Oxford, 1981.

² См., например: Lakoff George, Núñez Rafael E. Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being. N.Y., 2000.

³ Putnam H. Mathematics, Matter and Method (Philosophical Papers. Vol. 1. 2-nd ed.). Cambridge University Press, 1979. P. 1–78.



шей терминологии)⁴, а между различными версиями восстановления реализма, рационализма и трансцендентализма в новых условиях, т.е. в условиях принятия АП!

Проиллюстрируем сказанное несколькими примерами.

3. ПРОБЛЕМА УНИВЕРСАЛИЙ

Один из основных споров в современной ФМ связан с *противостоянием номинализма и реализма*, т.е. с проблемой универсалий. Математические универсалии (например, геометрические фигуры, числа, множества и функции) – частный случай универсалий вообще. Остановимся поэтому на общефилософском контексте проблемы.

Когда различные парадигмы сталкиваются с одной и той же проблемой, они склонны давать принципиально различные ее решения. Так происходит и в случае проблемы универсалий. ОП тяготеет к *реализму*, для нее естественно трактовать универсалии как определенный тип реальности. Например, спорить, существуют ли они «в вещах», «до вещей» или «после вещей», где «до» и «после» мыслятся отнюдь не только как порядок познания, но, в первую очередь, как указание на определенный онтологический уровень. Для ГП естествен *концептуализм*, когда универсалия признается «*conceptus mentis*», т.е. элементом поля сознания. Для АП же естественно тяготение к *номинализму*, универсалии мыслятся как существующие в языке.

Ситуация, правда, усложняется за счет того, что в *каждой* из парадигм могут быть по-своему истолкованы «реальность», «сознание» и «язык». Поэтому, вообще говоря, в каждой из парадигм возможны *все три* позиции по проблеме универсалий, но с *различным* истолкованием реальности, сознания и языка.

Так, в ОП и концептуализм, и номинализм предстают как особые разновидности реализма. Например, наши «идеи» могут истолковываться как «отражения» или «отпечатки», возникающие в душе под внешним воздействием, т.е. как вторичные реальности. Это *онтологическая версия концептуализма*. Номинализм в ОП предстает как отрижение реальности общего, отличной от реальности единичного: «универсалия» лишь «номина» (имя), а «номина» – лишь «*flatus vocis*», т.е. колебания воздуха, производимые нашим речевым аппаратом, которые, в свою очередь, – лишь единичная чувственно воспринимаемая вещь («партикулярия») среди других чувственно воспринимаемых вещей. Реализм в ОП *утверждает* различие онтологического статуса (реальности) «универсалий» и «партикулярий», в то время как номинализм *отрицает* такое различие. В определенном смысле,

⁴ См.: Барабашев А. Г. Будущее математики: методологические аспекты прогнозирования. М., 1991. Ч. II. Гл. 1. С. 76–96; Перминов В. Я. Ложные претензии социокультурной философии науки // Стили в математике: социокультурная философия математики / Под ред. А.Г. Барабашева. СПб., 1999. С. 235–264.



«универсалии» предстают в ОП также как своего рода «единичности». Спор может быть лишь об их месте в онтологической иерархии – на одном уровне с «партикуляриями» или на разных, выше их или ниже?

Обратим внимание, что теория «отражения», как и вообще классическое понимание референции, есть рудимент ОП. В ОП *все*, с чем имеют дело, предстает как объект для субъекта, т.е. как элемент поля сознания, – это относится и к партикуляриям, и к универсалиям. Вопрос стоит лишь о характере соотношения между ними.

В качестве примера можно привести рассуждения П. Бернайса о платонизме в математике в хрестоматийной статье 1935 г.⁵ «Платонизм», по Бернайсу, – это такой способ рассуждать, при котором принцип *tertium non datur* неограниченно применяется как к конечным, так и к бесконечным совокупностям, а сами эти совокупности мыслятся как данные актуально. Различие платонизма (= реализма) и интуиционизма (= номинализма) – в тех способах рассуждения, которые они считают допустимыми. *Это гносеологические, а не онтологические, платонизм и номинализм!* Логицизм есть «крайний» или абсолютный платонизм. Интуиционистско-конструктивистское направление – это программа полного отказа от платонизма (т.е. номинализма). Формалистская же программа Гильберта предстает у Бернайса как умеренный, «ограниченный» платонизм. Эти ограничения вызваны, в первую очередь, опасением впасть в противоречие.

Мы могли бы охарактеризовать подход Гильберта–Бернайса как *гносеологический концептуализм*, поскольку он занимает умеренную позицию, дифференцируя предметы математической мысли и соответствующие им методы.

Чтобы увидеть, что происходит при переходе от ОП к АП, обратимся к не менее хрестоматийной статье У. Куайна «О том, что есть» 1948 г.⁶

Онтологический вопрос звучит для Куайна так: «К какой онтологии обязывает данная теория или форма речи»? Онтология предстает как система «онтологических обязательств». Есть, говорит он, «единственный способ, каким мы можем взять на себя онтологические обязательства: используя связанные переменные». «Теория обязывает к тем, и только тем, сущностям, на которые должны быть способны указывать связанные переменные этой теории, для того чтобы ее утверждения были истинными». Это знаменитый онтологический критерий Куайна: *быть – значит быть значением квантифицируемой (т.е. связанной) переменной*. Освобождение от онтологических обязательств достигается только через демонстрацию возможности систематически избегать определенного способа речи.

В отношении математики он констатирует: «Классическая математика по шею увязла в обязательствах перед онтологией абстрактных сущностей». В результате «великий средневековый спор об универсалиях вновь разгорелся в современной философии математики».

⁵ См.: Bernays P. Platonism in Mathematics // Philosophy of Mathematics: Selected Readings / Ed. by P. Benacerraf and H. Putnam. 2-nd ed. Cambridge University Press, 1983. P. 258–271.

⁶ Куайн У. В. О. О том, что есть // Куайн У. В. О. Слово и объект. М., 2000. С. 325–341.



Философы математики, сами того не понимая, обсуждают все ту же старую проблему универсалий, хотя и в новой, проясненной форме.

Логицизм – это современная версия реализма (платонизма), интуиционизм – концептуализма, формализм – номинализма. Логицизм «позволяет употреблять связанные переменные для указания на абстрактные сущности, не делая различия между известными и неизвестными, определяемыми и неопределяемыми». Интуиционизм «санкционирует употребление связанных переменных для указания на абстрактные сущности только тогда, когда эти сущности могут быть индивидуально приготовлены из заранее определенных ингредиентов». Формализм «считает классическую математику игрой незначительных способов записи. Эта игра тем не менее может быть полезной – в зависимости от того, насколько полезной она себя уже проявила в качестве подпорки для физиков и техников».

Не следует удивляться, что у Куайна триада «логицизм – интуиционизм – формализм» не так, как у Бернайса, соотносится с триадой «реализм – концептуализм – номинализм». Здесь мы находимся уже в рамках АП, и речь идет об *антропологических, а не о гносеологических реализме, концептуализме, номинализме*.

Для Куайна вопросы онтологии становятся не вопросами реальности или мысли, а вопросами *семантики*, т.е. языка. Он утверждает: «Онтологический спор должен перерасти в спор о языке». Это так, поскольку именно язык образует ту общую почву, на которой возможна успешная коммуникация. Какую онтологию на самом деле следует принять, для Куайна остается открытым вопросом. Здесь подход Куайна, как известно, носит прагматистский и холистский характер: мы стремимся к «максимальной простоте нашей совокупной картины мира».

С перипетиями проблемы универсалий тесно связана тема априоризма.

4. АПРИОРИЗМ

История философской мысли в европейской традиции может быть описана как переход ОП – ГП – АП. Для ОП важно, что расположено выше и что ниже в онтологической иерархии. Нижележащие уровни подчинены вышележащим и зависят от них. Главный вопрос – о самом высоком уровне, определяющем собой все остальные. В ГП интересующие философа отношения перемещаются в сферу мышления и развертываются в плоскости сознания. Место космоса онтологического занимает космос гносеологический – система знаний. Главный вопрос – о предельных основаниях этой системы. Общие суждения важнее частных и единичных. У Канта выявление таких предельных оснований является задачей трансцендентального исследования. Априорные (точнее, чистые) суждения, как необходимые и строго всеобщие, важнее суждений эмпирических, дающих лишь единичные констатации. Суждения математики – из числа суждений, обладающих высокой степенью универсальности.



Что происходит с проблемой априорности при переходе к АП? Один из первых шагов этого перехода – «поворот к языку». Мышление укореняется в языке, суждения мысли становятся пропозициями языка. Логический эмпиризм – знамение перехода. Здесь универсальность мышления осознает себя как универсальность языковая: априорными могут быть только аналитические суждения, т.е. суждения, «не включающие ничего, кроме отношений значений терминов»⁷. Однако сам язык все еще мыслится в духе ГП – об этом говорит тенденция к построению единого совершенного языка науки, жесткое противопоставление языкового эмпирическому (дихотомия аналитических и синтетических суждений).

Следующий шаг в направлении АП делают поздний Витгенштейн и Куайн – они уже мыслят научный язык укорененным в естественном языке, а естественный язык – как открытое многообразие языковых игр, человеческую культуру. Мышление понимается как неотделимое от языка, точнее – от речевой деятельности. Языковая универсальность сменяется языковым релятивизмом, и тема априорности вроде бы исчезает.

Тема априорности, как мы уже сказали, связана с проблемой универсалий, а также с проблемой истины. При переходе от ОП к ГП онтологические «универсалии» сменяются «универсальными» понятиями и суждениями. Кант ставит вопрос об универсальных суждениях, об универсальном знании и условиях его возможности. Тема априоризма, понятая как вопрос об условиях возможности универсального знания, не обязана исчезать при переходе от ГП к АП. Однако тема априоризма при этом существенно трансформируется. Теперь – это вопрос об условиях возможности языковой коммуникации, взаимопонимания и согласованности действий в сообществе, об условиях существования человеческого сообщества как носителя общих знаний, ценностей и норм. Вопрос о доказательности сменяется при этом вопросом об убедительности, вопрос установления истины – вопросом взаимопонимания. Не случайны соответствующие изменения, происходящие в подходах к проблеме истины: господство корреспондентной (ОП) и когерентной (ГП) теорий при переходе к АП сменяется прагматическим подходом и «дефляционными» (от англ. deflation – выветривание, опустошение, понижение, спад) теориями, т.е. позицией, близкой к полному отказу от самого термина «истина».

Проблема универсальности и априорности не сгинула в болоте релятивизма, но получила совершенно другую постановку. Такое переосмысление априорного особенно наглядно у немецких философов второй половины XX в. – в «эрлангенском конструктивизме» (1960–70-е гг.), «трансцендентальной прагматике» К.-О. Апеля и «универсальной прагматике» Ю. Хабермаса. Здесь априорность предстает как «априори жизненного мира» или «априори неограниченного коммуникативного сообщества»⁸.

⁷ Карнап Р. Философские основания физики. М., 1971. С. 242.

⁸ См.: Соболева М. Е. Философия как «критика языка» в Германии. СПб., 2005. Гл. 4.