

УЧЕНИЕ МИЛЛЯ ОБ ИНДУКТИВНОМ ПРОИСХОЖДЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ¹⁾

П. А. Флоренский

**Предисловие, публикация и примечания
В. А. Шапошникова**

Реферат «Учение Милля об индуктивном происхождении геометрических понятий» был прочитан П. А. Флоренским в феврале 1901 года в семинарии по психологии Л. М. Лопатина. В это время Флоренский — студент 1-го курса математического отделения физико-математического факультета Московского университета и ему только что исполнилось девятнадцать лет. Таким образом, перед нами студенческая работа, в которой мы вряд ли можем ожидать найти самостоятельную и выношенную годами мысль. Отчасти так оно и есть, однако названная работа представляет безусловный интерес, по крайней мере, в трех отношениях.

Во-первых, этот реферат написан Павлом Александровичем Флоренским, человеком богато и разносторонне одаренным, человеком оставившим весьма заметный след в самых разных областях культуры. Так на страницах «Историко-математических исследований» (см. вып. 30, 31, 32—33, 34, 37) уже обсуждались его роль в распространении в московских математических кругах интереса к идеям Г. Кантора, значение общения с ним Н. Н. Лузина для возникновения Московской школы теории функций, а также — некоторые его идеи из области философии математики. Кроме того, эта ученическая и, может быть, не столь уж оригинальная работа приобретает особый интерес в контексте позднейших работ Флоренского, касающихся, как философии математики, так и общепсихологической проблематики вообще. Особенно следует при этом учесть, что к вопросам философии математики отец Павел обращался на протяжении всей своей жизни, а здесь перед нами *самый ранний* (если не считать отдельных мест из переписки с родителями) из известных нам его текстов на данную тему.

Во-вторых, эта работа вводит нас в дискуссии, посвященные вопросам *философии и психологии математики*, которые происходили в России конца XIX — начала XX века, и о которых мы знаем еще очень мало. В центре внимания тогда находились — эмпирическая философия и психология математики, разрабатывавшаяся

1) Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда (коды проектов: №№ 96-03-04410, 97-03-04276)

преимущественно в позитивизме (О.Конт, Дж.Ст.Милль, А.Бэн, Г.Гельмгольц, В.Вундт и др.), философия математики Канта, а также Лейбница. Помимо математической профессуры — В.Я.Цингера, Н.В.Бугаева, А.В.Васильева, эти вопросы активно обсуждали философы, психологи, логики — Л.М.Лопатин, Б.Н.Чичерин, М.И.Каринский, Г.И.Челпанов, А.А.Козлов и др. Центром этих обсуждений в Москве было Психологическое общество при Императорском московском университете, председателем которого с 1899 года являлся Л.М.Лопатин. Именно для его семинария и был написан публикуемый здесь реферат.

В-третьих, перед нами текст, подробно излагающий взгляды Джона Стюарта Милля, одного из крупнейших представителей позитивизма и властителя дум XIX века, на природу математики вообще и геометрии в частности, а также критику этих взглядов, в основном опирающуюся на работы Л.М.Лопатина и Б.Н.Чичерина, а также Ф.А.Ланге и Г.Геффдингга. Это уже само по себе является ценным приобретением для небогатой литературы по истории философии математики на русском языке.

В заключение мне хотелось бы высказать слова благодарности в адрес отца Андроника (А.С.Трубачева), предоставившего рукопись из Архива священника Павла Флоренского для публикации, а также С.М.Половинкина, без совета и поддержки которого эта публикация не могла бы состояться.

Учение Милля об индуктивном происхождении геометрических понятий¹

1. Вступление

«Единодушие мыслителей столь противоположного склада ума, (как Локк, Лейбниц, Юм) и различных мирозерцаний в решении вопроса о внутренних условиях очевидности математических истин является весьма поучительным: мне кажется, оно с полной наглядностью обнаруживает, какой именно путь прежде всего представляется для всякого непредубежденного ума при рассмотрении этой важной проблемы». Так говорит Лев Михайлович².

Действительно, тогда как [зач.: во всех] в других науках, за исключением математики, очевидность прямого усмотрения вовсе не является критерием его истинности, в математике почему-то она имеет полный решающий смысл. Казалось бы, что на этот вопрос можно было дать ответ только один. Но это не так. Собственно говоря учение о математике у эмпириков, напр[имер], у Юма, являлось какой-то вынужденной непоследовательностью, вносило в

эмпиризм странную двойственность. Только Милль, соединяя в один фокус всю аргументацию в пользу индуктивного происхождения математики, сводя всю психическую жизнь на игру ассоциаций, дал наконец последовательную эмпирическую теорию математического знания «и выступил тонким и находчивым защитником ее»³.

«Бесспорно, гов[орит] Лев Михайлович, Милль сделал все от него зависящее, чтобы придать ей вид правдоподобный и убедительный»⁴. Но «рвение, с которым Милль (слова Геффдинга) старался искоренить [все] априорные начала, завело его без сомнения слишком далеко. [...] У М[илля] сейчас же являлось подозрение, как только кто-нибудь утверждал, что произвольные пред[по]ложения могут иметь значение для познания; у него сейчас же являлось опасение, не хотят ли провезти контрабандой какой-нибудь догмат. Вечное топтание на одном месте было той Немезидой, которую его подозрительность навлекла [на] его собственную теорию познания»⁵.

Но для нас это тем лучше. Чем энергичнее Милль изгоняет все априорные элементы познания, чем большее значение придает он опыту, тем рельефнее выступают в его системе все достоинства и недостатки эмпиризма вообще.

II. План работы

Все истины, го[ворит] где-то Милль⁶, делятся на первоначальные, непосредственно данные сознанию, и истины выводные, производные от первых. В каждой науке должны быть истины первого и второго рода, т.к. наука, состоящая из ряда непосредственно достоверных истин, не была бы наукой: для нее, как таковой, требуется рассуждение. А т.к. выводить что-нибудь можно только из чего-нибудь и т.к. не может быть цепи выводов не имеющей начала в конечной ее части, цепи ни на чем не висящей, то для науки необходимо и существование истин первого рода.

Прежде всего, при разговоре о науке является вопрос о ее ценности, т.е. о степени достоверности ее выводов и их необходимости. Вопрос этот распадается на 2 меньших вопроса: 1) какова ценность исходных пунктов выведения и 2) насколько законен самый процесс выведения. Ответом на эти 2 вопроса и определится значение продуктов выведения, составляющих в своей совокупности систему истин данной науки.

Итак, излагая учение Милля о геометрии, я разлагаю свой материал на 2 элемента: 1) учение о предпосылках геометрии, какими являются определения и аксиомы, и 2) учение о дедукции, как процессе выведения из этих предпосылок производных истин.

Третий отдельно стоящий вопрос о происхождении идеи пространства, я не затрагиваю по двум причинам: во-первых, боюсь слишком удлинить свой реферат, а, во-вторых, не смог отчетливо понять теории Бэна и Милля⁷. Я предвижу возражение, что вопрос мол о пространстве предшествует логически вопросу о геометрии, как науке о пространстве, так что необходимо предварительно порешить с ним. Но, мне кажется, у Милля эти вопросы стоят каждый совершенно самостоятельно, и результаты решения одного из них не могут заметно влиять на ход рассуждения для ответа на другой.

III. Определения

«Ни имена, ни идеи не составляют содержания всех предложений вообще», т.к. большинство их относится к вещам. Но тем не менее предложения чисто словесные, имеющие дело только с значением имен, существуют; и класс этот обнимает собою «не только все те, которые уже с первого взгляда представляются словесными, но гораздо более: в него входят и те утверждения, о которых думали, что они не только касаются вещей, но даже имеют в действительности с вещами *более* тесную связь, нежели всякие другие предложения». Существует один разряд предложений, имеющих название «эссенциальных», наследие схоластиков, которые, как думали до Локка, говорят нечто о «сущности» подлежащего. Но после того, как раскрылось, что предполагаемые сущности классов суть ни что иное, как значения их наименований, после того, как была доказана таким образом их тождественность, т.к. предикат не сообщает ничего о значении подлежащего, кроме того, что содержится в соозначении⁸ имени, с этих пор «эссенциальные» предложения потеряли, вообще говоря, свою таинственность и привлекательность. «Таким образом, из эс[сенциальных] предложений наиболее полезными — строго говоря, единственно полезными — являются определения»⁹.

«Самое простое и наиболее точное понятие об определении таково: это предложение, раскрывающее содержание, или смысл слова, т.е. то значение, какое это слово имеет в обыденной речи, или же то, какое стремится придать ему говорящий или пишущий для своих специальных целей». «Определение — это анализ», т.к. при определении мы разлагаем понятие на комплекс его составляющих признаков; таким образом «определение имени есть сумма всех эссенциальных [...] предложений, кот[орые] можно составить относительно значения данного имени»¹⁰. А «т.к. значение имени зависит вполне от произвола людей, то такие предложения, строго

говоря, не могут быть ни истинными, ни ложными, но лишь соглашаются или не соглашаются с обычным или условным словоупотреблением»¹¹.

Но если определение касается только произвольно установленного имени вещи, то каким образом можно извлечь из него хотя бы самую ничтожную истину? Как из чего-то абсолютно не имеющего соприкосновения с истиной получить нечто, от него радикально отличное — истину, как бы неважна она ни была? Милль говорит где-то, что он во всем черпокнижии не видит ничего более сверхестественного, чем эта магическая способность определений¹².

«Философы, низвергнувшие реализм, гов[орит] он, далеко еще не освободились сами от следствий этого учения и долгое время удерживали в своей собственной философии многие такие положения, которые могли быть у места только в реалистической системе. Начиная с Аристотеля, а вероятно, даже и с еще более раннего времени, считалось очевидной истиной, что геометрия выводится из определений. Это было достаточно справедливо, пока определение рассматривали, как предложение «раскрывающее природу вещи». Но когда явился Гоббс, он решительно отверг тот взгляд, что определение выясняет природу вещи или служит для чего-либо другого, кроме установления значения имени. Однако, и Гоббс столь же открыто, как и все его предшественники, продолжал утверждать, что *'архэ, рrincipia*¹³, или первоначальные посылки в математике и даже во всякой науке суть определения. Отсюда и вытекает тот странный парадокс, что системы научных истин, более того — все решительно истины, которых мы достигаем при помощи умозаключений, выводятся из произвольных соглашений человечества относительно значения слов»¹⁴, что некоторое суждение о вещи вытекает из предложений, утверждающих о нашем решении тот или иной комплекс звуков употреблять в таком-то значении.

Парадокс этот Милль разрешает просто: большинство определений, именно определения, кот[орые] раньше назывались реальными, относящимися к вещам, а не к именам, состоят из собственно определения имени + предложения, постулата о реальном существовании вещи, к которой относится определяемое имя. «Все определения касаются имен и только имен; но одни определения явно имеют своею целью исключительно выяснение значения слова, тогда как другие должны заключать в себе указание на существование соответствующей этому слову вещи». Но этот постулат обыкновенно не замечается, т.к. его скрывает многосмысленность слова «есть». Поэтому-то «на основании одной только формы

выражения *нельзя* решить, заключается или нет такое указание в том или другом *данном* определении [»]¹⁵.

А между тем различие между определениями, напр[имер] различие между определениями кентавра и треугольника¹⁶, делается ясно, если на место связки «есть» подставили равнозначную ей «означает». Теперь, когда вместо двух предложений осталось только одно голое определение, когда в определении уже не скрывается утверждение о факте, когда, наконец, уничтожена многосмысленность связки «есть», из определения нельзя уже вывести никакой теоремы.

Возьмем для примера определение круга. Оно распадается на два предложения: 1) «может существовать фигура, у которой все точки линии, ее ограничивающей, находятся на равном расстоянии от одной точки, лежащей внутри этой фигуры» и 2) собственно определение: «всякая фигура, обладающая таким свойством, называется кругом». Желая доказать какую-нибудь теорему относительно круга, мы основываемся именно на постулате возможности его существования, а вопрос о названии такой фигуры нас очень мало интересует и для целей доказательства не имеет никакого значения; можно было бы изложить всего Эвклида без таких технических слов, без голых определений.

Определение, как таковое, не может быть ложным. Если мы, применив к нему правильное выведение, получаем заведомо ложное заключение, то ясно, что определения сами по себе не могут быть источниками истин. Напр[имер] из определения

«Дракон есть змея, изрыгающая пламя»

мы извлекаем следующие две посылки:

«Дракон есть вещь, изрыгающая пламя»

«Дракон есть змея», которые дадут заключение:

«Некоторая змея изрыгает пламя».

Тут безукоризненно построенный силлогизм дает ложное заключение. Если же мы заменили многосмысленное «есть» словом «означает», уже *не* допускающим молчаливо существования дракона, то из посылок:

«Дракон есть слово означающее вещь, изрыгающую пламя» и

«Дракон есть слово, обозначающее змею» будет следовать только, что «Некоторое слово, обозначающее змею, обозначает также и вещь, изрыгающую пламя [»], — заключение вовсе не выходящее за пределы чисто словесного предложения. Если же мы придадим среднему термину смысл не вещи и не имени, а идеи, то получится заключение:

«Известная идея, существующая в уме, содержит в себе такие-то и такие-то идейные элементы»¹⁷

Если таким образом источником истин геометрии являются не определения, а гипотезы, постулаты о факте существования или возможности существования определяемого, то возникает вопрос, насколько законны эти постулаты, как существуют геометрические объекты.

Итак, существуют ли *реально* объекты геометрии? Ответ на это приходится дать отрицательный: «нет точек, не имеющих величины; нет линий без ширины; нет линий в точности прямых; нет кругов, у которых были бы в точности равны все радиусы; нет квадратов с совершенно правильными прямыми углами».

Может быть постулаты касаются *возможного* существования? Возможно ли существование геометрических объектов? Нет: «такие вещи — что бы ни взять за критерий возможности — даже и невозможны. Существование таких вещей, поскольку мы можем о нем что бы то ни было сказать, должно оказаться не соответствующим устройству, по крайней мере, нашей планеты, если не всей вселенной».

Чтобы спасти престиж и приобретенный издавна авторитет предполагаемой системы «необходимых» истин, говорят, что объекты геометрии существуют в нашем представлении, что это *только* элементы *нашего* ума, которые он построяет из собственных данных а priori¹⁸.

«Какими бы высокими авторитетами ни было санкционировано это учение, оно кажется мне психологически неправильным», гов[орит] Милль. В человеческом духе, так же, как и в природе, нет вещей вполне соответствующих определениям. «Точки, линии, круги, квадраты, как их кто бы то ни было мыслит, суть, по моему мнению, *только копии* точек, линий, кругов, квадратов и т.д., известных человеку из его опыта. Идея точки есть, думается мне, просто наша идея о наименьшей доле поверхности, какая только видима (*minimum visible*)»¹⁹. Геометрическую линию, как и вообще геометрическую форму нельзя себе представить. Мы можем обратить внимание только на длину, не на все представление, а на его часть, но представить себе, составить умственный образ такой линии мы совершенно не в состоянии. Всегда линия, представляющаяся уму, имеет и толщину.

Как же существуют объекты геометрии? Раз геометрия существует, должны существовать как-то и ее объекты, т.к. не может быть науки о никак не существующем. Но как они существуют? Остается только одно предположение: эти объекты существуют

реально в природе, но *не вполне* соответствуют своим определениям — первым и наиболее очевидным обобщениям²⁰.

«Правильность этих обобщений, *как* обобщений, безупречна: равенство всех радиусов круга есть общее свойство всех кругов — *в такой же степени*, в какой оно касается и всякого отдельного круга. Однако, относительно любого данного [круга] оно справедливо не вполне, а лишь *приблизительно*; впрочем, настолько близко, что если принять его за в точности истинное, *на практике* не будет никакой ошибки [»]. В иных случаях эти обобщения делаются недостаточны. Тогда придется обратить внимание *и* на то, чем мы до поры до времени пренебрегали: толщиной линий, сходимостью параллельных *etc.*, точно так же, как может потребоваться обратить внимание на химические или физические свойства вещества — в том случае когда эти свойства заметно влияют на результат: «таким образом изменяются очень часто даже фигура с величиной, как, напр[имер], при расширении тел от теплоты. Но поскольку нет *практической необходимости* обращать внимание на какие бы то ни было свойства предмета, *кроме* геометрических» — мы можем пренебречь всеми остальными и смело рассуждать так, как будто их и не было. Об этом заявляется формально в определении²¹.

Но из этой возможности *на практике* обращать внимание и рассуждать только об известном комплексе свойств вещи, из того, что в исследовании мы имеем фикцию вещи *без* остальных свойств, из этого вовсе не следует, чтобы мы могли мыслить о такого рода вещах: «мы все время думаем как раз о таких предметах, какие мы видели, каких мы касались, со всеми теми свойствами, которые естественно таким предметам принадлежат [»]²².

Полемизируя против этого учения, Юэлль²³ указывает на то обстоятельство, что гипотезы о существовании определяемого объекта не *произвольные* гипотезы, что мы их не можем по желанию менять одну на другую. «Это верно; но против этого никто пикиогда и не возражал». Всякая гипотеза, как таковая, непременно должна относиться к чему-нибудь [зач.: реально] действительно существующему: иначе оказалась бы возможной наука о вовсе несуществующем. Значит, до известной степени она должна соответствовать своему объекту и, во всяком случае, не может противоречить его действительной сущности, не может содержать в себе ничего *очевидно* ложного²⁴.

Гипотезу можно охарактеризовать, как сознательную гиперболу, конечно не в геометрическом, а [в] филологическом смысле. Чтобы рельефнее (и удобнее для исследования) выставить известные свойства вещи, мы слегка их преувеличиваем, то, что нам

сейчас не надо, затушевываем, упрятываем на второй план. Мы выставляем товар лицом, освещаем его по своему желанию, но никакого подлога, мошенничества не совершаем. А т.к. все это делается вполне сознательно и преднамеренно, то мы уже знаем, что непременно, как только это понадобится, покажем и другую сторону предмета и примем в должное внимание пренебреженные свойства. Наша «гипотеза только лишает предмет некоторой части свойств, не приписывая ему свойств несуществующих». Поэтому-то заключения будут всегда (под условием известных поправок) выражать известную истину²⁵.

«Таким образом, та особенная точность, какую приписывают первым началам геометрии, оказывается призрачной. Положения, на которых основываются в этой науке умозаключения, соответствуют фактам *ничуть* не точнее, чем в других науках. Более точное соответствие мы только *предполагаем*, с целью указать следствия, вытекающие из предположения». Но то же самое можно сделать и во всякой другой науке: «мы можем, рассуждая на основании ряда гипотез, получить систему заключений, *столь же* достоверных, как заключения геометрии, т.е. [...] *столь же* непреодолимо требующих признания — *в том случае, если* эти гипотезы справедливы [»]. Совершенно верно, что заключения геометрии [-] истинны необходимые. Но необходимые *только* в том, что они с совершенною точностью выводятся из предпосылок. «А эти предположения не только [не] необходимы, но даже и не истинны; они преднамеренно более или менее уклоняются от истины». Они с необходимостью вытекают из предположений или наведений, составляющих в своей совокупности систему первоначальных «истин» геометрии, или какой-ниб[удь] другой дедуктивной науки. Эти основные «истины», независимо от решения вопроса о их истинности, считаются заранее, в целях данной науки, достоверными. Как бы то ни было, а эти гипотезы [или] определения получаются путем [зач.: опыта] индукции; т.е. для своего возникновения нуждаются в наблюдении и чисто опытного происхождения²⁶.

IV. Аксиомы

Аксиомы, составляющие другой отдел основоположений геометрии, можно разделить на 2 разряда: 1) аксиомы специально геометрии, касающиеся только соотношений пространственных форм, и 2) аксиомы математики вообще, говорящие о величинах вообще, как пространственных, так и всяких других.

Займемся сначала первыми. Возможно некоторые из них заключить в такую форму, из которой явствует, что это — только

замаскированные определения (в геометрическом, реальном, а не логическом смысле). Возьмем, напр[имер], вместо аксиомы: «величины, кот[орые] могут совпасть, равны одна другой» равносильное ей определение: «равные величины суть те, которые можно приложить одну к другой так что они совпадут». Из этого определения вытекают три следствия, — определению обыкновенно считае-мые за самостоятельные аксиомы²⁷.

Впрочем, аксиомы, похожие на определения, имеют от них и отличие: «они истинны без примеси какой бы то ни было гипотезы. То, что две вещи, равные одной и той же, равны и между собой, истинно как относительно встречающихся в природе линий и фигур, так и относительно воображаемых, — какими они принимаются в определениях. Однако и в этом отношении математика находится только в одинаковых условиях с большинством других наук. Почти во всех науках есть общие предложения в точности истинные, тогда как большая часть суть лишь более или менее далекие приближения к истине»²⁸.

«Но хотя указанные выше и некоторые другие аксиомы можно вычеркнуть из списка первых начал [...], однако, в списке аксиом найдутся две или три основных истины, не подлежащих доказательству» и не сводимых на определения. Истины эти касаются не величин, как таковых, а некоторых пространственных отношений: «К числу их надо отнести предложение, что «две прямые линии не могут заключать пространства» [...] и некоторое свойство параллельных линий, не входящее в их определение [...]»²⁹.

«На чем основана, гов[орит] Милль, наша уверенность в аксиомах? На какие доказательства они опираются? Я утверждаю, что это — истины опытные, обобщения из наблюдения»³⁰.

Но вследствие полемического направления всей аргументации, Милль старается показать не то, что эти аксиомы получены именно из опыта, а то, что они могли быть получены и таким путем, а кроме того он разбирает аргументацию Юэлля. Поэтому, если даже считать правильными доводы Милля, то мы придем в общем только к тому, что индуктивное происхождение аксиом возможно, существующая же аргументация в пользу априоризма не выдерживает критики. Но само собою отсюда вовсе не вытекает, чтобы непременно прав был Милль³¹. Состоятельность же доводов Милля в пользу возможности индуктивного происхождения аксиом разберу в конце.

«Предложение «две прямые линии не могут заключать пространства», гов[орит] Милль, или, др[угими] словами, «две прямых линии, которые один раз встретились, вторично не могут

встретиться и продолжают расходиться» — есть наведение на основании показаний наших чувств»³².

Нет надобности доказывать, тем более, что против этого априористы не спорят, что аксиомы являются в сознании *по поводу* наблюдения, что они *выужены* наблюдением и что, следовательно, не будь наблюдения, они бы и не появились; не видь мы, напр[имер], пикогда прямой линии, мы и не знали бы, что две прямых не перессекаются дважды. Но возникают ли они *из опыта*? *Доказывает* ли опыт аксиомы? Если и не возникали бы, то *могли бы* возникнуть. Данная аксиома «(даже если она обнаруживается и независимо от опыта) очевидна также и из опыта»³³.

Мы, начиная с самого детства, имели бесчисленное количество случаев видеть линии пересекающиеся однажды, и всякий раз убеждаемся, что после первого пересечения они все более и более расходятся далее. Исключений из этого правила мы не знаем; противодействующих ассоциаций нет и, чем дальше, тем неразрывнее делается связь между представлением прямой и невозможностью для двух таких линий замыкать пространство. «И вскоре у нас должны оказаться более серьезные основания верить аксиоме, даже в качестве опытной истины, чем какие мы имеем почти для каждой из тех [общих] истин, которые мы, *заведомо*, воспринимаем на основании свидетельства наших чувств. И уже помимо всякого доказательства а priori, мы, конечно, из опыта *могли бы* быть уверены в аксиоме гораздо сильнее, чем насколько мы уверены в какой бы то ни было из обыкновенных физических истин»³⁴. Наш опыт в этом отношении начался так давно, что мы и не можем помнить о [той] поре умственной деятельности, о том, как постепенно крепчала ассоциация. И она кажется нам чем-то данным непосредственно, чем-то абсолютно неразрывным. Вот как объясняет слияние идей Джэмс Милль³⁵.

Это объяснение происхождения разбираемой аксиомы подымает против себя следующие возражения: для ее [зач.: доказательства] приобретения нам нужно брать или идеально-прямые линии, или же прямые линии, как они существуют в природе. Но, убеждаясь в том, что идеально-прямые могут пересекаться только раз, мы убеждаемся в этом вовсе не из опыта: по той простой причине, что в опыте таких прямых *нет*. А с другой стороны опытные прямые, будучи всегда слегка ломанными или кривыми, могут пересекаться и *более* раза, стало быть могут иногда и заключать часть плоскости. Таким образом ни в том, ни в другом случае опыт *не* доказывает аксиомы. Зато, по мнению Милля, все возражение доказывает незнание возражающих [«] с очень обычным и

вполне основательным способом индуктивного доказательства [♦]—доказательства *по приближению*.

Это правда, что опыт не дает идеальной прямой; но он зато дает ряд опытных прямых, все более и более приближающихся, подходящих к своему пределу—прямой идеальной. Кроме того тоже из опыта мы можем видеть, что хотя каждая пара опытных прямых и заключает ту или другую часть плоскости, но по мере того, как прямые подходят к своему пределу, их способность заключать пространство приближается, стремится к своему пределу, равному нулю. [«] Заключение, что если бы они вовсе не обладали шириною и ломанностью, то [они] вовсе не заключали бы пространства, — представляет правильное индуктивное умозаключение из этих фактов [...] по «методу сопутствующих изменений», наиболее резким случаем которого является математическое учение о пределах [♦]³⁶.

Таким образом геометрическая часть наших знаний о природе может происходить из точно такого же источника, как и все остальные, из опыта. Поэтому защитники противоположной теории должны указать на факты, противоречащие этой возможности. Слово принадлежит им³⁷.

Можно было бы для разрешения вопроса обратиться к психологии маленьких детей. Если у них действительно, как это предполагается априористами, имеются геометрические аксиомы, то противники правы. Но, к сожалению, в данном случае, невозможно воспользоваться ни личными воспоминаниями, ни психологическими наблюдениями³⁸.

Таким образом *experimentum crucis* неприменим и поэтому они выставляют два довода³⁹:

1°. Для восприятия истинности аксиомы, гов[орят] они, вовсе нет надобности видеть или изучать прямые линии. Достаточно вообразить себе прямые линии, просто думать о них. А раз мы пахотим данное свойство линий основываясь на воображении, а не на показании чувств, не на опыте, то уже не опыт является источником уверенности, а нечто умственное. Кроме того, специально в отношении уже упоминавшейся аксиомы, можно прибавить следующее: аксиома говорит о невозможности для линий вторичного пересечения, сколько бы их ни продолжали. Но ведь опыт всегда дает нам линии никак не бесконечные, а линии конечной длины, и за концом их может быть предположенным сближение. Значит, нечто иное чем опыт, удостоверяет нас в истинности аксиомы. Значит, опытное доказательство, в других случаях излишнее, тут прямо невозможно⁴⁰.

2°. Опыт, как таковой, ограничен и всегда конечен. Я могу 5, 10, 100 раз видеть, что снег бел. Но сколько бы я ни видел, что снег бел, у меня [не] может появиться из этого убеждения, что *всякий* снег бел, а тем более, что снег *должен* быть белым. А особенность аксиом и состоит в их *всеобщности* и *необходимости*: это не только истины, но и истины всеобщие и необходимые. Опыт всегда показывает только то, что есть; он показывает, что А следует за В, что А рядом с В, но опыт никогда не даст уверенности в необходимости. Аксиомы суть необходимые истины, т.е. такие предложения, которые не только истинны, но и *должны* быть такими; отрицание их не только ложно, но и невозможно, нелепо, непредставимо. «Итак, утверждается следующее: предложения, отрицание которых немислимо, др[угими] словами, кот[орые] мы не можем себе представить ложными, должны основываться на доказательствах более высокого и более повелительного характера, чем какие может дать опыт»⁴¹.

Посмотрим теперь, как отвечает на эти возражения Милль.

1°. Против первого пункта, о достаточности воображения для доказательства истинности аксиом, он выставляет два возражения:

а) «обратим внимание, гов[орит] он, на одно из характерных свойств геометрических форм, на их способность рисоваться воображению с отчетливостью, равной действительному восприятию, другими словами, на точное сходство наших идей о форме с внушающими их ощущениями [»]. Мы не можем, правда, представить себе взаимодействия тел. Но ведь геометрия и не занимается им; ее задача касается изучения только тех свойств, которые присущи предметам в любой момент, при первом взгляде на них. Благодаря этому наши «идеи» — умственные чертежи, могут служить объектами опыта с таким же удобством, как и сами предметы, к кот[орым] они относятся. Как вообще, во всяком опыте мы берем один предмет, считая его представителем целого ряда предметов, так же действуем и в настоящем случае. Только тут уже возможно представителем брать не предмет, а его пространственную копию, существующую *только* в нашей фантазии. Да, можно убедиться в истинности аксиомы не воспринимая прямых зрением: «но я утверждаю, что мы уверены в этой истине *не просто* на основании восприятия в воображении, а потому, что мы знаем, что эти воображаемые линии в точности походят на действительные и что от них мы можем умозаключать к действительным с совершенно такою же достоверностью, с какою мы [умо]заключаем от одной реальной линии к другой». Предварительно мы наблюдением, *из опыта*, убедились, что пространственные свойства действительности верно

воспроизводятся в образах фантазии, что созерцание нашего представления эквивалентно созерцанию его оригинала. *Только* поэтому мы имеем право производить такую подстановку. «Следовательно, и здесь умозаключение есть все-таки наведение из наблюдений». — Мы в самом деле убеждаемся в правильности данной аксиомы, умственно скользя вдоль данных линий и замечая, что как они снова начинают сходиться, так сейчас произвели бы то впечатление, которое производит «кривая, ломанная» линия, а не впечатление «прямой». Но почему мы имеем право делать это? Потому что мы можем (на основании опыта) быть уверены в точном сходстве линии с ее образом в фантазии. Мы и вообще можем изучать природу (да так и делаем) на основании воображения предметов в фантазии. Но только в геометрии мы можем вполне доверять нашим воспоминаниям, а в большинстве других случаев не вполне.⁴²

б) Второе возражение собственно принадлежит Бэну. Аксиомы, по его мнению, могут познаваться из одних идей, без отношения к фактам, но только потому, что при образовании идей факты эти уже *были* восприняты и содержались в идеях. «У нас не было бы понятия, если бы не было и опыта, оправдывающего этот вывод». Раз сложившееся понятие прямизны *уже* является признаком, что *есть* у нас понятие и о данном свойстве прямых.⁴³

2°. Таковы ответы на первый пункт. Посмотрим, что скажет Милль на второй довод, «на который, как говорит он, более всего полагаются [«], довод основанный на всеобщности и необходимости аксиом».⁴⁴

Основываться на критерии немыслимости довольно странно. Ежечасно опыт показывает, как мало связи между немыслимостью или мыслимостью вещи и ее внутренней возможностью. «В действительности, это дело чистой случайности; все здесь зависит от прежней истории и привычек нашего духа». Опыт беспрестанно порождает как новые способности, так и новые неспособности мыслить. Что-нибудь, противоречащее нашему прежнему опыту и привычкам мышления, сначала всегда кажется неудобопредставляемым, даже вовсе немыслимым, что является следствием «основных законов человеческого духа. Если мы часто видим или представляем себе вместе две вещи, и никогда, ни в одном случае не видим и не представляем себе их отдельно, то, по основному закону ассоциации, нам становится все труднее представлять себе эти [две] вещи порознь; в конце концов, эта трудность может даже стать непобедимой», и эти два факта (если только не явятся противодействующие контр-ассоциации)⁴⁵ будут представляться «необходимо» связанными между собою.

Милль по поводу этого приводит цитату De Morgan'a, который строит фикцию о существовании во всем человечестве одного только языка. Тогда бы философы были уверены в реальности внутренней связи между вещью и ее именем⁴⁶.

«Никакая частость совпадения двух феноменов не создает неразрешимой ассоциации идей, если контр-ассоциации создавались также в течение всего времени». «Содружества, производные из опыта, несомненно разрешимы посредством достаточной суммы противоположного опыта, но только в тех случаях, кот[орые] мы рассматриваем, никакой противоположный опыт не имел места»⁴⁷.

«Поэтому, значительная доля ошибок мысли происходит от безмолвного предположения; что между предметами природы должен существовать тот же самый порядок, какой существует между нашими идеями об этих предметах, — что, если мы всегда о двух вещах думаем вместе, то эти [две] вещи и существовать должны всегда вместе, — что если одна вещь заставляет нас думать о другой, как о предшествующей ей или следующей за нею, то эта другая вещь и в действительности должна предшествовать первой или следовать за нею; и обратно, что если мы не можем мыслить двух вещей вместе, то они не могут и существовать вместе, и их сочетание, без дальнейшего доказательства, надо признать фактом невозможным»⁴⁸.

«Было время, когда наиболее образованные, наиболее освободившиеся из под власти старинных предрассудков люди не могли поверить в существование антиподов; они были не в состоянии представить себе, в противоречие со старой ассоциацией, чтобы сила тяжести действовала вверх, а не вниз». Ум человека, даже очень развитого, в известную эпоху и в известной среде некоторых фактов представить себе положительно *не может*. А между тем эти факты потом оказываются и мыслимыми и бесспорно доказанными. Что же удивительного, что приобретенную неспособность мыслить известные явления раздельно мы принимаем за естественную, когда ничто не внушает представления, противоречащего данной ассоциации. Конечно, мы можем варьировать в воображении природу; но только постольку, поскольку находим в ней случаи аналогичные, модели. Но как себе представить границу пространства или конец времени, когда у нас нет ни одного опыта, который бы давал образец представлению⁴⁹. Поэтому «единственные законы природы, представляющие достаточные гарантии невозможности их нарушения (и то *только* в пределах действующего сейчас порядка природы и ближайшей к нам области вселенной), — это, во-первых, законы числа и протяжения, господствующие над

законами последовательности явлений и не подверженные влиянию противодействующих причин, и, во-вторых, сам всеобщий закон причинности»⁵⁰.

Перейдем к нашей аксиоме. Истинность ее доказывается впечатлениями самыми ранними; а какие аналогии, какие сходственные факты дают нам возможность представить обратное? А кроме того, умственный образ прямой в геометрии может [быть] объектом опыта так же, как и сама прямая. Значит, стоит нам только подумать о двух прямых, чтобы лишний раз произвести опыт, доказывающий невозможность для них замыкать часть плоскости. — Таким образом «даже небольшое знакомство с законами ассоциаций рассеет ту иллюзию, которая приписывает особую необходимость самым ранним наведениям нашим из опыта и измеряет возможность вещей самих в себе по тому, насколько человек в состоянии представить их себе»⁵¹.

Главный противник Милля, Юэлль, сам приводит целый ряд фактов, показывающих, как сначала бывало немислимо признание какого-ниб[удь] научного факта, а через некоторое время делалось немислимым его отрицание. По поводу первого закона Ньютона Милль замечает:⁵² «...В виду всего этого Юэллю приходится сделать оговорку: необходимые истины суть «те, противоположные которым мы не просто не можем представить себе, а не можем представить себе отчетливо». Пока понятия, входящие в состав того или другого суждения, не сознаются отчетливо, отдельно, до тех пор противоположное ему представить ничто не мешает; но лишь только смысл понятий и суждения уяснен, тогда уже противоположное делается немислимым. Но «я, гов[орит] Милль, несколько иначе описал бы это развитие научного ума. После того, как тот или другой общий закон природы стал достоверным, люди не сразу приобретают способность совершенно легко представлять себе явления природы в том виде, какой им придают эти законы». Привычка мыслить отношение между явлениями таким, каким оно пайдено исследованием, «приобреталась только постепенно. И пока она окончательно не образовалась, новой истине вовсе не приписывают характера необходимости». Но постепенно ум так привыкает к ней, что может мыслить связь явлений *только* в данной форме, как и объясняет теория. Всякое же другое представление необходимо отбрасывается, но не потому, чтобы оно было немислимым, а только в силу [не]существования противоречащих ей фактов. Это достаточно объясняет парадоксальную истину Юэлля, [«] именно, что научно образованный человек, как раз вследствие своей образованности, неспособен представить себе те

предложения, которые обыкновенный человек представляет себе без малейшей трудности»⁵³.

Конечно при образовании теории надо заранее сделать некоторое предположение более или менее объясняющее факты. Но оно вовсе не необходимо и легко даже может оказаться ложным, при проверке. Иначе пришлось бы все истинные теории признать необходимыми и самоочевидными.

V. Аксиомы математики вообще

Вопрос о происхождении геометрических аксиом едва ли может считаться вполне решенным, пока не будет показано, что все аксиомы, даже аксиомы аритмологии⁵⁴ получаются путем индукции, т.е. покуда не будет установлено опытное происхождение *всех* без исключения наших знаний. Ведь если хоть какой-нибудь элемент нашего познания окажется априорным, то таковыми же по аналогии можно [будет] предположить и некоторые другие, следовательно, и геометрические предпосылки, т.к. пока доказана *только* возможность их опытного происхождения.

Не говоря уже о том, что тут борьба трудна сама по себе, она делается еще труднее вследствие нападений двух врагов сразу. Враги эти таковы: чисто вербальная теория математики — номинализм и априоризм⁵⁵. Вот почему очень важно *особо* рассмотреть происхождение аксиом аритмологии.

Номинализм исходит из следующих соображений: 1) При всяком доказательстве, рассуждении мы имеем дело с определенными идеями; в частном случае геометрии при доказательстве мы всегда имеем в голове чертеж. Но при пользовании арифметическими или алгебраическими символами у нас дело не идет ни о каких идеях; в нашем воображении нет ничего, кроме символов, начиная с того момента, как мы символизировали посылки, и кончая тем, когда мы подставляем обратно в результат вещи на место их символов. 2) Если считать предложения этих наук за предложения о вещах, то они превращаются в голые тождества, ничего решительно не дающие⁵⁶.

На основании этих двух соображений номиналисты утверждают, что истины арифметики и алгебры абсолютны именно в силу своей условности. Собственно говоря их нельзя даже считать истинами, т.к. не может быть вопроса об их ложности или истинности. $2 + 1 = 3$ есть не истина, а просто определение числа 3, равносильность двух имен одной и той же вещи. Таким образом, «согласно этому учению, самое длинное алгебраическое рассуждение есть только ряд перемен в способе выражения, — перемен, посредством

которых равнозначные выражения подставляются одно на место другого; это — ряд переводов одного и того же факта с одного языка на другой»⁵⁷.

Но как же номинализм объяснит то обстоятельство, что мы получаем часто в результате нечто совершенно отличное от посылок? Тут он натывается на преграду. На исходные же пункты номинализма Милль отвечает следующее.

[1.] Против первого: на каждой ступени вычисления имеется некоторое *реальное наведение*, но только прикрытое чрезвычайно объемистым характером и вытекающею из этого крайней общностью своего выражения. Ведь всякое число непременно конкретно; отвлеченных чисел нет, т.к. число непременно должно быть числом чего-нибудь. Но с другой стороны, раз числа непременно должны быть числами чего-нибудь, они могут быть числами *чего угодно*. Благодаря этому числовые предложения приложимы ко всем вещам, ко всякого рода бытиям одинаково. «Алгебра ведет это обобщение еще дальше: всякое число представляет собою именно это число — все равно каких вещей; всякий же алгебраический символ делает более того, — он изображает безразлично все числа [»]. Как в геометрии, при доказательстве какой-нибудь теоремы, о треугольнике напр[имер], нам можно вести рассуждение только над одним треугольником, так точно и в алгебре нет надобности, чтобы мы держали в голове все вещи, символом чисел которых служит *a*; даже нет надобности думать о каком-нибудь предмете, т.к. *сам* символ *a* прекрасно может быть вместе с тем и символизируемым предметом. А что мы сознаем буквы, как вещи, что мы знакам приписываем свойства вещей — это очевидно хотя бы из того, что мы применяем к ним аксиомы о величинах. Иначе что бы значило применение «если к равным величинам прибавить равные, то равенство не нарушится [»] etc.? «Все это — свойства не языка, не знаков, как таковых, а величин, [...] вещей [»]. Правда, что при частом употреблении общий язык алгебры становится механическим, не возбуждающим идей; но тем не менее его заключения относятся не к символам, а к вещам»⁵⁸.

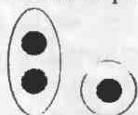
2. По мнению номиналистов арифметические суждения при отнесении их к вещам утверждают только одно: «предметы суть они сами», т.к. 2 камня + 1 камень = 3 камням есть один и тот же факт, но под различными названиями. Но такое предположение, несмотря на свою кажущуюся правдоподобность, не выдерживает критики. 2+1 и 3 действительно выражают одну и ту же совокупность предметов, означают одни и те же вещи; но созначение (содержание) их различно⁵⁹, т.к. различны способы группировки

вещей, различны физические факты. Три камня в одной группе и в двух производят на чувства *различные* впечатления; поэтому утверждение, основанное на очень раннем и постоянном опыте, о возможности из группы, производящей одно впечатление, получить группу, которая бы произвела впечатление иное, не есть тождество.

Такого рода индукции и служат основанием аритмологии, «все основные истины которой опираются на очевидность ощущений». На этом основаны между прочим усовершенствованные, конкретные методы обучения детей арифметике. Можно арифметическое суждение $2+1=3$ называть определением. Но это не будет логическое определение; точно так же, как и в геометрии выводные истины получаются [здесь] не из тождества двух имен, а из скрытого утверждения о фактах, именно, что группа предметов



может быть разделена на 2 группы:



Таким образом и тут, и в этом последнем приближении априористов, мы утвердили, что предпосылки дедуктивных наук являются обобщениями из опыта. Остается только показать, что и в науке о числах эти предпосылки гипотетичны⁶⁰.

Наведения в арифметике бывают двух родов: 1) определения в несобственном смысле и 2) две аксиомы: «суммы или разности равных величин равны между собою»⁶¹. Казалось бы, что эти аксиомы, равно как и определения, не приближенные истины, считаемые, а безусловно точны[е] в действительности⁶²; поэтому по-видимому и наука о числах должна была бы составлять исключение из других выводных наук в том отношении, что категорическая достоверность ее доказательств не зависит ни от какой гипотезы.

Однако на самом деле гипотетический элемент есть: есть условие, принятое, как допущение, и истинность условия этого не только проблематична⁶³, но [это условие] и заведомо ложно. Ведь при всяком вычислении предполагается заранее, что $1=1$, что все числа суть числа одних и тех же равных единиц. Почему мы знаем, в самом деле, что 1 [фунт] да 1 фунт будут двумя, если не удостоверились опытом или не предположили, что оба фунта аптекарские или оба торговые⁶⁴. Да и никогда один эталон не бывает

абсолютно равен другому эталону той же системы, и арифметика вследствие этого делается наукой столь же приблизительной, как и геометрия. Достоверность у истин арифметики безусловно есть, но только пока дело идет исключительно о числе, как таковом, о числе, не служащем мерою количества. Но что же это за число?⁶⁵

VI. Дедукция

Теперь, когда основоположения геометрии рассмотрены, необходимо исследовать, каким путем выводится из них «система необходимых истин», и действительно ли выведение строго необходимо.

«Каждая геометрическая теорема, гласит наиболее распространенное мнение, есть продукт целой цепи, целого ряда силлогизмов, своим концом упирающегося в предпосылки геометрии — аксиомы и определения. Каждый же силлогизм есть разворачивание содержания большей посылки. Значит, и вся геометрия есть ни что иное, как раскрывшиеся аксиомы и определения. Как китайские фигурки, положенные в воду, начинают расправляться и обращаются из бесформенного куска либо в бабочку, либо в ветку и т.д., так же и расчленение основоположений геометрии даст эту науку»⁶⁶.

Так ли это? Вся трудность заключается в том, чтобы показать, как целая наука может заключаться в нескольких определениях и аксиомах. Итак, представляет ли силлогистический процесс, или рассуждение от общего к частному, вообще какое бы то ни было умозаключение? Есть ли в нем переход от известного к неизвестному, к тому, чего мы ранее не знали? Нет. Такой ответ единодушно дали все логики. Силлогизм неправилен, если в заключении появляется что-нибудь, кроме того, что было дано в посылках. Но в таком случае, если силлогизм действительно есть только доказательство заключения, то в нем содержится *petitio principii*⁶⁷. Так, когда мы говорим:

«Все люди смертны

Сократ человек

∴ Сократ смертен [»],

то противники силлогистической теории правы неопровержимо, утверждая, что предложение «Сократ смертен» уже предполагается в более общем утверждении «все люди смертны». Да и в самом деле, как мы можем утверждать что-нибудь о смертности «всех» людей, не осведомившись заранее о смертности одного из людей — Сократа?⁶⁸

Если это так, то за силлогизмом остается только значение ловушки, западни для споров; заставить кого-нибудь опрометчиво

согласиться на большую посылку и воспользоваться этим для своих целей — вот единственное его применение. — А между тем большая часть наших знаний получается именно путем силлогизма; силлогизм постоянно употреблялся и употребляется. Получается какое-то странное противоречие: с одной стороны силлогизм найден чрезвычайно полезным, а с другой оказывается, что он пригоден только для эристики, да и то с невнимательными противниками.

Выход из этого противоречия есть, но только один. Вывод «Сократ смертен» есть, очевидно, результат умозаключения; пока мы не построили силлогизма мы об этом *не* знали. Но получается ли он из большей посылки? *Нет*, ибо в таком случае он сводился бы на *petitio principii*. «Ошибка состоит здесь, [говорит Милль,] по моему мнению, в том, что не обращают внимания на различие между двумя частями процесса философского мышления: между самым умозаключением и регистрацией, записью его, и в том, что последней приписывают функции первого»⁶⁹.

Все общие истины, представляя собою *только* совокупность частных, могут быть обратно на них разложены. Но они — не просто сокращенная форма для запоминания того, что мы наблюдаем, но и некоторое умозаключение. Мы заключаем от одного частного случая к другому и таким образом имеем право прикладывать к нашим индивидуальным наблюдениям еще и индивидуальные умозаключения о возможных будущих случаях. Все это — будучи затем сжато, спрессовано в компактную массу и составит «общую мысль». Только на основании смерти *A, B, C, ...* мы можем заключать о возможной смерти какого-нибудь *N*, и о смерти всех людей. Но умозаключение, как такое, имеет место вовсе *не* при переходе ото всех людей к *N*, т.к. мы *уже* сделали его, сказавши «все люди смертны»⁷⁰.

«Я не могу понять, гов[орит] Милль, почему нельзя перебраться из одного места в другое иначе, как «взобравшись на холм и затем опять с него спустившись». Быть может это дорога наиболее безопасная; быть может, на вершине холма можно найти удобное место для отдыха, господствующее над всею окрестностью. Но в смысле просто достижения цели путешествия, выбор этой дороги совершенно произволен; предпочтение той или другой из них — это вопрос времени, удобства и большей или меньшей безопасности. — Мы не только можем умозаключать от частного к частному, не переходя через общес, но и постоянно так умозаключаем. Таким характером отличаются все самые ранние наши умозаключения»⁷¹.

Дети, животные, да и взрослые люди очень часто умозаклучают от частного к частному; особенно это заметно на людях приобретших эмпирический навык, на практических умах, а также на безыскусственной деятельности талантов и выдающихся людей, когда они пользуются необобщенными аналогиями (бессознательное творчество)⁷².

Когда мы доказываем теорему, то вовсе мы не исходим из определения; нам безразлично, равны или не равны радиусы в кругах вообще: нам надо только знать, что у данной фигуры, независимо от ее названия, радиусы равны между собою. Исходя из этого факта мы доказываем свою теорему, но доказываем только *один* частный случай. Но процесс доказательства, если рассмотреть его природу, допускает повторение еще неопределенное количество раз в других случаях при таких же условиях. Определения же и аксиомы просто служат «заметками относительно того, какие предположения считали мы себя в праве делать», «сокращенными, как бы на лету записанными, стенографическими заметками относительно тех частных фактов, которые мы в соответствующем случае считаем себя в праве принимать за доказанные или которые мы намерены предположить». Мы при доказательстве основываемся вовсе не на этих общих предположениях, а на соответствующих частных; доказательство вытекает не из них, а только *сообразно* с ними. А т.к. тот доказываемый частный случай, кот[орый] мы выбрали, служит представителем, образчиком целого ряда фактов, то мы и не принимаем во внимание его специфических свойств, а стало быть имеем право потом распространять полученные результаты на весь класс. — Мы делаем вывод не из большей посылки, а только сообразно с нею из тех частных случаев, из которых и она сама получилась. Но все эти факты помнить нет возможности; и вот мы пользуемся своими заметками, узнаем, какие предположения тогда мы считали себя в праве делать и, не желая противоречить собственному же решению, выводим из реальных фактов заключение, сообразное с аксиомой или определением. Таким образом умозаклучение из общих положений сводится к *наведению*⁷³.

Хотя нет никакой необходимости умозаклучать от частных фактов к общему, а потом снова к частному, но тем не менее такое обобщение возможно: «опыт, оправдывающий сдипичное предсказание, должен оправдывать и общее положение». Мы уже видели, что предварительное обобщение само по себе не увеличивает точности заключения. А между тем оно часто употребляется. Почему? На это [есть] две причины: 1) общее предположение, представляясь чем-то более важным, крупным, заставляет обратить при своем

образовании более внимания, более осторожности. 2) Под влиянием какого-нибудь интереса при доказательстве от частного к частному мы легко можем поддаться небрежности, принять недостаточное доказательство за достаточное. А при предварительном обобщении нам придется принимать во внимание большее количество фактов, а кроме того, не предвидя заранее, к чему поведет вывод из обобщения, можем обобщать хладнокровно. Итак, значение силлогистической формы и правил правильного ее применения в том, что они дают образец, по которому мы должны рассуждать в случае сомнения в их правильности, в применении силлогизма, как способа проверки данного доказательства, кроме того он дает возможность держать свои наблюдения в удобной и пригодной для употребления форме⁷⁴.

В сущности говоря, всеобщий тип умозаключений может быть разложен на следующие элементы: «известные индивидуумы $A, B, C, \dots$ обладающие данным признаком α . Один или несколько индивидуумов $K, L, M, \dots$ похожи на первых в каких-либо других свойствах $\beta, \gamma, \delta, \dots$. Следовательно, они похожи на них и в данном свойстве α ». [«] Таким образом все процессы мышления [...] можно назвать «наведениями» или «индукциями» [»]⁷⁵. Как заключение, так и большую посылку равно выводят из реальных фактов, т.к. «меньшая посылка всегда утверждает сходство между новыми случаями и теми или другими из прежде известных; большая же указывает на нечто такое, что мы нашли истинным в этих известных случаях и что мы поэтому считаем себя в праве принять за истинное во всяком другом случае, сходном с прежними в некоторых определенных отношениях»⁷⁶. Если же имеются цепи умозаключений, то и там нужно новое наведение при присоединении каждого нового звена к цепи.

VII. Общие заключения

«Рассматривая [...] природу очевидности в тех дедуктивных науках, которые обыкновенно считают системами необходимых истин, мы пришли к следующему заключению. Выводы в этих науках действительно необходимы — в том смысле, что они необходимо вытекают из известных первых принципов, или основных положений, обыкновенно называемых аксиомами и определениями; иначе говоря, выводы эти несомненно истинны, раз истинны эти аксиомы и определения». [«] Притязания же на необходимость в каком-либо смысле помимо достоверности, на какую-либо очевидность, независимую от наблюдения и опыта и стоящую выше их, должны основываться на предварительном установлении прав на

такую очевидность для самих определений и аксиом». Аксиомы же «дедуктивных» или «демонстративных» наук оказались опытными истинами, наиболее простыми, легкими и общими обобщениями из фактов, доставляемых чувствами или внутренним сознанием. Определения же оказались обобщениями из опыта, строго говоря даже не истинными⁷⁷.

«Из этих соображений ясно, что «дедуктивные» [...] науки — все без исключений суть науки индуктивные. Их доказательность основывается на опыте. Но, вместе с тем, они — по характеру некоторой необходимой части тех общих формул, согласно которым построены в них наведения, — суть науки гипотетические. Их заключения истинны лишь при известных предположениях, представляющих собою (или долженствующих представлять) приближения к истине, и лишь редко (если только вообще когда-нибудь) точные истины. Этому гипотетическому характеру их и надо приписать ту особую достоверность, которая приписывается доказательствам в этих науках»⁷⁸.

Но если основанием всех наук служит наведение, то в чем особая достоверность математики? Почему выражением «математическая точность» характеризуют высшую степень достижимой для разума точности? Почему математику характеризуют как «систему необходимых истин»? Эта необходимость истин математики, достоверность ее выводов есть *не более, как иллюзия*⁷⁹.

Таково заключение Милля; но мне кажется, если строже отнестись к его результатам, то мы выведем нечто еще более радикальное, т.к. Милль упустил из виду только вероятное, но [не] необходимое заключение всякой индукции. В сущности говоря, с точки зрения Милля, определение математики надо дать примерно такое: «математика есть индуктивная наука, которая, на основании неправильно наблюдаемых и заведомо ложных фактов, помощью вывода весьма проблематичной строгости, дает ряд «необходимых истин», необходимость которых чисто субъективная, психологическая, а никак не логическая».

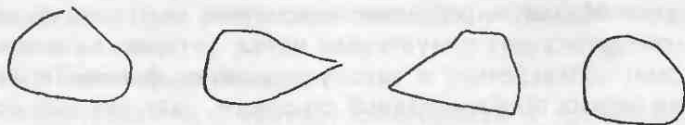
VIII. Критика⁸⁰

Я не имю достаточно знаний, чтобы браться за самостоятельную критику по существу учения Милля; но мне показалось небезынтересным указать на некоторые из возражений, делавшихся этому учению двумя — тремя писателями. Проследим рассуждения Милля по порядку.

Но предварительно скажу несколько слов по вопросу, который, впрочем, лишь косвенно касается моей темы.

Лица, утверждающие об относительности всякого познания, обыкновенно ссылаются на исследования Лобачевского: «математика, гов[орят] они, была единственной наукой, в которой можно было еще признавать *verites aeternae*⁸¹. А вот и математика оказалась такой же не абсолютной, как и все». Но, как указывал в прошлый раз Лев Михайлович, самая постановка возражения совершенно неправильна. На Лобачевского взваливают то, чего он и не думал делать; вот, напр[имер], что он говорит сам: [оставлено место для цитаты]⁸². Нет [сомнения] (да, кажется, [и] не возбуждалось серьезного сомнения), что эвклидовское пространство мыслимо без противоречий; а раз так, то *для него* 11 постулат надо признать безотносительным. Точно также мыслимо *и* пространство Лобачевского, в кот[ором] *этот* постулат места уже не имеет. У него свои свойства, свои постулаты. Значит и та, и другая геометрия вполне истинны; одна вовсе не исключает другой. Является только вопрос, в какой из них надо понимать мир опыта. Но тот или другой ответ на этот вопрос не может поколебать истинности одной из них.

На чем основано всякое опытное знание, как понимают его эмпирики? Прежде всего, конечно, на точном и беспристрастном наблюдении действительности, фактов; только потому опытное знание⁸³ с этой точки зрения, и достоверно и даже возможно. Есть ли⁸³ это в геометрии, по мнению Милля? Нет: он все время утверждает, что наши определения получаются как результат искажения, преувеличения действительности. Является вопрос, беспристрастно ли оно? Нет, оно *не* беспристрастно. Действительность можно преувеличить, исказить и в одном, и в другом, и в третьем направлении. Какой-нибудь ряд неопределенных фигур вроде



можно исказить и в круг, и в треугольник, etc. А в сущности говоря более или менее таковы *все* существующие в опыте фигуры. Итак, в геометрическом опыте нет ни точного наблюдения, ни беспристрастия. Хороша же опытная наука, основанная на преднамеренной подтасовке фактов! Хороша индукция, достоверность которой основывается на искажениях в данных опыта — истина, как результат системы лжи. Чтобы спасти свою излюбленную теорию от такого очевидного вывода, Милль многократно напирает на то, что математика есть знание гипотетическое. Итак, математика есть наука индуктивная и гипотетическая. Но при этом забывается, что оба

определения взаимно исключают одно другое; знание гипотетическое будет всегда дедуктивным, [зач.: поскольку дедукция основывается на данных, взятых] но никак *не* индуктивным и не опытным. Знание же индуктивное, исходящее из точно наблюдаемых фактов, не есть и не может быть знанием гипотетическим, а всегда будет «ассерторическим», если только так можно сказать. Конечно, после всякой дедукции бывает опытная проверка результатов дедукции; но эта проверка, этот опытный момент есть суд над дедукцией, оценка ее, в результате которой должно явиться категорическое заключение, а никак *не* часть гипотетического процесса. Да и то в данном случае суд происходит не над математикой, как таковой, а над ее правоспособностью быть применяемой к природе, к предметам опыта. Но никакая опытная проверка не может лишить [зач.: математику] геометрию ее собственного значения и содержания по той простой причине, что «ее царство не от мира сего». Царство ее не искажения природы, а свой особый мир чисто идеальных построений, мир существующий по крайней мере в наших мыслях, чего не допускает Милль. Он, как выражается Ланге, [«] постоянно имеет перед глазами призрак старых врожденных идей и платоновских откровений из сверхчувственного мира, который так долго господствовал в метафизике, и связь которого с самыми злокачественными туманностями способна, конечно, раздражать трезвого, враждебного всякой мистике противника»⁸⁴. Результатом этих постоянных опасений явилось падение в объятия «подчищенного номинализма»⁸⁵. Вследствие такой номиналистической точки зрения Милль начинает считать точными синонимами слова «представлять, созерцать, мыслить». Непредставимая чувственно математическая линия превращается у него в немыслимую; невозможность представить себе идеальный круг он отождествляет с невозможностью создать себе умственный образ такой фигуры.

Что же собственно явилось [зач.: причиной] поводом, к такому воззрению⁸⁶ на природу объектов геометрии? Мне кажется — неправильное понимание определения и его значения. Миллю все представляется, что объекты непременно должны быть даваемы извне. Поэтому-то и выходит у него, что определение есть анализ идеи, разложение ее на составляющие признаки, анализ, соединенный с постулатом существования этой идеи. Но, даже не предпринимая вопроса ни в ту, ни в другую сторону, необходимо заметить следующее: а что, если объекты геометрии не даются нам извне, а мы сами их строим. Все равно, станем ли мы на точку зрения Платона, что мы постепенно припоминаем идею, или Декарта, что она, будучи врожденной, развивается и проявляется

постепенно по поводу толчка, даваемого опытом, или, наконец, Капта, что мы из собственных элементов конструируем объект геометрии, — все равно при таком понимании дела определение уже не будет анализом, а будет синтезом, конструкцией, вовсе не соединенной с постулатом существования, ибо постулировать-то нечего, раз мы говорим, что производим, творим идею. Этого-то вопроса Милль не задал себе, а просто решил, что определение наверно есть апализ.

Если геометрия действительно может основываться на опыте созерцания в воображении, так как эти образы совпадают с действительностью, то почему, напр[имер], опыт в воображении над цветами не может создать науки более точной, чем геометрия: ведь цвет в воображении вполне совпадает с цветом в восприятии. Да, наконец, зачем пользоваться фотографическим снимком действительности и, испортив его, [зач.: наблюдать] изучать, вместо того, чтобы наблюдать саму неискаженную действительность. Чичерин остроумно сравнивает миллевского геометра с зоологом, который бы вместо организмов стал изучать их уродливые абрисы и наброски⁸⁷.

Далее можно возразить следующее: не геометрические формы подходят более или менее к существующим в природе, что утверждает Милль, а как раз наоборот; природа со своими формами и соотношениями приближается к идеальным. Иначе нельзя было бы решить, к чему именно, к какому кругу именно подходит круг геометрический. К самому неопределенному? Самому бесформенному? Нечто законченное служит пределом незаконченного, а не наоборот. Если бы идея круга получалась из эмпирических кругов, то не могло бы произойти скачка. Идеальный круг в лучшем случае имел бы радиусы равными лишь настолько, насколько они равны у среднего из эмпирических⁸⁸.

Итак, геометрический круг у Милля есть нечто вроде коллективной фотографии, получаемой печатанием в одном и том же месте фотографической бумаги нескольких негативов. Это, так сказать, среднее арифметическое многих измерений. А на самом деле он есть не среднее арифметическое, — а предел, идеальный образ, подобный художественному типу: какое-ниб[удь] скульптурное произведение стремится наиболее близко подойти к идеалу красоты человека, а никак и не изображает «средний» результат антропометрии. Искусство, как и геометрия, имеет объектом не наиболее частое, а наиболее редкое.

Защита Миллем «индуктивного» происхождения аксиом на основании внутреннего «опыта» воображения есть в сущности говоря не более, как злоупотребление словами «опыт», «индукция».

Индукция применима для установления связей между несколькими признаками, если связь эта не открывается сразу. Но для индукции необходимо *сопоставление многих* однородных фактов, результатом чего является *фактическая наличность* связи. В «опыте» воображения нет, во-первых, многих фактов, а есть только один «факт» каждого рода; а раз нет множественности фактов, не может и быть никаких сопоставлений. Где же тогда индукция? Опыт в воображении оказывается простой интуицией. Это-то и заставляет Ланге утверждать, что у Милля мысли де кантовские, да выражены только не по кантовски⁸⁹.

В частном случае, в применении к разбираемой аксиоме, получающейся при помощи «метода сопутствующих изменений», как утверждает Милль, надо заметить, что он им может показать (да и показывает) только одно: способность заключать часть плоскости для двух прямых линий есть некоторая убывающая функция от степени их прямизны. Да, опыт это показывает, но он вовсе не показывает, какова эта функция, так что *нет* оснований предполагать, что при идеальной прямизне линий они вовсе не будут заключать части плоскости. Весьма вероятно, что будут заключать, но только весьма небольшую.

Милль говорит, что мы из *опыта* знаем о возможности замещения реального опыта опытом в воображении. Но мы знаем об этом только постольку, поскольку мы имеем дело в фантазии с конечными прямыми; что же касается до бесконечных, то мы *не* можем узнать из *опыта* о возможности такой замены. «Итак, в самой возможности (Лопатин) возмещать опыт реальный опытом мысленным лежит уже ясное доказательство *не* индуктивного происхождения математических истин»⁹⁰. Да кроме того мы не только не знаем, можно ли замещать опыт реальный опытом в фантазии, но, наоборот, знаем, что такой замены производить нельзя: в природе нет объектов геометрии и геометру, как таковому, нет дела до того, применимы или нет найденные им результаты к опытному миру. Поэтому геометрия возможна только при существовании мыслимых объектов; то, что Милль называет «заменою» не только возможно, но и необходимо; но это не есть замена.

Есть целый ряд открытий, которые, при первом знакомстве с ними, как-то ошеломляют. (Таково, напр[имер], открытие, что мысль *есть* движение материи). Потом начинаешь как-то смутно чувствовать, что что-то тут неладно; но в чем дело, сразу открыть не удастся. Дело в том, что эти открытия, основанные на отождествлении заведомо разнящегося, импонируют своею смелостью, своею стремительной парадоксальностью. Мне кажется, к числу

них надо отнести и утверждение Милля, что аксиомы — это неразрывные ассоциации. Почему так? Очень просто. У нас существуют и ассоциации и аксиомы, один из видов суждения вообще; притом мы прекрасно видим, что одно ассоциации, другое — суждения⁹¹. Всякая ассоциация, как таковая, прежде всего есть некоторое произвольное связывание идей. В ней одна идея *зацепляется* за другую, причем мы никогда не можем дать себе отчета, почему, *по какому разумному основанию*, привязалась к данной идее именно эта, а не другая. Тут все дело зависит от самых разнообразных условий: обстановки, настроения, даже чисто физиологического [над последним словом надписан вар.: соматического] самочувствия. Ассоциация так и остается связью двух идей; она не может быть ни ложной, ни истинной, т.к. в ней ничего не утверждается; одна идея просто всплывает после другой на поверхность сознания. Другое дело — суждение. Тут идеи не связываются друг с другом, а органически вырастают друг из друга, причем мы сознаем свою активность, свою энергию, растящую этот организм. Тогда как при ассоциации я, думая о Милле, вдруг вспоминаю синюю обложку Геффдинга, и респектильно не могу сказать, *зачем* я вспомнил именно это, а не что-либо иное, при акте суждения я хочу и сознательно выращиваю тот организм, а не другой. Эта органичность суждений и, следоват[ельно], приспособленность к известной цели яснее всего видна на том разряде суждений, который возник ранее всего (по Овсяннику-Куликовскому)⁹², именно на суждениях аналитических, где предикат как бы орган, продукт дифференциации субъекта, а не простое последование за подлежащим, явившееся совершенно случайно.

Таким образом, не говоря о том, что ассоциации не аксиомы и наоборот, что предмет математики *не* чувственно вообразимые элементы восприятия, способные соединяться в ассоциации, а всеобщие количественные свойства, не говоря обо всем этом, надо признать следующее: нелепость Милль считает тождественной с непредставимостью, т.е. нелепость логическую, внутреннюю приравливает нелепости фактической, т.е. невозможности совместить идеи, невозможности считать данное соединение реальным. Математика же, не занимаясь фактическими связями идей, конечно не может и считаться с критерием фактической нелепости и говорить о нем совершенно неуместно. Примером этого могут служить хотя бы какие-нибудь исследования о многомерном пространстве etc., где объекты исследования совершенно непредставимы, но тем не менее прекрасно могут быть мыслимы. Точно так же непредставимы бесконечно удаленные точки, линии etc.,

которыми мы постоянно пользуемся. Даже можно сказать, что простые исследования весьма запутанных пространственных отношений довольно неудобопредставимы. Исходя из той мысли, что мы имеем в истории науки целый ряд положений, которые считались немислимыми (фактически, т.е. непредставимыми), он заключает из этого, что немислимость (логическая) не есть критерий невозможности. Но если это было бы так, то все труды Милля пропали даром: ведь это значит, что он отказывается от логических законов. А где уж тут толковать о каких-то аксиомах, о каких-то геометрических понятиях. Да и толковать-то нельзя, а можно просто говорить.

Как одно нанизывание представлений даст необходимую истину? Все равно, объяснять ли это *способностью* ассоциировать представления (ибо сами представления, как нечто пассивное и не существующее независимо, ни к каким связям от себя не способны), либо чем иным, но аподиктическая форма утверждения необходимо требует привнесения *чего-то* со стороны представляющего⁹³. Да, одно представление по таким-то и таким-то законам сцепляется с другим, так сказать приклеивается к нему, зацепляется за какие-то крючки. Но это происходит в силу известной способности представляющего; многократность опыта есть только *условие* для неразрывности ассоциации. Теперь уже ассоциационные связи не представляются нам в виде из цепи звеньев продетых друг в друга, а скорее рядом кусочков мягкого железа, слипшихся под влиянием магнитной индукции; удалите магнит, пусть перестанет действовать его *сила*, и кусочки распадутся в хаотическое состояние. А раз это так, раз ум *ne tabula rasa*⁹⁴, не имеющая абсолютно ничего собственного, то «именно здесь скорее находится самый слабый пункт всего эмпиризма (Ланге). Именно, как скоро будет доказано, что наше сознание *необходимости* известных познаний *связано* с нашим взглядом на *природу познавательной способности*, то главный пункт решается окончательно против одностороннего эмпиризма, сколько бы ни сделано было ошибок [в] том, что известное положение выводится из природы познавательной способности». Ланге поясняет это сравнением: положим, гов[орит] он, я вижу, что контрастирующие цвета имеют особую живость. Возможны *предположения* о всеобщности этого явления, но *не* знание. Но если мы открываем, что явление это происходит от свойства воспринимающего глаза, то можем с уверенностью сказать, что так будет всегда⁹⁵.

[Зач.: Число] Счет по мнению Милля есть физическое соединение предметов в группу, а не чисто умственный акт подведения всякого количества под известную пустую форму, относящуюся

безразлично ко всякому содержанию и представляющую как бы синтез опять-таки чисто умственных понятий единства и множества. Определяя число, как «отвлеченную пустую форму различия», Джевонс весьма тонко показывает, что все законы числа только известное развитие законов логики⁹⁶; правда и эти последние по Миллю происходят из опыта; но во всяком случае тут вопрос о математике переносится в совсем другую область.

Почему, с точки зрения Милля, мы можем знать о [зач.: сче-те] числе того, что не может быть собрано в кучу, либо вследствие затруднительности, либо потому, что оно существует только как отвлеченное понятие или же существует просто только в мыслях? Как, напр[имер], собрать в кучу планеты, или прошедшие года. Ведь *irreparabile tempus fugit*⁹⁷, и прошедшего не воротишь. Наконец, мы считаем не предметы, как таковые, ибо в своей индивидуальности они и качественно различны, а считаем их, как понятия вещей вообще, качественно подобных. Как, напр[имер], можно складывать стол и кафедру? Мы можем сложить их не как стол и кафедру, а как известные однородные понятия, но никак не конкретные предметы. Раз в основании числа лежит единица, некоторая схема единства и различия, то счет не может быть опытного происхождения. Между тем Милль даже не потрудился показать, как бы идея единицы могла возникнуть из опыта⁹⁸.

Аксиомы получаются путем индукции из опыта; но ведь сама индукция для своей правоспособности непременно требует существования аксиомы единообразия законов природы; а эта аксиома, по Миллю, получается из опыта путем индукции. Мне кажется, тут ясный *circulus*⁹⁹ и можно еще раз повторить слова Геффдинга: «Рвение, с которым Милль старался искоренить все априорные начала, завело его без сомнения слишком далеко»¹⁰⁰.

Милль думает, что его теория силлогизма, умозаключения от частного к частному *сообразно* с большей посылкой, есть единственный выход из признания за всяким силлогизмом *petitio principii*. Но поскольку одна голая индукция может дать только вероятный, но не необходимый результат, постольку и силлогизм, сводящийся на индукцию, с точки зрения Милля не дает всеобщих и необходимых заключений. А между тем он тут сделал, как указывает Лев Михайлович, важную ошибку: действительно, как это думали прежде, умозаключение выводится из большей посылки, а не только сообразно с нею. Но большая посылка утверждает не присущность всем предметам данного класса известного признака, а о необходимой связи между двумя признаками или же комплексами их. Если же абстрактную форму мы заменяем конкретной, то

это дело просто удобства: на самом же деле нам вовсе нет надобности думать о том или другом предмете, напр[имер] человеке. Силлогизм может быть выражен вот в какой форме:

«Признак α связан с признаком β .

Данный предмет А обладает признаком α .

∴ Значит, он обладает и признаком β »¹⁰¹.

Итак, по утверждению Милля, геометрия есть индуктивная наука, т.е. такая наука, которая при помощи индуктивного метода устанавливает законы сосуществования и последовательности явлений. Я уже приводил несколько возражений относительно того, что она получается индуктивным методом. Теперь вкратце изложу взгляды Льва Михайловича на то, занята ли она законами сосуществования и последовательности явлений. 1) Математика вообще не изучает явлений реального мира, а имеет дело с идеальными построениями. Об этом уже было [сказано]. А стало быть она не может заниматься и законами их сосуществования и последовательности. 2) Но может быть она занимается законами сосуществования и последовательности своих собственных элементов? Нет, т.к. ее дело [-] изучение сходств и различий в области явлений количественного изменения, т.е. равенства и неравенства, отношения между величинами. В ней, правда, есть и сосуществование и последовательность, но тем она и отличается от индуктивных наук, что в ней данным является то, что там [-] целью, задачей¹⁰².

Миллевская теория силлогизма заставляет думать, что вывод сообразно большей посылке только более или менее вероятен, но вовсе не необходим; но если это так, то постоянное утверждение Милля, что математические истины «необходимы» только в том смысле, что они *необходимо* вытекают из [зач.: фактов] данных постулатов совершенно теряет смысл: математика, исходя из обобщений опыта, выводит из них но не необходимые следствия.

«Итак, гов[орит] Геффдинг, попытку Милля провести эмпиризм и серьезно примкнуть к учению о *tabula rasa* нельзя признать удавшейся. Но, решившись сделать эту попытку, он пролил свои остроумными исследованиями, захватывающими весьма различные области, яркий свет на природу нашего познания. На самую попытку можно смотреть, как на *pendant*¹⁰³ к диалектической методе Гегеля: в то время, как Гегель хотел разгадать истину путем [самораскрытия] чистого мышления, Милль старался открыть ее путем сопоставления *самостоятельных* представлений, воспринимаемых извне»¹⁰⁴.

Позволю себе закончить словами Льва Михайловича: «скептицизм есть сомнение в познавательных силах человека, но он не

содержит необходимого отрицания объективной действительности. Истинный эмпиризм, как мы видели, идет далее; мирозерцание этой странной и в чистой [своей] форме еще небывалой философии всего справедливее нужно назвать *абсолютным нигилизмом*, конечно, разумея этот термин лишь в философском, а не политическом смысле»¹⁰⁵.

Москва 19²⁰/₁₁ 01

П. Флоренский

Примечания

Реферат П. А. Флоренского «Учение Милля об индуктивном происхождении геометрических понятий» представляет собой рукописный текст, занимающий 93 страницы общей тетради, на титульном листе которой значится: «Рефераты для семинариев. П. Флоренский» и в правом нижнем углу: «Москва 19²⁰/₁₁ 01». После интересующего нас реферата в тетради имеется еще одно заглавие: «О символах бесконечности (Очерк идей Г. Кантора)», однако, текст соответствующей работы Флоренского в данной тетради отсутствует, оставшиеся страницы чистые. Реферат состоит из восьми глав, причем лишь в последней разбиение текста на абзацы проводится достаточно систематически. Разделение на абзацы текста других глав осуществлено нами. Расшифровка сокращений, пояснительные слова, наиболее интересные из зачеркнутых вариантов, а также все прочие вставки принадлежащие нам заключены в квадратные скобки. Не оговариваются специально лишь изменения, связанные с переходом к современной орфографии, а также явные опiski. В цитатах пунктуация приведена в соответствие с источником цитирования, прочие отклонения от источника оговариваются в примечаниях. Выделения в тексте соответствуют подчеркиванию в рукописи. В некоторых местах на полях тетради имеются приписки Флоренского, они приводятся нами в примечаниях к соответствующим местам текста.

В своем реферате Флоренский, за редким исключением, не указывает те произведения, которыми он пользовался при написании работы. Не указаны даже источники приводимых им многочисленных цитат. В примечаниях мы по мере возможности стремились восполнить этот пробел.

Реферат посвящен разбору взглядов Джона Стюарта Милля (John Stuart Mill, 1806 – 1873), английского логика и философа, одного из самых известных и влиятельных представителей так называемого первого позитивизма.

В содержащую реферат тетрадь вложен небольшой листочек, со следующей выпиской, сделанной рукою Флоренского:

«Ж. М. Н. П.

Каринский. Разбор мнения Милля о постулатах геометрии. 1897, ч. 309, январь, отд. II, стр. 292 – 340

НВ: к работе моей о Милле.

Р. И. Киричинский. Принципы механики (истор. крит. очерк). 1895,

ч. 297, февраль, II, стр. 272 – 297;

ч. 298, март, II, стр. 41 – 99».

Имеются в виду следующие статьи: *Каринский М. И.* Разбор мнения Милля о постулатах геометрического знания, подразумевающихся при геометрических дефинициях // Журнал министерства народного просвещения. Часть СССIX [309]. 1897. Февраль [№2]. СПб.: Тип. В. С. Балашева и К°, 1897. Отд. 2. С. 292 – 340. *Киричинский Р. И.* Принципы механики (Историко-критический очерк) // Журнал министерства народного просвещения. Часть ССХCVII [297]. 1895. Февраль [№2]. Отд. 2.

С. 372–405. Часть ССХСVIII [298]. 1895. Март [№3]. Отд. 2. С. 41–99. Статья Киричинского не имеет отношения к теме реферата, а статья логика и философа Михаила Ивановича Каринского (1840–1917), по всей видимости, не была известна Флоренскому во время написания его работы. Скорее всего, выписка была сделана позднее, в ходе просмотра «Журнала министерства народного просвещения», и попала в тетрадь по причине самого прямого отношения статьи Каринского к теме реферата.

В плане собрания своих сочинений, относящихся к 1919 г., Флоренский, в составе т. IX (Из истории новой философии), поместил: «Милль – о математике (+++)». Пометка «три плюса» означает, что работа была уже готова (Флоренский П. А. Собр. соч. в 4-х томах. Т. 1. М.: Мысль, 1994. С. 701–702). Очень вероятно, что речь идет о публикуемом нами реферате. Несмотря на узнанную пометку, реферат, скорее всего, планировалось существенно доработать.

¹ На полях рукописи: «Прочитано на семинаре по психологии у Л. М. Лопатина 16-го и 22-го февраля 1901 года». Имеется в виду Лев Михайлович Лопатин (1855–1920), психолог и философ, профессор историко-филологического факультета Московского ун-та.

² См.: Лопатин Л. М. Положительные задачи философии. Часть вторая. Закон причинной связи, как основа умозрительного знания действительности. М.: Тип. Э. Лисснера и Ю. Романа, 1891. С. 56. Слова в круглых скобках добавлены Флоренским и указывают на тех мыслителей, чьи высказывания Л. М. Лопатин приводит на с. 54–56.

³ Там же, с. 58.

⁴ Там же, с. 59.

⁵ Имеется в виду Гаральд Геффдинг (H. Höffding, 1843–1931), датский философ и историк философии, профессор Копенгагенского ун-та. См.: Геффдинг Г. История новейшей философии. Очерк истории философии от Канта до наших дней. Пер. с нем. СПб.: Типо-лит. Б. М. Вольфа (Изд. редакции журнала «Образование»), 1900. С. 361. В работе Геффдинга раздел «Б» кн. III озаглавлен: «Джон Стюарт Милль и возрождение английской философии в XIX веке». Обсуждению индуктивной логики посвящены с. 356–367 этого раздела.

⁶ См.: Милль Дж. Ст. Система логики силлогистической и индуктивной. Изложение принципов доказательства в связи с методами научного исследования. Пер. с англ. под ред. приват-доцента Имп. Моск. ун-та В. Н. Иванова. М.: Издание магазина «Книжное Дело», 1899 (1900). Введение, пар. 4, с. 4.

⁷ Имеется в виду английский психолог Александр Бэн (A. Bain, 1818–1903), друг и ученик Дж. Ст. Милля. Теорию происхождения идеи пространства по-Бэну см.: Бэн А. Психология. Пер. с англ. [А. М.-в]. СПб.: Тип. Дома призрения малолетних бедных, 1881. (Или: Второе дополненное издание. СПб.: Тип. «Петербург. газеты», 1887. Нумерация страниц в обоих изданиях совпадает. Имеется также новейшее переиздание: Основные направления психологии в классических трудах. Ассоциативная психология. Г. Эббингауз. Очерк психологии. А. Бэн. Психология. М.: ООО «Издательство АСТ-ЛТД», 1998. С. 209–511). Гл. I, пар. 13 (с. 27–28); гл. II, Чувство осязания, пар. 6 (с. 53–56); гл. II, Чувство зрения, пар. 6 (с. 70–75). Какая-либо собственная теория Дж. Ст. Милля по данному вопросу, отличная от позиции А. Бэна, составителю настоящих примечаний не известна. Скорее всего, как и в ряде других случаев, Милль присоединился в этом вопросе к выводам Бэна. См.: Милль Дж. Ст. Система логики. М., 1899. С. XI, 690. Согласно Геффдингу: «сам Милль не дал систематического изложения психологии», «система психологии, к которой он примыкал ближайшим образом в позднейшие годы, принадлежит ... Александру Бэну» (История новейшей философии, с. 364). Психология Бэна была изложена в виде двух книг «The Senses and the Intellect» (1856) и «The Emotions and the Will» (1859). Русский перевод, ук. выше, представляет издание, объединяющее обе эти

книги. Критику эмпирических теорий происхождения представления пространства (Э. де Кондильяка, О. Конта, Г. Гельмгольца, В. Вундта, А. Бэна и др.) см.: *Чичерин Б.Н.* Положительная философия и единство науки. М.: Типо-лит. т-ва И.Н. Кушнерев и К^о, 1892. С.38 – 47; *Чичерин Б.Н.* Наука и религия. М.: Тип. Мартынова и К^о (быв. Грачева и К^о), 1879. С.44 – 50. См. также прим.87. Однако, по существу, Чичерин не видит в этих теориях ничего кроме жалкого порочного круга: «Бэн выводит представление пространства из сопоставления мышечных чувств с рядом осязательных ощущений. Но для того, чтобы сделать такое сопоставление, надобно ... иметь представление пространства» (Положительная философия, с.44). Возможно, за признанием Флоренского, что он «не смог отчетливо понять теории Бэна и Милля» стоит та же неспособность увидеть здесь что-либо кроме логического круга, что и у Б.Н.Чичерина. На то, что рассуждения Милля весьма часто «заранее признают истинным то, что пытаются обосновать» указывал также Л.М.Лопатин (Положительные задачи философии. Ч.2. С.31). Позднейшую точку зрения Флоренского на природу пространства см. в примечаниях к «Столпу и утверждению Истины» (1914) и в «Анализе пространственности и времени в художественно-изобразительных произведениях» <1924 – 25>. Более подробные указания см. в прим.80. Приведем фрагмент из письма 1936 г. с Соловков. Флоренский пишет: «Основной вопрос миропонимания – это вопрос о реальности или ирреальности (иллюзорности) пространства и времени. ... Доказать реальность пространства-времени, т.е. несводимость его ни к отвлеченному понятию о порядке и соотношении чего-то безпространственно-бесвременного (как это делали рационалисты), ни к ассоциации (условному рефлексу) психических элементов, ощущений, тоже безпространственно-бесвременных (как это делали представители сенсуализма разных толков – английские эмпиристы, юмовцы, беркляны, баконцы, последователи Милля, махисты и др.) есть основная задача естествознания. При обратном же ответе упраздняется и самое естествознание – с отменой реальности его объекта, естества, ибо нет смысла изучать то, чего нет и что только кажется существующим, – хотя бы и принудительно (Кант). – Наиболее веское доказательство реальности пространства-времени лежит в указании на факт существования в природе асимметрии и необратимости» (*Флоренский П.А.* Соч. в 4-х томах. Т.4. М.: Мысль, 1998. С.424).

⁸ По поводу термина «соознание» см. прим.59.

⁹ См.: *Милль Дж.Ст.* Система логики. М., 1899. Кн.1, гл.VI, пар.1 – 2, с.82 – 85. Вместо слова «тождество» в ук. изд. стоит «тожесловность».

¹⁰ Там же, кн.1, гл.VIII, пар.1, с.101 – 102. В ук. изд. вместо «эссенциальных [...]» стоит «эссенциальных, или существенных», вместо «кот[орые]» – «какие», а вместо «значения данного имени» – просто «данного имени».

¹¹ Там же, гл.VI, пар.1, с.82.

¹² Источники высказывания установить не удалось.

¹³ «Начала» (греч.), «принципы» (лат.).

¹⁴ Там же, кн.1, гл.VIII, пар.5, с.111.

¹⁵ Там же, с.110. Курсив Флоренского.

¹⁶ На полях рукописи: «Сказать эти определения устно». У Милля приводятся следующие определения: «кентавр есть животное, верхняя часть тела у которого человека, а нижняя лошадиная»; «треугольник есть прямолинейная фигура, имеющая три стороны» (там же, с.110).

¹⁷ Там же, с.110 – 113. В ук. изд. вместо «означает» стоит «обозначает». В этом месте на полях рукописи стоит: «Мои соображения относительно [неразб.: прищелкиваниях?] и значках [?] при слове «есть»».

¹⁸ Там же, кн.1, гл.V, пар.1, с.177.

¹⁹ Там же, с.177 – 178. Курсив Флоренского.

- ²⁰ Там же, с. 177 – 178.
- ²¹ Там же, с. 178. За исключением выделения слова «как» весь курсив принадлежит Флоренскому.
- ²² Там же, с. 178.
- ²³ Имеется в виду William Whewell (1795 – 1866). По-русски его фамилия транскрибируется, как правило, либо как «Уэвелль» (например, в издании «Истории индуктивных наук», тт. 1 – 3, пер. М.А. Антоновича и А.Н. Пыпина, СПб., 1867/1869), либо как «Юэль» (например, в используемых Флоренским изданиях Милля и Гейфдинг), или как «Юэлль» (например, в работах советского историка философии А.С. Богомолова). В излагаемом Флоренским месте Милль ссылается на сочинения Юэлла «Mechanical Euclid» и «Philosophy of Inductive Sciences» (там же, с. 179 – 180).
- ²⁴ Там же, гл. V, пар. 2, с. 180.
- ²⁵ Там же, с. 180 – 181. Вместо слов «лишает предмет некоторой части свойств» у Милля стоит: «лишает реальный предмет некоторой части его свойств». Возможно, Флоренский намеренно избегает в данном контексте слова «реальный», часто стоящего у Милля.
- ²⁶ Там же, гл. V, пар. 1, с. 179. За исключением выделения слов «в том случае, если» весь курсив принадлежит Флоренскому.
- ²⁷ Там же, пар. 3, с. 181. Три вытекающие отсюда аксиомы, по Миллю, следующие: «величины, равные одной и той же, равны между собой»; «если к равным величинам прибавить равные, то суммы будут равны»; «если от равных величин отнять равные, то остатки будут равны». Эти аксиомы, говорит Милль, «можно доказать воображаемым наложением, подобно тому, каким доказывалось четвертое предложение первой книги Эвклида» (с. 181).
- ²⁸ Там же, с. 181. В ук. изд. Милля вместо «равны и между собой» стоит «равны друг другу».
- ²⁹ Там же, с. 181. У Милля вместо «указанные выше» стоит «эти»; на месте первого пропуска – «(по той причине, что, хотя они и не требуют доказательства, но допускают его)»; а на месте второго пропуска – «(или равнозначное ему: «прямые линии, совпадающие в двух точках, совпадают на всем протяжении»)». По поводу слов «некоторое свойство параллельных линий» далее у Милля следует разъяснение: «одно из наиболее подходящих выражений для этого свойства подобрал проф. Плэфер: «две пересекающихся прямых линии не могут быть обе параллельны какой-либо третьей прямой линии»» (с. 181).
- ³⁰ Там же, пар. 4, с. 182. У Милля без вопросительных знаков, через запятую.
- ³¹ Ср.: Лопатин Л.М. Положительные задачи философии. Часть первая. Область умозрительных вопросов. М.: В Унив. тип. (М. Катков), 1886. С. 8.
- ³² Милль Дж. Ст. Система логики. М., 1899. Кн. II, гл. V, пар. 4, с. 182.
- ³³ Там же, с. 182. Флоренским поставлены в кавычки только слова «очевидна также и из опыта». На основании текста Милля в состав цитаты нами включены также слова в круглых скобках.
- ³⁴ Там же, с. 182 – 183. Курсив Флоренского. В ук. изд. Милля вместо «вскоре у нас» стоит «у нас вскоре».
- ³⁵ В этом месте у Флоренского в квадратных скобках дана ссылка: «Ф. Гам., XIV, р. 239 – 241». Имеется в виду издание: Милль Дж. Ст. Обзор философии сэра Вильяма Гамильтона и главных философских вопросов, обсужденных в его творениях. Пер. Н. Хмелевский. СПб.: Издание «Русской книжной торговли», В тип. Н. Неклюдова, 1869. Флоренский ссылается на гл. XIV: «Каким образом сэр Вильям Гамильтон и Г. Мансель располагают законом неразрывного содружества идей». Дж. Ст. Милль утверждает здесь, что именно его отцу, Джеймсу Миллю (James Mill,

1773–1863) «более чем какому-либо иному мыслителю, человечество обязано за обращение внимания философов на закон Неразрывной Ассоциации Идей и за указание важных приложений, на которые способен этот закон» (с.239). Далее, на с.239–241, приводятся соответствующие выдержки из сочинения Джемса Милля «Analysis of the Human Mind» (I, 68–75) (1829). К этим выдержкам и отсылает Флоренский.

- ³⁶ Милль Дж. Ст. Система логики, кн. II, гл. V, пар. 4, с. 183. Курсив Флоренского.
- ³⁷ Полемизируя с теми, кто отстаивает положение, что аксиомы суть априорные истины, Милль имеет в виду главным образом Юэлла. Он приводит цитаты исключительно из сочинений Юэлла «History of Scientific Ideas, I» и «Philosophy of Discovery».
- ³⁸ Милль разъясняет: «этот момент слишком далек для того, чтобы быть доступным воспоминаниям, и слишком тесен для внешнего наблюдения» (там же, с. 183–184).
- ³⁹ Там же, с. 183–184. «Experimentum crucis» (лат.) – «решающий эксперимент».
- ⁴⁰ Там же, пар. 5, с. 184.
- ⁴¹ Там же, пар. 6, с. 187–188. В ук. изд. Милля вместо «себе представить» стоит «представить себе».
- ⁴² Там же, пар. 5, с. 184–185. Курсив Флоренского.
- ⁴³ Там же, с. 186–187. Милль цитирует здесь Александра Бэна: ««Конкретный опыт, говорит м-р Бэн (Logic, I, 222), нужен нам, как только мы начнем составлять понятие о целом и части; но раз понятие составлено, в нем уже содержится, что целое больше части. На самом деле, у нас не могло бы быть понятия, если бы у нас не было опыта, оправдывающего и этот вывод... Раз у нас сложилось понятие прямизны, у нас образовалось также и то свойство прямых линий, которое выражается в том, что две из них не могут заключать пространства. И тогда нам не надо никаких интуитивных или врожденных способностей и восприятий... Мы не можем составить себе полного понятия о прямизне, не сравнив прямых предметов друг с другом и с противоположными им кривыми, или изогнутыми предметами. Результатом этого сравнения является, между прочим, и то, что прямизна двух линий оказывается в восприятии несовместимой с возможностью для них заключать между собою пространство: для того, чтобы заключать пространство, необходима кривизна, по крайней мере, одной из линий». То же самое справедливо и относительно всякого первого принципа (Ibid., 226): «То самое знание, благодаря которому мы понимаем принцип, оно же и оправдывает его». Милль говорит, что рассуждение Бэна (аргумент b) «еще более внушительно», чем неопровержимое рассуждение, изложенное выше (т.е. аргумент a), и «чем больше будут обращать внимание на это наблюдение (т.е. рассуждение Бэна – В.Ш.), тем больше (я в этом убежден) будут убеждаться в правильности этого выхода из разногласия по настоящему вопросу» (с. 186–187).
- ⁴⁴ Там же, с. 187. В ук. изд. Милля вместо «болес» стоит «обыкновенно больше».
- ⁴⁵ Там же, пар. 6, с. 188. В ук. изд. Милля вместо «себе их» стоит «их себе», а вместо «даже стать» – «стать даже».
- ⁴⁶ Вот эта цитата: ««Если бы все человечество говорило одним языком, то, несомненно, существовала бы могущественная, быть может, единая, всемирная школа философов; она верила бы во внутреннюю связь между именами и вещами, думала бы, что звуки слова человек представляют собою тот способ сотрясения воздуха, который по сущности своей связан с идеями разумности, приготовления себе пищи на огне, двуногости и проч.» De Morgan. Formal Logic, p. 246» (там же, с. 188, прим.). Имеется в виду монография Августа Де Моргана (1806–1871) «Формальная логика» (1847).
- ⁴⁷ В этом месте у Флоренского в квадратных скобках ссылка: «см. «Ф. Гам.», p. 249». Имеется в виду с. 249 по изданию Дж. Ст. Милля, ук. в прим. 35.

- 48 Милль Дж. Ст. Система логики, кн. V, гл. III, пар. 2, с. 601. У Милля вместо «но только в тех случаях, которые мы рассматриваем» стоит: «но в тех случаях, которые мы теперь рассматриваем».
- 49 Там же, кн. II, гл. V, пар. 6, с. 189 – 190; кн. V, гл. III, пар. 3, с. 607.
- 50 Источник цитаты установить не удалось.
- 51 Милль Дж. Ст. Система логики, кн. II, гл. V, пар. 6, с. 190 – 191. У Милля вместо «законами ассоциаций» стоит «этими законами».
- 52 В этом месте у Флоренского в круглых скобках ссылка: «Логика, р. 193». У Милля читаем: «Относительно законов движения д-р Юэль говорит: «что эти законы были выведены из опыта, — это несомненный исторический факт. Что дело было так, это не догадка: нам известны время, лица и обстоятельства, связанные с каждым шагом каждого открытия» (History of Scientific Ideas, I, 264). После такого свидетельства нам нет уже надобности доказывать, что это было так. Эти законы не только никоим образом не очевидны интуитивно, но некоторые из них казались даже сначала парадоксами. Это особенно касается первого закона. Что тело, раз начавши двигаться, должно двигаться всегда в одном и том же направлении и с неумещающей скоростью до тех пор, пока на него не подействует какая-либо новая сила, — этому долгое время человечество верило лишь с величайшими трудностями. Это противоречило очевидному и в высшей степени привычному опыту, показывавшему, что всякое движение непременно само собою постепенно замедляется и наконец оканчивается. Однако, как только было прочно установлено противоположное учение, математики, как замечает д-р Юэль, тотчас получили уверенность в том, что эти законы (как ни сильно противоречат они первым впечатлениям, и хотя, даже после полного их подтверждения, нужны были целые поколения для того, чтобы они стали привычными людям науки) «необходимо должны быть именно такими, каковы они есть, а не другими». И хотя сам Юэль не решает «безусловно утверждать», что *все* эти законы «можно строго возвести к абсолютной необходимости в природе вещей» (Ibid., 263), однако, он думает так относительно только что упомянутого закона. Он говорит о нем: «хотя первый закон движения был открыт, как известно из истории, при помощи опыта, однако, в настоящее время мы достигли такой точки зрения, с которой нам видно, что истинность его, несомненно, могла стать известной и независимо от опыта» (Ibid., 240). Можно ли привести более поразительный пример того действия ассоциации, о котором мы говорили? Философы в течение целых поколений испытывали необычайные затруднения, сопоставляя идеи друг с другом; в конце концов это им удавалось; при достаточном повторении они впервые начинают представлять себе естественной эту связь между идеями, а затем, по мере опыта, им становится все труднее, и наконец совершенно невозможным (при дальнейшем повторении той же умственной операции) отделить эти идеи одну от другой. Если так развивалась опытная уверенность, возникающая, можно сказать, только вчуже и противоречащая первым впечатлениям, то как должны были укорениться те убеждения, которые согласны с впечатлениями, привычными нам с самого пробуждения нашего ума, — убеждения, в достоверности которых, с момента самых ранних воспоминаний человеческой мысли, не сомневался ни на одно мгновение ни один скептик?» (Там же, пар. 6, с. 192 – 193).
- 53 В этом месте у Флоренского в квадратных скобках ссылка: «см. Логика, р. 195». Там же, с. 194 – 195. Вместо «противоположные которым мы не просто не можем представить себе, а не можем представить себе отчетливо» в ук. изд. стоит: «противное которым мы не просто не можем себе представить, а не можем представить отчетливо»; а вместо «приобреталась» — «приобретается» (с. 194).
- 54 В переводе Милля, которым пользовался Флоренский, термина «аритмология» нет, употребляются выражения: «теория счисления», «наука о числах» или «арифметика». Термин «аритмология», в узком смысле, как синоним «арифметики» или «теории чисел», а в широком — как один из двух основных разделов чистой математики,

изучающий «прерывность» (дискретность), в противоположность изучающему непрерывность «анализу», ввел в широкое употребление в среде московских математиков Николай Васильевич Бугаев (1837–1903). См.: *Бугаев Н. В.* Математика и научно-философское мирозерцание (1898) // Математический сборник. Том XXV. Вып. II (1905). С. 349–369. Однако в настоящем реферате Флоренский использует этот термин лишь в узком, не специфически бугаевском, смысле.

⁵⁵ Милль Дж. Ст. Система логики, кн. II, гл. IV, пар. 1, с. 200.

⁵⁶ Там же, пар. 2, с. 200–202.

⁵⁷ Там же, с. 200.

⁵⁸ Там же, с. 201–202. На месте пропуска у Милля стоит: «т.е., говоря иначе, всех». По поводу слов: «Правда, что при частом упражнении общий язык алгебры становится механическим, не возбуждающим идей; но тем не менее его заключения относятся не к символам, а к вещам», ср.: «... слова суть прежде всего конкретные образы, художественные произведения, хотя и в малом размере. Каждому слову, а равно и сочетаниям их, непременно соответствует некоторая наглядность, и эта наглядность, в сути дела, ничем не отличается от образности физических моделей или математических символов. Если же привычка и беглость мысли при пользовании словами не дают нам задержаться на каждом из них и отчетливо насладиться художественностью их, в их отдельности, то привычка же и беглость мысли, многократно ходившей одними и теми же путями, стирают пластику самых образов, например, механических моделей, размыывают их отчетливость, обесцвечивают их красочность; тогда же за образами остается лишь их служебно-вспомогательная должность» (Флоренский П. А. Наука как символическое описание <1918–22> / У водоразделов мысли. Часть первая // Флоренский П. А. Соч. в 2-х томах. М.: Правда, 1990. Т. 2. С. 121–122).

⁵⁹ *Означение* (denotation) имени есть тоже, что *объем* имени, т.е. совокупность отдельных предметов, к которым прилагается данное общее имя; *соозначение* (connotation) имени — тоже, что *содержание* имени, т.е. совокупность признаков, общих этим отдельным предметам, составляющих соответствующее понятие. См.: Милль Дж. Ст. Система логики. М., 1989. Прим. ред. на с. 22. Историю термина «соозначающие имена» см.: Минто В. Дедуктивная и индуктивная логика. Пер. с англ. С. А. Котляревского. Под ред. В. Н. Ивановского. 3-е изд. М.: Тип. т-ва И. Д. Сытина, 1898. С. 54–57. Новейшие переиздания: СПб.: Комета, 1995; Екатеринбург: Деловая книга, Бишкек: Одиссей, 1997. С. 56–60.

⁶⁰ Милль Дж. Ст. Система логики, кн. II, гл. IV, пар. 2, с. 202–203.

⁶¹ Т.е. аксиомы: «суммы равных величин равны» и «разности равных величин равны». «Этих двух достаточно, замечает Милль, так как соответствующие предложения относительно неравных величин можно доказать на основании этих, посредством приведения к нелепости (*reductio ad absurdum*)» (там же, с. 203).

⁶² У Милля: «это — не такие положения, которые приняты гипотетически за безусловные истинные, будучи на самом деле истинными лишь приблизительно» (там же, с. 203).

⁶³ В рукописи явная описка: «не проблематична».

⁶⁴ У Милля: «Как можем мы знать, что один и еще один фунт составят два, раз один фунт может оказаться *troy*, а другой *avoir-du-pois*? Они не могут составить вместе двух фунтов ни того, ни другого из этих весов, ни даже вообще какого бы то ни было веса». К этому месту в ук. изд. Милля дано прим. редакции: «Фунтом *troy* взвешивают золото и другие драгоценные предметы, а также лекарственные вещества; он меньше фунта *avoir-du-pois*, меры торгового веса. ... То же явление, о каком говорит Милль, представляют (чтобы взять более знакомый пример) и у нас фунты аптекарский и торговый». (Там же, с. 204).

⁶⁵ Там же, пар. 3, с. 203–204.

- 66 Источник цитаты установить не удалось.
- 67 «Petitio principii» (лат.) — «предрешиение, предвосхищение основания», логическая ошибка, состоящая в том, что при доказательстве некоторого положения используется (кладется в основу) такое положение, которое уже предполагает доказываемое положение истинным.
- 68 Там же, гл. III, пар. 2, с. 145 — 146.
- 69 Там же, пар. 3, с. 146.
- 70 Там же, с. 147 — 148.
- 71 Там же, с. 148. Вместо «это дорога наиболее безопасная» в ук. изд. Милля стоит: «эта дорога — наиболее безопасная».
- 72 Там же, с. 148 — 152.
- 73 Там же, пар. 3-4, с. 151 — 152.
- 74 Там же, пар. 5, с. 155 — 156.
- 75 Там же, пар. 7, с. 160.
- 76 Там же, гл. IV, пар. 1, с. 165. У Милля вместо «новыми случаями» стоит «новым случаем».
- 77 Там же, с. 197 — 198. У Милля вместо «помимо достоверности» стоит «помимо этого».
- 78 Там же, с. 199 — 200. На месте пропуска у Милля стоит: «или «демонстративные»».
- 79 Там же, гл. V, пар. 1, с. 177.
- 80 После заглавия, в квадратных скобках: «Глава, которую бы я, если бы не слабые силы, озаглавил так, как Прутков часть своих стихотворений: «die Federn und die Dau[n]en»». Первый отдел «Сочинений Козьмы Пруткова» носит название: «Досуги и пух и перья — Daunen und Federn». По сообщению А. Н. Пыпина (1884): «современники рассказывают, что мысль этого заглавия внушена была Пруткову просто вывескою склада». См.: Сочинения Козьмы Пруткова. М.: Худ. лит., 1955. С. 23 и 392. По мере того, как выкристаллизовывалась собственная философская позиция Флоренского (своеобразная версия *реализма*) более определенной и отчетливой становилась и критическая оценка им эмпиризма Милля. Характерное для зрелого творчества Флоренского понимание процесса познания приводило его к противостоянию как классическому эмпиризму, при одновременном подчеркивании опытного характера математического знания, так и классическому априоризму, при глубоком усвоении целого ряда идей Канта. Подробнее см. в следующих произведениях Флоренского: 1) Автореферат <1925 — 26> // Соч. в 4-х томах. Т. 1. М.: Мысль, 1994. С. 37 — 43. Особенно: с. 39 — 41. 2) Столп и утверждение Истины (1914) // Соч. в 2-х томах. Т. 1. М.: Правда, 1990. Особенно: с. 73 — 74, 201, 635 — 636, 713 — 714. 3) Вступительное слово пред защитой на степень магистра книги «О Духовной Истине», Москва, 1912, сказанное 19 мая 1914 г. // Соч. в 2-х томах. Т. 1. М.: Правда, 1990. С. 817 — 826. Особенно: с. 820 — 822. 4) Анализ пространственности и времени в художественно-изобразительных произведениях <1924 — 25>. М.: Изд. гр. «Прогресс», 1993. Особенно: с. 3 — 58. 5) Физика на службе математики // Социалистическая реконструкция и наука. Вып. 4. М.: Изд-во НКТП СССР, 1932. С. 43 — 63. Особенно: с. 43 — 47. 6) Эмпирия и Эмпирия <1904, 1916> // Соч. в 4-х томах. Т. 1. М.: Мысль, 1994. С. 146 — 195. Особенно: с. 175 — 178.
- 81 «Verites aeternae» (лат.) — «вечные истины».
- 82 Предполагавшаяся цитата не установлена.
- 83 В рукописи: «Если».
- 84 Имеется в виду Фридрих Альберт Ланге (F. A. Lange, 1828 — 1875) См.: Ланге Ф. А. История материализма и критика его значения в настоящее время. Пер.

- Н. Н. Страхова. В двух томах. 2-е изд. СПб.: Издание Л. Ф. Пантелеева, 1899. Т. 2. С. 341. В обоих томах единая пагинация, поэтому в дальнейшем номер тома не указывается.
- 85 У Л. М. Лопатина: «подновленного номинализма» (Положительные задачи философии. Ч. 1. С. 11).
- 86 На полях: «*πρότος ψεύδος*». Т. е. обсуждаемое воззрение Милля Флоренский квалифицирует как «основную ошибку» (греч.), *error fundamentalis*. Эта ошибка состоит в том, что в основу рассуждения кладется положение, являющееся ложным (ошибочный печальный тезис).
- 87 Имеется в виду философ, историк, правовед, публицист и общественный деятель Борис Николаевич Чичерин (1828–1904). См.: *Чичерин Б. Н.* Наука и религия. М.: Тип. Мартынова и К^о (быв. Грачева и К^о), 1879. С. 50–52.
- 88 Аргументация этого абзаца представляет собой вариацию рассуждений, восходящих к учению Платона. Пример с кругами имеется, в частности, у Прокла. Даже у Аристотеля, к взглядам которого традиционно возводят аргументацию эмпириков, эмпирический круг первичен лишь «для нас», а «по природе» он, также как у Платона, вторичен по отношению к кругу геометрическому, а тем более – к кругу эйдети-ческому.
- 89 См.: *Ланге Ф. А.* История материализма. СПб., 1899. У Ланге читаем: «По Миллю, доказательность положения, что две линии не могут замыкать пространства, заключается в опыте, т. е. оно есть индукция из соединения опыта с созерцаниями фантазии. Против этого нельзя возразить многого и с кантовской точки зрения. Что созерцание в фантазии причисляется к опыту, это еще могло бы повести к спору в словах; что убеждение в истине положения получается из чувственного созерцания и, поэтому, возникает некоторым образом индуктивно, — мысль не кантовская по выражению, но по сущности вполне согласная с кантовскими взглядами. Разница лишь в том, что Кант начинает там, где Милль оканчивает» (с. 345). Ланге ссылается также на Г. Когена (*Kants Theorie*, с. 95), который также замечает по поводу указанного положения Милля, что «это совершенно по-кантовски» (с. 345). Несколько далее Ланге пишет: «Кант лишь несколько глубже вникнул в замеченную и Миллем «замечательную особенность» положений, которые касаются чисел, ту особенность, «что они суть положения, относящиеся ко всем вещам, ко всем предметам, ко всему существующему всякого рода, что только знает наш опыт», и что достаточно демонстрации на одном виде предметов, чтобы вызвать убеждение, что так должно быть и во всем, могущем нам вообще встретиться. Но это относится к предыдущему возражению (состоявшему в том, что изучение сложения есть лишь упражнение в употреблении слов и знаков – В. Ш.); здесь дело идет лишь о синтетической природе понятий чисел, и тут Милль оказывается в сущности совершенно одинакового мнения с Кантом» (с. 351–352). С таким сближением взглядов Канта и Милля соглашается и Л. М. Лопатин: «Ланге вполне прав, когда находит сходство в представлениях о происхождении математических истин между Кантом и Миллем, несмотря на радикальное различие окончательной оценки этих истин» (Положительные задачи философии. Ч. 2. М., 1891. С. 89).
- 90 См.: *Лопатин Л. М.* Положительные задачи философии. Ч. 2. С. 61.
- 91 Там же. С. 30–39.
- 92 На полях рукописи: «В. фон Гумбольдт, Потебня». Имя в виду Д. Н. Овсянко-Куликовский (1853–1920), Вильгельм Гумбольдт (1767–1835) и А. А. Потебня (1835–1891). Возможно Флоренский имеет в виду работу: *Овсянко-Куликовский Д. Н.* О значении научного языкознания для психологии мысли (Речь, произн. на торж. акте Харьковского ун-та 17 янв. 1901 г.) // Собр. соч. Т. 6. СПб.: Изд. т-ва «Общественная польза», 1909. С. 42–60. Овсянко-Куликовский особо подчеркивает в этой речи, что развитие языка неразрывно связано с развитием мышления;

язык, речь задают границы возможностей человеческого мышления, создают тот фундамент, на котором стоит мышление. Связывая с Овсяннико-Куликовским положение о том, что ранее всего возникают *аналитические* суждения, «где предикат как бы орган, продукт дифференциации субъекта, а не простое последование за подлежащим, явившееся совершенно случайно», Флоренский, вероятно, имеет в виду рассуждения этого автора о том, что *акт атрибутирования* («белый снег») проще *акта предсказания* («снег бел») (с. 56), а следовательно, как показал А. А. Потемня, «мы идем от именных форм сазуемого к глагольным», «предложение развивается в направлении глагольности сказуемого», и «эта эволюция грамматической мысли есть основание аналогичной эволюции высшего мышления в направлении господства понятия силы» (с. 59). В этой же речи говорится и об особых заслугах В. Гумбольдта. См. также: *Потемня А. А. Мысль и язык*. 2-е изд. Харьков, 1892; Гумбольдт В. О различии организмов человеческого языка и о влиянии этого различия на умственное развитие человеческого рода. СПб., 1859. Тема теснейшей взаимосвязи мышления и языка, восходящая к платоническому представлению о тождестве мышления и речи (разговора), является весьма важной в позднейшем творчестве Флоренского. См.: *Флоренский П. А. Мысль и язык <1917–22>* // У водоразделов мысли // *Флоренский П. А. Соч.* в 2-х томах. М.: Правда, 1990. Т. 2. Особенно с. 132.

⁹³ См.: *Лопатин Л. М. Положительные задачи философии*. Ч. 2. М., 1891. С. 47–51.

⁹⁴ «Tabula rasa» (лат.) — «чистая досочка». Так противники теории врожденных идей (нativизма, от лат. *nativus* — врожденный) характеризовали состояние ума человека при его рождении; все «письмена» на этой «досочке» появляются лишь в результате личного опыта и по мере его приобретения.

⁹⁵ См.: *Ланге Ф. А. История материализма*. СПб., 1899. С. 343.

⁹⁶ Имеется в виду Вильям Стенли Джевонс (W. S. Jevons, 1835–1882), профессор логики и политической экономии в Манчестере, а затем в Лондоне, один из создателей математической логики. См.: *Джевонс Ст. Основы науки. Трактат о логике и научном методе*. Пер. с англ. М. Антоновича. СПб.: Издание Л. Ф. Пантелеева, 1881. На с. 155 читаем: «отвлеченное число есть *пустая* (ненаполненная) *форма различия*».

⁹⁷ «Irreparabile tempus fugit» (лат.) — «необратимо бежит время».

⁹⁸ Этот абзац в рукописи заключен в квадратные скобки. Его содержание воспроизводит аргументацию Б. Н. Чичерина. См.: *Чичерин Б. Н. Наука и религия*. М., 1879. С. 42–43.

⁹⁹ Имеется в виду «*circulus in demonstrando*» или «*circulus vitiosus*» (лат.), т. е. логическая ошибка, состоящая в наличии в рассуждениях «круга в доказательстве» или «порочного круга» — когда тезис А доказывается с помощью тезиса В, который, в свою очередь, был доказан при опоре на тезис А.

¹⁰⁰ См.: *Гегфдинг Г. История новейшей философии*. СПб., 1900. С. 361.

¹⁰¹ Источник изложения не установлен.

¹⁰² См.: *Лопатин Л. М. Положительные задачи философии*. Ч. 2. М., 1891. С. 61–67.

¹⁰³ «Pendant» (фр.) — «пара, парный предмет», здесь в смысле «дополнение».

¹⁰⁴ См.: *Гегфдинг Г. История новейшей философии*. СПб., 1900. С. 364. В ук. изд. вместо «воспринимаемых» стоит «воспринятых».

¹⁰⁵ См.: *Лопатин Л. М. Положительные задачи философии*. Ч. 1. М., 1886. С. 79–80. Последние два абзаца текста Флоренского выделены нами.



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК
ИНСТИТУТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

ИСТОРИКО- МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Вторая серия

Выпуск 3(38)

Основаны в 1948 году

Г.Ф.Рыбкиным и А.П.Юшкевичем



«Янус-К»
Москва
1999



Издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
Проект № 98-06-87000

УДК 51(091)

Историко-математические исследования. Вторая серия. Выпуск 3(38). М.:
«Янус-К», 1999. С.408.
ISBN 5-8037-0034-7

Редакционная коллегия:

С.С. Демидов (гл. редактор)
А.И. Володарский (зав. отд. информации), Е.А. Зайцев, Ю.В. Прохоров,
А.Д. Соловьев, В.М. Тихомиров, Т.А. Токарева (отв. секретарь), Ч.Форд

Редакционный совет:

А.Г. Барабашев (Россия), А.Н. Боголюбов (Украина), У. Боттаццини (Италия),
И.Г. Башмакова (Россия), А. Граттан-Гинес (Великобритания), Дж. Даубен (США),
Ж. Домбр (Франция), П. Дюгак (Франция), К. Жилэн (Франция), Э. Кноблех
(ФРГ), Р. Кук (США), Г.П. Матвиевская (Узбекистан), Л. Новы (Чехия), М. Орми-
гон (Испания), Ж. Пайффер (Франция), Л. Пепе (Италия), С.С. Петрова (Россия),
Ж.-П. Пир (Люксембург), Б.А. Розенфельд (США), К.А. Рыбников (Россия),
К. Скриба (ФРГ), К. Фили (Греция), М. Фолькерцс (ФРГ), Я. Хогендайк (Нидерлан-
ды), О.Б. Шейнин (ФРГ)

И 1602010000 - 03
22Н(03) - 99 Без объявл.

© Коллектив авторов, 1999

ISBN 5-8037-0034-7