УТВЕРЖДАЮ

проректор по научной работе и программам развития, к.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Баган Виталий

Анатольевич

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2019 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» (МФТИ)

Диссертация «Внешние биллиарды вне правильных многоугольников: множества полной меры, апериодические точки и множества периодов» прошла апробацию на кафедре дискретной математики Физтех-школы Прикладной математики и информатики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» (МФТИ), Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

В период подготовки диссертации с 2015 г. по настоящее время соискатель Филипп Дмитриевич Рухович работал ассистентом кафедры алгоритмов и технологий программирования МФТИ.

В 2015 г. окончил федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)» (МФТИ) по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и информатика», в 2019 г. заканчивает обучение в очной аспирантуре МФТИ по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (направленность 01.01.09 Дискретная математика и математическая кибернетика). Справка о сдаче кандидатских экзаменов выдана в 2019 г. федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» (МФТИ), Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Научный руководитель - Белов Алексей Яковлевич, д. ф.-м. н., федеральный профессор, главный научный сотрудник лаборатории продвинутой комбинаторики и сетевых приложений федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» (МФТИ), Министерства науки и высшего образования Российской Федерации..

Научный консультант — Семенов Алексей Львович, д.ф.-м.н., профессор, академик Российской Академии наук, заведующий кафедрой математической логики и теории алгоритмов федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова».

По итогам обсуждения диссертации «Внешние биллиарды вне правильных многоугольников: множества полной меры, апериодические точки и множества периодов» ***принято следующее заключение***:

***Тема диссертации является актуальной***, так как рассматриваемые задачи относятся к центральным вопросам теории динамических систем и Рассматриваемые объекты являются одним из фундаментальных направлений в этой теории, которые активно изучаются в настоящее время.

***Цель работы*** заключается в исследовании внешних биллиардов вне правильных многоугольников, структуры порожденных ими периодических компонент, их меры, вычислении всевозможных периодов, а также в обнаружении апериодических точек и исследовании их структуры.

В диссертации получены следующие новые результаты, которые состоят в следующем:

1. Доказано, что для произвольного целого n ⩾ 3, структуры периодических и апериодических точек относительно внешнего биллиарда вне правильного n-угольника повторяют структуру точек внутри ограниченной фигуры;

2. Для произвольного целого n ⩾ 3 доказана эквивалентность проблем периодичности для внешнего биллиарда вне правильного n-угольника и проблем периодичности для кусочной изометрии, определенной на ограниченном многоугольнике (такой многоугольник и изометрия зависят от n);

3. Для внешних биллиардов вне правильного n-угольника, n = 10,8,12, доказано существование апериодической точки;

4. Для внешних биллиардов вне правильного n-угольника, n = 10,8,12, доказано, что периодические точки образуют вне стола множество полной меры;

5. Для внешних биллиардов вне правильного n-угольника, n = 10,8,12, найдены множества всевозможных периодов точек.

Все результаты получены соискателем лично при научном руководстве д-ра физ.-мат. наук Белова А.Я. и научном консультировании д-ра физ.-мат. наук, академика РАН Семенова А.Л.

***Научная новизна работы*** заключается в установлении новых результатов о внешних биллиардах, в частности – в нахождении апериодических точек и доказательстве полноты меры периодических точек для внешних биллиардов вне правильного n-угольника для случаев n=10,8,12, а также в установлении новых связей между внешними биллиардами вне правильных n- и 2n-угольников в случае нечетных n.

***Научная и практическая значимость.*** Работа носит теоретический характер. Полученные результаты и стоящие за ними доказательства являют собой полное описание структуры внешнего биллиарда вне правильного n-угольника для случаев n = 10, 8, 12 и представляют интерес для теории динамических систем.

 ***Методология и методы исследования.*** В основе работы лежит классическая технология поиска и исследования ренормализационной схемы. В случае правильного двенадцатиугольника, часть результатов была получена с помощью доказательных компьютерных вычислений.

 ***Степень достоверности и апробация работы.*** Все результаты **строго доказаны**. В случае n = 12, использованы **доказательные компьютерные вычисления**.

По теме диссертации были сделаны доклады на следующих конференциях:

* 57-я научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 2014 г.);
* 58-я научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 2015 г.);
* 59-я научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 2016 г.);
* “Ломоносов-2017” (Москва, 2017 г.);
* Combinatorics on Words, Calculability and Automata research school (CIRM, Marseille, France, 3 February 2017);
* Tiling Dynamical System research school (CIRM, Marseille, France, 21 November 2017);
* “Ломоносов-2018” (Москва, 2018 г.)

Также результаты диссертации докладывались на следующих научных семинарах:

* Кафедральный семинар кафедры дискретной математики ФИВТ МФТИ под руководством д.ф.-м.н., профессора А.М.Райгородского (Москва, 2013, 2015 г.);
* Межкафедральный семинар под руководством д.ф.-м.н., профессора А.М.Райгородского (Долгопрудный, 2018 г.);
* Научный семинар “Узлы и теория представлений” кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета МГУ под руко водством д.ф.-м.н., профессора В.О.Мантурова, к.ф.-м.н. Д.П.Ильютко, к.ф.-м.н. И.М.Никонова и к.ф.-м.н. Д.А. Федосеева (Москва, 2018 г.);
* Научно-исследовательский семинар по математической логике под руководством академика РАН С.И.Адяна, чл.-корр. РАН Л.Д.Беклемишева и академика РАН А.Л.Семенова (Москва, 2019 г.);
* Семинар кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математи-ческого факультета МГУ под руководством академика РАН А.Т.Фоменко (Москва, 2019 г.);
* Студенческий семинар по динамическим системам Междисциплинарной исследовательской лаборатории имени П.Л.Чебышёва (Санкт-Петербург, 2019 г.);
* Семинар научной-учебной группы «Динамические системы» Высшей школы экономики под руководством д.ф.-м.н. Ю. С. Ильяшенко (Москва, 2019 г.).

Материалы диссертации опубликованы автором **достаточно полно** в следующих работах:

1. Рухович Ф. Внешние биллиарды // Математическое образование. — 2014. — Т. 69. — С. 42—57.

2. **[Индексируется базой Scopus, WoS]** Rukhovich F. Outer billiards outside a regular octagon: periodicity of almost all orbits and existence of an aperiodic orbit // Doklady Mathematics. 2018. Vol. 98, issue 1. P. 334–337.

3. **[Индексируется базой Scopus, WoS]** Rukhovich F. Outer billiards outside a regular dodecagon // Doklady Mathematics. 2019. Vol. 99, issue 2. P. 189–194.

4. **[Входит в перечень ВАК]**  Рухович Ф. Внешние биллиарды вне правильного десятиугольника // Чебышевский вестник — 2019 г. — Т. 20, вып. 2.

 ***Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика, в частности:***

* п.1 — Дискретная математика (в частности, комбинаторика слов, комбинаторный анализ).

 Диссертация «Внешние биллиарды вне правильных многоугольников: множества полной меры, апериодические точки и множества периодов» Руховича Филиппа Дмитриевича рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности ***01.01.09 — Дискретная математика и математическая кибернетика***.

 Апробация диссертации проведена на заседании кафедры дискретной математики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования “Московский физико-технический институт (государственный университет)”. Заключение принято голосованием участников заседания. Присутствовало на заседании \_\_\_ человек. Результаты голосования: “за» - \_\_\_ чел., “против” - нет, воздержались» - нет. Протокол №\_\_\_ от \_\_\_\_\_\_\_\_ 2019 года.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Райгородский Андрей Михайлович, д.ф.-м.н.

заведующий кафедрой дискретной математики МФТИ