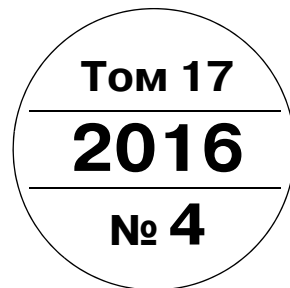


МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ



Издается с 2000 года

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Редакционный совет:

CHYI-YEU LIN, PhD, prof.
GROUMPOS P. P., prof.
JEN-HWA GUO, PhD, prof.
KATALINIC B., PhD, prof.
SUBUDHI B., PhD, prof.
АЛИЕВ Т. А., акад. НАНА, проф.
АНШАКОВ Г. П., чл.-корр. РАН, проф.
БОЛОТНИК Н. Н., чл.-корр. РАН, проф.
ВАСИЛЬЕВ С. Н., акад. РАН, проф.
КАЛЯЕВ И. А., чл.-корр. РАН, проф.
КРАСНЕВСКИЙ Л. Г., чл.-корр. НАНБ, проф.
КУЗНЕЦОВ Н. А., акад. РАН, проф.
ЛЕОНОВ Г. А., чл.-корр. РАН, проф.
МАТВЕЕНКО А. М., акад. РАН, проф.
МИКРИН Е. А., акад. РАН, проф.
ПЕШЕХОНОВ В. Г., акад. РАН, проф.
РЕЗЧИКОВ А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
СЕБРЯКОВ Г. Г., чл.-корр. РАН, проф.
СИГОВ А. С., акад. РАН, проф.
СОЙФЕР В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОВЬЕВ В. А., чл.-корр. РАН, проф.
СОЛОМЕНЦЕВ Ю. М., чл.-корр. РАН, проф.
ФЕДОРОВ И. Б., акад. РАН, проф.
ЧЕНЦОВ А. Г., чл.-корр. РАН, проф.
ЧЕРНОУСЬКО Ф. Л., акад. РАН, проф.
ЩЕРБАТЮК А. Ф., чл.-корр. РАН, проф.
ЮСУПОВ Р. М., чл.-корр. РАН, проф.

Главный редактор:

ФИЛИМОНОВ Н. Б., д. т. н., с. н. с.

Заместители гл. редактора:

ПОДУРАЕВ Ю. В., д. т. н., проф.
ПУТОВ В. В., д. т. н., проф.
ЮШЕНКО А. С., д. т. н., проф.

Ответственный секретарь:

БЕЗМЕНОВА М. Ю.

Редакционная коллегия:

АЛЕКСАНДРОВ В. В., д. ф.-м. н., проф.
АНТОНОВ Б. И.
АРШАНСКИЙ М. М., д. т. н., проф.
БУКОВ В. Н., д. т. н., проф.
ВИТТИХ В. А., д. т. н., проф.
ГРАДЕЦКИЙ В. Г., д. т. н., проф.
ЕРМОЛОВ И. Л., д. т. н., доц.
ИВЧЕНКО В. Д., д. т. н., проф.
ИЛЬЯСОВ Б. Г., д. т. н., проф.
КОЛОСОВ О. С., д. т. н., проф.
КОРОСТЕЛЕВ В. Ф., д. т. н., проф.
ЛЕБЕДЕВ Г. Н., д. т. н., проф.
ЛОХИН В. М., д. т. н., проф.
ПАВЛОВСКИЙ В. Е., д. ф.-м. н., проф.
ПРОХОРОВ Н. Л., д. т. н., проф.
ПШИХОПОВ В. Х., д. т. н., проф.
РАПОПОРТ Э. Я., д. т. н., проф.
СЕРГЕЕВ С. Ф., д. пс. н., с. н. с.
ФИЛАРЕТОВ В. Ф., д. т. н., проф.
ФРАДКОВ А. Л., д. т. н., проф.
ФУРСОВ В. А., д. т. н., проф.
ЮРЕВИЧ Е. И., д. т. н., проф.

Редакция:

ГРИГОРИН-РЯБОВА Е. В.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Цыкунов А. М.** Робастное управление объектом с распределенным запаздыванием и неизвестным порядком математической модели 219
- Афанасьев Г. Д., Афанасьева И. Г.** Расчет параметров распределенных систем автоматического регулирования с параллельным корректирующим устройством. 227

РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Болотник Н. Н., Жуков А. А., Козлов Д. В., Корпухин А. С., Смирнов И. П.** Перспективы использования полиимида в исполнительных устройствах мехатронных микросистем 233
- Егоров О. Д., Буйнов М. А.** Структурный анализ механизмов мехатронных и робототехнических устройств 239

ЭРГАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

- Тарасов Е. Н.** Управление в эргатических распределенных системах обработки данных 245
- Карташев В. А., Богуславский А. А., Соколов С. М.** Обеспечение безопасности работы оператора методом разделения рабочих зон робота и человека 249

УПРАВЛЕНИЕ СЛОЖНЫМИ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

- Корнев П. С., Митришкин Ю. В., Патров М. И.** Реконструкция равновесного распределения параметров плазмы токамака по внешним магнитным измерениям и построение линейных плазменных моделей 254

УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ В АВИАКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

- Косов А. А., Ульянов С. А.** Об определении ориентации и стабилизации космического аппарата с помощью наблюдателя состояния 267
- Филимонов А. Б., Фам Фыонг Кыонг.** Методы формирования информативных признаков радиолокационных дальностных портретов воздушных целей 273
- Rzevski G. A., Knezevic J., Скобелев П. О., Боргест Н. М., Симонова Е. В., Лахин О. И.** Новый подход к управлению жизненным циклом изделий аэрокосмической промышленности с использованием теории сложности 282

Журнал входит в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; журнал включен в систему Российского индекса научного цитирования

Информация о журнале доступна по сети Internet по адресу:
<http://novtex.ru/mech>, e-mail: mech@novtex.ru

MECHATRONICS, AUTOMATION, CONTROL



МЕХАТРОНИКА, АВТОМАТИЗАЦИЯ, УПРАВЛЕНИЕ

Published since 2000

ISSN 1684-6427

DOI 10.17587/issn.1684-6427

Editorial Council:

ALIEV T. A., prof., Azerbaijan, Baku
 ANSHAKOV G. P., Russia, Samara
 BOLOTNIK N. N., Russia, Moscow
 CHENTSOV A. G., Russia, Ekaterinburg
 CHERNOUSKO F. L., Russia, Moscow
 CHYI-YEU LIN, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 FEDOROV I. B., Russia, Moscow
 GROUMPOS P. P., prof., Greece, Patras
 JEN-HWA GUO, PhD, Prof., Taiwan, Taipei
 KALYAEV I. A., Russia, Taganrog
 KATALINIC B., PhD, Prof., Austria, Vienna
 KRASNEVSKIY L. G., Belarus, Minsk
 KUZNETSOV N. A., Russia, Moscow
 LEONOV G. A., Russia, S.-Peterburg
 MATVEENKO A. M., Russia, Moscow
 MIKRIN E. A., Russia, Moscow
 PESHEKHONOV V. G., Russia, S.-Peterburg
 REZCHIKOV A. F., Russia, Saratov
 SCHERBATYUK A. F., Russia, Vladivostok
 SEBRYAKOV G. G., Russia, Moscow
 SIGOV A. S., Russia, Moscow
 SOJFER V. A., Russia, Samara
 SOLOMENTSEV Yu. M., Russia, Moscow
 SOLOVJEV V. A., Russia, Moscow
 SUBUDHI B., PhD, Prof., India, Sundargarh
 VASILYEV S.N., Russia, Moscow
 YUSUPOV R. M., Russia, S.-Peterburg

Editor-in-Chief:

FILIMONOV N. B., Russia, Moscow

Deputy Editor-in-Chief:

PODURAEV Yu. V., Russia, Moscow
 PUTOV V. V., Russia, S.-Peterburg
 YUSCHENKO A. S., Russia, Moscow

Responsible Secretary:

BEZMEENOVA M. Yu., Russia, Moscow

Editorial Board:

ALEXANDROV V. V., Russia, Moscow
 ANTONOV B. I., Russia, Moscow
 ARSHANSKY M. M., Russia, Tver
 BUKOV V. N., Russia, Zhukovsky
 ERMOLOV I. L., Russia, Moscow
 FILARETOV V. F., Russia, Vladivostok
 FRADKOV A. L., Russia, S.-Peterburg
 FURSOV V. A., Russia, Samara
 GRADETSKY V. G., Russia, Moscow
 ILYASOV B. G., Russia, Ufa
 IVCHENKO V. D., Russia, Moscow
 KOLOSOV O. S., Russia, Moscow
 KOROSTELEV V. F., Russia, Vladimir
 LEBEDEV G. N., Russia, Moscow
 LOKHIN V. M., Russia, Moscow
 PAVLOVSKY V. E., Russia, Moscow
 PROKHOROV N. L., Russia, Moscow
 PSHIKHOPOV V. Kh., Russia, S.-Peterburg
 RAPOPORT E. Ya., Russia, Samara
 SERGEEV S. F., Russia, S.-Peterburg
 VITTIKH V. A., Russia, Samara
 YUREVICH E. I., Russia, S.-Peterburg

Editorial Staff:

GRIGORIN-RYABOVA E.V., Russia, Moscow

The mission of the Journal is to cover the current state, trends and prospective development of *mechatronics*, that is the priority field in the technosphere as it combines mechanics, electronics, automatics and informatics in order to improve manufacturing processes and to develop new generations of equipment. Covers topical issues of development, creation, implementation and operation of mechatronic systems and technologies in the production sector, power economy and in transport.

CONTENTS

METHODS OF THE THEORY OF AUTOMATIC CONTROL

- Tsykunov A. M.** Robust Control of Object with Distributed Delay and Unknown Order of Mathematical Model 219
Afanasyev G. D., Afanasyeva I. G. Calculation of the Parameters of the Distributed Automatic Control Systems with Parallel Corrective Devices 227

ROBOTIC SYSTEMS

- Bolotnik N. N., Zhukov A. A., Kozlov D. V., Korpukhin A. S., Smirnov I. P.** Prospects for Using Polyimide in Actuators of Mechatronic Microsystems 233
Egorov O. D., Buynov M. A. Structural Analysis of Mechanisms of the Mechatronic and Robotic Devices 239

ERGATIC CONTROL SYSTEMS

- Tarasov E. N.** Ergatic Distributed Data-Processing Systems Control 245
Kartashev V. A., Boguslavsky A. A., Sokolov S. M. Maintenance of Safety in Man-robot Co-working Operations by the Highlighted Area Method 249

CONTROL OF COMPLEX TECHNICAL OBJECTS

- Korenev P. S., Mitrishkin Y. V., Patrov M. I.** Reconstruction of Equilibrium Distribution of Tokamak Plasma Parameters by External Magnetic Measurements and Construction of Linear Plasma Models. 254

CONTROL AND INFORMATION PROCESSING IN AEROSPACE SYSTEMS

- Kosov A. A., Ul'yanov S. A.** On Spacecraft Attitude Determination and Stabilization Using State Observers 267
Filimonov A. B., Pham Phuong Cuong. Methods for Formation Information Signatures of the Radar Range Profiles of the Aerial Targets 273
Rzevski G. A., Knezevic J., Skobelev P. O., Borgest N. M., Simonova E. V., Lakhin O. I. A New Approach to Managing Life Cycle of Aerospace Products using Complexity Theory . . . 282

Information about the journal is available online at:
<http://novtex.ru/mech.html>, e-mail: mech@novtex.ru

П. С. Корнев, аспирант, pkorenev92@mail.ru, **Ю. В. Митришкин**, д-р техн. наук, проф., yvm@mail.ru, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, г. Москва, **М. И. Патров**, канд. физ.-мат. наук, науч. сотр., michael.patrov@mail.ioffe.ru, Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург

Реконструкция равновесного распределения параметров плазмы токамака по внешним магнитным измерениям и построение линейных плазменных моделей¹

Рассмотрено решение задачи идентификации (реконструкции) сложного динамического объекта с распределенными параметрами — плазмы в магнитном поле токамака — методами физики. Идентифицируются (восстанавливаются) равновесные распределения полоидального потока, тороидального тока и граница плазмы. Реконструкция проводится в темпе наблюдений по сигналам магнитной диагностики вне плазмы в дискретные моменты времени. По восстановленным равновесиям строятся линейные динамические модели плазмы в магнитном поле токамака. Разработанные алгоритмы реконструкции и построения линейных моделей применены к экспериментальным данным сферического токамака Глобус-М в программно-вычислительной среде MATLAB и графической среде виртуальных приборов LabVIEW. Показывается, как алгоритмы восстановления равновесия и управления формой плазмы, которые могут быть получены на основе линейных моделей, могут встраиваться в экспериментальный стенд реального времени для применения в физическом эксперименте токамака.

Ключевые слова: идентификация, токамак, реконструкция равновесия плазмы, распределенные параметры, форма плазмы, полоидальный поток, тороидальный ток, линейные динамические модели, стенд реального времени

Введение

К настоящему времени в решении проблемы управляемого термоядерного синтеза по-прежнему продолжают лидировать аксиально симметричные тороидальные магнитные конфигурации (токамаки), предназначенные для удержания высокотемпературной плазмы в магнитном поле [1]. Токмаки прошли в своей эволюции путь от круглых в поперечном сечении токамаков с медными кожухами для демпфирования горизонтального движения плазмы и железными сердечниками до современных вытянутых по вертикали токамаков со значительно большим газокинетическим давлением [2] и воздушными центральными соленидами без медных кожухов.

Родиной токамаков является Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова (СССР, г. Москва), в котором был построен первый токамак в 1956 г. Затем токамаки распространились по всему миру [3], и сейчас во Франции (г. Кадараш) сооружается первый экспериментальный термоядерный реактор — ITER².

В нашей же стране был впервые применен метод обратных связей для управления плазмой в магнит-

ном поле открытой магнитной ловушки [4], и этот метод получил широкое применение в токамаках для магнитного и кинетического управления плазмой. Современные токамаки проектируются и сооружаются совместно с системами управления, которые обеспечивают стабилизацию положения плазмы по большому радиусу и в вертикальном неустойчивом направлении, удерживают плазму вблизи первой стенки посредством стабилизации ее формы, создают профили распределения ее параметров: тока, температуры, давления, запаса устойчивости q .

В настоящее время в мире действует ряд вертикально вытянутых токамаков, на которых изучается физика высокотемпературной плазмы и проводятся исследования систем управления плазмой³. К таким наиболее прогрессивным токамакам можно отнести *DIII-D* (США, 1986, 1,66; 0,67), *JET* (Великобритания, 1992, 3,00; 1,25—2,1), *JT-60U* (Япония, 1991, 3,40; 1,00), *TCV* (Швейцария, 1992, 0,88; 0,25—0,7), *ASDEX Upgrade* (Германия, 1991 1,65; 0,5—0,8), *EAST* (Китай, 2006, 1,75; 0,43), *KSTAR* (Южная Корея, 2008, 1,8; 0,5). В маркировках токамаков после названий стран их расположения указаны год ввода токамака в эксплуатацию, а также большой и малый радиусы в метрах соответственно.

¹ Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-08-00380А.

² www.iter.org

³ www.tokamak.info

В Российской Федерации с 1999 г. эксплуатируется сферический токамак Глобус-М (1999, 0,36; 0,24) [5] в Физико-техническом институте им. А. Ф. Иоффе, а также сооружается вытянутый по вертикали токамак Т-15 (2017, 1,48; 0,67) в Институте физики токамаков, НИЦ "Курчатовский институт" [6].

Для управления формой плазмы, т. е. расположением в пространстве границы плазмы, необходимо по магнитным измерениям вне плазмы восстанавливать распределение полоидального магнитного потока и положение сепаратрисы плазмы. На каждом действующем токамаке свой коллектив специалистов разработал алгоритм реконструкции равновесия плазмы и использует его в контуре обратной связи для управления формой плазмы [7], поскольку без такого алгоритма токамак с вытянутым сечением не способен функционировать. Например, на токамаке *DIID-D* применяется алгоритм *EFIT (Equilibrium FITting)* [8], который восстанавливает распределение потока и тока и дает возможность управлять потоками на сепаратрисе (*isoflux control*) [9, 10]. На токамаке *JET* применяется алгоритм *XLOC* [7, 11], позволяющий рассчитывать форму и положение плазмы, но не ее ток, и управлять зазорами между сепаратрисой и первой стенкой в фиксированных точках полоидального сечения [12].

В данной работе разрабатывается алгоритм восстановления равновесия плазмы для токамака Глобус-М в целях дальнейшего его использования для управления формой плазмы на данной установке, поскольку на ней применяются только два скалярных контура стабилизации горизонтального и вертикального положения плазмы [13]. Накопленный опыт реконструкции и управления формой плазмы на токамаке Глобус-М предполагается в дальнейшем использовать на токамаке Т-15.

По терминологии теории управления решаемая задача восстановления равновесия является задачей идентификации, т.е. задачей построения стационарной модели плазмы как объекта управления с распределенными параметрами по показаниям магнитной диагностики токамака в темпе наблюдений. Разработанный алгоритм реконструкции распределения параметров плазмы основан на итерационном решении дифференциального эллиптического уравнения

равновесия плазмы Града — Шафранова [3, 14, 15] в частных производных методом функций Грина. На основе восстановленных распределений плотности тороидального тока плазмы и полоидального потока строятся линейные динамические модели плазмы, которые могут быть применены для построения регуляторов формы, тока и положения плазмы. Для получения линейных моделей используются

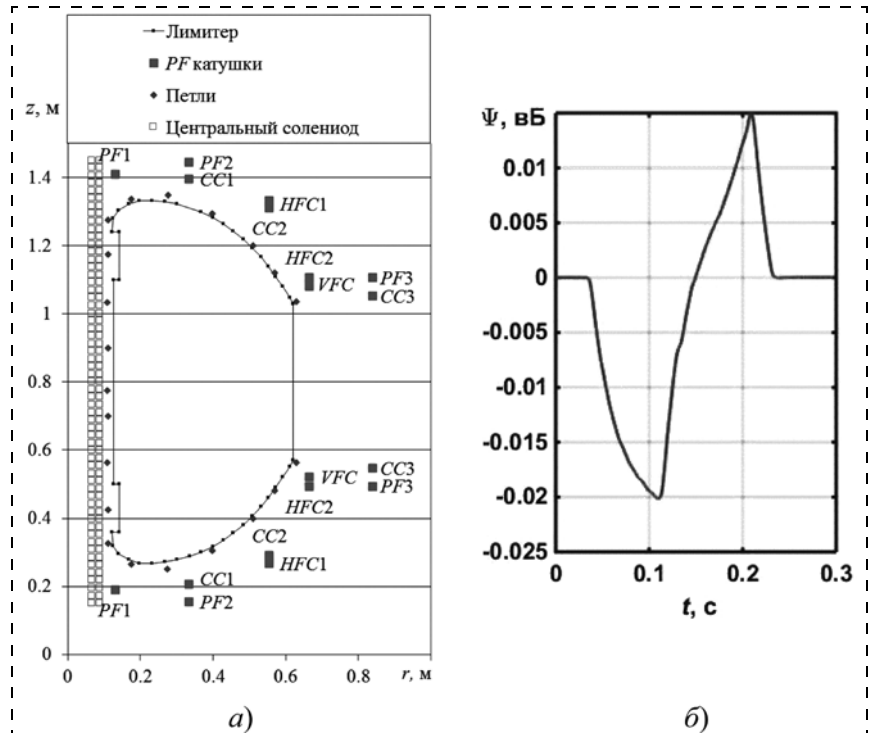


Рис. 1. Расположение катушек полоидального поля и магнитных петель в вертикальном сечении токамака ГЛОБУС-М (а); полоидальный поток на магнитной петле токамака в разряде № 31648 (б)

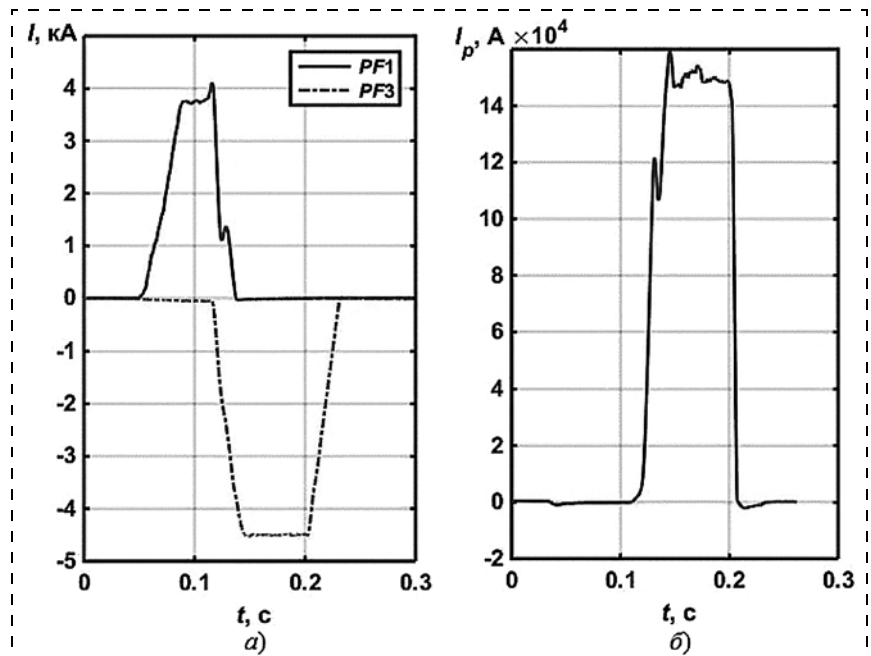


Рис. 2. Токи в обмотках PF1 и PF2 полоидального поля (а) и ток плазмы (б) в разряде № 31648

линеаризованные уравнения Кирхгофа для контуров тока плазмы и обмоток токамака с учетом уравнения баланса сил в плазме.

Задача идентификации в статье решается не с использованием продвинутых методов идентификации, например, метода подпространств [16, 17] или метода вейвлетов [18–20], а методом применения законов физики и знания физики плазмы в токамаках.

Полученные результаты могут быть применены в разработке систем магнитного управления плазмой с дальнейшим их внедрением в практику физического эксперимента посредством экспериментальных стендов реального времени [21].

Магнитная диагностика токамака Глобус-М основана на использовании 21 магнитной петли, которые измеряют магнитный полоидальный поток в различных точках пространства вокруг плазмы, и поясов Роговского, измеряющих полный ток плазмы, суммарный ток плазмы и ток по камере, а также токи в восьми полоидальных обмотках токамака. Расположение катушек полоидального поля, магнитных петель и элементов вакуумной камеры токамака Глобус-М представлены на рис. 1, а. Типичное показание магнитной диагностики — значение полоидального потока на магнитной петле — приведено на рис. 1, б; токи в основных обмотках управления токамака показаны на рис. 2, а, ток плазмы — на рис. 2, б.

1. Математическая постановка задачи идентификации

Равновесие плазмы в токамаке описывается распределением полоидального магнитного потока $\psi(r, z)$ в цилиндрической системе координат (r, φ, z) с учетом аксиальной симметрии плазмы. Полоидальный поток ψ в точке P определяется как магнитный поток на радиан горизонтальной окружности с центром на оси токамака, проходящей через точку P и ограничивающей площадь S (рис. 3):

$$\psi(P) = \frac{1}{2\pi} \int_{S(P)} \vec{B} d\vec{S},$$

где \vec{B} — вектор индукции магнитного поля; $\vec{B} d\vec{S}$ — скалярное произведение индукции и нормали эле-

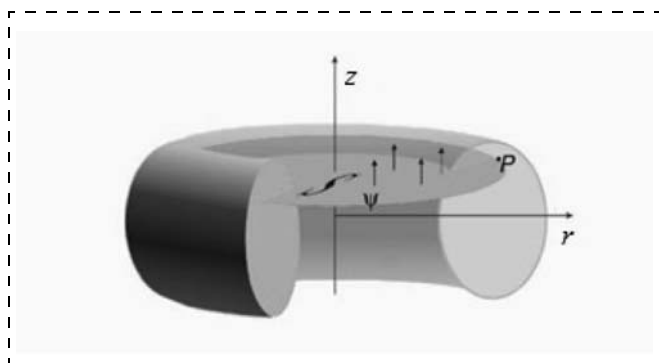


Рис. 3. Полоидальный поток в токамаке

мента поверхности. Из определения полоидального потока следует, что он должен обращаться в ноль на аксиальной оси и на бесконечности (граничные условия).

Граница плазмы (сепаратриса) в полоидальной плоскости (вертикальной плоскости, проходящей через ось z) может быть найдена как наибольшая замкнутая линия уровня полоидального потока [3, 14, 15, 22]. В случае, если сепаратриса касается камеры токамака, конфигурацию плазмы называют лимитерной. Если плазма не касается стенок токамака, то говорят, что плазма находится в диверторной фазе. Диверторная фаза также характеризуется наличием на сепаратрисе X -точки, в которой магнитное поле обращается в ноль. Сепаратриса имеет ветви, которые "входят" в первую стенку токамака или диверторные пластины. Вдоль этих ветвей из плазмы выходят примеси и поглощаются диверторными пластинами. Таким образом, для определения формы и положения магнитной оси плазмы достаточно найти распределение полоидального потока.

Из уравнений Максвелла в дифференциальной форме [23, 24]

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{B} &= \mu_0 \vec{J}, \\ \text{div } \vec{B} &= 0, \end{aligned}$$

где \vec{J} — вектор плотности тока, μ_0 — магнитная постоянная, и аксиальной симметрии тороидальной плазмы

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$$

можно получить дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка, связывающее распределение плотности тороидального тока плазмы J_φ с распределением создаваемого им полоидального потока ψ [3, 15]:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\mu_0 r J_\varphi. \quad (1)$$

На основании (1) задачу стационарной идентификации (восстановления) равновесия плазмы можно сформулировать следующим образом.

Требуется найти область плазмы S , распределение тороидального тока J_φ в ней и создаваемое им распределение полоидального потока, удовлетворяющие уравнению (1) и ограничениям вида

$$\begin{aligned} \left(\iint_S J_\varphi dS - I_p \right)^2 &\rightarrow \min_{J_\varphi}; \\ \psi|_{r=0} &= 0; \\ \psi|_{r=\infty} &= 0; \\ (\psi(r_i, z_i) - \Psi_i)^2 &\rightarrow \min, \quad i = 1, \dots, M, \end{aligned}$$

где I_p и Ψ_i — измеренные значения полного тока плазмы и полоидального потока на петлях, M — число измеряющих поток петель.

Поставленная задача является обратной некорректной краевой задачей, поскольку в ней нарушаются условия корректности по Ж. Адамару [25, 26]:

- 1) решение задачи всегда существует;
- 2) это решение единственно;
- 3) решение задачи зависит непрерывно от входных данных.

Используя уравнение (1), можно найти распределение полоидального потока при заданном распределении плотности тока плазмы, однако правая часть уравнения (1) неизвестна и должна быть найдена из других условий. Краевая задача является обратной, так как в задаче известно следствие, т. е. значения потока вне плазмы, а неизвестной является причина: распределение потока и тороидального тока плазмы. Более того, решение задачи не является единственным.

2. Алгоритм идентификации стационарной модели плазмы

Комбинируя уравнение (1) с условием баланса между силами Ампера магнитного поля и градиента давления в плазме

$$\nabla p = \vec{J} \times \vec{B},$$

можно получить уравнение Града — Шафранова [3, 14, 15], которому подчиняется равновесие плазмы в токамаке:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\mu_0 r^2 \frac{d}{d\psi} p(\psi) - \frac{1}{2} \frac{d}{d\psi} F^2(\psi),$$

где плотность тороидального тока плазмы J_φ выражена через газокинетическое давление плазмы p и функцию F , пропорциональную полоидальному току плазмы:

$$J_\varphi = r \frac{d}{d\psi} p(\psi) + \frac{1}{2\mu_0 r} \frac{d}{d\psi} F^2(\psi).$$

Функции p и F также неизвестны, но зависят только от полоидального потока. Ввиду этого составляющие плотности тороидального тока плазмы J_φ могут быть аппроксимированы функциями полоидального потока:

$$\frac{d}{d\psi} p(\psi) = \sum_k^{n_p} c_k^p f_k^p(\psi),$$

$$\frac{d}{d\psi} F^2(\psi) = \sum_l^{n_F} c_l^F f_l^F(\psi).$$

Для решения задачи идентификации равновесия используется итерационный метод Пикара. На каждой итерации плотность тока плазмы аппроксимируется линейной комбинацией базисных функций $f(\psi)$ от полоидального потока, полученного на предыдущей итерации. Полоидальный поток в

этом случае вычисляется как сумма, определяемая выбранными базисными функциями:

$$\psi_n(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{n_p} c_k^p \psi_{kn}^p(\vec{r}) + \sum_{l=1}^{n_F} c_l^F \psi_{ln}^F(\vec{r}) + \sum_{m=1}^N G(\vec{r}, \vec{r}_m) I_m,$$

где

$$\psi_{kn}^p(\vec{r}) = \iint_S r' G(\vec{r}, \vec{r}') f_k^p(\psi_{n-1}(\vec{r}')) dS',$$

$$\psi_{ln}^F(\vec{r}) = \iint_S \frac{1}{2\mu_0 r'} G(\vec{r}, \vec{r}') f_l^F(\psi_{n-1}(\vec{r}')) dS'.$$

Здесь G — функция Грина для уравнения (1), имеющая физический смысл полоидального потока в точке $\vec{r} = (r, z)$, создаваемого единичным бесконечно тонким кольцевым током с координатами $\vec{r}' = (r', z')$, распределение плотности тока которого имеет вид дельта-функции $\delta(\vec{r} - \vec{r}')$, и выражаемая через эллиптические интегралы первого рода K и второго рода E [27]:

$$G(\vec{r}_j, \vec{r}) = \mu_0 \frac{\sqrt{rr_j}}{\pi k} \left[\left(1 - \frac{k^2}{2}\right) K(k^2) - E(k^2) \right];$$

$$k^2 = \frac{4rr_j}{(r+r_j)^2 + (z-z_j)^2}.$$

Коэффициенты c_k^p , c_k^F и токи в катушках I_m подбираются на каждой итерации через минимизацию суммы квадратов разностей между рассчитанными и измеренными токами и потоками

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^M \left(\frac{\Psi(\vec{r}_i, c_k^p, c_k^F, I_m) - \Psi_i}{\sigma_i^\Psi} \right)^2 + \left(\frac{I_p(c_k^p, c_k^F) - I_p^M}{\sigma_{I_p}^M} \right)^2 + \sum_{m=1}^N \left(\frac{I_m - I_m^M}{\sigma_m^I} \right)^2.$$

Здесь I_p и I_p^M — рассчитанный и измеренный полные токи плазмы; I_m^M — измеренные токи в обмотках токамака; σ_i^Ψ , $\sigma_{I_p}^I$, σ_m^I — погрешности измерений полоидального потока, тока плазмы и тока в обмотках соответственно.

Можно пояснить метод решения дифференциального уравнения типа (1) посредством функций Грина в области обобщенных функций [28]. Пусть дано уравнение

$$Lu = f(x),$$

где L — дифференциальный оператор. Реакцией системы на импульсное воздействие в виде дельта-функции $\delta(x - \xi)$ будет функция Грина $G(x, \xi)$:

$$LG(x, \xi) = \delta(x - \xi).$$

Тогда решение $Lu = f$ получается типа свертки

$$u = \int_{\Omega} G(x, \xi) f(\xi) d\xi,$$

что легко проверяется:

$$Lu = \int_{\Omega} LG(x, \xi) f(\xi) d\xi = \int_{\Omega} \delta(x - \xi) f(\xi) d\xi = f(x).$$

Функционал χ^2 можно представить в виде

$$\chi^2 = \|AX - Y\|^2,$$

где X — вектор искомых коэффициентов, Y — вектор измеренных потоков и токов. Поскольку рассматриваемая задача некорректна по Адамару, решение слабо устойчиво по входным данным. Применим сингулярное разложение к матрице A :

$$A = U\Sigma V^T,$$

где U и V — ортогональные матрицы, Σ — диагональная матрица с сингулярными числами $\sigma_{ii} \geq 0$ и $\sigma_{ij} = 0$ при $i \neq j$. Вводя новые векторы $X' = V^T X$, $Y' = U^T Y$, приведем функционал к виду

$$\chi^2 = \|\Sigma X' - Y'\|^2.$$

Решение с минимальной нормой имеет вид $X'_i = Y'_i / \sigma_{ii}$ при $\sigma_{ii} > 0$, $X'_i = 0$ — при $\sigma_{ii} = 0$. Поскольку ортогональное преобразование не меняет нормы вектора $\|X\| = \|X'\|$, и при малых σ_{ii} норма решения может значительно меняться при изменении входных данных Y , в процессе минимизации функционала используется метод регуляризации *TSVD (Truncated Singular Value Decomposition)* [29]. При решении задачи минимизации отбрасывается вклад в решение, соответствующий малым σ_{ii} , что устраняет сильное изменение нормы $\|X\|$ и повышает устойчивость решения к погрешностям измерения.

Хотя рассматриваемый метод подразумевает множество итераций, при достаточно малом временном шаге равновесие плазмы в соседних временных точках не успевает значительно измениться. В этом случае, если использовать в качестве нулевого приближения равновесие, рассчитанное до предыдущего момента времени, то алгоритм сходится всего за одну итерацию.

3. Результаты численного восстановления равновесия плазмы по экспериментальным данным токамака Глобус-М

На рис. 4 показаны примеры равновесий плазмы в виде линий равного уровня полоидального потока системы вложенных магнитных поверхностей, полученных применением разработанного алгоритма к экспериментальным данным токамака Глобус-М. Полоидальная система катушек токамака Глобус-М способна создавать плазменный шнур различных равновесных конфигураций: с нижней X -точкой

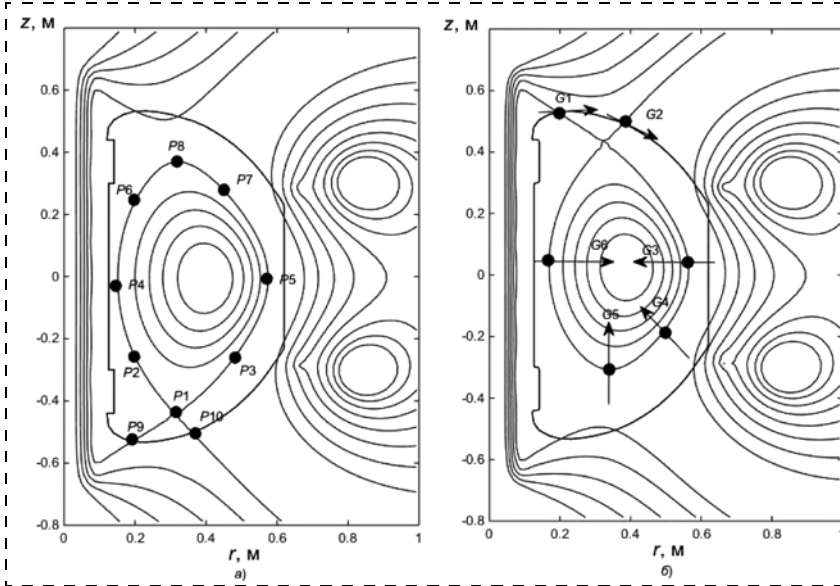


Рис. 4. Линии уровня восстановленного распределения полоидального потока в токамаке ГЛОБУС-М и точки измерения: а — полоидального потока на сепаратрисе; б — зазоров между первой стенкой и сепаратрисой

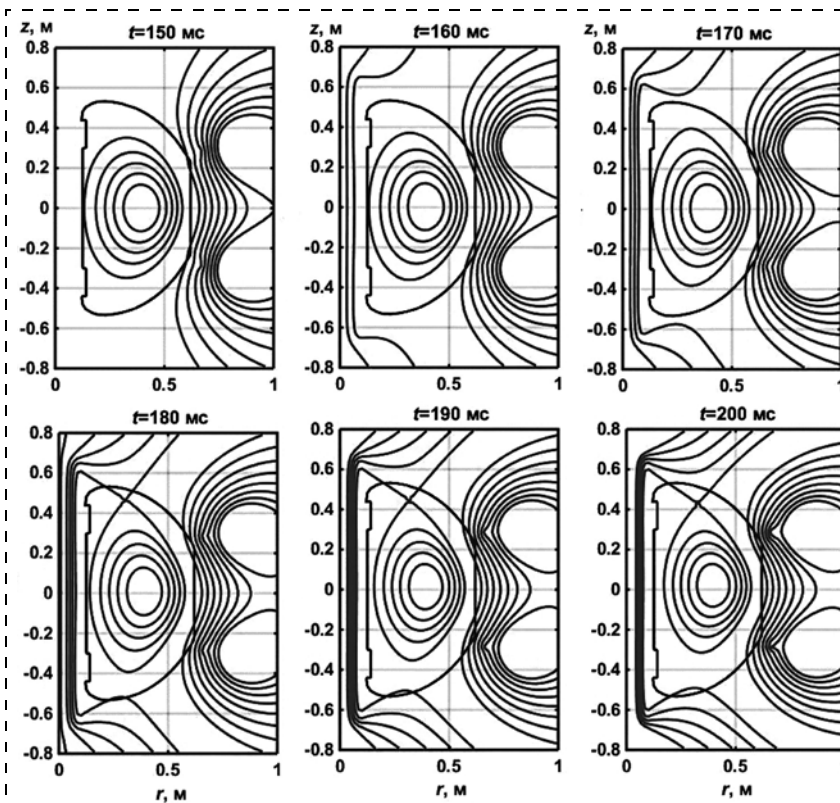


Рис. 5. Эволюция формы и положения плазмы, восстановленные для разряда № 31648 токамака Глобус-М

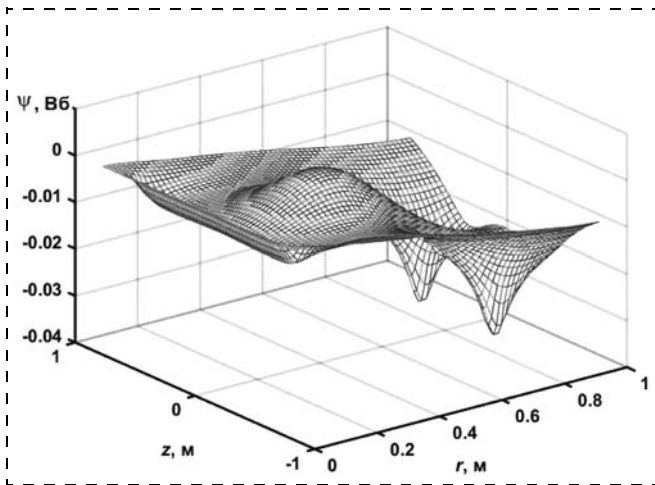


Рис. 6. Восстановленное распределение полоидального потока для момента времени $t = 180$ мс разряда № 31648 токамака Глобус-М

(рис. 4, а) и верхней X-точкой (рис. 4, б). На этих же рисунках приведены точки измерений как полоидальных потоков на сепаратрисе (рис. 4, а), так и зазоров между сепаратрисой и первой стенкой (рис. 4, б). Первый вид измерений необходим для применения управления положением сепаратрисы методом выравнивания потока на ней ("isoflux control") [9], а второй — для управления расстояниями (зазорами) от сепаратрисы до первой стенки [30] при применении алгоритма управления в контуре системы обратной связи.

На рис. 5 приведена эволюция формы и положения плазмы, восстановленных для разряда № 31648 токамака Глобус-М. Магнитные конфигурации получены через каждые 10 мс, начиная со 150 мс разряда. В моменты времени 150, 160, 170 мс в плазме существует лимитерная конфигурация, а в моменты времени 180, 190, 200 мс — диверторная конфигурация с одной верхней X-точкой. Таким образом, алгоритм восстановления равновесия плазмы

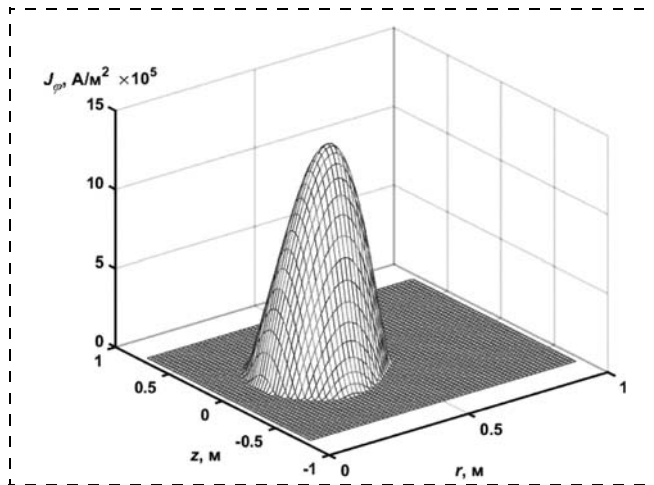


Рис. 7. Восстановленное распределение плотности тороидального тока плазмы для момента времени $t = 180$ мс разряда № 31648 токамака Глобус-М

позволяет проследить в течение всего разряда эволюцию магнитной конфигурации при восстановлении ее в дискретные моменты времени.

На рис. 6 и 7 показаны восстановленное распределение полоидального потока и соответствующее ему распределение плотности тока плазмы в трехмерном масштабе в координатах (ψ, r, z) и (J_ϕ, r, z) . При численном моделировании использовалась квадратная сетка размером 64×64 .

Алгоритм восстановления равновесия (программная реализация которого была названа *FCDI* — *Flux-Current Distribution Identification* [30]) был выверен на восстановительном коде *EFIT* [8] и эволюционном плазмозическом коде *DINA* (разработка ГНЦ РФ ТРИНИТИ) [31]. К экспериментальным данным разряда № 31648 токамака Глобус-М были применены коды *FCDI* и *EFIT*. Код *DINA* был настроен на режимы работы токамака Глобус-М, и на нем был промоделирован тот же разряд № 31648. Равновесие, восстановленное с

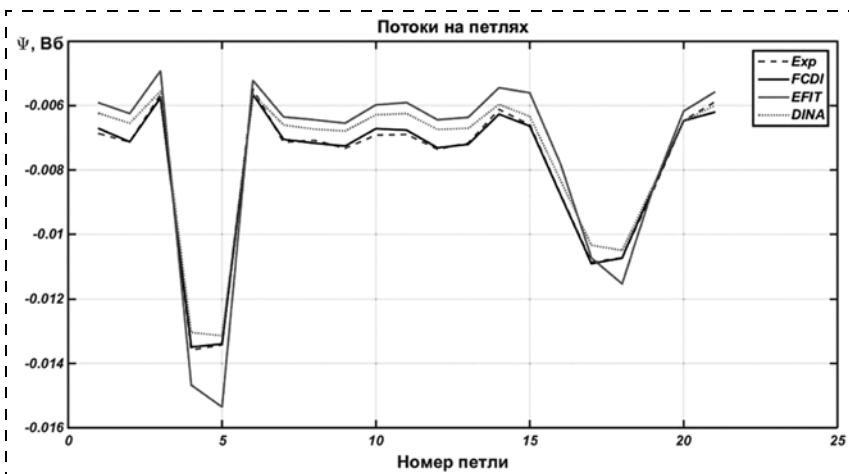


Рис. 8. Сравнение измеренных в эксперименте значений полоидального потока со значениями, рассчитанными (восстановленными) программами *FCDI*, *DINA* и *EFIT*

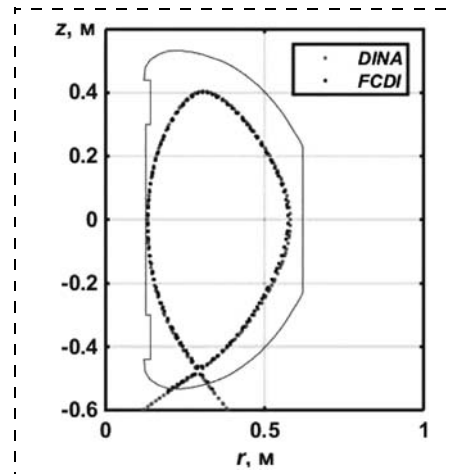


Рис. 9. Сравнение равновесия плазмы в токамаке, рассчитанного на коде *DINA*, и равновесия восстановленного алгоритмом *FCDI* по сигналам с кода *DINA*

помощью *FCDI* по экспериментальным сигналам магнитной диагностики, наиболее точно соответствует зарегистрированным в эксперименте значениям полоидального потока на магнитных петлях (рис. 8). Максимальная ошибка восстановления потока составляет 2 мВб для *FCDI*, 4 мВб — для *DINA* и 12 мВб — для *EFIT*.

Кроме того, положение сепаратрисы, восстановленное на коде *FCDI* по воспроизведенным на коде *DINA* сигналам с магнитных петель, совпадает с сепаратрисой, полученной на коде *DINA* с достаточно высокой точностью (рис. 9).

4. Построение линейных плазменных моделей относительно восстановленного равновесия плазмы

В отсутствие плазмы в токамаке динамика вектора токов I в катушках полоидального поля и элементах вакуумной камеры токамака (горизонтальных кольцах) описывается векторно-матричным дифференциальным уравнением Кирхгофа, связывающим изменение вектора-столбца магнитного потока Ψ_c через контуры проводников с диагональной матрицей активных сопротивлений проводников R и вектором приложенных к ним напряжений U :

$$\frac{d}{dt} \Psi_c + RI = U.$$

При этом вектор потоков Ψ_c определяется произведением постоянной матрицы индуктивностей проводников

$$M_{cc} = \frac{d\Psi}{dI} = \text{const}$$

и вектора токов I , и поэтому дифференциальное уравнение Кирхгофа является линейным:

$$M_{cc} \dot{I} + RI = U.$$

При добавлении в систему подвижного контура плазмы с током I_p вектор магнитных потоков Ψ_c нелинейно зависит от положения магнитной оси

плазмы $\vec{r}_p = \begin{bmatrix} r_p \\ z_p \end{bmatrix}$ и формы плазмы, определяемых

распределениями полоидального потока ψ и плотности тока плазмы J_ϕ , реконструкции которых посвящены предыдущие разделы. От формы и положения плазмы также зависит магнитный поток

$$\Psi_p = M_{pp} I_p + M_{pc} I$$

через контур плазмы, определяемый собственной индуктивностью плазмы M_{pp} и током через плазму, а также матрицей взаимных индуктивностей между плазмой и катушками управления (катушками полоидального поля) $M_{pc} = M_{pc}^T$ и токами через эти катушки. Матрицы индуктивностей, связанных с плазмой, выражаются из восстановленных распределения плотности тока, формы и положения плаз-

мы с помощью функций Грина, например для M_{pc} следующим образом:

$$M_{pc}(\psi, J_\phi) = \frac{2\pi}{I_p} \int_{S(\psi)} G(\vec{r}_c, \vec{r}_p) J_\phi(\vec{r}_p) d\vec{r}_p.$$

Эти формулы определяют связь линейных моделей с восстановленными распределениями потока и тока плазмы и приводят к решению полной согласованной задачи идентификации плазмы.

Для получения линейной модели примем следующие физические допущения:

- масса и сопротивление плазмы пренебрежимо малы, поэтому они полагаются равными нулю;
- считается, что плазма не меняет свою форму при смещении по вертикали и горизонтали (концепция "жесткой модели" [32, 33]);
- изменение полного тока плазмы не сопровождается изменением профиля распределения плотности тока.

Запишем теперь линеаризованные уравнения Кирхгофа в отклонениях от равновесных распределений ψ и J_ϕ . Первое уравнение описывает контуры катушек и элементов камеры токамака, а второе — контур плазмы:

$$\begin{cases} M_{cc} \delta \dot{I} + M_{cp}(\psi, J_\phi) \delta \dot{I}_p + \\ + \frac{\partial}{\partial \vec{r}_p} \Psi_c(\psi, J_\phi) \delta \dot{\vec{r}}_p + R \delta I = \delta U; \\ M_{pc}(\psi, J_\phi) \delta \dot{I} + M_{pp}(\psi, J_\phi) \delta \dot{I}_p + \\ + \frac{\partial \Psi_p}{\partial \vec{r}_p}(\psi, J_\phi) \delta \dot{\vec{r}}_p = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Поскольку масса плазмы принимается равной нулю, действующая на плазму сила в полоидальной плоскости

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} - \nabla p$$

или в координатном виде

$$\begin{bmatrix} F_r \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_\phi B_z - \frac{\partial p}{\partial r} \\ -J_\phi B_r - \frac{\partial p}{\partial z} \end{bmatrix}$$

в любой момент должна быть равна нулю. Это равенство должно выполняться и при отклонениях от равновесных распределений ψ и J по положению магнитной оси плазмы и по токам в проводящих элементах:

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}_p} \vec{F}(\psi, J_\phi) \delta \vec{r}_p + \frac{\partial}{\partial I} \vec{F}(\psi, J_\phi) \delta I = 0. \quad (2)$$

Выразим из соотношения (3) отклонение $\delta \vec{r}_p$ через вектор изменения токов в катушках и элементах камеры δI , подставим $\delta \vec{r}_p$ в уравнение (2), выразим из второго уравнения полученной системы скорость изменения тока плазмы $\delta \dot{I}_p$ и подставим

ее в первое уравнение. В итоге уравнение линейной модели примет следующий вид:

$$\tilde{M}(\psi, J_\phi)\delta\dot{I} + R\delta I = \delta U.$$

Матрица эффективных индуктивностей $\tilde{M}(\psi, J_\phi)$ в этой формуле зависит от равновесия плазмы и находится по формуле

$$\tilde{M} = M_{cc} - \frac{\partial\Psi_p}{\partial\vec{r}_p} \left(\frac{\partial\vec{F}_p}{\partial\vec{r}_p} \right)^{-1} \frac{\partial\vec{F}}{\partial I} - M_{cp} M_{pp}^{-1} \left(M_{pc} - \frac{\partial\Psi_p}{\partial\vec{r}_p} \left(\frac{\partial\vec{F}_p}{\partial\vec{r}_p} \right)^{-1} \frac{\partial\vec{F}}{\partial I} \right).$$

В конечном виде линейная модель плазмы в пространстве состояний запишется в виде

$$\begin{aligned} \delta\dot{I} &= A\delta I + B\delta U; \\ y &= C\delta I. \end{aligned} \quad (3)$$

Матрицы A и B выражаются через матрицы индуктивностей и сопротивлений по формулам

$$A = -\tilde{M}^{-1}R, \quad B = \tilde{M}^{-1}[E_{N \times N} \ 0_{N \times 1}]^T,$$

где E — единичная матрица; N — число обмоток токамака; V — число горизонтальных кольцевых элементов, на которые разбита вакуумная камера.

В качестве выходов модели y используются отклонения токов в восьми катушках управления от равновесных значений, горизонтальное и вертикальное смещения положения магнитной оси плазмы, изменение тока плазмы, приращения полоидального потока $\delta\psi_p$ в наборе из десяти точек $P1—P10$ на границе плазмы (см. рис. 4, а) и приращения δg шести зазоров между границей плазмы и вакуумной камерой (см. рис. 4, б). Выходы модели как отклонения от восстановленного равновесия токов в активных и пассивных структурах, положения магнитной оси плазмы, тока плазмы, потоков и расстояний сепаратрисы и первой стенки представляются в одном векторе

$$y = \begin{bmatrix} \delta I \\ \delta\vec{r}_p \\ \delta I_p \\ \delta\psi_p \\ \delta g \end{bmatrix}$$

и связаны с состояниями δI матрицей

$$C = \begin{bmatrix} E_{N \times N} \ 0_{N \times N} \\ -\left(\frac{\partial\vec{F}_p}{\partial\vec{r}_p} \right)^{-1} \frac{\partial\vec{F}}{\partial I} \\ -M_{pp}^{-1} \left(M_{pc} - \frac{\partial\Psi_p}{\partial\vec{r}_p} \left(\frac{\partial\vec{F}_p}{\partial\vec{r}_p} \right)^{-1} \frac{\partial\vec{F}}{\partial I} \right) \\ \frac{1}{2\pi} \left(M_{pc} - \frac{\partial\Psi_{P1-P10}}{\partial\vec{r}_p} \left(\frac{\partial\vec{F}_p}{\partial\vec{r}_p} \right)^{-1} \frac{\partial\vec{F}}{\partial I} - M_{pp} M_{pp}^{-1} \left(M_{pc} - \frac{\partial\Psi_p}{\partial\vec{r}_p} \left(\frac{\partial\vec{F}_p}{\partial\vec{r}_p} \right)^{-1} \frac{\partial\vec{F}}{\partial I} \right) \right) \\ \frac{dg}{dI} \end{bmatrix}.$$

Здесь Ψ_{P1-P10} — вектор-столбец магнитного потока, создаваемого в горизонтальных контурах, проходящих через точки $P1—P10$ (см. рис. 4, а), M_{pc} — матрица взаимных индуктивностей между данными контурами, катушками полоидального поля и элементами камеры, а M_{pp} — вектор-столбец взаимных индуктивностей между рассматриваемыми контурами и плазмой.

5. Исследование линейных моделей плазмы для токамака Глобус-М

В этом параграфе исследуются неустойчивый полюс, частотные характеристики сингулярных чисел $\sigma_i(\omega)$ в зависимости от круговой частоты ω и ганкелевы сингулярные числа σ_i^H полученных линейных моделей (см. таблицу) для токамака Глобус-М для различных временных точек диверторной фазы разрядов. Это исследование полезно для обоснованного синтеза систем обратной связи в целях магнитного управления плазмой в токамаке Глобус-М [30].

Линейные модели имеют лишь один неустойчивый полюс, который характеризует неустойчивость плазмы по вертикали. Этот результат согласуется с предыдущим опытом построения линейных моделей плазмы в токамаках [15, 34]. График изменения неустойчивого полюса в течение разряда представлен на рис. 10.

В течение диверторной фазы разряда частотные характеристики модели меняются относительно слабо, что дает возможность построить работоспособный многомерный регулятор для замкнутой системы управления формой плазмы. В этом можно убедиться, построив частотные характеристики сингулярных чисел передаточной функции линейных моделей. Сингулярные числа $\sigma_i[G(s)]$ для матричной передаточной функции $G(s)$ можно вычислить, в частности, по формуле [35]

$$\sigma_i[G(s)] = +\sqrt{\lambda_i[G(s)G^*(s)]},$$

Линейные динамические модели плазмы в токамаке Глобус-М

Входы	Состояния	Выходы	
		"Isoflux"	Управление зазорами
Напряжения на восьми катушках полоидального поля: HFC, VFC, CS, PF1, PF2top, PF2bottom, PF3, CC	Токи в восьми катушках полоидального поля	Токи в восьми катушках полоидального поля	
		Вертикальное и радиальное смещение магнитной оси	
	Токи в 67 элементах вакуумной камеры	Ток плазмы	
		Потоки в десяти точках на сепаратрисе	Шесть зазоров между первой стенкой и сепаратрисой
Всего: 8	75	21	17

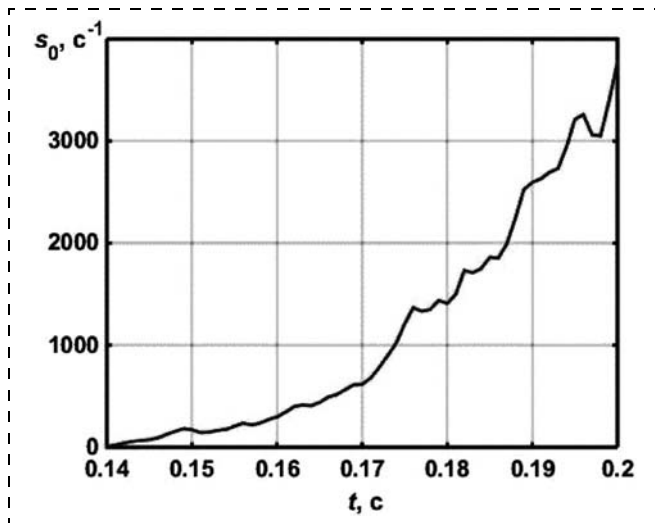


Рис. 10. Изменение неустойчивого полюса модели для разряда № 31648 токамака Глобус-М

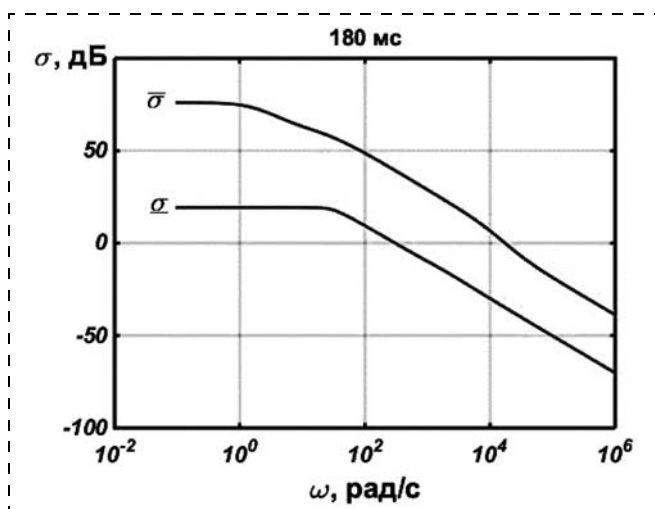


Рис. 11. Максимальные и минимальные сингулярные числа передаточных функций для полученных моделей для момента времени 180 мс разряда № 31648

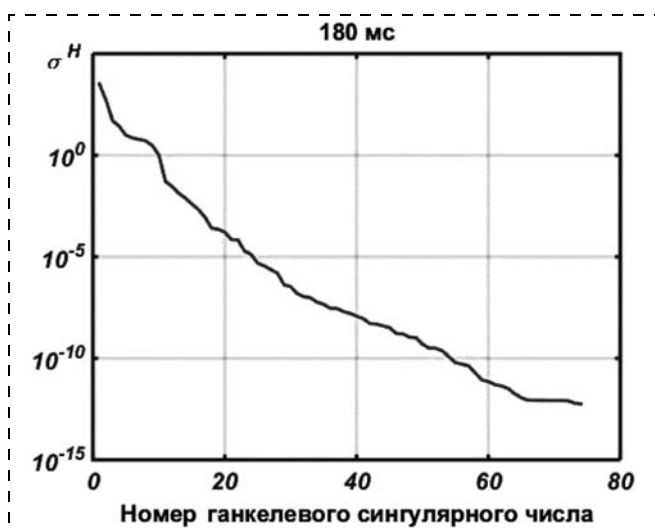


Рис. 12. Ганкелевы сингулярные числа для полученных моделей плазмы в момент времени 180 мс разряда № 31648 в логарифмическом масштабе

где $G^*(s) = G^T(\bar{s})$ — эрмитово сопряжение матрицы; λ_i — собственные значения матрицы. Наибольший интерес представляют максимальные и минимальные сингулярные числа передаточной функции линейной модели плазмы, частотные зависимости которых в качестве примера приведены на рис. 11 для момента времени $t_0 = 180$ мс. Эти числа являются коэффициентами усиления матричной передаточной функции в наиболее слабом и наиболее сильном направлениях [35].

Максимальное относительное изменение сингулярных чисел в течение диверторной фазы разряда, найденные по формуле

$$\delta\sigma = \max_{t, \omega} \left| \frac{\sigma(t, \omega) - \sigma(t_0, \omega)}{\sigma(t_0, \omega)} \right| \cdot 100 \%,$$

равняются 12,2 % для максимального сингулярного числа и 2,3 % — для минимального. В этой формуле $t = \{185, 190, 195\}$ мс является дискретным временем разряда, для которого восстанавливалось равновесие плазмы и создавались линейные модели.

Для оценки внутренней связи состояний модели в пространстве состояний со входом и выходом применяются ганкелевы сингулярные числа [35, 36]. Они вычисляются для сбалансированной реализации устойчивой передаточной функции, у которой граничные управляемости C_G и наблюдаемости O_G являются диагональными матрицами и равны между собой:

$$C_G = O_G = \Sigma,$$

где $C_G = \int_0^\infty e^{At} B B^T e^{A^T t} dt$, $O_G = \int_0^\infty e^{A^T t} C^T C e^{At} dt$, а матрицы A , B и C — это матрицы в базе сбалансированной реализации. Числа, расположенные в убывающем порядке $\sigma_1^H \geq \sigma_2^H \geq \dots \geq \sigma_n^H$ на диагонали матрицы $\Sigma = \text{diag}[\sigma_1^H, \dots, \sigma_n^H]$, называются ганкелевыми сингулярными числами (*Hankel singular values*). Эти числа также можно определить более общим способом:

$$\sigma_i^H = +\sqrt{\lambda_i(C_G O_G)}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Ганкелевы сингулярные числа сбалансированной реализации устойчивой части системы для момента времени 180 мс диверторной фазы разряда показаны на рис. 12. Максимальное относительное изменение ганкелевых сингулярных чисел в течение разряда равно

$$\delta\sigma^H = \max_{t, i} \left| \frac{\sigma_i^H(t) - \sigma_i^H(t_0)}{\sigma_i^H(t_0)} \right| \cdot 100 \% = 57 \%.$$

Здесь $t = \{185, 190, 195\}$ мс, $i = 1, 2, \dots, 74$ — номер ганкелевого сингулярного числа. Из рис. 12 видна большая разница между максимальным и

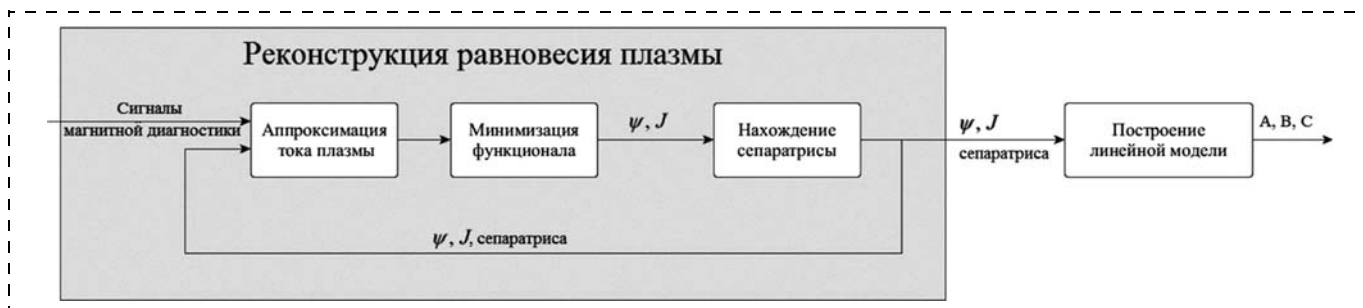


Рис. 13. Блок-схема программы *FCDI*

минимальным ганкелевыми сингулярными числами (около 16 порядков). Это говорит о том, что линейные модели можно редуцировать и значительно уменьшить их высокий порядок, равный 75.

6. Программная реализация алгоритма

Разработанный алгоритм реализован в виде программного кода *FCDI* — *Flux-Current Distribution Identification* [30], написанного в программно-вычислительной среде *MATLAB* и конвертированного в среду *LabVIEW* — *Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench* [37]. *LabVIEW* — это среда графического программирования, использующая язык "G" программирования потоков данных. Блок-схема алгоритма приведена на рис. 13. Программа состоит из выполняющихся последовательно блоков, называемых *виртуальными приборами*. Вначале данные магнитной диагностики токамака (см. рис. 1, б) подаются на блок восстановления равновесия, который находит итерационным методом распределение тороидального тока плазмы и полоидального потока в вакуумной камере токамака. Затем полученные данные распределений подаются на блок построения линейных моделей, выдающий матрицы A, B, C модели (4) в пространстве состояний [30].

Блок восстановления равновесия состоит из нескольких виртуальных приборов. Первый виртуальный прибор находит границу плазмы (сепаратрису) по распределению потока, полученного на предыдущей итерации, второй строит базисные распределения плотности тока внутри найденной границы плазмы, третий находит коэффициенты перед базисными распределениями через минимизацию функционала. В качестве базисных функций используются полиномы от полоидального потока.

Алгоритм идентификации в *LabVIEW* может быть непосредственно инсталлирован в операционную систему процессора или ПЛИС (программируемая логическая интегральная схема) реального времени компании *National Instruments (ni.com)* для обеспечения высокой производительности и быстродействия при работе с реальным объектом управления — плазмой в токамаке.

7. Стенд реального времени для системы магнитного управления плазмой в токамаке

Полученные прикладные результаты по разработке алгоритма восстановления равновесия плазмы и генерация относительно него линейных моделей плазмы в токамаке направлены на создание системы управления током и формой плазмы в реальном времени. По линейным моделям синтезируются регуляторы обратной связи для управления положением, током и формой плазмы.

Алгоритм восстановления и модели созданы на основе экспериментальных данных действующего сферического токамака Глобус-М, и поэтому система управления формой плазмы будет разрабатываться в первую очередь для этой установки. Система может быть создана на основе стенда реального времени, показанного схематично на рис. 14

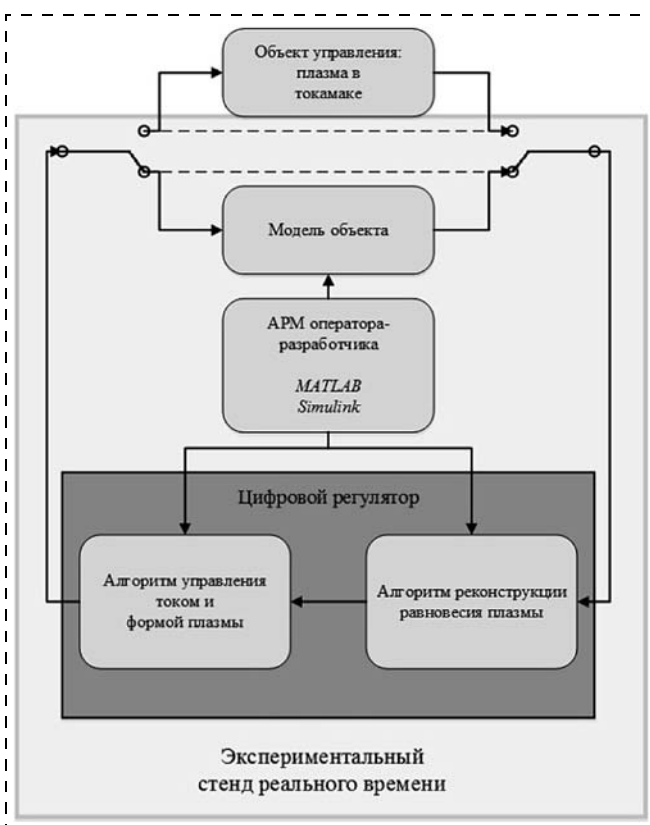


Рис. 14. Структурная схема стенда реального времени

и позволяющего наиболее удобным и надежным способом внедрить сложную многомерную систему управления током и формой плазмы в физический эксперимент [21]. Основная идея стенда состоит в том, что система управления плазмой отлаживается на модели плазмы в реальном времени, а затем регулятор переключается на реальный объект посредством программного переключателя.

Стенд реального времени должен состоять из трех вычислительных средств (см. рис. 14):

- модели объекта управления (плазмы в токамаке) совместно с исполнительными устройствами и диагностикой;
- регулятора в обратной связи, реализующего разрабатываемые алгоритмы управления и диагностики плазмы в токамаке. Если регулятор является цифровым, то на входе регулятора устанавливается аналого-цифровой преобразователь, а на выходе — цифроаналоговый преобразователь;
- автоматизированного рабочего места (АРМ) оператора-разработчика (*host computer*) — компьютера со средой и инструментами подготовки системы управления к эксперименту, сбора и обработки данных, настройки используемых алгоритмов управления и идентификации. АРМ оператора-разработчика должен обеспечивать настройку алгоритмов и моделей в соответствующих форматах для модели объекта управления и регулятора.

Данный подход, когда вместо объекта в системе управления реального времени используется модель, в зарубежной литературе называется *Hardware-In-the-Loop (HIL) Simulation*. Аналогичный подход, в частности, используется на токамаке *DIII-D* (США) в течение долгого времени, что показало его удобство и эффективность в настройке и работе с системой управления плазмой [38].

Заключение

В статье представлен разработанный алгоритм решения задачи идентификации положения магнитной оси плазмы, формы и распределения плотности тока и потока плазмы в токамаке по значениям токов в катушках полоидального поля токамака, полного тока плазмы и полоидального магнитного потока вне плазмы. Рассматриваемая задача сводится к нахождению распределения полоидального потока как решения уравнения Града — Шафранова в частных производных второго порядка с неизвестной правой частью и является некорректной по Адамару. Для ее решения используется аппроксимация правой части уравнения (плотности тороидального тока плазмы) базисными функциями от полоидального потока. Коэффициенты перед базисными функциями находятся итерационно через минимизацию суммы квадратов разностей между сигналами диагностики токамака и рассчитанными значениями токов и потоков. При достаточно малом временном шаге решение

может быть получено за одну итерацию. Алгоритм реализован в программно-вычислительной среде *MATLAB* и графической среде виртуальных приборов *LabVIEW*.

После реконструкции равновесия плазмы находится линейная динамическая модель в пространстве состояний, описывающая, как форма, положение и ток плазмы меняются при изменении напряжений на катушках полоидального поля токамака. Для этого плазма и обмотки токамака рассматриваются как система контуров тока со взаимными индуктивностями, нелинейно зависящими от восстановленного распределения тороидального тока и полоидального потока.

Таким образом, решена полная задача идентификации плазмы в токамаке для ее магнитного управления: восстановлено равновесие по магнитным измерениям вне плазмы как объекта с распределенными параметрами, по которому построена линейная динамическая модель плазмы с учетом полоидальной системы токамака. Задача идентификации решена применением законов физики и пониманием физики плазмы в аксиально симметричной тороидальной магнитной конфигурации токамака, что принципиально отличает примененные подходы от известных методов идентификации в теории управления.

По линейным моделям плазмы синтезируются алгоритмы управления положением, током и формой плазмы, которые могут быть встроены в стенд реального времени совместно с алгоритмом восстановления равновесия плазмы для применения в физическом эксперименте.

Авторы выражают благодарность сотруднику ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН д-ру физ.-мат. наук В. К. Гусеву за предоставленные экспериментальные данные с токамака Глобус-М, а также д-ру Л. Лао из компании General Atomics (США) за возможность использовать в работе восстановительный код EFIT по накопленным данным. Авторы благодарят канд. физ.-мат. наук В. Н. Докуку и д-ра физ.-мат. наук Р. Р. Хайрудинова за предоставленные данные с кода DINA для сравнения с кодом FCDI при работе с экспериментальными данными токамака Глобус-М.

Список литературы

1. **Artsimovich L.** Tokamak devices // Nuclear Fusion. 1972. Vol. 12, N. 2. P. 215—252.
2. **Кадошцев Б. Б., Шафраник В. Д.** Магнитное удержание плазмы // Успехи физических наук. 1983. Т. 139, Вып. 3. С. 399—434.
3. **Wesson J.** Tokamaks. Oxford: Clarendon Press, 1997.
4. **Арсенин В. В., Чуянов В. А.** Подавление неустойчивостей плазмы методом обратной связи // Успехи физических наук. 1977. Т. 123, Вып. 1. С. 83—129.
5. **Gusev V., Azizov E., Alekseev A.** et al. Globus-M results as the basis for a compact spherical tokamak with enhanced parameters Globus-M2 // Nuclear Fusion. 2013. Vol. 53. N. 9. 0914013. P. 14.
6. **Azizov E., Khvostenko P., Belyakov V., Bondarchuk E., Filatov O., Krylov V., Melnikov A., Mineev A., Sokolov M., Sushkov A.** Status of upgrading project of tokamak T-15 // 25th Fusion Energy Conference (FEC 2014), Saint Petersburg, Russia, 13—18 October

2014. URL: <http://www-pub.iaea.org/iaecameetings/46091/25th-Fusion-Energy-Conference-FEC-2014>.

7. **Beghi A., Cenedese A.** Advances in real-time plasma boundary reconstruction: from the gap description to a deformable model approach // IEEE Control Systems Magazine. 2005. Vol. 25, N. 5. P. 44–64.

8. **Lao L., John H., Stambaugh R., Kellman A., Preiffer W.** Reconstruction of current profile parameters and plasma shapes in tokamaks // Nuclear Fusion. 1985. Vol. 25, N. 11. P. 1611–1622.

9. **Hofmann F., Tonetti G.** Fast identification of plasma boundary and X-points in elongated tokamaks // Nuclear Fusion. 1988. Vol. 28, N. 3. P. 519–522.

10. **Walker M. L., Humphreys D. A., Leuer J. A., Ferron J. R., Penaflo B. G.** Implementation of model-based multivariable control on DIII-D, GA-A23468, 2000.

11. **O'Brien D., Ellis J., Lingertat J.** Local expansion method for fast plasma boundary identification in JET // Nuclear Fusion. 1993. Vol. 33, N. 3. P. 467–474.

12. **Sartori F., Tommasi G. D., Piccolo F.** The Joint European Torus // IEEE Control Systems Magazine. 2006. Vol. 26. No 2. pp. 64–78.

13. **Кузнецов Е. А., Митришкин Ю. В.** Автоколебательная система стабилизации неустойчивого вертикального положения плазмы сферического токамака ГЛОБУС-М. М.: Изд. Института проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2005. 71 с.

14. **Шафранов В. Д.** Равновесие плазмы в магнитном поле // Вопросы теории плазмы. 1963. Вып. 2. С. 92–131.

15. **Ariola M., Pironti A.** Magnetic control of tokamak plasmas. Springer-Verlag, 2008.

16. **Ljung L.** System Identification. Theory for the User, 2nd ed., Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, 1999.

17. **Verhaegen M., Verdult V.** Filtering and System Identification. A Least Squares Approach. Cambridge University Press, 2007.

18. **Сакрутина Е. А., Бахтадзе Н. Н.** Идентификация систем на основе вейвлет-анализа // XII Всероссийское совещание по проблемам управления, ВСПУ-2014, Москва 16–19 июня, 2014.

19. **Фрейзер М.** Введение в вэйвлеты в свете линейной алгебры. М.: Бином, Лаборатория знаний, 2008. 487 с.

20. **Rózewski P., Novikov D., Bakhtadze D., Zaikin O.** New Frontiers in Information and Production Systems Modelling and Analysis. Springer International Publishing Switzerland, 2016.

21. **Mitrishkin Y. V., Efremov A. A., Zenkov S. M.** Experimental Test Bed for Real Time Simulations of Tokamak Plasma Control Systems // Journal of Control Engineering and Technology. 2013. Vol. 3, Iss. 3. P. 121–130. URL: <http://www.ijcet.org/>

22. **Зайцев Ф. С.** Математическое моделирование эволюции тороидальной плазмы. 2-е изд. М.: МАКС Пресс, 2011, 640 с.

23. **Матвеев А. Н.** Электричество и магнетизм. М.: Высшая школа, 1983. 463 с.

24. **Джанколи Д.** Физика. Т. 2. М.: Мир, 1989. 668 с.

25. **Тихонов А. М., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач. 2-е издание. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979.

26. **Самарский А. А., Вабишев П. Н.** Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: ЛКИ, 2015. 480 с.

27. **Абрамович М., Стиган И.** Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 832 с.

28. **Босс В.** Лекции по математике. Т. 11: Уравнения математической физики. М.: Книжный дом "ЛИБРИКОМ", 2009. 224 с.

29. **Forsythe G., Malcolm M., Moler C.** Computer methods for mathematical computations. NJ: Englewood Cliffs, 1977.

30. **Mitrishkin Y. V., Korenev P. S., Kartsev N. M., Patrov M. I.** Plasma shape control with a linear model for Globus-M tokamak // 41st Conference on Plasma Physics, Berlin, Germany, June 23–27, 2014. P4.054.

31. **Лукаш В. Э., Докука В. Н., Хайрутдинов Р. Р.** Программно-вычислительный комплекс ДИНА в системе MATLAB для решения задач управления плазмой токамака // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез. 2004. Вып. 1. С. 40–49.

32. **Walker M., Humphreys D.** A multivariable analysis of the plasma vertical instability in tokamaks // Proc. 45th IEEE Conf. on Decision and Control. San Diego. 2006. P. 2213–2219.

33. **Walker M., Humphreys D.** Valid coordinate systems for linearized plasma shape response models in tokamaks // Fusion Science and Technology. 2006. Vol. 50. N. 4. P. 473–489.

34. **Митришкин Ю. В.** Управление плазмой в экспериментальных термоядерных установках: Адаптивные автоколебательные и робастные системы управления. М.: КРАСАНД, 2016. 400 с.

35. **Skogestad S., Postlethwaite I.** Multivariable Feedback Control (2nd ed.), Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 2005.

36. **Glad T., Ljung L.** Control Theory. Multivariable and Nonlinear Methods. Taylor & Francis, London, 2000. 467 p.

37. **Трэвис Дж., Кринг Дж.** Lab VIEW для всех. М.: ДМК Пресс, 2011.

38. **Walker M. L., Humphreys D. A., Leuer J. A., Ferron J. R., Penaflo B. G.** Implementation of model-based multivariable control on DIII-D, GA-A23468, 2000.

Reconstruction of Equilibrium Distribution of Tokamak Plasma Parameters by External Magnetic Measurements and Construction of Linear Plasma Models

P. S. Korenev, pkorenev92@mail.ru, **Y. V. Mitrishkin**, yvm@mail.ru✉,

Moscow State University, Faculty of Physics, 119991, Moscow, Russian Federation, Institute of Control Sciences of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 117997, Russian Federation,

M. I. Patrov, michael.patrov@mail.ioffe.ru, Ioffe Physical Technical Institute of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 194021, Russian Federation

Corresponding author: **Mitrishkin Yury V.**, D. Sc., Professor, Moscow State University, Faculty of Physics, Moscow, 119991, Russian Federation, yvm@mail.ru

Received on October 15, 2015
Accepted on November 16, 2015

The article is devoted to solving of the problem of identification of a complex dynamic plant with the distributed parameters — plasma in a tokamak magnetic field. This identification problem is solved not with the use of the advanced techniques of identification, such as subspace method or wavelets, but with application of the laws of physics and knowledge of the plasma as a controlled plant. Models of plasma are constructed from the magnetic measurements of the plasma by solving of the ill-posed problem in Hadamard's sense boundary value using the least squares method. Essentially, this is the problem of the plasma equilibrium distribution of the poloidal flux, toroidal current and of the plasma boundary reconstruction. Reconstruction (or static identification) is implemented on-line by means of the signals from the magnetic loops outside the plasma, as well as the signals from the Rogowski coils, which measure the plasma current and the currents creating the poloidal magnetic field. The plasma equilibrium is described by Grad-Shafranov equation with the unknown right-hand side (plasma current density).

We approximate the plasma current density with the linear functions of the poloidal flux and iteratively solve the equation using Green's function method. Reconstructed equilibrium is used for computation of the effective inductance matrices of the system, which are applied for construction of the linear dynamic models of the tokamak plasma. The dynamic model equation is derived from the plasma force balance equation and the linearized Kirchhoff equations for plasma and tokamak coils. The constructed linear models may be used for synthesis of tokamak plasma position, current and shape control systems. The algorithms of plasma reconstruction and construction of the linear models were applied to the experimental data from spherical tokamak Globus-M (Ioffe Physical-Technical Institute of MS, St. Petersburg) in MATLAB and LabVIEW computing environments.

Keywords: identification, tokamak, plasma equilibrium reconstruction, distributed parameters, plasma shape, poloidal flux, toroidal current, linear dynamic models

Acknowledgements: The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, project no. 14-08-00380A.

For citation:

Korenev P. S., Mitrishkin Y. V., Patrov M. I. Reconstruction of Equilibrium Distribution of Tokamak Plasma Parameters by External Magnetic Measurements and Construction of Linear Plasma Models, *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2016, vol. 17, no. 4, pp. 254–266.

DOI: 10.17587/mau/17.254-266

References

1. **Artsimovich L.** Tokamak devices, *Nuclear Fusion*, 1972, vol. 12, no. 2, pp. 215–252.
2. **Kadomcev B. B., Shafranov V. D.** *Magnitnoye uderzhanie plazmi* (Plasma magnetic confinement), *Uspehi Phisicheskikh Nauk*, 1983, vol. 139, no. 3, pp. 399–434 (in Russian).
3. **Wesson J.** Tokamaks, Oxford, Clarendon Press, 1997.
4. **Arsenin V. V., Chuyanov V. A.** *Podavlenie neustoychivostey plazmi metodom obratnoy svyazi* (Suppressing plasma instabilities via feedback method), *Uspehi Phisicheskikh Nauk*, 1977, vol. 123, no. 1, pp. 83–129 (in Russian).
5. **Gusev V., Azizov E., Alekseev A.** et al. Globus-M results as the basis for a compact spherical tokamak with enhanced parameters Globus-M2, *Nuclear Fusion*, 2013, vol. 53, no. 9, 0914013, pp. 14.
6. **Azizov E., Khvostenko P., Belyakov V., Bondarchuk E., Filatov O., Krylov V., Melnikov A., Mineev A., Sokolov M., Sushkov A.** Status of upgrading project of tokamak T-15, *25th Fusion Energy Conference (FEC 2014)*, Saint Petersburg, Russia, 13–18 October 2014, available at <http://www-pub.iaea.org/iaeaameetings/46091/25th-Fusion-Energy-Conference-FEC-2014>.
7. **Beghi A., Cenedese A.** Advances in real-time plasma boundary reconstruction: from the gap description to a deformable model approach, *IEEE Control Systems Magazine*, 2005, vol. 25, no 5, pp. 44–64.
8. **Lao L., John H., Stambaugh R., Kellman A., Preiffer W.** Reconstruction of current profile parameters and plasma shapes in tokamaks, *Nuclear Fusion*, 1985, vol. 25, no. 11, pp. 1611–1622.
9. **Hofmann F., Tonetti G.** Fast identification of plasma boundary and X-points in elongated tokamaks, *Nuclear Fusion*, 1988, vol. 28, no. 3, pp. 519–522.
10. **Walker M. L., Humphreys D. A., Leuer J. A., Ferron J. R., Penafior B. G.** Implementation of model-based multivariable control on DIII-D, *GA-A23468*, 2000.
11. **O'Brien D., Ellis J., Lingertat J.** Local expansion method for fast plasma boundary identification in JET, *Nuclear Fusion*, 1993, vol. 33, no. 3, pp. 467–474.
12. **Sartori F., Tommasi G. D., Piccolo F.** The Joint European Torus, *IEEE Control Systems Magazine*, 2006, vol. 26, no. 2, pp. 64–78.
13. **Kuznetsov E. A., Mitrishkin Y. V.** *Avtokolebatelnaya Sistema stabilizatsii neustoychivogo vertikalnogo polozheniya plazmi sfericheskogo tokamaka GLOBUS-M* (Self-oscillating stabilization system for unstable vertical position of plasma in spherical tokamak GLOBUS-M), Publishing house of Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, 2005, pp. 71 (in Russian).
14. **Shafranov V. D.** *Ravnovesie plazmi v magnitnom pole* (Plasma equilibrium in a magnetic field), *Voprosi Teorii Plazmi*, 1963, Vol. 2, pp. 92–131 (in Russian).
15. **Ariola M., Pironti A.** Magnetic control of tokamak plasmas, Springer-Verlag, 2008.
16. **Ljung L.** System Identification. Theory for the User, 2nd ed., Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, 1999.
17. **Verhaegen M., Verdult V.** Filtering and System Identification. A Least Squares Approach, Cambridge University Press, 2007.
18. **Sakrutina E. A., Bahtadze N. N.** *Identifikatsiya sistem na osnove veyvlet-analiza* (System identification on base of wavelet analysis). *XII Vserossiyskoe Soveschanie po Problemam Upravleniya, VSPU-2014*, Moscow, June 16–19, 2014 (in Russian).
19. **Frazier M.** *Vvedenie v veivleti v svete lineynoy algebra* (An introduction to wavelets through linear algebra), Moscow, Binom, Laboratoriya znaniy, 2008, pp. 487 (in Russian).
20. **Rózewski P., Novikov D., Bakhtadze D., Zaikin O.** *New Frontiers in Information and Production Systems Modelling and Analysis*, Springer International Publishing Switzerland, 2016.
21. **Mitrishkin Y. V., Efmov A. A., Zenkov S. M.** Experimental Test Bed for Real Time Simulations of Tokamak Plasma Control Systems, *Journal of Control Engineering and Technology*, July 2013, vol. 3, iss. 3, pp. 121–130, available at <http://www.ijcet.org/>.
22. **Zaycev F. C.** *Matematicheskoye modelirovanie evolucii toroidalnoy plazmi* (Mathematical modelling of toroidal plasma evolution), 2nd ed., Moscow, MAKS Press, 2011, pp. 640 (in Russian).
23. **Matveev A. N.** *Electrichestvo I magnetizm* (Electricity and magnetism). Moscow, Vishaya shkola, 1983, pp. 463 (in Russian).
24. **Giancoli D.** *Fizika* (General physics). Vol. 2, Moscow, Mir, 1989, pp. 668 (in Russian).
25. **Tikhonov A. M., Arsenin V. Y.** *Metodi resheniya nekorrektnih zadach* (Methods for solving ill-posed problems), 2nd ed., Moscow, Nauka, Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoy literaturi, 1979 (in Russian).
26. **Samarskiy A. A., Vabischev P. N.** *Chislennye metody resheniya obratnih zadach matematicheskoy fiziki* (Numerical method for solving inverse problems of mathematical physics), Moscow, LKI, 2015, pp. 480 (in Russian).
27. **Abramovits M., Stigan I.** *Spravochnik po specialnim funktsiyam* (Handbook of special functions), Moscow, Nauka, 1979, pp. 832 (in Russian).
28. **Boss V.** *Lekcii po matematike* (Lecture on mathematics). Vol. 11: Uravneniya matematicheskoy fiziki (Mathematical physics equation), Moscow, Knizhnyy dom "LIBRIKOM", 2009, pp. 224 (in Russian).
29. **Forsythe G., Malcolm M., Moler C.** Computer methods for mathematical computations, NJ, Englewood Cliffs, 1977.
30. **Mitrishkin Y. V., Korenev P. S., Kartsev N. M., Patrov M. I.** Plasma shape control with a linear model for Globus-M tokamak. *41st Conference on Plasma Physics*, Berlin, Germany, June 23–27, 2014, P4.054.
31. **Lukash V. E., Dokuka V. N., Khayrutdinov R. R.** *Programma-no-vichislitelnyy kompleks DINA v sisteme MATLAB dlya resheniya zadach upravleniya plazmoy tokamaka* (Computational software complex DINA in MATLAB environment for solving tokamak plasma control problems), *Voprosi Atomnoy Nauki i Tehniki: Termoyaderniy Sintez*, 2004, vol. 1, pp. 40–49 (in Russian).
32. **Walker M., Humphreys D.** A multivariable analysis of the plasma vertical instability in tokamaks, *Proc. 45th IEEE Conf. on Decision and Control*, San Diego, 2006, pp. 2213–2219.
33. **Walker M., Humphreys D.** Valid coordinate systems for linearized plasma shape response models in tokamaks, *Fusion Science and Technology*, 2006, vol. 50, no. 4, pp. 473–489.
34. **Mitrishkin Y. V.** *Upravlenie plazmoy v eksperimentalnih termoyadernih ustanovkakh: Adaptivnye avtokolebatelnye i robsatnie sistemi upravleniya* (Plasma control in experimental thermonuclear plants: Adaptive Self-oscillating and robust control systems), Moscow, KRASAND, 2016, pp. 400 (in Russian).
35. **Skogestad S., Postlethwaite I.** *Multivariable Feedback Control* (2nd ed.), Chichester, John Wiley & Sons Ltd., 2005.
36. **Glad T., Ljung L.** *Control Theory. Multivariable and Nonlinear Methods*, Taylor & Francis, London, 2000, pp. 467.
37. **Travis J., Kring J.** *LabVIEW dlya vseh (LabVIEW for everyone)*. 4th ed., Moscow, DMK Press, 2011 (in Russian).
38. **Walker M. L., Humphreys D. A., Leuer J. A., Ferron J. R., Penafior B. G.** Implementation of model-based multivariable control on DIII-D, *GA-A23468*, 2000.