

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. О. Корпусов, О разрушении за конечное время решения начально-краевой задачи для нелинейного уравнения ионно-звуковых волн, *ТМФ*, 2016, том 187, номер 3, 447–454

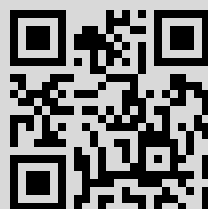
DOI: <http://dx.doi.org/10.4213/tmf8954>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 93.180.53.241

16 июня 2016 г., 18:24:08



© 2016 г.

М. О. Корпусов*

О РАЗРУШЕНИИ ЗА КОНЕЧНОЕ ВРЕМЯ РЕШЕНИЯ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН

Получены условия разрушения решения начально-краевых задач для одного нелинейного уравнения ионно-звуковых волн в водородной плазме в приближении “горячих” электронов и “тяжелых” ионов. При этом особенностью рассматриваемого нелинейного уравнения является наличие некоэрцитивной нелинейности вида $\partial_t |\nabla u|^2$, что осложняет его исследование каким-либо энергетическим методом. Представлено решение данной задачи методом нелинейной емкости Похожаева–Митидиери.

Ключевые слова: нелинейная емкость, разрушение.

DOI: 10.4213/tmf8954

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] рассмотрена следующая нелинейная система уравнений динамики “холодных” ионов в приближении самосогласованного поля “горячих” электронов:

$$\partial_t n + \nabla(n\mathbf{v}) = 0, \quad (1.1)$$

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} + \nabla\phi = 0, \quad (1.2)$$

$$\nabla^2 \phi = e^\phi - n, \quad (1.3)$$

где n – плотность ионов, $\mathbf{v}$ – скорость ионов, ϕ – скалярный потенциал квазистационарного электрического поля, причем e^ϕ – плотность распределения “горячих” электронов (распределение Больцмана). Уравнение (1.1) – это уравнение непрерывности, уравнение (1.2) – закон сохранения импульса, а (1.3) – уравнение Пуассона.

В приближении безвихревой скорости можно ввести потенциал ψ по формуле $\mathbf{v} = \nabla\psi$. В работе [1] выведено уравнение

$$\psi_{tt} - \Delta^2 \psi + (|\nabla\psi|^2)_t = 0, \quad \Delta^2 \equiv \Delta\Delta, \quad (1.4)$$

*Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия. E-mail: korpusov@gmail.com

где

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \cdots + \frac{\partial^2}{\partial x_N^2}, \quad N \in \mathbb{N}.$$

В настоящей работе мы исследуем начально-краевую задачу для уравнения (1.4), которую для удобства перепишем в следующем виде:

$$u_{tt} - \Delta^2 u + (|\nabla u|^2)_t = 0, \quad u(x, 0) = u_0(x), \quad u'(x, 0) = u_1(x), \quad (1.5)$$

$$u|_{\partial\Omega} = \frac{\partial \Delta u}{\partial n_x} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad (1.6)$$

где $x \in \Omega$, $t > 0$. При этом мы рассмотрим два вида области Ω : либо $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ является ограниченной областью с гладкой границей, либо $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ неограничена, $\Omega = \mathbb{R}^N \setminus \Omega_0$, где Ω_0 – ограниченная область с гладкой границей $\partial\Omega_0$, содержащей начало координат.

Для исследования вопроса о достаточных условиях разрушения решения задачи (1.5), (1.6) воспользуемся методом нелинейной емкости Похожаева–Митидиери [2]. В работе [3] этим методом была исследована задача Коши и начально-краевая задача для широко известного уравнения Курамото–Сивашинского

$$u_t + \Delta^2 u + \Delta u = |\nabla u|^2. \quad (1.7)$$

Принципиальное отличие уравнения (1.7) от уравнения (1.5) состоит в том, что вместо нелинейности $|\nabla u|^2$ мы рассматриваем более сложную нелинейность $(|\nabla u|^2)_t$. В классической трактовке подхода нелинейной емкости, изложенного в работе [2], сложно доказать отсутствие глобального решения в слабом смысле, поскольку имеется слагаемое u_{tt} , которое после умножения на пробную функцию $\phi(x, t)$ дает в силу неравенства Гёльдера неподходящую оценку. Поэтому мы пользуемся подходом работы [3], согласно которому искомое дифференциальное неравенство по времени получается умножением на пробную функцию $\phi(x)$, порождающую функцию $\psi(x)$ как решение следующей краевой задачи в шаре $B_R \equiv \{x \in \mathbb{R}^N : |x| < R\}$ с выколотой точкой $x = 0$:

$$\frac{d^2\psi(r)}{dr^2} + \frac{N-1}{r} \frac{d\psi(r)}{dr} = \phi(r), \quad 0 < r < R, \quad \frac{d\psi(r)}{dr} \Big|_{r=R} = \psi(r) \Big|_{r=R} = 0. \quad (1.8)$$

В соответствии с работой [3] введем обозначения

$$B_{\rho_0} \equiv \{x \in \mathbb{R}^N : |x| < \rho_0\}, \quad \rho_0 = \min_{x \in \partial\Omega_0} |x|, \quad B_{\rho_0} \subset \Omega_0.$$

Выберем радиус $R > 0$ настолько большим, что выполнено включение $\Omega_0 \subset B_{R/2}$. В работе [3] получена оценка

$$\int_{B_R \setminus \Omega_0} \phi(x) |\nabla_x u(x, t)|^2 dx \geq c(R, \phi) \left(\int_{B_R \setminus \Omega_0} \phi(x) u(x, t) dx \right)^2,$$

где

$$c(R, \phi) \equiv \int_{B_R \setminus \Omega_0} \frac{|\nabla \psi(x)|^2}{\phi(x)} dx \leq \int_{\rho_0 \leq |x| \leq R} \frac{|\nabla \psi(x)|^2}{\phi(x)} dx < +\infty.$$

При этом существуют пробные функции $\phi(r)$ такие, что последний интеграл сходится. Далее остается проинтегрировать полученное дифференциальное неравенство первого порядка по времени. Отсюда получаются достаточные условия отсутствия глобального по времени решения.

Сложность применения этой техники к уравнению (1.5) заключается в том, что нелинейность имеет вид $(|\nabla u|^2)_t$. Именно этой проблеме посвящена настоящая работа.

2. СИЛЬНАЯ ОБОБЩЕННАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ВЫВОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО НЕРАВЕНСТВА

Дадим определение сильного обобщенного решения задачи (1.5).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Функцию $u(x, t) \in \mathbb{C}^{(2)}([0, T]; H^1(\Omega))$, удовлетворяющую интегральному равенству

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} [u_{tt}(x, t)\phi(x) + (\nabla \Delta \phi(x), \nabla u) - (|\nabla u|^2)_t \phi(x)] dx &= 0, \\ u(x, 0) = u_0(x) \in H^1(\Omega), \quad u'(x, 0) = u_1(x) \in H^1(\Omega), \end{aligned} \quad (2.1)$$

для всех $\phi(x) \in \mathbb{C}^\infty(\Omega)$ таких, что $\partial_{x_k} \phi(x) \in \mathbb{C}_0^\infty(B_R \cap \Omega)$ при $k = \overline{1, N}$ (по условию $\Omega_0 \subset B_{R/2}$), и любых $t \in [0, T]$ при некотором $T > 0$, назовем *сильным обобщенным решением задачи* (1.5), (1.6).

Сделаем общее предположение, которого будем придерживаться в этом и следующем разделе. Пусть существует такой момент времени $T > 0$, что сильное обобщенное решение $u(x, t) \in \mathbb{C}^{(2)}([0, T]; H^1(\Omega))$ существует.

Рассмотрим сначала более сложный случай, когда $\Omega = \mathbb{R}^N \setminus \Omega_0$. Введем следующие функционалы:

$$J(t) \equiv \int_{\Omega} \phi(x) u(x, t) dx, \quad I(t) \equiv \int_{\Omega} \phi(x) |\nabla u|^2 dx, \quad \phi(x) \in \mathbb{C}^\infty(\Omega). \quad (2.2)$$

В качестве пробной функции $\phi(x)$ возьмем $\phi(|x|) = \phi(r) \geq 0$ вида

$$\phi(r) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq r \leq R/2, \\ 0, & \text{если } r \geq R. \end{cases} \quad (2.3)$$

Справедлива следующая оценка:

$$\begin{aligned} \left| \int_{\Omega} (\nabla u(x, t), \nabla \Delta \phi(x)) dx \right| &\leq \\ &\leq \left(\int_{\Omega} \phi(x) |\nabla u|^2 dx \right)^{1/2} \left(\int_{\Omega} \frac{|\nabla \Delta \phi|^2}{\phi} dx \right)^{1/2} \leq I(t) + c_1(\phi), \\ c_1(\phi) &\equiv \frac{1}{4} \int_{\Omega} \frac{|\nabla \Delta \phi|^2}{\phi} dx. \end{aligned} \quad (2.4)$$

С учетом интегрального равенства в (2.1), оценки (2.4) и обозначений (2.2) получим дифференциальное неравенство второго порядка

$$\frac{d^2 J(t)}{dt^2} + c_1 + I(t) \geq \frac{dI(t)}{dt}, \quad t > 0. \quad (2.5)$$

3. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО НЕРАВЕНСТВА

В этом разделе мы исследуем дифференциальное неравенство (2.5). Очевидно, его можно переписать в следующем виде:

$$e^{-t} \frac{d^2 J(t)}{dt^2} \geq \frac{d}{dt} (e^{-t} I(t)) - c_1 e^{-t}. \quad (3.1)$$

Справедливо следующее равенство:

$$\int_0^t e^{-s} J''(s) ds = e^{-s} J'(s) \Big|_{s=0}^{s=t} + e^{-s} J(s) \Big|_{s=0}^{s=t} + \int_0^t J(s) e^{-s} ds. \quad (3.2)$$

С учетом этого равенства и начальных условий $J_0 = J(0)$, $J_1 = J'(0)$ и $I_0 = I(0)$ из неравенства (3.1) интегрированием по времени приходим к дифференциальному неравенству первого порядка

$$e^{-t} \frac{dJ(t)}{dt} + e^{-t} J(t) + \int_0^t e^{-s} J(s) ds - J_1 - J_0 \geq e^{-t} I(t) - I_0 - c_1(1 - e^{-t}). \quad (3.3)$$

Теперь воспользуемся результатом работы [3] и получим следующую оценку функционала $I(t)$ снизу:

$$I(t) \geq kJ^2(t), \quad k \equiv \left[\int_{\Omega} \frac{|\nabla \psi(x)|^2}{\phi(x)} dx \right]^{-1}, \quad (3.4)$$

где функция $\psi(x)$ является решением краевой задачи (1.8). Таким образом, из неравенства (3.3) мы получаем неравенство

$$\frac{dJ(t)}{dt} + J(t) + \int_0^t e^{t-s} J(s) ds \geq kJ^2(t) + (J_1 + J_0 - I_0 - c_1)e^t + c_1, \quad (3.5)$$

которое можно переписать как

$$e^{-t} \frac{d}{dt} (e^t J(t)) + \int_0^t e^{t-s} J(s) ds \geq kJ^2(t) + E_0 e^t + c_1, \quad E_0 = J_1 + J_0 - I_0 - c_1. \quad (3.6)$$

Введем обозначение

$$\Phi(t) \equiv e^t J(t). \quad (3.7)$$

С учетом этого обозначения из (3.6) получаем неравенство

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} + \int_0^t e^{2(t-s)} \Phi(s) ds \geq k e^{-t} \Phi^2(t) + E_0 e^{2t} + c_1 e^t. \quad (3.8)$$

Предположим, что

$$\Phi(0) = J_0 \geq 1, \quad J_1 + J_0 \geq I_0 + c_1 \implies \frac{d\Phi(t)}{dt} \Big|_{t=0} > 0. \quad (3.9)$$

Поскольку $u(x, t) \in \mathbb{C}^{(2)}([0, T]; H^1(\Omega))$ при некотором $T > 0$, найдется такое $t_1 > 0$, что

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} > 0 \quad \text{при} \quad t \in [0, t_1]. \quad (3.10)$$

Следовательно, $\Phi(s_1) \geq \Phi(s_2)$ при $s_1 \geq s_2$, $s_1, s_2 \in [0, t_1]$, и поэтому из неравенства (3.8) мы получаем неравенство

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} + \frac{1}{2}(e^{2t} - 1)\Phi(t) \geq ke^{-t}\Phi^2(t) + E_0e^{2t} + c_1e^t. \quad (3.11)$$

Введем следующие обозначения:

$$h_1(t) \equiv \frac{e^{2t} - 1}{2}, \quad h_2(t) \equiv \int_0^t h_1(s) ds = \frac{e^{2t} - 1 - 2t}{4}. \quad (3.12)$$

С учетом этих обозначений из (3.11) мы получаем неравенство

$$e^{-h_2(t)} \frac{d}{dt} (e^{h_2(t)} \Phi(t)) \geq ke^{-t}\Phi^2(t) + E_0e^{2t} + c_1e^t \quad (3.13)$$

и, положив

$$\Psi(t) \equiv e^{h_2(t)} \Phi(t), \quad (3.14)$$

приходим к следующему неравенству:

$$\frac{d\Psi(t)}{dt} \geq ke^{-t-h_2(t)}\Psi^2(t) + E_0e^{2t+h_2(t)} + c_1e^{t+h_2(t)} \geq ke^{-h_3(t)}\Psi^2(t), \quad (3.15)$$

где

$$h_3(t) = t + h_2(t) = \frac{2t + e^{2t} - 1}{4}. \quad (3.16)$$

Решая неравенство (3.15), получаем, что

$$J(t) \geq \frac{J_0e^{-h_3(t)}}{1 - kJ_0 \int_0^t e^{-h_3(s)} ds}. \quad (3.17)$$

Итак, мы вывели основное условие отсутствия глобального сильного обобщенного решения на конечном временном интервале:

$$kJ(0) \int_0^{+\infty} e^{-h_3(t)} dt > 1. \quad (3.18)$$

При этом возникают два случая: либо для всех $t \in [0, T]$ производная $\Phi'(t) > 0$, либо найдется такое $t_1 \in (0, T)$, что $\Phi'(t_1) = 0$. При этом если

$$kJ(0) \int_0^{t_1} e^{-h_3(t)} dt = 1,$$

то решение неравенства (3.17) разрушается за конечное время. В частности, функционал $J(t)$ не может быть определен для всех $t > 0$. Поэтому предположим, что в некоторый момент времени t_1

$$\Phi'(t_1) = 0, \quad kJ(0) \int_0^{t_1} e^{-h_3(t)} dt < 1. \quad (3.19)$$

Получим достаточные условия, при которых последнее неравенство не выполнено. Из условия $\Phi'(t_1) = 0$ и из неравенства (3.8) получаем

$$\Phi(t_1) \frac{e^{2t_1} - 1}{2} \geq \int_0^{t_1} e^{2(t_1-s)} \Phi(s) ds \geq ke^{-t_1} \Phi^2(t_1) + E_0 e^{2t_1} + c_1 e^{t_1} \geq ke^{-t_1} \Phi^2(t_1). \quad (3.20)$$

Отсюда с учетом (3.9) мы приходим к неравенству $\Phi(t_1) \geq 1$:

$$\Phi^2(t_1) \frac{e^{2t_1} - 1}{2} \geq ke^{-t_1} \Phi^2(t_1) \implies e^{3t_1} \geq e^{t_1} + 2k \implies e^{3t_1} \geq 1 + 2k. \quad (3.21)$$

Теперь рассмотрим неравенство из (3.19). Заметим, что $h_3(t) \geq t$, поэтому

$$kJ_0[1 - e^{-t_1}] < 1 \implies e^{t_1} < \frac{kJ_0}{kJ_0 - 1}. \quad (3.22)$$

Используя неравенства (3.21) и (3.22), мы получаем

$$\left(\frac{kJ_0}{kJ_0 - 1} \right)^3 > 1 + 2k. \quad (3.23)$$

Отметим, что это неравенство не выполняется при достаточно большом $J_0 > 0$.

Таким образом, мы получили следующие достаточные условия отсутствия глобального сильного обобщенного решения начально-краевой задачи (1.5):

$$J_0 > \max \left\{ 1, \frac{1}{k}, \frac{1}{k} \left[\int_0^{+\infty} e^{-h_3(t)} dt \right]^{-1} \right\}, \quad J_1 + J_0 \geq I_0 + c_1, \quad (3.24)$$

$$\left(\frac{kJ_0}{kJ_0 - 1} \right)^3 \leq 1 + 2k, \quad k = \left[\int_{\mathbb{R}^N} \frac{|\nabla \psi(x)|^2}{\phi(x)} dx \right]^{-1}. \quad (3.25)$$

Заметим, что в силу оценки (3.4) и определения (2.2) функционалов $I(t)$ и $J(t)$ выполнены неравенства

$$\frac{1}{k^{1/2}} \left(\int_{\Omega} |\nabla u|^2 dx \right)^{1/2} \geq \frac{1}{k^{1/2}} I^{1/2}(t) \geq J(t). \quad (3.26)$$

Справедлива следующая теорема.

ТЕОРЕМА 1. *Предположим, что существует $T > 0$, при котором определено сильное обобщенное решение начально-краевой задачи (1.5), (1.6) и выполнены условия (3.24), (3.25). Тогда имеет место неравенство*

$$J(t) \geq \frac{J_0 e^{-h_3(t)}}{1 - kJ_0 \int_0^t e^{-h_3(s)} ds} \quad \text{при } t \in [0, T], \quad T < t_1, \quad (3.27)$$

где момент времени $t_1 > 0$ определяется условием

$$kJ_0 \int_0^{t_1} e^{-h_3(s)} ds = 1, \quad h_3(t) = \frac{2t + e^{2t} - 1}{4}.$$

Таким образом, при указанных условиях сильное обобщенное решение не существует глобально во времени.

4. НАЧАЛЬНО-КРАЕВАЯ ЗАДАЧА (1.5), (1.6) В ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Рассмотрим теперь начально-краевую задачу в ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}^N$:

$$u_{tt} - \Delta^2 u = (|\nabla u|^2)_t, \quad (x, t) \in Q_T \equiv \Omega \times (0, T], \quad (4.1)$$

$$u = \frac{\partial}{\partial n} \Delta u = 0 \quad \text{на} \quad \Gamma_T \equiv \partial\Omega \times (0, T), \quad (4.2)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u'(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \bar{\Omega}. \quad (4.3)$$

Эта задача аналогична задаче для уравнения Курамото–Сивашинского, рассмотренной в работе [3]. Естественно, при соответствующем определении слабого решения справедлива теорема 1, поскольку при указанных граничных условиях (4.2) мы получаем то же самое дифференциальное неравенство (2.5). Но результат о разрушении сильного обобщенного решения задачи (4.1)–(4.3) можно получить более очевидным образом.

Дадим определение сильного обобщенного решения задачи (4.1)–(4.3).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. *Сильным обобщенным решением задачи (4.1)–(4.3) назовем функцию $u(x, t) \in \mathbb{C}^{(2)}([0, T]; \mathbb{W})$, где*

$$\mathbb{W} \equiv \left\{ v(x) \in \mathbb{W}^{2,4}(\Omega), \quad v|_{\partial\Omega} = \frac{\partial \Delta v}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0 \right\},$$

удовлетворяющую интегральному равенству

$$\int_{\Omega} [u_{tt} - \Delta^2 u - (|\nabla u|^2)_t] \phi(x) dx = 0, \quad t \in [0, T], \quad T > 0, \quad (4.4)$$

для всех $\phi(x) \in \mathbb{C}(\bar{\Omega})$, а также начальным условиям

$$u(x, 0) = u_0(x) \in \mathbb{W}^{2,4}(\Omega), \quad u'(x, 0) = u_1(x) \in \mathbb{W}^{2,4}(\Omega).$$

Введем следующие обозначения:

$$I_1(t) \equiv \int_{\Omega} u(x, t) dx, \quad J_1(t) \equiv \int_{\Omega} |\nabla u|^2 dx. \quad (4.5)$$

Возьмем в интегральном равенстве (4.4) в качестве пробной функции $\phi(x) = 1$ и тогда с учетом обозначений (4.5) в силу второго граничного условия (4.2) получим следующее равенство:

$$\frac{d^2 I_1(t)}{dt^2} = \frac{dJ_1(t)}{dt}. \quad (4.6)$$

Интегрируя его по времени, имеем

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = J_1(t) + I_{11} - J_{10}, \quad I_{11} \equiv I_1'(0), \quad J_{10} \equiv J_1(0). \quad (4.7)$$

В силу неравенства Фридрихса справедливы цепочки оценок снизу

$$J_1(t) \geq \lambda_1 \int_{\Omega} |u|^2 dx \geq k_1^2 I_1^2(t), \quad k_1 \equiv \lambda_1^{1/2} |\Omega|^{-1}, \quad (4.8)$$

где $\lambda_1 > 0$ – это первое собственное значение первой краевой задачи на собственные функции и собственные значения для оператора Лапласа в ограниченной области Ω .

С учетом неравенства (4.8) из дифференциального равенства (4.7) получаем искомого дифференциальное неравенство

$$\frac{dI_1(t)}{dt} \geq k_1^2 I_1^2(t) + c_2, \quad c_2 \equiv I_{11} - J_{10} = \int_{\Omega} [u_1(x) - |\nabla u_0(x)|^2] dx. \quad (4.9)$$

Это дифференциальное неравенство легко интегрируется (см., например, работу [4]), и из него вытекают достаточные условия разрушения сильного обобщенного решения задачи (4.1)–(4.3) за конечное время. Справедлива следующая теорема.

ТЕОРЕМА 2. Пусть существует $T > 0$, при котором определено сильное обобщенное решение задач (4.1)–(4.3) в смысле определения 2, тогда справедливы следующие свойства.

1. Если $c_2 = a^2 > 0$, то имеют место неравенства

$$I_1(t) \geq \frac{a}{k_1} \operatorname{tg}(ak_1 t + c_3), \quad T < \frac{\pi/2 - c_3}{ak_1}, \quad c_3 = \operatorname{arctg} \frac{kI_{10}}{a}. \quad (4.10)$$

2. Если $c_2 = 0$, то имеют место неравенства

$$I_1(t) \geq \frac{I_{10}}{1 - I_{10}k_1^2 t}, \quad T < \frac{1}{k_1^2 I_{10}}. \quad (4.11)$$

3. Если $c_2 = -a^2 \neq 0$, то имеют место неравенства

$$I_1(t) \geq \frac{1 + c_4 e^{2ak_1 t}}{1 - c_4 e^{2ak_1 t}} \frac{a}{k_1}, \quad T < \frac{1}{2ak} \ln \frac{kI_{10} + a}{kI_{10} - a}, \quad c_4 = \frac{k_1 I_{10} - a}{kI_{10} + a}, \quad (4.12)$$

где $I_{10} = I_1(0)$.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. В силу очевидного вложения $\mathbb{W} \subset \mathbb{W}_0^{2,1}(\Omega)$ и неравенства (4.8) мы приходим к выводу о том, что если выполнены (достаточные) условия теоремы 2, то не существует глобальное во времени сильное обобщенное решение задачи (4.1)–(4.3).

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Уравнения вида (1.1) с характерной нелинейностью $(|\nabla u|^2)_t$ систематически возникают в нелинейной физике и составляют неисследованный класс нелинейных уравнений математической физики, представляющий значительный интерес. Мы полагаем, что представленная работа является первой в серии исследований таких нелинейных уравнений.

Список литературы

- [1] Э. Инфельд, Дж. Роуландс, *Нелинейные волны, солитоны и хаос*, М., Физматлит, 2006.
- [2] Э. Митидиери, С. И. Похожаев, Тр. МИАН, **234**, 2001, 3–383.
- [3] С. И. Похожаев, *Матем. сб.*, **199**:9 (2008), 97–106.
- [4] V. A. Galaktionov, E. Mitidieri, S. I. Pohozaev, *Nonlinear Anal.*, **70**:8 (2009), 2930–2952.

Поступила в редакцию 23.04.2015,
после доработки 26.10.2015