

УДК 000.00:111.11

## ТЕПЛОВЫЕ И КАВИТАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ И ПОВЕРХНОСТНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ КАК МЕХАНИЗМЫ ВЗРЫВОВ КАПЕЛЬ В АКУСТИЧЕСКИХ ФОНТАНАХ

© 2019 г. Е. А. Анненкова<sup>1, \*</sup>, О. А. Сапожников<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
физический факультет, Москва, Россия

<sup>2</sup>Центр промышленного и медицинского ультразвука, Лаборатория прикладной физики,  
Университет штата Вашингтон, США

\*E-mail: a-a-annenkova@yandex.ru

Проводится теоретический анализ акустического и температурного полей, а также поверхностной неустойчивости в акустически возбужденной капле жидкости. Такие капли возникают в акустическом фонтане, образуемом под действием сфокусированного на свободную границу жидкости ультразвукового пучка. Для описания рассматриваемых явлений используется модель уединенной сферической капли, представляющей собой резонатор с акустически мягкой границей, внутри которого происходит эволюция сферически-симметричного нелинейного акустического поля. Представляются предполагаемые механизмы взрыва капли.

DOI: 10.1134/S0367676519010034

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время становятся все более востребованы методы неинвазивной диагностики и хирургии с применением ультразвука. Активно ведутся разработки и усовершенствования медицинских приборов нового поколения, в том числе приборов, применяющих высокоинтенсивный сфокусированный ультразвук (HIFU) для разрушения доброкачественных и злокачественных опухолей [1], доставки лекарств с использованием контрастных агентов [2] и остановки внутренних кровотечений [3].

Большинство процедур HIFU основано на тепловых эффектах, которые инициированы поглощением ультразвука в биоткани. Но существуют также механические эффекты, инициированные динамикой HIFU-индуцированных пузырьков, используемых для деструкции ткани. В приборах, осуществляющих механическое разрушение, как правило, используются источники с последовательностью импульсов, а не с непрерывными сигналами. Это нужно для минимизации тепловых эффектов и преобладания механических эффектов от активной пульсации. Данный способ разрушения ткани называется “гистотрипсия”. Значительный интерес представляет разработка новых подходов к данному способу — таких, чтобы механическое разрушение ткани было надежным и воспроизводимым.

Исследования показали, что в методе гистотрипсии с кипением среди прочих физических механизмов разрушения ткани выделяется эффект образования акустических микрофонтанов, которые в процессе своей эволюции разбиваются на капли, внутри которых в последующем развивается процесс атомизации [4]. Таким образом, изучение общих принципов процессов акустического фонтанирования является актуальным и позволит прояснить механизмы данного частного случая. Достаточно простой способ наблюдения акустического фонтана заключается в его генерации на границе вода–воздух под воздействием сфокусированного ультразвука мегагерцевого диапазона частот.

В исследованиях разных независимых научных групп [5, 6] скоростная съемка акустических фонтанов показала, что вскоре после включения источника ультразвука из жидкости вырывается струя, распадающаяся на цепочку из капель одинакового размера, примерно равного длине действующей ультразвуковой волны. Спустя некоторое время капли, обычно начиная с самой верхней, начинают терять устойчивость и взрываться, что приводит к распылению (атомизации) жидкости. Также было выявлено, что непосредственно перед взрывом в центре прозрачной капли появляется темная точка, что указывает на возможный разрыв жидкости, т.е. возникновение кавитации. Помимо этого, перед началом образования тумана вокруг капель, вызванного рас-

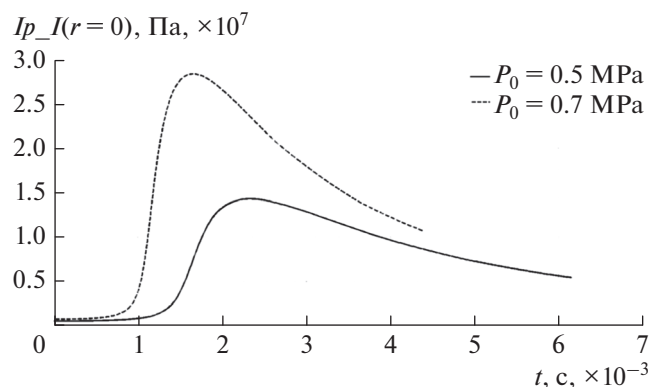


Рис. 1. Пиковое давление в центре капли.

пылением жидкости, сами капли мутнеют, что можно объяснить появлением облака микропузырей в объеме капли или искривлениями поверхности капли на микронном уровне. Нами была разработана теоретическая модель данной задачи, аналитические решения которой существуют только в рамках упрощенных моделей. Для более полного описания задачи применяются методы численного моделирования.

### ТЕМПЕРАТУРА В ЦЕНТРЕ КАПЛИ АКУСТИЧЕСКОГО ФОНТАНА

В работе [7] представлена теоретическая модель динамики внутри капли акустического фонтана, основанная на рассмотрении акустического поля в форме стоячей волны, структура которой мало меняется на временах порядка ее периода. Для анализа закономерностей нелинейного волнового процесса в явном виде отделялись быстрые изменения от медленных посредством использования базиса из слабо взаимодействующих стоячих волн различных частот. Было получено, что в процессе нелинейной эволюции стоячая волна приобретает вид попеременно сходящегося и расходящегося импульса с острой вершиной, пиковое давление в котором вблизи центра резонатора может намного превышать исходную амплитуду волны. И, несмотря на общую убыль энергии, вблизи центра резонатора на определенном временном интервале может быть достигнута экстремально высокая концентрация энергии.

Вязкое поглощение в капле приводит к нагреву жидкости из-за перехода акустической энергии в тепло. Так как энергия более высоких гармоник локализована вблизи центра капли, тепловыделение наиболее эффективно в самом центре капли. Энергия, диссипируемая в единице объе-

ма в единицу времени (в среднем по периоду), равна сумме вкладов каждой гармоники:

$$Q_{heat} = \frac{b}{4\rho_0^2 c_0^2} \times \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 |P_n|^2 \left\{ \frac{1}{(k_n r)^2} - \frac{\sin(2k_n r)}{(k_n r)^3} + \frac{\sin^2(k_n r)}{(k_n r)^4} \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $b$  – диссипативный коэффициент,  $\rho_0$  – равновесная плотность среды,  $c_0$  – скорость звука,  $r$  – расстояние от центра капли,  $k_n$  – волновое число разложения потенциала акустического поля по базису из функций  $\sin(k_n r)/(k_n r)$ ,  $P_n$  – амплитуды гармоник акустического давления в капле.

Пусть  $T$  – приращение температуры относительно исходного равновесного уровня,  $\chi = \kappa/\rho_0 C_p$  – температуропроводность,  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности,  $C_p$  – удельная теплоемкость жидкости. Уравнение теплового баланса имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \chi \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{Q_{heat}(r, t)}{\rho_0 C_p}. \quad (2)$$

Область локализации тепловых источников чрезвычайно мала и поэтому эффект диффузии тепла может быть заметным, так что требуется учет вклада теплопроводности, который удобно осуществить, разложив приращение температуры по пространственным гармоникам:

$$T(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n(t) \frac{\sin k_n r}{k_n r}. \quad (3)$$

Здесь  $\theta_n(t)$  – амплитуды соответствующих гармоник. Расчет температуры на основе данного подхода показал, что в условиях, характерных для каплей акустического фонтана, предсказанный нагрев в центре капли оказывается не выше долей градуса.

### УСЛОВИЯ ДЛЯ КАВИТАЦИИ

На начальном этапе колебания капли гармонические и давление в центре относительно мало. С течением времени из-за акустической нелинейности возникают высшие гармоники, а профиль приобретает несинусоидальный вид. В практически реализуемых режимах формирования акустического фонтана в центре каплей достигаются уровни отрицательного давления в десятки и сотни мегапаскалей, что близко или превышает уровни прочности жидкости на разрыв, максимум которого составляет 30 МПа для воды (см. рис. 1).

Для момента времени, когда временной профиль акустического давления в центре капли максимально искажен, было рассчитано, как ведут себя пузырьки с разными начальными радиусами в

центре данной капли. Оказалось, что маленькие пузырьки быстро схлопываются. С увеличением начального радиуса пузырьков, начиная со значения около 10 мкм, пузырек начинает расти под воздействием давления, возникающего в центре капли акустического фонтана.

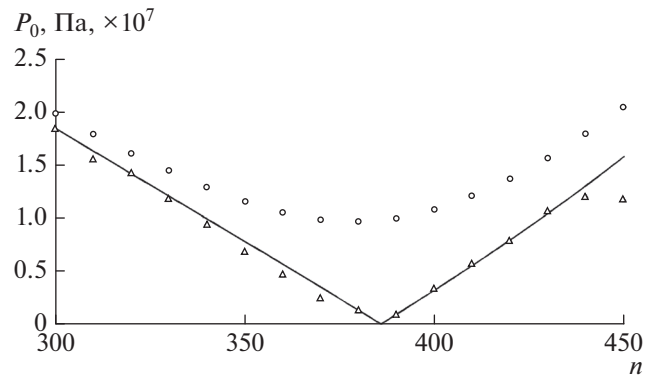
### НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПОВЕРХНОСТИ КАПЛИ

Наряду с описанием температурного поля рассмотрена задача об устойчивости сферической формы акустически возбужденной капли, совершающей сферически-симметричные колебания. В пренебрежении влияния окружающего газа на жидкость, акустическое давление на поверхности капли было принято нулевым или, другими словами, считалось, что капля находится в вакууме.

Анализ неустойчивости поверхности основывался на рассмотрении динамики жидкости в приповерхностном слое, где развиваются возмущения сферической формы. В этом слое жидкость считалась несжимаемой. Это разумное приближение, так как давление на поверхности капли равно нулю. Для начального сферически-симметричного колебания считать жидкость несжимаемой во всей капле нельзя, поскольку в таком случае жидкость либо всюду должна будет покоиться (свойство решений уравнения Лапласа), либо содержать источник и сток массы (например, колеблющийся пузырек) в центре капли. Поэтому можно считать, что где-то глубоко внутри капли есть сферически симметричный источник массы, обеспечивающий колебания несжимаемого приповерхностного слоя, но само движение поверхности и приповерхностного слоя искажается по причине развития неустойчивостей, которые возникают на поверхности и постепенно затухают при удалении от нее внутрь капли.

Малые возмущения общего вида могут быть представлены как суперпозиции сферических гармоник. При малых порядках  $n$  сферических гармоник возмущения являются крупномасштабными и поэтому в маловязких жидкостях, к которым можно отнести воду, эффектами вязкости можно пренебречь. При больших  $n$  вязкость может играть заметную роль. В частности, порог параметрического возбуждения капиллярных стоячих волн на поверхности капли будет ненулевым именно из-за эффектов вязкости.

Анализ вязких явлений был проведен по аналогии с подходом, использованном в работе [8] для случая колебаний сферического пузырька газа в жидкости. Отклонение поверхности капли от сферы было разложено по сферическим гармони-



**Рис. 2.** Первая зона неустойчивости поверхности капли в параметрах  $P_0$  — давление в центре капли в начальный момент времени,  $n$  — номер гармоники; черная линия — теоретический расчет без учета вязкости,  $\Delta$  — численный расчет без учета вязкости,  $\circ$  — численный расчет с учетом вязкости.

кам:  $\xi(t, \theta, \psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{nm}(t) Y_{nm}(\theta, \psi)$ . Разные составляющие разложения возмущений (разные “моды”) ведут себя независимо друг от друга, поэтому достаточно рассмотреть одну из мод возмущений. Такое рассмотрение приводит к следующему уравнению для амплитуды возмущений моды  $a = a_{nm}$ :

$$\ddot{a} + 2\delta_n \dot{a} + \left[ \frac{n+1/2}{R_0} \dot{V} + \Omega_n^2 \right] a = 0. \quad (4)$$

Здесь  $\delta_n = (n-1)(2n+1) \frac{\nu}{R_0^2}$  — декремент затухания  $n$ -й моды поверхностных волн,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $R_0$  — начальный радиус капли (меняется незначительно),  $\dot{V}$  — ускорение на поверхности капли, рассчитываемое из задачи динамики акустического поля в капле,  $\Omega_n$  — собственная частота свободных колебаний соответствующей моды.

Профиль ускорения на поверхности капли является в начальный момент времени гармоническим, и задача сводится к решению уравнения типа Матьё, зоны неустойчивости которого описаны в литературе [9, 10] и продемонстрированы на рис. 2.

Со временем форма профиля искажается, а его амплитуда увеличивается. Причем, чем сильнее искажается профиль, тем больше становится его амплитуда. Однако даже такое увеличение не приводит к снижению порога неустойчивости, а даже, напротив, повышает его (см. рис. 3), так как искривленная форма при этом имеет вид слишком

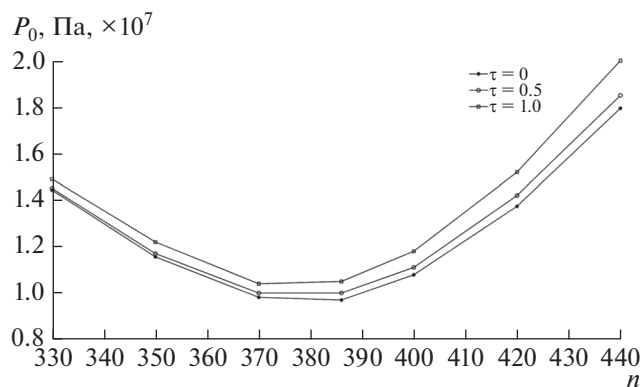


Рис. 3. Первая зона неустойчивости поверхности капли в параметрах ( $P_0$ ,  $n$ ) в различные моменты медленного времени.

короткого “всплеска”, который не успевает привести к возникновению неустойчивости: при длительности полного импульса 1 мкс биполярный всплеск составляет менее 10%, т.е. менее 0.1 мкс.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Расчеты показали, что, несмотря на заметное усиление диссипации в центре капли по сравнению с линейным случаем, эффект теплопроводности приводит к тому, что нагрев центра капли не превышает долей градуса. В то же время, нелинейное усиление пикового давления довольно существенно. В практически реализуемых режимах формирования акустического фонтана в центре капель могут достигаться уровни отрицательного давления, которые превышают уровни прочности жидкости на разрыв. Проведенный анализ позволил сделать вывод о том, что основным механизмом взрывов капель является разрыв жидкости в центре капли (кавитация) под действием высоких отрицательных давлений, вызванных нелинейно-акустическими процессами. Полученные результаты находятся в согласии с экспериментальными

наблюдениями взрывов капель, что позволяет глубже понять процессы, сопровождающие явление ультразвуковой атомизации.

Анализ неустойчивости поверхности капли показал, что при определенных начальных параметрах в капле возможна раскачка амплитуды поверхности капли, что приводит к значительным искривлениям поверхности, которые могут спровоцировать дальнейший разрыв капли. Более мутный вид верхней капли перед ее взрывом на съемке акустического фонтана скоростной камерой может быть вызван именно данными микроскопическими искажениями поверхности капли, которые не видны глазу непосредственно ( $\Lambda_n = 2\pi R_0/n$ , радиус капли  $R_0 = 0.75$  мм, номер самой неустойчивой моды  $n = 386$ , т.е.  $\Lambda_{386} \approx 12$  мкм), но рассеивают световые волны и создают оптический эффект в виде помутнения.

Работа поддержана грантами РФФИ-18-32-00683 мол\_а, РФФИ-17-02-00261, РФФИ-17-54-33034.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Khokhlova T.D., Canney M.S., Khokhlova V.A. et al. // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 130. P. 3498.*
2. *Hoff L. // Kluwer Academic Publishers. 2002. P. 230.*
3. *Vaezy S., Martin R., Crum L. // Echocardiography. 2001. V. 18. № 4. P. 309.*
4. *Maxwell A., Sapozhnikov O., Bailey M. et al. // Acoustics Today. 2012. V. 8. № 4. P. 24.*
5. *Tomita Y. // Phys. of Fluids. 2014. V. 26. P. 097105-1.*
6. *Simon J.C., Sapozhnikov O.A., Khokhlova V.A. et al. // J. Fluid Mech. 2015. V. 766. P. 129.*
7. *Сапожников О.А., Анненкова Е.А. // Акуст. журн. 2016. Т. 64. № 3. С. 308.*
8. *Prosperetti A. // Quarterly of Appl. Math. 1977. V. 34. P. 339.*
9. *Абрамовиц М., Стиган И. Справ. по спец. функциям с формулами, графиками и матем. табл. М.: Наука, 1979.*
10. *Власов В.К., Глухова М.Н., Королев Л.Н. и др. // Вестн. МГУ. Сер. 15. Вычисл. матем. и кибернетика. 1992. № 1. С. 65.*