МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Егоров Вадим Олегович

Квантовое теоретико-полевое описание процессов, происходящих на конечных пространственных и временных интервалах

01.04.02 — теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук
Волобуев Игорь Павлович

Москва — 2019

Оглавление

Введение **4**
Актуальность темы исследования 4
Степень разработанности темы 4
Цели и задачи исследования 6
Положения, выносимые на защиту 7
Личный вклад автора 8
Научная новизна 9
Практическая ценность 9
Методология и методы исследования 9
Степень достоверности и апробация результатов 10
Структура, объем и содержание диссертации 11

1 Стандартные подходы к описанию процессов, происходящих на конечных пространственных и временных интервалах . . . 13
1.1 Квантово-механический подход в терминах плоских волн 13
1.1.1 Стандартный вывод 13
1.1.2 Строгий вывод 17
1.2 Квантово-механический подход в терминах волновых пакетов . . . 20
1.3 Квантовый теоретико-полевой подход в терминах волновых пакетов 23

2 Распад нестабильной скалярной частицы 31

3 Осцилляции нейтрино 44
3.1 Регистрация через взаимодействие со слабым заряженным током . 45
3.1.1 Теория 45
3.1.2 Конкретные примеры 53
3.2 Регистрация через взаимодействие со слабыми заряженным и нейтральным токами 60
3.2.1 Теория 60
3.2.2 Конкретные примеры 65
3.3 Переходы с изменением лептонного аромата 67

3.3.1 Регистрация через взаимодействие со слабыми заряженным и нейтральным токами 68
3.3.2 Регистрация через взаимодействие со слабым заряженным током 74

4 Осцилляции нейтральных каонов 77

Заключение 82

Список литературы 88

Список иллюстративного материала 92

Приложение. Вычисление зависящего от времени пропагатора скалярного поля 93

Введение

Актуальность темы исследования

Стандартная модель, представляющая собой локальную квантовую теорию поля, позволяет с большой точностью описывать в рамках пертурбативного S-матричного подхода и диаграммной техники Фейнмана огромное количество различных процессов взаимодействия элементарных частиц, причем результаты теоретического описания в подавляющем большинстве случаев замечательно подтверждаются экспериментальными данными. Это в первую очередь относится к процессам рассеяния элементарных частиц. Однако существует ряд явлений, которые не могут быть описаны в рамках стандартной теории возмущений. В частности, это осцилляции нейтральных мезонов и нейтрино, которые происходят на конечных макроскопических пространственных и временных интервалах. Эти явления широко изучаются как экспериментально, так и теоретически.

Описание процессов осцилляций частиц проводится либо в квантово-механическом подходе с использованием плоских волн, либо в квантово-механическом или квантовом теоретико-полевом подходах с использованием волновых пакетов. Описание в терминах плоских волн оказывается простым, но противоречивым, а подходы с использованием волновых пакетов предполагают очень громоздкие вычисления при построении амплитуд процессов и нахождении вероятностей переходов. Таким образом, актуальной является задача создания нового последовательного и более простого формализма для описания таких процессов.

Степень разработанности темы

Квантово-механическое описание в терминах плоских волн впервые было предложено в работе [1] для объяснения осцилляций нейтральных каонов и впоследствии обобщено на случай осцилляций нейтрино в работах [2, 3]. Современное состояние этого подхода подробно изложено в работах [4–7]. В его рамках предполагается, что в сильных или слабых взаимодействиях рождаются состояния, не обладающие определенной массой, но зато имеющие опреде-

ленные квантовые числа — странность и лептонный аромат, соответственно. Эволюция этих состояний во времени находится путем разложения их по состояниям с определенной массой и определяется свободными гамильтонианами последних. В результате с течением времени состояния с определенной странностью или лептонным ароматом становятся суперпозицией состояний с различными значениями странности или с различными лептонными ароматами. Рассмотрение взаимодействий нейтрино и распадов каонов, описываемых такими суперпозиционными состояниями, приводит к известным формулам для осцилляций нейтрино и нейтральных каонов, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Однако уже давно было замечено, что квантово-механическое описание в терминах плоских волн не является последовательным, поскольку в процессах рождения состояний, не обладающих определенной массой, нарушается закон сохранения энергии-импульса [8–12]. В локальной квантовой теории поля 4-импульс сохраняется в каждой вершине взаимодействия, что приводит к тому, что компоненты с разными массами в составе одного флейворного состояния имеют разные импульсы и энергии. Считается, что эта проблема может быть решена в рамках квантово-механического описания в терминах волновых пакетов [5], что, с другой стороны, существенно усложняет соответствующие вычисления. Кроме того, этот подход, как и подход в терминах плоских волн, все еще вызывает вопросы в своей основе ввиду того, что оперирует понятием флейворного состояния, представляющего собой суперпозицию массовых состояний. Последние являются разными квантовыми системами, и их операторы рождения и уничтожения действуют в разных фоковских пространствах. Постулаты же квантовой механики допускают существование лишь суперпозиций состояний одной и той же квантовой системы, но не суперпозиций состояний разных систем. В этом смысле квантово-механические описания осцилляций нейтрино и нейтральных каонов представляются, вообще говоря, плохо согласующимися с основами квантовой механики.

В работе [8] был предложен альтернативный, квантовый теоретико-полевой подход к описанию осцилляций нейтрино, который, в соответствии с положениями квантовой теории поля, предполагает, что в слабых взаимодействиях рождаются состояния нейтрино с определенной массой, находящиеся вне

массовой поверхности и описывающиеся фейнмановскими пропагаторами, а осцилляции нейтрино возникают вследствие интерференции амплитуд со всеми тремя виртуальными массовыми состояниями нейтрино в промежуточном состоянии. В этом подходе не возникает проблем с сохранением энергии-импульса. Однако данный метод описания плохо совместим со стандартным пертурбативным подходом матрицы рассеяния, который не приспособлен для описания процессов, происходящих на конечных расстояниях и интервалах времени. Для учета локализации частиц и ядер, которые рождают и детектируют нейтрино в экспериментах по осцилляциям нейтрино, в пертурбативном S-матричном подходе приходится использовать волновые пакеты, что делает вычисления очень громоздкими. Процедура нахождения амплитуд в этом подходе существенно отличается от стандартных вычислений в рамках диаграммной техники Фейнмана в импульсном представлении. Вследствие этого, например, в монографии [5], одним из авторов которой является создатель этого нового подхода, данный метод описания только вскользь упоминается, а все изложение ведется в рамках стандартного квантово-механического подхода.

Цели и задачи исследования

Целью исследования является развитие в рамках квантовой теории поля нового пертурбативного формализма для описания процессов, происходящих на конечных пространственно-временных интервалах, который совмещает простоту стандартного квантово-механического подхода вследствие использования плоских волн и фундаментальность квантового теоретико-полевого подхода, использующего волновые пакеты. Предлагаемый формализм основан на диаграммной технике Фейнмана в координатном представлении, дополненной модифицированными правилами перехода к импульсному представлению, которые учитывают геометрию экспериментов по наблюдению осцилляций нейтрино и нейтральных мезонов. Эффективно это приводит к тому, что только фейнмановский пропагатор частицы в импульсном представлении заменяется на т.н. зависящий от времени пропагатор, в то время как остальные правила Фейнмана в импульсном представлении удается сохранить неизменными. Поэтому вычисления в данном подходе очень напоминают стандартные вычисления в рамках фейнмановской диаграммной техники. Подход основан на работах Фей-

нмана [13, 14], был предложен в работе [15] и развит в работах [16–19].

В процессе разработки нового формализма были решены следующие задачи:

Продемонстрирована применимость нового формализма для описания различных типов процессов, происходящих на конечных пространственно-временных интервалах. Во-первых, рассмотрен распад нестабильной скалярной частицы на фиксированном макроскопическом расстоянии от источника. Во-вторых, рассчитаны вероятности процессов осцилляций нейтрино, где нейтрино рождается либо в трехчастичном распаде через взаимодействие со слабым заряженным током ядра, либо в двухчастичном распаде пиона, а детектируется через взаимодействие только со слабым заряженным током ядра или одновременно со слабыми заряженным и нейтральным токами электрона. В-третьих, предлагаемый подход применен для описания осцилляций странных нейтральных мезонов. Показано, что развиваемый способ описания позволяет просто и последовательно воспроизвести хорошо известные результаты для вероятностей этих процессов.

Также в рассматриваемом подходе изучены эффекты локализации и когерентности в процессах осцилляций нейтрино. Поскольку все участвующие в этих процессах частицы считаются имеющими определенный импульс, декогеренция может быть следствием разброса рожденных нейтрино по импульсам и спектральной характеристики процесса регистрации. В диссертации найдена длина когерентности осцилляций нейтрино в новом подходе и проведено сравнение механизма ее возникновения и численных значений с результатами стандартного описания.

Положения, выносимые на защиту

1. Процессы, происходящие на конечных пространственно-временных интервалах, могут быть последовательно описаны в рамках квантовой теории поля с помощью нового пертурбативного формализма, основанного на технике диаграмм Фейнмана в координатном представлении, дополненной модифицированными правилами перехода к импульсному представлению, которые учитывают условия экспериментов по наблюдению таких процессов.

2. Вычисленная в рамках разработанного формализма в приближении нуле-

вых масс нейтрино вероятность процессов осцилляции нейтрино, в которых нейтрино детектируется через взаимодействие только со слабым заряженным током, представляется в виде произведения дифференциальной вероятности рождения безмассового флейворного состояния нейтрино с импульсом, направленным от источника к детектору, вероятности взаимодействия этого состояния нейтрино в детекторе и стандартного зависящего от расстояния осциллирующего фактора. В то же время в процессах, где регистрация осуществляется через взаимодействие одновременно с заряженным и нейтральным токами, осциллирующие факторы остаются включенными в выражение для вероятности процесса детектирования.

3. Вид осцилляционной картины, найденной в разработанном формализме с помощью численных расчетов, зависит как от процесса рождения, так и от процесса детектирования нейтрино, причем осцилляционная картина затухает с расстоянием. Длина когерентности осцилляций нейтрино, рожденных в трехчастичных распадах, вследствие разброса этих нейтрино по импульсам оказывается много меньше длины, предсказываемой на основе квантовой неопределенности импульса нейтрино в стандартном квантово-механическом подходе.

4. Вычисленная в рамках нового формализма вероятность процесса осцилляции нейтральных K-мезонов факторизуется на дифференциальную вероятность рождения короткоживущего каона с импульсом, направленным от источника к детектору, вероятность распада этой частицы на два π-мезона и стандартный множитель, представляющий собой сумму зависящих от времени осциллирующих и экспоненциально затухающих членов.

Личный вклад автора

Все результаты, выносимые на защиту (в том числе изложенные в работах, выполненных в соавторстве), получены лично автором диссертации. Во всех опубликованных работах вклад автора является основополагающим.

Научная новизна

Научная новизна диссертационной работы отражена в положениях, выносимых на защиту. Она включает в себя развитие нового метода описания процессов конечной длительности, происходящих на конечных макроскопических расстояниях. Развитый пертурбативный формализм, основанный на диаграммной технике Фейнмана в координатном представлении и мотивированный лишь необходимостью учета конкретной экспериментальной ситуации, позволяет последовательно описывать такие процессы, как осцилляции нейтрино и нейтральных каонов.

Практическая ценность

Развитый в диссертации подход позволяет значительно упростить вычисления амплитуд и вероятностей процессов осцилляции по сравнению с существующими подходами с использованием волновых пакетов, потому что в его рамках описание ведется в терминах плоских волн, а волновые пакеты, описывающие локализацию частиц, оказываются ненужными. Фактически процедура нахождения амплитуд и вероятностей процессов очень похожа на стандартные вычисления в рамках диаграммной техники Фейнмана в импульсном представлении. Развитый формализм позволяет легко и, что немаловажно, последовательно воспроизвести основные экспериментально подтвержденные результаты стандартного квантово-механического описания в терминах плоских волн, которое представляется противоречивым.

Методология и методы исследования

В работе используется единый последовательный подход, основанный на методах квантовой теории поля, где взаимодействие частиц описывается с помощью лагранжиана взаимодействия Стандартной модели, а их распространение — с помощью причинной функции Грина [13,14]. Длины когерентности осцилляций нейтрино находятся по аналогии с интерференцией немонохроматического света в оптике с помощью функции видности.

Степень достоверности и апробация результатов

Обоснованность и достоверность результатов диссертации обусловлена тем, что они получены с помощью апробированных методов современной теоретической физики. Расчеты проводились и проверялись при использовании хорошо известных и отлично себя зарекомендовавших пакетов аналитических вычисления CompHEP и REDUCE. Показано, что предлагаемый подход к описанию процессов конечной длительности позволяет верно воспроизвести общеизвестные и экспериментально подтвержденные предсказания стандартного формализма.

Основные результаты диссертации опубликованы в 4 печатных работах [16–19] в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Scopus, Web of Science, RSCI, и были доложены на следующих научных конференциях:

- «Молодежная конференция по теоретической и экспериментальной физике, приуроченная к празднованию 75–летия НИЦ „Курчатовский институт“» (20–23 ноября 2017, НИЦ «Курчатовский институт» — ИТЭФ, Москва, Россия);
- «Ломоносовские чтения — 2018» (16–24 апреля 2018, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия);
- «IV International Conference on Particle Physics and Astrophysics» (22–26 октября 2018, НИЯУ «МИФИ», Москва, Россия);
- «Молодежная конференция по теоретической и экспериментальной физике — 2018» (26–29 ноября 2018, НИЦ «Курчатовский институт» — ИТЭФ, Москва, Россия);
- «Ломоносовские чтения — 2019» (15–25 апреля 2019, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия);
- «19th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics» (22–28 августа 2019, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия);
- «Международная Боголюбовская конференция „Проблемы теоретической и математической физики“, посвященная 110-летию со дня рождения Н.Н. Боголюбова» (9–13 сентября 2019, Москва-Дубна, Россия);

- «The XXIV International Workshop High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP'2019)» (22–29 сентября 2019, Сочи, Россия).

Структура, объем и содержание диссертации

Диссертация состоит из Введения, четырех глав, Заключения и Приложения. Полный объем диссертации составляет 94 страницы текста с 9 рисунками. Список литературы содержит 46 наименований.

Во **Введении** описывается степень разработанности темы диссертации и обосновывается актуальность исследований в данном направлении, формулируются цели и задачи работы, приводятся основные научные результаты, полученные в диссертации, обосновывается научная новизна, практическая значимость и достоверность результатов работы, описывается методология исследования, приводится список публикаций и докладов на конференциях, на которых были представлены результаты выполненных исследований, приводится структура, объем и краткое содержание диссертации.

Первая глава дает краткий обзор стандартных способов описания процессов осцилляций частиц на примере нейтрино. Это квантово-механический подход в терминах плоских волн (стандартный и строгий выводы), квантово-механический подход в терминах волновых пакетов и квантовый теоретико-полевой подход в терминах волновых пакетов. Обсуждаются их основные положения, результаты и проблемы.

Во **второй главе** новый подход излагается на примере простейшего случая скалярного поля. Выводится сначала зависящий от расстояния, а затем зависящий от времени скалярный пропагатор в импульсном представлении (как в системе отсчета детектора, так и в лоренц-ковариантной форме). Получается аналог теоремы Гримуса-Штокингера в рассматриваемом подходе. Полученные результаты применяются для рассмотрения конкретного процесса, происходящего на конечном пространственно-временном интервале — распада нестабильной скалярной частицы, π^+-мезона, на фиксированном макроскопическом расстоянии от источника. Подробно описывается вычислительная процедура, находится вероятность этого процесса.

Третья глава посвящена осцилляциям нейтрино. Аналогично тому, как это делалось для скалярного поля, строится зависящий от времени пропага-

тор спинорного поля в импульсном представлении. При помощи него сначала описываются процессы осцилляций нейтрино, в которых нейтрино рождается и регистрируется через взаимодействие со слабыми заряженными токами ядер. Для таких процессов находится полная вероятность детектирования электрона в рассматриваемом процессе. Обсуждаются примеры таких процессов: рождение нейтрино в распадах ядер ^{15}O и ^{13}N, по отдельности и в комбинации, а регистрация в хлор-аргоновом и галлий-германиевом детекторах. Находятся длины когерентности для выбранных примеров процессов и обсуждается отличие в том, что является источником затухания в новом подходе и в стандартном.

Далее идет рассмотрение осцилляций нейтрино, где рождение нейтрино происходит опять же в слабом распаде ядра, а детектирование осуществляется через взаимодействие со слабыми заряженным и нейтральным токами электрона. Находятся осциллирующие вероятности процессов. Рассматриваются примеры, где нейтрино рождается в распадах ядер ^{15}O и ^{13}N, по отдельности и в комбинации, а регистрируется черенковским детектором. Вычисляются соответствующие длины когерентности.

Наконец, обсуждаются процессы осцилляций нейтрино, недиагональные по лептонному аромату. А именно, рассматриваются процессы, где нейтрино рождается в мюонном распаде пиона, а детектируется через взаимодействии либо со слабым заряженным током ядра, либо со слабыми заряженным и нейтральным токами электрона. В отличие от обсуждаемых ранее случаев осцилляций нейтрино, где начальное ядро распадается на три частицы, здесь конечное состояние подпроцесса рождения является двухчастичным. Производится анализ механизма возникновения длины когерентности и в данном случае.

В **четвертой главе** разработанный формализм применяется для описания осцилляций нейтральных K-мезонов. Этот случай является в каком-то смысле самым сложным: он совмещает в себе и нестабильность частицы, рассмотренную во второй главе, и осцилляции из-за интерференции амплитуд процессов с разными частицами в промежуточном состоянии, как в третьей главе. Находится осциллирующая вероятность процесса и показывается, что полученные результаты воспроизводят результаты стандартного формализма.

В **Заключении** кратко сформулированы основные результаты работы и дальнейшие перспективы развития подхода.

Глава 1. Стандартные подходы к описанию процессов, происходящих на конечных пространственных и временных интервалах

Как уже было отмечено во Введении, процессы осцилляции нейтральных мезонов и нейтрино происходят на конечных макроскопических пространственных и временных интервалах и по этой причине плохо поддаются описанию в рамках стандартного пертурбативного S-матричного формализма. В этой главе на примере осцилляций нейтрино мы рассмотрим используемые в настоящее время стандартные подходы к описанию таких процессов.

Осцилляции нейтрино — явление квантовой природы, предсказанное Понтекорво [2, 20] в конце 1950-ых годов по аналогии с осцилляциями K^0-$\bar{K}^0$. Осцилляции генерируются интерференцией различных массивных нейтрино, которые рождаются и детектируются когерентно из-за своей очень малой разницы масс. Ниже мы сделаем обзор стандартных методов описания осцилляций нейтрино, а именно, квантово-механического подхода в терминах плоских волн (§1.1), квантово-механического подхода в терминах волновых пакетов (§1.2) и квантового теоретико-полевого подхода в терминах волновых пакетов (§1.3). Изложение по большей части следует учебнику [5].

1.1. Квантово-механический подход в терминах плоских волн

Предложенный изначально для объяснения осцилляций нейтральных каонов [1], квантово-механический подход в терминах плоских волн был затем перенесен на случай осцилляций нейтрино [2, 3, 20].

Стандартная теория осцилляций нейтрино в плосковолновом приближении была развита в 1975–76 годах в работах Элиэзера и Свифта [21], Фритча и Минковского [22], Биленького и Понтекорво [23, 24]. Подход в своем современном состоянии подробно описан в [4–7].

1.1.1. Стандартный вывод

Итак, сначала рассмотрим стандартный вывод вероятности осцилляций нейтрино в рамках описания в терминах плоских волн. Пусть нейтрино ν_α с

ароматом $\alpha = e, \mu, \tau$ рождаются в процессах взаимодействия со слабыми заряженными токами из заряженных лептонов l_α^- (т.е. переходы $l_\alpha^- \to \nu_\alpha$) или вместе с заряженными антилептонами l_α^+ (т.е. рождение пар $l_\alpha^+ \; \nu_\alpha$); здесь и далее $l_\alpha^\pm = e^\pm, \mu^\pm, \tau^\pm$ для $\alpha = e, \mu, \tau$, соответственно. Эти процессы описываются лагранжианом взаимодействия слабого заряженного тока лептонов («cc» обозначает «charged current»)

$$\mathcal{L}_{\rm cc} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left(j^\rho_{\rm (l)} W^-_\rho + \text{H.c.} \right), \tag{1.1}$$

где $j^\rho_{\rm (l)}$ — лептонный заряженных ток

$$j^\rho_{\rm (l)} = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{\nu_{\alpha \rm L}} \, \gamma^\rho \, l_{\alpha \rm L} = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \sum_{k=1}^{3} U^*_{\alpha k} \, \overline{\nu_{k \rm L}} \, \gamma^\rho \, l_{\alpha \rm L} \,, \tag{1.2}$$

$U_{\alpha k}$ — матрица смешивания нейтрино (матрица Понтекорво-Маки-Накагавы-Сакаты, ПМНС), унитарная 3×3 матрица; $\nu_{k \rm L}$ — поле нейтрино с определенной массой m_k (левое); для определенности число массовых состояний нейтрино ограничивается тремя, т.е. полагается $k = 1, 2, 3$. В данной работе речь будет идти о дираковских нейтрино.

Лептонный заряженный ток (1.2) генерирует суперпозицию массовых состояний нейтрино, если энергии и импульсы частиц, которые участвуют в процессе рождения нейтрино, не измеряются с такой степенью точности, которая позволила бы определить через закон сохранения энергии-импульса, какое именно нейтрино испускается. Это характерно для экспериментов по осцилляциям нейтрино, в которых флейворное состояние нейтрино ν_α является суперпозицией массовых состояний нейтрино ν_k с весами, пропорциональными $U^*_{\alpha k}$, т.е.

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{k=1}^{3} U^*_{\alpha k} \, |\nu_k\rangle \,, \qquad \alpha = e, \mu, \tau. \tag{1.3}$$

Эти веса берутся из разложения в формуле (1.2) лептонного заряженного тока $j^\rho_{\rm (l)}$ в терминах вкладов массовых состояний нейтрино, которые содержат операторы рождения данных массовых состояний.

Массовые нейтринные состояния ν_k являются собственными состояниями свободного гамильтониана $\mathcal{H}$,

$$\mathcal{H} \, |\nu_k\rangle = E_k \, |\nu_k\rangle \,, \tag{1.4}$$

с собственными значениями энергии $E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2}$, где $\vec{p}$ — импульс флейворного состояния ν_α. Уравнение Шредингера

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left|\nu_k\left(t\right)\right\rangle = \mathcal{H}\left|\nu_k\left(t\right)\right\rangle \tag{1.5}$$

предполагает, что массовые состояния нейтрино эволюционируют во времени как плоские волны:

$$\left|\nu_k\left(t\right)\right\rangle = e^{-iE_k t}\left|\nu_k\right\rangle . \tag{1.6}$$

Рассмотрим теперь флейворное состояние $\left|\nu_\alpha\left(t\right)\right\rangle$, которое описывает нейтрино, рожденное с определенным ароматом α в момент времени $t = 0$: $\left|\nu_\alpha\left(0\right)\right\rangle = \left|\nu_\alpha\right\rangle$. Из уравнений (1.3) и (1.6) вытекает, что эволюция этого состояния во времени дается выражением

$$\left|\nu_\alpha\left(t\right)\right\rangle = \sum_{\beta=e,\mu,\tau}\left(\sum_{k=1}^{3} U_{\alpha k}^{*}\, e^{-iE_k t}\, U_{\beta k}\right)\left|\nu_\beta\right\rangle . \tag{1.7}$$

Следовательно, суперпозиция массовых состояний нейтрино $\left|\nu_\alpha\left(t\right)\right\rangle$, которая является чистым флейворным состоянием из уравнения (1.3) в момент $t = 0$, становится суперпозицией разных флейворных состояний при $t > 0$ (если матрица ПМНС не диагональна, т.е. нейтрино смешиваются). Коэффициент при $\left|\nu_\beta\right\rangle$,

$$A_{\alpha\beta}\left(t\right) \equiv \left\langle \nu_\beta \mid \nu_\alpha\left(t\right)\right\rangle = \sum_{k=1}^{3} U_{\alpha k}^{*}\, U_{\beta k}\, e^{-iE_k t} , \tag{1.8}$$

есть амплитуда перехода $\nu_\alpha \to \nu_\beta$ как функция времени. Вероятность этого перехода тогда дается квадратом модуля данной амплитуды. В экспериментах по осцилляциям нейтрино последние всегда можно считать ультрарелятивистскими, поскольку их массы составляют менее одного эВ, но только нейтрино с энергией больше примерно 100 кэВ могут быть зарегистрированы. Следовательно, мы можем использовать приближение $E_k \approx E + m_k^2/2E$. Поскольку ультрарелятивистские нейтрино распространяются почти со скоростью света, возможно применить аппроксимацию $t = L$. В итоге получаем вероятность ос-

цилляций

$$P_{\alpha\beta}(E,L) = \sum_{k,j=1}^{3} U^*_{\alpha k}\, U_{\beta k}\, U_{\alpha j}\, U^*_{\beta j} \exp\left(-i\frac{\Delta m^2_{kj} L}{2E}\right) =$$
$$= \delta_{\alpha\beta} - 4\sum_{\substack{k,j=1\\k>j}}^{3} \mathrm{Re}\left[U^*_{\alpha k}\, U_{\beta k}\, U_{\alpha j}\, U^*_{\beta j}\right] \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{kj} L}{4E}\right) +$$
$$+ 2\sum_{\substack{k,j=1\\k>j}}^{3} \mathrm{Im}\left[U^*_{\alpha k}\, U_{\beta k}\, U_{\alpha j}\, U^*_{\beta j}\right] \sin\left(\frac{\Delta m^2_{kj} L}{2E}\right). \qquad (1.9)$$

где $\Delta m^2_{kj} \equiv m^2_k - m^2_j$, а $E = |\vec{p}|$ — энергия нейтрино в пренебрежении массовым вкладом.

Вероятности осцилляций в каналах с $\alpha \neq \beta$ обычно называются вероятностями перехода, в то время как вероятности осцилляций в каналах с $\alpha = \beta$ обычно называют вероятностями выживания. Последние могут быть записаны в простой форме

$$P_{\alpha\alpha}(E,L) = 1 - 4\sum_{\substack{k,j=1\\k>j}}^{3} |U_{\alpha k}|^2\, |U_{\alpha j}|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{kj} L}{4E}\right). \qquad (1.10)$$

Таким образом, стандартный вывод вероятности осцилляций нейтрино базируется на трех основных предположениях:

1. Нейтрино, рождающиеся и детектирующиеся через взаимодействие со слабым заряженным током, описываются флейворными состояниями (1.3).

2. Флейворные состояния нейтрино имеют определенный импульс $\vec{p}$, т.е. все массовые компоненты нейтрино имеют одинаковый импульс. Это иногда называют предположением равного импульса. Оно могло бы быть мотивировано тем фактом, что все компоненты распространяются в одном направлении от источника к детектору.

3. Время распространения T равно расстоянию L, пройденному нейтрино между рождением и регистрацией. Это иногда называют приближением светового луча.

1.1.2. Строгий вывод

Рассмотрим теперь более строгий вывод вероятности осцилляций нейтрино в приближении плоских волн. Он требует только физически мотивированного предположения 3 из перечисленных выше. В частности, флейворные состояния нейтрино выводятся из первых принципов в рамках квантовой теории поля, а предположений о значениях энергий и импульсов массовых состояний нейтрино не нужно.

Итак, в общем случае, в квантовой теории поля асимптотическое конечное состояние $|f\rangle$, получающееся в результате процесса взаимодействия с асимптотическим начальным состоянием $|i\rangle$, дается формулой

$$|f\rangle = \mathcal{S}\,|i\rangle\,, \tag{1.11}$$

где $\mathcal{S}$ — оператор матрицы рассеяния.

Рассмотрим распад общего вида

$$\mathrm{P_I} \to \mathrm{P_F} + l_\alpha^+ + \nu_\alpha\,, \tag{1.12}$$

где $\mathrm{P_I}$ обозначает распадающуюся частицу, а $\mathrm{P_F}$ представляет любое число конечных частиц, и процесс детектирования общего вида

$$\nu_\alpha + \mathrm{D_I} \to \mathrm{D_F} + l_\alpha^-\,, \tag{1.13}$$

где $\mathrm{D_I}$ — частица мишени, а $\mathrm{D_F}$ представляет одну или более конечных частиц. Привлекая гамильтониан взаимодействия слабого заряженного тока, мы можем построить два типа состояний нейтрино:

$$\left|\nu_\alpha^I\right\rangle = \sum_{k=1}^{3} \frac{M_{\alpha k}^I}{\sqrt{\sum_{\mathrm{j}=1}^{3} |U_{\alpha j}|^2 \left|M_{\alpha j}^I\right|^2}}\, U_{\alpha k}^*\,|\nu_k\rangle\,, \qquad I = \mathrm{P}, \mathrm{D}, \tag{1.14}$$

где $M_{\alpha k}^I$ — матричные элементы взаимодействия Ферми. В случае $I = \mathrm{P}$ имеем т.н. флейворное нейтринное состояния рождения, а $I = \mathrm{D}$ соответствует флейворному нейтринному состоянию детектирования. Хотя эти выражения имеют одинаковую структуру, эти состояния несут разный смысл. Флейворное нейтринное состояние рождения описывает нейтрино, образовавшееся в процессе взаимодействия с заряженным током и которое распространяется от источника.

Следовательно, оно описывает начальное состояние распространяющегося нейтрино. Флейворное нейтринное состояние детектирования не описывает распространяющееся нейтрино. Оно описывает компоненту состояния распространяющегося нейтрино, которая может генерировать заряженный лептон с подходящем ароматом через взаимодействие со слабым заряженным током подходящей частицы мишени.

Если процессы рождения и регистрации нейтрино разделены пространственно-временным интервалом $\left(T, \vec{L}\right)$, нейтрино распространяется свободно между рождением и детектированием, эволюционируя в состояние

$$\left|\nu\left(T, \vec{L}\right)\right\rangle = e^{-i\mathcal{P}^0 T + i\vec{\mathcal{P}}\vec{L}} \left|\nu_\alpha^{\mathrm{P}}\right\rangle, \tag{1.15}$$

где $\mathcal{P}^0$ и $\vec{\mathcal{P}}$ — операторы энергии и импульса, соответственно[†]. Это состояние входящего нейтрино в процессе регистрации. Амплитуда измеримого перехода $\nu_\alpha \to \nu_\beta$ дается скалярным произведением

$$A_{\alpha\beta}\left(T, \vec{L}\right) = \left\langle \nu_\beta^{\mathrm{D}} \,\middle|\, \nu\left(T, \vec{L}\right)\right\rangle = \left\langle \nu_\beta^{\mathrm{D}}\right| e^{-i\mathcal{P}^0 T + i\vec{\mathcal{P}}\vec{L}} \left|\nu_\alpha^{\mathrm{P}}\right\rangle \tag{1.16}$$

с флейворным состоянием детектирования $\left|\nu_\beta^{\mathrm{D}}\right\rangle$.

Поскольку массовые нейтрино имеют определенные кинематические характеристики (энергию и импульс), имеем в плосковолновом приближении

$$\mathcal{P}^\mu \left|\nu_k\right\rangle = p_k^\mu \left|\nu_k\right\rangle \tag{1.17}$$

с $p_k^0 = E_k = \sqrt{\left|\vec{p}_k\right|^2 + m_k^2}$. Используя одномерное приближение, в котором все импульсы $\vec{p}_k$ массовых нейтрино направлены вдоль $\vec{L}$, и аппроксимируя $T = L$, получаем вероятность осцилляций как

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta}\left(E, L\right) = \sum_{k,j=1}^{3} & \left(\frac{M_{\alpha k}^{\mathrm{P}} M_{\alpha j}^{\mathrm{P}*}}{\sum\limits_{i=1}^{3} \left|U_{\alpha i}\right|^2 \left|M_{\alpha i}^{\mathrm{P}}\right|^2}\right)\left(\frac{M_{\beta k}^{\mathrm{D}*} M_{\beta j}^{\mathrm{D}}}{\sum\limits_{n=1}^{3} \left|U_{\beta n}\right|^2 \left|M_{\beta n}^{\mathrm{D}}\right|^2}\right) \times \\ & \times U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right). \end{aligned} \tag{1.18}$$

[†]Здесь и далее используются следующие обозначения: скалярные произведения 3- и 4-векторов обычно записываются без точек и без скобок, если их отсутствие не приводит к неоднозначности; например, $\vec{p}\vec{x}$ для 3-векторов и λp для 4-векторов. Дельта-функции, у которых аргумент является 3-вектором (4-вектором), считаются трехмерными (четырехмерными), т.е. для 3-вектора $\delta\left(\vec{p}\right) = \delta\left(p^1\right)\delta\left(p^2\right)\delta\left(p^3\right)$; для 4-вектора $\delta\left(p\right) = \delta\left(p^0\right)\delta\left(p^1\right)\delta\left(p^2\right)\delta\left(p^3\right)$.

Эта вероятность имеет такую же структуру, как стандартная вероятность осцилляций (1.9), но с дополнительными факторами, которые учитывают эффекты масс нейтрино в процессах рождения и регистрации. Из выражения (1.18) видно, что эти эффекты имеют влияние на амплитуду осцилляций, но не на фазу, которая совпадает со стандартной.

Поскольку нейтрино в осцилляционных экспериментах являются ультрарелятивистскими и эти эксперименты нечувствительны к зависимости взаимодействий нейтрино от их масс, зависимостью $M_{\alpha k}^{\mathrm{P}}$ и $M_{\beta k}^{\mathrm{D}}$ от масс нейтрино можно пренебречь. В этом случае вероятность перехода (1.18) сводится к стандартной (1.9).

Для того, чтобы измерить осцилляции $\nu_\alpha \to \nu_\beta$, необходимо посчитать вероятность Γ_α рождения нейтрино ν_α в источнике и сечение σ_β детектирования нейтрино ν_β. Число событий перехода как функция расстояния L, пройденного нейтрино между рождением и регистрацией, дается выражением

$$N_{\alpha\beta}(L) \propto \Gamma_\alpha P_{\alpha\beta}(L) \sigma_\beta \tag{1.19}$$

с константой пропорциональности, которая зависит от размера и структуры источника и детектора, а также от времени эксперимента. Измеряя $N_{\alpha\beta}(L)$ и знания Γ_α и σ_β, экспериментатор выводит значение $P_{\alpha\beta}(L)$, которое дает информацию о параметрах смешивания (элементах матрицы смешивания и разностях квадратов масс) через выражение (1.9).

Приближение плоских волн в квантово-механическом подходе к описанию осцилляций нейтрино не является полностью последовательным, потому что закон сохранения энергии-импульса подразумевает, что рождение массовых нейтрино с определенными энергиями и импульсами возможно только в том случае, если все частицы, участвующие в процессе рождения, имеют определенные энергии и импульсы. Проблема в том, что в этом случае закон сохранения энергии-импульса не может выполняться одновременно для различных массовых нейтрино, и образование суперпозиции различных массовых нейтрино запрещено. Чтобы эту проблему обойти, можно перейти к описанию нейтрино и других частиц, участвующих в процессах рождения и регистрации, в терминах волновых пакетов. Именно это, в рамках квантовой механики, и обсуждается в следующем параграфе.

Другим слабым местом данного описания является сама допустимость

рассмотрения флейворных состояний нейтрино как суперпозиций состояний нейтрино с определенными массами. Поскольку это относится не только к квантово-механическому описанию осцилляций в терминах плоских волн, но и к квантово-механическому подходу в терминах волновых пакетов, подробнее этот вопрос будет обсужден позже, в конце §1.2.

1.2. Квантово-механический подход в терминах волновых пакетов

Итак, до этого момента массовые нейтрино рассматривались как частицы, описываемые плоскими волнами с определенными энергиями и импульсами. Однако считается, что поскольку плоские волны покрывают все пространство-время периодическим образом, они не могут описывать локализованные события рождения и детектирования нейтрино. Реальные локализованные частицы описываются суперпозициями плоских волн, известными как волновые пакеты.

Более того, считается, что разные массовые нейтрино могут быть рождены и зарегистрированы когерентно, только если энергии и импульсы в процессах рождения и детектирования имеют достаточно большие неопределенности [25, 26]. Неопределенность процесса рождения подразумевает, что массовые нейтрино, распространяющиеся между рождением и детектированием, имеют распределение по импульсам [27], т.е. описываются волновыми пакетами.

С исторической точки зрения, в 1976 году Нуссинов [28] впервые рассмотрел то, что распространяющиеся нейтрино могут иметь природу волнового пакета, и сделал вывод о существовании длины когерентности, за которой интерференция между различными массовыми нейтрино становится ненаблюдаемой. Так происходит вследствие неодинаковых групповых скоростей у разных массовых нейтрино, что ведет к разделению их волновых пакетов. В 1981 Кайзер [25] представил первое детальное обсуждение этой проблемы в квантовой механике осцилляций нейтрино, указывая на необходимость использования волновых пакетов. В 1996 году Киерс, Нуссинов и Вайсс [26] впервые указали на важность процесса детектирования для когерентности осцилляций нейтрино и обсудили некоторые приложения подхода в терминах волновых пакетов. Подробные модели осцилляций нейтрино в терминах волновых пакетов в рамках квантовой механики были развиты в работах [29–32].

В экспериментах, в которых изучаются осцилляции $\nu_\alpha \to \nu_\beta$, рождающе-

еся ($I = \mathrm{P}$) и детектируемое ($I = \mathrm{D}$) нейтрино описываются состояниями в форме волновых пакетов

$$\left|\nu_\alpha^I\right\rangle = N_\alpha^I \sum_{k=1}^{3} \int \frac{\mathrm{d}^3 p}{(2\pi)^3\, 2E_k} \sum_h A_{\alpha k}^I\left(\vec{p}, h\right) \left|\nu_k\left(\vec{p}, h\right)\right\rangle , \tag{1.20}$$

где N_α^I — нормировочные множители, h — спиральность нейтрино, а $A_{\alpha k}^I$ — функции распределения нейтрино по импульсам, даваемые амплитудами рождения или детектирования. Амплитуда переходов $\nu_\alpha \to \nu_\beta$ дается выражением (1.16). Аппроксимируя произведение $A_{\alpha k}^{\mathrm{P}}\, A_{\beta k}^{\mathrm{D}*}$ узким гауссовым распределением, считая нейтрино ультрарелятивистскими и пренебрегая чувствительностью эксперимента к разнице масс нейтрино, мы можем записать амплитуду как

$$A_{\alpha\beta}\left(T, \vec{L}\right) \propto \sum_{k=1}^{3} U_{\alpha k}^*\, U_{\beta k} \exp\left[-i\tilde{E}_k T + i\vec{\tilde{p}}_k \vec{L} - \frac{\left(\vec{L} - \vec{v}_k T\right)^2}{4\sigma_x^2}\right], \tag{1.21}$$

где $\vec{\tilde{p}}_k$ есть средний импульс вклада k-го массового нейтрино в амплитуду перехода, $\tilde{E}_k$ — соответствующая этому импульсу энергия, $\vec{v}_k$ — отношение этого импульса к этой энергии, а σ_x — общая эффективная пространственная неопределенность процесса. Находя квадрат модуля амплитуды и усредняя его по времени, в низшем порядке по малым величинам m_k^2/E^2 (E — средняя энергия нейтрино без учета массового вклада) можем получить вероятность перехода в виде

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta}\left(\vec{L}\right) = \sum_{k,j=1}^{3} & U_{\alpha k}^*\, U_{\alpha j}\, U_{\beta k}\, U_{\beta j}^* \times \\ & \times \exp\left[-2\pi i \frac{L}{L_{kj}^{\mathrm{osc}}} - \left(\frac{L}{L_{kj}^{\mathrm{coh}}}\right)^2 - 2\pi^2 \left(1 - \frac{\vec{L}\vec{\xi}}{L}\right)^2 \left(\frac{\sigma_x}{L_{kj}^{\mathrm{osc}}}\right)^2\right], \end{aligned} \tag{1.22}$$

где $L_{kj}^{\mathrm{osc}} = 4\pi E \Big/ \Delta m_{kj}^2$ — стандартные длины осцилляций, величина $\vec{\xi}$ определяется соотношением $\frac{\vec{\xi}}{2E} = -\left.\frac{\partial \vec{\tilde{p}}_k}{\partial m_k^2}\right|_{m_k=0}$ и введены длины когерентности

$$L_{kj}^{\mathrm{coh}} = \frac{4\sqrt{2}E^2}{\left|\Delta m_{kj}^2\right|}\,\sigma_x\,. \tag{1.23}$$

В пределе пренебрежимо малых эффектов от волновых пакетов, т.е. для $L \ll L_{kj}^{\rm coh}$ и $\sigma_x \ll L_{kj}^{\rm osc}$, вероятность осцилляций в подходе в терминах волновых пакетов сводится к стандартной формуле (1.9), приводя к плосковолновому приближению.

Обсудим физический смысл т.н. члена локализации

$$\exp\left[-2\pi^2\left(1-\frac{\vec{L}\vec{\xi}}{L}\right)^2\left(\frac{\sigma_x}{L_{kj}^{\rm osc}}\right)^2\right], \tag{1.24}$$

и члена когерентности

$$\exp\left[-\left(\frac{L}{L_{kj}^{\rm coh}}\right)^2\right], \tag{1.25}$$

которые появляются в выражении (1.22) в дополнение к стандартной фазе осцилляций [8, 10, 27, 29, 31, 33–37].

Член локализации (1.24) подавляет осцилляции, возникающие вследствие Δm_{kj}^2, если $\sigma_x \gtrsim L_{kj}^{\rm osc}$. Это значит, что для того, чтобы измерить интерференцию массовых компонент нейтрино ν_k и ν_j, процессы рождения и детектирования должны быть локализованы в пространственно-временных областях много меньших, чем длина осцилляций $L_{kj}^{\rm osc}$. Фактически это требование выполняется во всех экспериментах по осцилляциям нейтрино.

Член когерентности (1.25) подавляет интерференцию массовых нейтрино ν_k и ν_j для расстояний, больших соответствующей длины когерентности, т.е. $L \gg L_{kj}^{\rm coh}$. Это подавление происходит по причине разделения волновых пакетов разных массовых нейтрино, которые распространяются с разными скоростями. Когда волновые пакеты ν_k и ν_j расходятся так сильно, что уже не перекрываются в области регистрации, массовые нейтрино ν_k и ν_j не могут быть поглощены когерентно [26, 28]. В таком случае только одно из двух массовых нейтрино дает вклад в процесс детектирования, и эффект интерференции, который создает осцилляции, отсутствует. Однако, вообще говоря, вероятность перехода при этом не обращается в нуль.

Квантово-механический подход в терминах волновых пакетов позволяет обойти проблему, связанную с нарушением закона сохранения энергии-импульса, которая возникала в квантово-механическом подходе в терминах плоских волн. Однако, как было упомянуто в конце §1.1, существуют сомнения

по поводу того, правомерно ли вообще построение в рамках квантовой механики флейворных состояний, являющихся суперпозициями состояний различных частиц с определенными массами. Частицы с разными массами являются отдельными квантовыми системами, их операторы рождения и уничтожения действуют в разных фоковских пространствах. Постулаты же квантовой механики устанавливают существование лишь суперпозиций состояний одной и той же квантовой системы, но не суперпозиций состояний разных систем. Для того, чтобы последовательно ввести в рассмотрение флейворное состояние нейтрино, необходимо строить его как суперпозицию нейтринных состояний с одинаковой массой, операторы рождения и уничтожения которых действуют в общем пространстве Фока. Тогда лептонный заряд становится внутренним квантовым числом, подобным цвету кварка. Расщепление же нейтринных состояний по массам должно обеспечиваться другими механизмами [12]. Таким образом, квантово-механические подходы к описанию осцилляций нейтрино и нейтральных каонов представляются непоследовательными в своей основе.

Решение этой проблемы требует разработки последовательного квантового теоретико-полевого подхода к описанию осцилляций частиц.

1.3. Квантовый теоретико-полевой подход в терминах волновых пакетов

Квантово-механические подходы к описанию осцилляци нейтрино не являются ни строгими, ни достаточными для полного понимания физики, лежащей в основе феномена. Последовательное описание осцилляций нейтрино требует изучения процессов, в которых нейтрино рождаются и детектируется.

Квантовый теоретико-полевой подход к описанию осцилляций нейтрино в терминах волновых пакетов был предложен в [8] и развит в [27, 33, 35, 36, 38]. В рамках данного описания внешние (начальные и конечные) частицы описываются волновыми пакетами, а массовые состояния нейтрино распространяются из области рождения в детектор, которые макроскопически разделены в пространстве-времени. Поскольку энергии и импульсы внешних частиц точно не определены, вклады от распространения разных массовых собственных состояний нейтрино могут интерферировать, приводя к осцилляциям.

Вновь рассмотрим процесс распада общего вида (1.12) и детектирование

в процессе взаимодействия со слабым заряженным током общего вида (1.13). Однако теперь они понимаются как единый процесс, который можно условно записать как

$$\begin{aligned} \mathrm{P_I} \to \mathrm{P_F} + l_\alpha^+ + \nu_\alpha & \\ \downarrow & \\ \nu_\beta + \mathrm{D_I} \to \mathrm{D_F} + l_\beta^- \,. & \end{aligned} \tag{1.26}$$

Взаимодействия рождения и детектирования считаются макроскопически локализованными в координатах $\left(T_\mathrm{P}, \vec{X}_\mathrm{P}\right)$ и $\left(T_\mathrm{D}, \vec{X}_\mathrm{D}\right)$, соответственно. Для 4-импульсов внешних частиц введем обозначение p_N, где $N = \mathrm{P_I}, \mathrm{P_F}, \alpha, \mathrm{D_I}, \mathrm{D_F}, \beta$; греческие индексы отвечают заряженным лептонам, в остальном соответствие частицам самоочевидно.

Необходимые нам части лагранжиана слабого взаимодействия в приближении Ферми суть

$$\mathcal{L}_\mathrm{P}(x) = \frac{G_\mathrm{F}}{\sqrt{2}} \sum_{k=1}^{3} U_{\alpha k}^* \, \overline{\nu_k}(x) \, \gamma^\rho \left(1 - \gamma^5\right) l_\alpha(x) \, J_\rho^\mathrm{P}(x) \,, \tag{1.27}$$

$$\mathcal{L}_\mathrm{D}(x) = \frac{G_\mathrm{F}}{\sqrt{2}} \sum_{k=1}^{3} U_{\beta k} \, \overline{l_\beta}(x) \, \gamma^\rho \left(1 - \gamma^5\right) \nu_k(x) \, J_\rho^\mathrm{D}(x) \,, \tag{1.28}$$

где $J_\rho^\mathrm{P}(x)$ и $J_\rho^\mathrm{D}(x)$ — слабые токи частиц рождения и детектирования, соответственно.

Амплитуда процесса выражается как

$$A_{\alpha\beta} = \left\langle \mathrm{P_F}, l_\alpha^+, \mathrm{D_F}, l_\beta^- \right| \mathrm{T} \int \mathrm{d}^4 x_1 \, \mathrm{d}^4 x_2 \, \mathcal{L}_\mathrm{P}(x_1) \, \mathcal{L}_\mathrm{D}(x_2) \left| \mathrm{P_I}, \mathrm{D_I} \right\rangle , \tag{1.29}$$

где начальные и конечные частицы описываются волновыми пакетами

$$\begin{aligned} |\mathrm{P_I}\rangle &= \int \frac{\mathrm{d}^3 p_{\mathrm{P_I}}}{(2\pi)^{3/2}} \, \psi_{\mathrm{P_I}}\left(\vec{p}_{\mathrm{P_I}}, T_\mathrm{P}, \vec{X}_\mathrm{P}, \langle \vec{p}_{\mathrm{P_I}} \rangle\right) |\mathrm{P_I}(\vec{p}_{\mathrm{P_I}})\rangle \,, \\ &\vdots \\ \left| l_\beta^- \right\rangle &= \int \frac{\mathrm{d}^3 p_\beta}{(2\pi)^{3/2}} \, \psi_\beta\left(\vec{p}_\beta, T_\mathrm{D}, \vec{X}_\mathrm{D}, \langle \vec{p}_\beta \rangle\right) \left| l_\beta^-(\vec{p}_\beta) \right\rangle . \end{aligned} \tag{1.30}$$

Здесь $\langle \vec{p}_N \rangle$ — средние импульсы частиц, вокруг которых распределены их импульсы в силу принципа неопределенности. Соответствующие «средние» энергии $\langle E_N \rangle$ даются выражением $\langle E_N \rangle \equiv \sqrt{\langle \vec{p}_N \rangle^2 + m_N^2}$, где m_N — масса N-ой

частицы. Форма волновых функций ψ_N в импульсном пространстве определяется тем, как приготовлены начальные частицы и как регистрируются конечные частицы. Далее будем для простоты предполагать гауссовы волновые функции

$$\psi_N\left(\vec{p}_N, T_I, \vec{X}_I, \langle\vec{p}_N\rangle\right) = \left[\sqrt{2\pi}\sigma_p^N\right]^{-3/2} \exp\left[-\frac{\left(\vec{p}_N - \langle\vec{p}_N\rangle\right)^2}{4\left(\sigma_p^N\right)^2} - i\vec{p}_N\vec{X}_I + iE_N T_I\right], \tag{1.31}$$

где $I = \mathrm{P}$ или D для соответствующих частиц, σ_p^N есть ширина волнового пакета N-ой частицы в импульсном пространстве, которая для простоты принимается одинаковой по всем трем направлениям, и $E_N = \sqrt{\vec{p}_N^2 + m_N^2}$. Волновые пакеты (1.30) построены таким образом, что в момент времени $t = T_\mathrm{P}$ волновые пакеты положительного лептона l_α^+ и частиц рождения перекрываются в точке $\vec{x} \approx \vec{X}_\mathrm{P}$, а в момент времени $t = T_\mathrm{D}$ волновые пакеты отрицательного лептона l_β^- и частиц детектирования перекрываются в точке $\vec{x} \approx \vec{X}_\mathrm{D}$.

Пропагаторы массовых собственных состояний нейтрино есть

$$S_k^\mathrm{c}(x_2 - x_1) = \langle 0|\,\mathrm{T}\left[\nu_k(x_2)\,\overline{\nu_k}(x_1)\right]|0\rangle = i\int\frac{\mathrm{d}^4q}{(2\pi)^4}\frac{\hat{q} + m_k}{q^2 - m_k^2 + i\varepsilon}\,e^{-iq(x_2-x_1)}, \tag{1.32}$$

где введено обозначение $\hat{q} = q_\rho\,\gamma^\rho$. Следовательно, с учетом выражений (1.30) и (1.32) амплитуда (1.29) принимает форму

$$\begin{aligned}
A_{\alpha\beta} = iG_\mathrm{F}^2\sum_{k=1}^{3}U_{\alpha k}^*\,U_{\beta k}\int\mathrm{d}^4x_1\int\mathrm{d}^4x_2\int\frac{\mathrm{d}^4q}{(2\pi)^4}\,e^{-iq(x_2-x_1)}\times \\
\times\int\frac{\mathrm{d}^3p_{\mathrm{P_I}}}{(2\pi)^{3/2}}\,\psi_{\mathrm{P_I}}\,e^{-ip_{\mathrm{P_I}}x_1}\int\frac{\mathrm{d}^3p_{\mathrm{D_I}}}{(2\pi)^{3/2}}\,\psi_{\mathrm{D_I}}\,e^{-ip_{\mathrm{D_I}}x_2}\times \\
\times\int\frac{\mathrm{d}^3p_{\mathrm{P_F}}}{(2\pi)^{3/2}}\,\psi_{\mathrm{P_F}}^*\,e^{ip_{\mathrm{P_F}}x_1}\int\frac{\mathrm{d}^3p_\alpha}{(2\pi)^{3/2}}\,\psi_\alpha^*\,e^{ip_\alpha x_1}\times \\
\times\int\frac{\mathrm{d}^3p_{\mathrm{D_F}}}{(2\pi)^{3/2}}\,\psi_{\mathrm{D_F}}^*\,e^{ip_{\mathrm{D_F}}x_2}\int\frac{\mathrm{d}^3p_\beta}{(2\pi)^{3/2}}\,\psi_\beta^*\,e^{ip_\beta x_2}\times \\
\times J_\lambda^\mathrm{D}\left(p_{\mathrm{D_I}}, p_{\mathrm{D_F}}\right)\overline{u_\beta}\left(p_\beta\right)\gamma^\lambda\frac{\left(1-\gamma^5\right)\hat{q}}{q^2 - m_k^2 + i\varepsilon}\,\gamma^\rho\,v_\alpha\left(p_\alpha\right)J_\rho^\mathrm{P}\left(p_{\mathrm{P_I}}, p_{\mathrm{P_F}}\right),
\end{aligned} \tag{1.33}$$

где $J_\lambda^\mathrm{D}\left(p_{\mathrm{D_I}}, p_{\mathrm{D_F}}\right)$ и $J_\rho^\mathrm{P}\left(p_{\mathrm{P_I}}, p_{\mathrm{P_F}}\right)$ — матричные элементы слабых токов частиц регистрации и рождения, соответственно, и здесь для краткости опущены аргументы волновых пакетов и поляризационные индексы фермионов.

Интегрирования по импульсам внешних частиц проводятся в предположении, что волновые пакеты в импульсном пространстве представляют собой

острые пики вокруг их средних импульсов. Далее берутся гауссовы интегралы по координатам x_1 и x_2.

В оригинальной работе [33] делается специальное замечание, что данное интегрирование по x_1 и x_2 не производит обычных дельта-функций, выражающих закон сохранения энергии-импульса в каждой вершине взаимодействия. Утверждается, что в рамках описания в терминах волновых пакетов энергии и импульсы частиц, принимающих участие в рассматриваемом процессе, не имеют точного значения, позволяя неопределенность в сохранении энергии-импульса, что необходимо для возникновения осцилляций нейтрино [8, 25, 29]. Однако автору данной диссертации эти утверждения видятся сомнительными. А именно, если вернуться к исходному выражению (1.33) и провести интегрирование, причем точное, по координатам x_1 и x_2 раньше, чем приближенное интегрирование по импульсам внешних частиц (как, строго говоря, и должно быть сделано), то обсуждаемые дельта-функции закона сохранения 4-импульса возникнут незамедлительно. Но поскольку в рассматриваемом вычислении приближенное интегрирование следует раньше точного, нет ничего удивительного в том, что и закон сохранения энергии-импульса в вершинах взаимодействия начинает выполняться приближенно — соответственно грубости использованной аппроксимации.

Как бы то ни было, возобновляя вычисление амплитуды предложенным в работе [33] способом, произведем интегрирование по $\vec{q}$, используя теорему Гримуса-Штокингера [9]:

$$\int \mathrm{d}^3 q \, \frac{\phi\left(\vec{q}\right) e^{i\vec{q}\vec{L}}}{q_k^2 - \vec{q}^2 + i\varepsilon} \quad \overset{L\to\infty}{\longrightarrow} \quad -\frac{2\pi^2}{L}\, \phi\left(q_k \vec{n}\right) e^{i q_k L}\,, \tag{1.34}$$

где $L \equiv \left|\vec{L}\right|$, $\vec{n} \equiv \vec{L}\Big/L$ и $q_k = \sqrt{\left(q^0\right)^2 - m_k^2}$. Эта теорема выполняется для функции ϕ, которая дифференцируема по крайней мере три раза и которая сама вместе со своими первой и второй производными убывает по крайней мере как $1/\vec{q}^2$ при $|\vec{q}| \to \infty$. Это как раз рассматриваемый случай. Наконец, выполняется оставшееся интегрирование по q^0. Опуская явные члены порядка m_k^2/E_k^2, которые пренебрежимо малы для релятивистских нейтрино, получаем окончательно

для $L \to \infty$ амплитуду в виде

$$A_{\alpha\beta}\left(T, \vec{L}\right) \propto \tag{1.35}$$
$$\propto \frac{1}{L}\sum_{k=1}^{3} U^{*}_{\alpha k}\, U_{\beta k}\, A_k\, \frac{1}{\sqrt{\Omega_k}} \exp\left[-iE_kT + ip_kL - S_k\left(E_k\right) - \frac{1}{2}\frac{\left(L - v_kT\right)^2}{v_k^2\,\Omega_k}\right],$$

где $v_k \equiv p_k/E_k$,

$$A_k \equiv \overline{U_{\rm D}}\left(E_k\gamma^0 - p_k\vec{n}\vec{\gamma}\right) V_{\rm P}\,, \tag{1.36}$$

$$\Omega_k \equiv \frac{1}{2v_k^2}\left[\frac{1}{\left(\sigma_p^{\rm P}\right)^2} + \frac{1}{\left(\sigma_p^{\rm D}\right)^2} + \frac{\left(v_k - \vec{n}\vec{v}_{\rm P}\right)^2}{\left(\sigma_p^{\rm P}\right)^2\lambda_{\rm P}} + \frac{\left(v_k - \vec{n}\vec{v}_{\rm D}\right)^2}{\left(\sigma_p^{\rm D}\right)^2\lambda_{\rm D}}\right] + O\left(\frac{m_k^2}{E_k^2}\right), \tag{1.37}$$

$$S_k\left(E_k\right) \equiv \frac{\left(\vec{p}_{\rm P} - p_k\vec{n}\right)^2}{4\left(\sigma_p^{\rm P}\right)^2} + \frac{\left[\left(E_{\rm P} - E_k\right) - \left(\vec{p}_{\rm P} - p_k\vec{n}\right)\vec{v}_{\rm P}\right]^2}{4\left(\sigma_p^{\rm P}\right)^2\lambda_{\rm P}} +$$
$$+ \frac{\left(\vec{p}_{\rm D} + p_k\vec{n}\right)^2}{4\left(\sigma_p^{\rm D}\right)^2} + \frac{\left[\left(E_{\rm D} + E_k\right) - \left(\vec{p}_{\rm D} + p_k\vec{n}\right)\vec{v}_{\rm D}\right]^2}{4\left(\sigma_p^{\rm D}\right)^2\lambda_{\rm D}}\,, \tag{1.38}$$

E_k дается уравнением

$$E_k\,\frac{p_k - \vec{n}\vec{p}_{\rm P}}{\left(\sigma_p^{\rm P}\right)^2} - \frac{\left(p_k - E_k\vec{n}\vec{v}_{\rm P}\right)\left[\left(E_{\rm P} - E_k\right) - \left(\vec{p}_{\rm P} - p_k\vec{n}\right)\vec{v}_{\rm P}\right]}{\left(\sigma_p^{\rm P}\right)^2\lambda_{\rm P}} +$$
$$+ E_k\,\frac{p_k + \vec{n}\vec{p}_{\rm D}}{\left(\sigma_p^{\rm D}\right)^2} + \frac{\left(p_k - E_k\vec{n}\vec{v}_{\rm D}\right)\left[\left(E_{\rm D} + E_k\right) - \left(\vec{p}_{\rm D} + p_k\vec{n}\right)\vec{v}_{\rm D}\right]}{\left(\sigma_p^{\rm D}\right)^2\lambda_{\rm D}} = 0\,, \tag{1.39}$$

где $p_k \equiv q_k\left(E_k\right) = \sqrt{E_k^2 - m_k^2}$ (величины E_k и p_k могут быть интерпретированы как эффективные энергия и импульс k-го массового собственного состояния нейтрино, распространяющегося между вершинами рождения и детектирования); $\lambda_I \equiv \Sigma_I - \vec{v}_I^{\,2}$ для $I = {\rm P}, {\rm D}$; величины σ_p^I определяются соотношением $\sigma_x^I\sigma_p^I = 1/2$;

$$\overline{U_{\rm D}} \equiv J_\rho^{\rm D}\left(\langle\vec{p}_{\rm D_F}\rangle, \langle\vec{p}_{\rm D_I}\rangle\right)\overline{u_\beta}\left(\langle\vec{p}_\beta\rangle\right)\gamma^\rho\left(1 - \gamma^5\right), \tag{1.40}$$

$$V_{\rm P} \equiv \left(1 - \gamma^5\right)\gamma^\rho\, v_\alpha\left(\langle\vec{p}_\alpha\rangle\right) J_\rho^{\rm P}\left(\langle\vec{p}_{\rm P_F}\rangle, \langle\vec{p}_{\rm P_I}\rangle\right), \tag{1.41}$$

$$\vec{v}_{\rm P} \equiv \left(\sigma_x^{\rm P}\right)^2\left(\frac{\vec{v}_{\rm P_I}}{\left(\sigma_x^{\rm P_I}\right)^2} + \frac{\vec{v}_{\rm P_F}}{\left(\sigma_x^{\rm P_F}\right)^2} + \frac{\vec{v}_\alpha}{\left(\sigma_x^\alpha\right)^2}\right), \tag{1.42}$$

$$\Sigma_{\rm P} \equiv \left(\sigma_x^{\rm P}\right)^2\left(\frac{\vec{v}_{\rm P_I}^{\,2}}{\left(\sigma_x^{\rm P_I}\right)^2} + \frac{\vec{v}_{\rm P_F}^{\,2}}{\left(\sigma_x^{\rm P_F}\right)^2} + \frac{\vec{v}_\alpha^{\,2}}{\left(\sigma_x^\alpha\right)^2}\right), \tag{1.43}$$

где $\vec{v}_N \equiv \langle \vec{p}_N \rangle / \langle E_N \rangle$ есть групповая скорость N-ой частицы; величина σ_x^{P}, определяемая как

$$\left(\sigma_x^{\mathrm{P}}\right)^{-2} \equiv \left(\sigma_x^{\mathrm{P_I}}\right)^{-2} + \left(\sigma_x^{\mathrm{P_F}}\right)^{-2} + \left(\sigma_x^{\alpha}\right)^{-2}, \tag{1.44}$$

может рассматриваться в качестве эффективного размера процесса рождения;

$$E_{\mathrm{P}} \equiv \langle E_{\mathrm{P_I}} \rangle - \langle E_{\mathrm{P_F}} \rangle - \langle E_{\alpha} \rangle, \tag{1.45}$$

$$\vec{p}_{\mathrm{P}} \equiv \langle \vec{p}_{\mathrm{P_I}} \rangle - \langle \vec{p}_{\mathrm{P_F}} \rangle - \langle \vec{p}_{\alpha} \rangle \tag{1.46}$$

(величины $\vec{v}_{\mathrm{D}}$, Σ_{D}, σ_x^{D}, E_{D}, $\vec{p}_{\mathrm{D}}$, относящиеся к процессу регистрации, получаются одновременной заменой P на D и α на β в индексах в вышеприведенных выражениях); $\vec{L} \equiv \vec{X}_{\mathrm{D}} - \vec{X}_{\mathrm{P}}$ — вектор макроскопического расстояния от точки рождения до точки детектирования нейтрино, а $T \equiv T_{\mathrm{D}} - T_{\mathrm{P}}$ — макроскопический интервал времени между рождением и детектированием. Общий фактор $1/L$ в выражении (1.35) приведет к появлению в выражении для вероятности общего фактора $1/L^2$, который представляет геометрическое ослабление нейтринного потока; далее этот множитель мы опускаем.

Возводя модуль найденной амплитуды (1.35) в квадрат и усредняя по времени T, которое не измеряется, в приближении релятивистских нейтрино для вероятности осцилляций получаем

$$P_{\alpha\beta}\left(\vec{L}\right) = \sum_{k,j=1}^{3} U_{\alpha k}^{*}\, U_{\beta k}\, U_{\alpha j}\, U_{\beta j}^{*} \exp\left[-2\pi i \frac{L}{L_{kj}^{\mathrm{osc}}} - \left(\frac{L}{L_{kj}^{\mathrm{coh}}}\right)^{2} - 2\pi^2 \omega \zeta^2 \left(\frac{\sigma_x}{L_{kj}^{\mathrm{osc}}}\right)^{2}\right], \tag{1.47}$$

где длины осцилляций L_{kj}^{osc} вновь даются стандартным выражением (с поправкой на то, каким образом определена величина E эффективной энергии нейтрино, см. далее), а длины когерентности L_{kj}^{coh} здесь определяются как

$$L_{kj}^{\mathrm{coh}} \equiv \sqrt{\omega}\, \frac{4\sqrt{2}E^2}{\left|\Delta m_{kj}^2\right|}\, \sigma_x\,; \tag{1.48}$$

величины E и ζ (безразмерный параметр порядка единицы) определяются, соответственно, разложениями уравнения (1.39) в нулевом и первом порядке по степеням m_k^2/E_k^2 и входят в релятивистское приближение

$$E_k \approx E + \zeta\, \frac{m_k^2}{2E}\,; \tag{1.49}$$

наконец,

$$\sigma_x^2 \equiv \left(\sigma_x^{\rm P}\right)^2 + \left(\sigma_x^{\rm D}\right)^2 , \tag{1.50}$$

$$\omega \equiv 1 + \frac{\left(\sigma_x^{\rm P}\right)^2}{\sigma_x^2}\frac{\left(1-\vec{n}\vec{v}_{\rm P}\right)^2}{\lambda_{\rm P}} + \frac{\left(\sigma_x^{\rm D}\right)^2}{\sigma_x^2}\frac{\left(1-\vec{n}\vec{v}_{\rm D}\right)^2}{\lambda_{\rm D}} . \tag{1.51}$$

Первый член под знаком экспоненты в выражении (1.47) — обычная осциллирующая фаза, которая дает начало осцилляциям нейтрино. Второй член — член когерентности, аналогичный таковому в квантово-механическом подходе в терминах волновых пакетов (см. выражение (1.25)). Он вызывает падение вероятности $P_{\alpha\beta}\left(\vec{L}\right)$ с расстоянием L и определяет, как далеко имеют место осцилляции. Третий член в экспоненте, член локализации, появляющийся из-за интегрирования по времени, т.е. отсутствия измерений времени, отвечает за то, что интерференционные члены обращаются в нуль, если σ_x больше длины осцилляций нейтрино.

Выражение (1.48) для длин когерентности отличается от выражения (1.23), полученного в рамках квантово-механического описания в терминах волновых пакетов, только множителем $\sqrt{\omega}$. Присутствие последнего может предполагать непренебрежимое возрастание $L_{kj}^{\rm coh}$ по отношению к обычному определению (1.23), поскольку ω может быть довольно велико. Например, если процесс рождения есть распад пиона в покое с $\alpha = \mu$ и $\lambda_{\rm D} \sim 1$, имеем $\sqrt{\omega} \sim 3$. Поскольку ω велико, если $\lambda_{\rm P(D)}$ мало, т.е. если все частицы, принимающие участие в процессе рождения (детектирования), имеют очень малую скорость, это возрастание длины когерентности обязано тому факту, что перекрытие волновых пакетов медленных частиц длится дольше и потому имеется больше времени, доступного процессу рождения (детектирования), чтобы испустить (поглотить) когерентно промежуточную суперпозицию массовых нейтрино.

С другой стороны, необходимо заметить, что большая величина ω увеличивает вклад третьего члена в экспоненте в вероятности перехода (1.47) и может усилить даваемое им подавление интерференционных членов, если $\sigma_x \sim L_{kj}^{\rm osc}$. Так происходит вследствие того, что когда доступное процессу рождения (детектирования) время больше $L_{kj}^{\rm osc}$, интерференция нейтринных собственных состояний ν_k и ν_j размывается.

Проблемой обсужденного в данном параграфе квантового теоретико-

полевого подхода в терминах волновых пакетов является очевидная громоздкость вычислений в его рамках. Так получается главным образом из-за использования волновых пакетов, описывающих локализацию участвующих в процессах частиц. Необходимость прибегать к волновым пакетам, в свою очередь, обуславливается тем, что стандартный S-матричный формализм плохо приспособлен для описания процессов, происходящих на конечных расстояниях и за конечное время.

Другое слабое место данного подхода заключается в сомнительной математической корректности проводимых операций, как подробно обсуждалось перед формулой (1.34). А именно, утверждается, что ключевым моментом описания является неточное выполнение закона сохранения энергии-импульса в вершинах взаимодействия. 4-импульс сохраняется лишь в рамках квантовой неопределенности, что и делает возможным когерентное рождение массовых состояний нейтрино и, следовательно, появление осцилляций. Однако было замечено, что это неточное сохранение возникает вследствие приближенного интегрирования амплитуды процесса по импульсам внешних частиц, описываемых волновыми пакетами, до проведения точного интегрирования по координатам точек взаимодействия. Легко видеть, что если точное интегрирование по координатам выполняется раньше приближенного интегрирования по импульсам, то несохранения энергии-импульса не возникает. Это может говорить о неприменимости данного приближения и, строго говоря, рушит всю идеологию полевого подхода в терминах волновых пакетов.

Попыткой разрешить все озвученные проблемы, найти полностью последовательный квантовый теоретико-полевой метод описания осцилляций частиц (и других процессов, происходящих на конечных пространственно-временных интервалах) и является данная работа. Изложение нового подхода начнется в Главе 2.

Глава 2. Распад нестабильной скалярной частицы

При подготовке данной главы диссертации использована публикация [18] автора, в которой, согласно Положению о присуждении ученых степеней в МГУ, отражены основные результаты, положения и выводы исследования.

В данной работе предлагается новый квантовый теоретико-полевой метод описания процессов, происходящих на конечных пространственно-временных интервалах. Идея данного подхода состоит в том, чтобы адаптировать стандартный формализм матрицы рассеяния для описания таких процессов. Мы рассматриваем процессы рождения и детектирования (или распада) как единое целое, сопоставляя им одну «большую» диаграмму Фейнмана, где точки взаимодействия считаются разделенными фиксированным макроскопическим интервалом [8]. Далее мы используем правила Фейнмана в координатном представлении для того, чтобы записать соответствующую диаграмме амплитуду, а затем переходим в импульсное представление, интегрируя по координатам точек взаимодействия таким образом, который отражает условия эксперимента, т.е. то, что интервал между вершинами фиксирован. Это приводит к модификации фейнмановского пропагатора частицы в импульсном представлении при неизменности остальных правил Фейнмана в этом представлении. Дальнейшие расчеты очень похожи на обычные вычисления амплитуд и вероятностей процессов в рамках фейнмановской диаграммной техники и S-матричной теории.

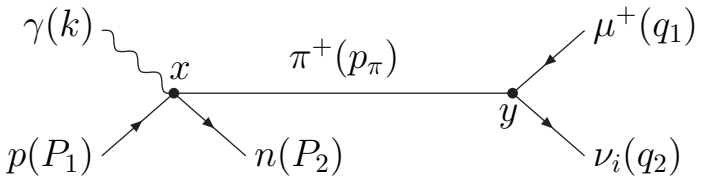
Начнем подробное рассмотрение с простейшего случая скалярной частицы. Хотя в настоящей главе это и не принципиально, но поскольку в дальнейшем речь будет идти о нейтрино, сразу определимся, что работаем в минимальном расширении Стандартной модели правыми синглетами нейтрино. Лагранжиан взаимодействия слабого заряженного тока лептонов и кварков имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{cc}} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left(\sum_{i,k=1}^{3} \overline{l_i}\, \gamma^\mu \left(1-\gamma^5\right) U_{ik}\, \nu_k\, W_\mu^- + \right. \\ \left. + \sum_{i,k=1}^{3} \overline{u_i}\, \gamma^\mu \left(1-\gamma^5\right) V_{ik}\, d_k\, W_\mu^+ + \text{H.c.} \right), \tag{2.1}$$

где l_i, u_i и d_i есть поля заряженного лептона, верхнего кварка и нижнего кварка i-го поколения, соответственно; U_{ik} обозначает матрицу ПМНС, V_{ik} — матрицу

Кабиббо-Кобаяши-Маскавы (ККМ), а ν_k есть поле k-го собственного состояния нейтрино с определенной массой m_k. Так как в дальнейшем флейворные состояния больше не будут использоваться, здесь мы меняем использовавшиеся в Главе 1 обозначения для заряженных лептонов и флейворных индексов, чтобы подчеркнуть симметрию между лептонным и кварковым секторами: теперь $l_i = e, \mu, \tau$ для $i = 1, 2, 3$, соответственно.

Рассмотрим процесс, в котором π^+-мезон, появившийся в точке x в результате реакции фоторождения $p + \gamma \to n + \pi^+$, распространяется на фиксированное макроскопическое расстояние L от источника и распадается в точке y на мюон и массовое собственное состояние нейтрино ν_i. Процессу соответствует следующая диаграмма:



(2.2)

Промежуточный пион является виртуальной частицей и описывается пропагатором. Еще раз отметим, что точки x и y считаются разделенными фиксированным макроскопическим интервалом. Поскольку в эксперименте детектируется только антимюон, вероятность данного процесса с i-ым массовым собственным состоянием нейтрино в конечном состоянии должна быть просуммирована по $i = 1, 2, 3$.

Как это принято в диаграммной технике Фейнмана, мы предполагаем, что начальные и конечные частицы описываются плоскими волнами, т.е. имеют определенные импульсы. Следовательно, виртуальный пион также имеет определенный импульс. Обозначим 4-импульсы частиц так, как показано на диаграмме, а именно, импульс фотона — k, протона — P_1, нейтрона — P_2, промежуточного виртуального пиона — p_π, антимюона — q_1 и i-го массового состояния нейтрино — q_2.

Сначала отвлечемся от нестабильной природы пиона и обсудим случай, если бы между точками x и y распространялась стабильная скалярная частица.

Амплитуда в координатном представлении, соответствующая диаграмме (2.2) в этом случае, может быть легко выписана по обычным правилам Фейнмана в координатном представлении, сформулированным, например, в учебнике [39]. Для перехода в импульсное представление, в соответствии с пред-

писанием стандартной S-матричной теории ([39], §24), необходимо было бы проинтегрировать эту амплитуду по координатам x и y точек взаимодействия по всему пространству Минковского, что дало бы соответствующий матричный элемент S-матрицы. Это значит, что при стандартном S-матричном описании в действительности рассматривается процесс, который происходит во всем пространстве-времени, и найденная в итоге вероятность процесса будет вероятностью в единице объема в единицу времени.

Однако такое интегрирование провело бы к потере информации о пространственно-временном интервале между событиями рождения и распада, в то время как постановка эксперимента предполагает, что расстояние между точкой рождения и точкой распада остается постоянным. Для того, чтобы обобщить стандартный формализм матрицы рассеяния на случай процессов, происходящих на фиксированных расстояниях, требуется модифицировать интегрирование таким образом, чтобы оно учитывало фиксированное расстояние между точками рождения и распада пиона. Это может быть сделано путем введения под знак интеграла по x и y дельта-функции $\delta\left(\vec{n}\left(\vec{y}-\vec{x}\right)-L\right)$, где $\vec{n}$ — единичный вектор, направленный от источника к детектору. Поступая так, мы фиксируем расстояние L между точками взаимодействия вдоль прямой, соединяющей источник и детектор, и только потом интегрируем амплитуду по координатам x и y по пространству-времени Минковского. Таким образом, совершенно так же, как и в стандартном S-матричном формализме, мы рассматриваем процесс, происходящий во всем пространстве-времени, но расстояние между точками рождения и распада в направлении импульса пучка пионов теперь фиксировано дельта-функцией.

Конечно, это расходится со стандартным S-матричным формализмом. Но следует напомнить, что диаграммная техника в координатном представлении была развита Р. Фейнманом [13, 14] безотносительно к теории S-матрицы (более подробное изложение этого подхода дано в книге [40]). Таким образом, диаграммы Фейнмана в координатном представлении имеют смысл за рамками этой теории, и мы можем интегрировать амплитуду по x и y любым способом в зависимости от рассматриваемой физической проблемы.

Введение дополнительной дельта-функции формально эквивалентно замене стандартного фейнмановского пропагатора $D^{\mathrm{c}}\left(y-x\right)$ скалярной части-

цы в координатном представлении на произведение $D^{\mathrm{c}}\left(y-x\right)\delta\left(\vec{n}\left(\vec{y}-\vec{x}\right)-L\right)$. Фурье-преобразование последнего выражения дает нам *зависящий от расстояния пропагатор скалярной частицы в импульсном представлении*:

$$D^{\mathrm{c}}\left(p_{\pi},L,\vec{n}\right)\equiv\int\mathrm{d}^{4}z\,e^{ip_{\pi}z}D^{\mathrm{c}}\left(z\right)\delta\left(\vec{n}\vec{z}-L\right) \tag{2.3}$$

(этот объект уже не является, конечно, причинной функцией Грина, а верхний индекс c в левой части определения, обозначающий «causal», отражает тот факт, что данный зависящий от расстояния пропагатор является преобразованием именно такой функции Грина $D^{\mathrm{c}}\left(z\right)$). Очевидно, интегрирование этого зависящего от расстояния скалярного пропагатора по L в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ дает обычный пропагатор Фейнмана скалярного поля в импульсном представлении. Следовательно, зависящий от расстояния пропагатор может рассматриваться как распределение фейнмановского пропагатора по L вдоль вектора $\vec{n}$.

Интеграл в определении (2.3) может быть посчитан точно методом контурного интегрирования для $\left(\vec{p}_{\pi}\vec{n}\right)^{2}>m_{\pi}^{2}-p_{\pi}^{2}$ (где m_{π} — масса нашего пока стабильного пиона), что дает

$$D^{\mathrm{c}}(p_{\pi},L,\vec{n})=\frac{i}{2\sqrt{\left(\vec{p}_{\pi}\vec{n}\right)^{2}+p_{\pi}^{2}-m_{\pi}^{2}+i\varepsilon}}\,e^{-i\left(\vec{p}_{\pi}\vec{n}-\sqrt{\left(\vec{p}_{\pi}\vec{n}\right)^{2}+p_{\pi}^{2}-m_{\pi}^{2}}\right)L}\,. \tag{2.4}$$

Необходимо подчеркнуть, что этот зависящий от расстояния пропагатор имеет смысл только для макроскопических расстояний L.

В работе В. Гримуса и П. Штокингера [9] была строго доказана теорема, что виртуальные частицы, распространяющиеся на большие макроскопические расстояния, находятся почти на массовой поверхности, что означает выполнение соотношения $\left|p_{\pi}^{2}-m_{\pi}^{2}\right|\Big/\left(\vec{p}_{\pi}\vec{n}\right)^{2}\ll1$. Пренебрегая величиной порядка $\left(p_{\pi}^{2}-m_{\pi}^{2}\right)\Big/\left(\vec{p}_{\pi}\vec{n}\right)^{2}$ в знаменателе выражения (2.4), но не в показателе экспоненты, где она умножается на макроскопически большую величину L, переписываем выражение для зависящего от расстояния скалярного пропагатора в простом приближенном виде

$$D^{\mathrm{c}}\left(p_{\pi},L,\vec{n}\right)\approx\frac{i}{2\vec{p}_{\pi}\vec{n}}\,e^{-i\frac{m_{\pi}^{2}-p_{\pi}^{2}}{2\vec{p}_{\pi}\vec{n}}L}\,. \tag{2.5}$$

Стоит заметить, что этот зависящий от расстояния скалярный пропагатор, будучи взят на массовой поверхности, имеет полюс только при $\vec{p}_{\pi}\perp\vec{n}$ и не зависит

от расстояния, что также верно и для точного выражения (2.4). Зависящий от расстояния пропагатор в импульсном представлении позволяет сохранить стандартную диаграммную технику Фейнмана в импульсном представлении, просто заменив фейнмановский пропагатор этим модифицированным пропагатором.

Однако оказывается, что более фундаментальным и более удобным для вычислений в чисто техническом плане является зависящий от времени пропагатор. Он получается путем введения в интеграл от амплитуды процесса по координатам x и y вершин дельта-функции $\delta\left(y^0 - x^0 - T\right)$, которая фиксирует промежуток времени T между событиями рождения пиона и его распада. Фиксирование временного промежутка T вместо расстояния L между этими событиями — это техника, которая удобна для развития последовательного формализма. Конечно, фактически в эксперименте фиксируется именно расстояние между источником пионов и детектором, но для пучка частиц с одинаковым импульсом это эквивалентно фиксации временного промежутка между событиями рождения и распада в соответствии с формулой $T = Lp_\pi^0/|\vec{p}_\pi|$.

Таким образом, введение фиксирующей промежуток времени дельта-функции эквивалентно замене пропагатора Фейнмана $D^{\mathrm{c}}\left(y - x\right)$ на $D^{\mathrm{c}}\left(y - x\right)\delta\left(y^0 - x^0 - T\right)$. Фурье-преобразование этого выражения дает нам по определению *зависящий от времени пропагатор скалярной частицы в импульсном представлении*:

$$D^{\mathrm{c}}\left(p_\pi, T\right) \equiv \int \mathrm{d}^4 z\, e^{ip_\pi z} D^{\mathrm{c}}\left(z\right)\delta\left(z^0 - T\right). \tag{2.6}$$

После точного интегрирования для $\left(p_\pi^0\right)^2 > m_\pi^2 - p_\pi^2$, подробно разобранного в Приложении, находим:

$$D^{\mathrm{c}}\left(p_\pi, T\right) = \frac{i}{2\sqrt{\left(p_\pi^0\right)^2 + m_\pi^2 - p_\pi^2 - i\varepsilon}}\, e^{i\left(p_\pi^0 - \sqrt{\left(p_\pi^0\right)^2 + m_\pi^2 - p_\pi^2}\right)T}. \tag{2.7}$$

Структура зависящего от времени пропагатора (2.7) находится в согласии с теоремой Гримуса-Штокингера (GS), упоминавшейся перед формулой (2.5). Формально амплитуда процесса, построенная с помощью пропагатора (2.7), отвечает процессу с мгновенной регистрацией. Разница времени $y^0 - x^0$ между рождением и распадом считается равной точно T, т.е. сам процесс рассматривается имеющим длительность T ровно. В реальности, однако, регистрация имеет ненулевую длительность Δt, и амплитуда с таким зависящим от времени

пропагатором должна интерпретироваться как амплитуда в единицу времени (поэтому она, как и сам пропагатор, будет иметь необычную размерность). Чтобы найти амплитуду реального процесса со временем регистрации Δt, необходимо проинтегрировать зависящую от времени амплитуду по T от $T - \Delta t/2$ до $T + \Delta t/2$. Это сводится к интегрированию одного только пропагатора (2.7), что дает

$$\int\limits_{T-\Delta t/2}^{T+\Delta t/2} D^{\mathrm{c}}\left(p_\pi, t\right) \mathrm{d}t = D^{\mathrm{c}}\left(p_\pi, T\right) \frac{\sin\alpha}{\alpha} \Delta t \,, \tag{2.8}$$

где

$$\alpha = \left(p_\pi^0 - \sqrt{\left(p_\pi^0\right)^2 + m_\pi^2 - p_\pi^2}\right) \frac{\Delta t}{2} \,. \tag{2.9}$$

Для больших $\alpha \gg 1$ этот интеграл близок к нулю, и можно ожидать, что амплитуда будет существенно ненулевой только для тех частиц, для которых $\alpha \simeq 0$. В этом случае амплитуда процесса со временем регистрации Δt пропорциональна самой Δt, и амплитуда процесса с фиксированным T действительно может рассматриваться как амплитуда регистрации в единицу времени.

Время детектирования Δt макроскопически велико, что значит, что множитель $\left(p_\pi^0 - \sqrt{\left(p_\pi^0\right)^2 + m_\pi^2 - p_\pi^2}\right)$ должен быть очень мал. Последнее и является выражением того факта, что виртуальный пион находится почти на массовой поверхности. Таким образом, рассматриваемый подход на самом деле дает другое доказательство GS-теоремы.

Пренебрегая, аналогично случаю зависящего от расстояния пропагатора, членом порядка $\left(m_\pi^2 - p_\pi^2\right) \Big/ \left(p_\pi^0\right)^2$ в знаменателе выражения (2.7), но не под знаком экспоненты, где этот член умножается на макроскопически большое время T, получаем

$$D^{\mathrm{c}}\left(p_\pi, T\right) \approx \frac{i}{2p_\pi^0} \, e^{-i\frac{m_\pi^2 - p_\pi^2}{2p_\pi^0} T} \,. \tag{2.10}$$

В отличие от зависящих от расстояния пропагаторов (2.4)–(2.5), данный зависящий от времени пропагатор на массовой поверхности полюсов не имеет. В остальном все замечания, относившиеся к зависящему от расстояния пропагатору и выражениям (2.3)–(2.5), аналогично формулируются и в отношении зависящего от времени пропагатора в выражениях (2.6), (2.7) и (2.10).

Такое обобщение фейнмановского пространственно-временного описания процессов взаимодействия элементарных частиц можно сформулировать в

лоренц-ковариантной форме, если ввести 4-вектор скорости наблюдателя: $\lambda = \left(\lambda^0, \vec{\lambda}\right),\ \lambda^\mu\lambda_\mu = 1,\ \lambda^0 > 0$. В этом случае промежуток времени между событиями рождения и распада частицы нужно фиксировать путем введения под знак интеграла дельта-функции $\delta\left(\lambda\left(y-x\right)-T\right)$, что приводит нас к следующему определению *зависящего от времени пропагатора скалярного поля в импульсном представлении в лоренц-ковариантной форме*:

$$D^{\mathrm{c}}\left(p_\pi, T, \lambda\right) \equiv \int \mathrm{d}^4 z\, e^{ip_\pi z} D^{\mathrm{c}}\left(z\right) \delta\left(\lambda z - T\right). \tag{2.11}$$

Точное интегрирование для $\left(\lambda p_\pi\right)^2 > m_\pi^2 - p_\pi^2$, разобранное во второй части Приложения, дает

$$D^{\mathrm{c}}\left(p_\pi, T, \lambda\right) = \frac{i}{2\sqrt{\left(\lambda p_\pi\right)^2 + m_\pi^2 - p_\pi^2 - i\varepsilon}}\, e^{i\left(\lambda p_\pi - \sqrt{\left(\lambda p_\pi\right)^2 + m_\pi^2 - p_\pi^2}\right)T}. \tag{2.12}$$

Для пиона, близкого к массовой поверхности, получаем

$$D^{\mathrm{c}}\left(p_\pi, T, \lambda\right) \approx \frac{i}{2\lambda p_\pi}\, e^{-i\frac{m_\pi^2 - p_\pi^2}{2\lambda p_\pi}T}. \tag{2.13}$$

Переход в собственную систему отсчета детектора, что соответствует выбору $\lambda = \left(1, \vec{0}\right)$, приводит нас к выражениям (2.6), (2.7) и (2.10).

Теперь, когда зависящий от времени пропагатор стабильной скалярной частицы в импульсном представлении построен для имеющейся экспериментальной ситуации, вернемся к тому факту, что пион является нестабильной частицей. Ведь распад именно такой частицы на определенном расстоянии от источника мы и собираемся описать в данной главе. Нестабильные частицы нельзя рассматривать в качестве асимптотических состояний в квантовой теории поля. А когда они появляются как резонансные состояния, их невозможно описать в конечном порядке теории возмущений, но можно учесть нестабильную природу частицы, рассмотрев квантовые поправки к ее пропагатору.

Перенормированная масса частицы сама по себе не имеет физического содержания. На самом деле физическая величина, которая соответствует каждой частице, это положение полюса ее точного перенормированного пропагатора [41]. У стабильной частицы полюс расположен на действительной оси и может быть отождествлен с ее физической массой. Перенормированную массу можно выбрать равной этой физической массе подходящим подбором контрчленов. Для нестабильной частицы положение полюса является комплексным, и

именно это положение как целое представляет собой физически значимую величину.

Точный пропагатор скалярной частицы в координатном представлении можно представить в виде:

$$D_{\mathrm{e}}(z) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int \mathrm{d}^4 q\, \frac{e^{-iqz}}{m^2 + M(q^2) - q^2}\,, \tag{2.14}$$

где $m^2 + M\left(q^2\right)$ есть точный перенормированный массовый оператор [39], который имеет как действительную, так и мнимую части, а m можно считать физической массой частицы. Когда частица находится на массовой поверхности, $\mathrm{Re}\, M(m^2)$ обращается в нуль, а $-\mathrm{Im}\, M(m^2)$ при малой ширине частицы Γ примерно равен этой ширине, умноженной на массу. Подставляя выражение (2.14) для пиона в определение (2.11) зависящего от времени пропагатора вместо пропагатора Фейнмана $D^{\mathrm{c}}(z)$, получаем *зависящий от времени пропагатор нестабильной скалярной частицы* (пиона) *в импульсном представлении в лоренц-ковариантной форме*

$$D_{\mathrm{e}}(p_\pi, T, \lambda) = \frac{i}{2\sqrt{(\lambda p_\pi)^2 - p_\pi^2 + m_\pi^2 + M(p_\pi^2)}}\, e^{i\left(\lambda p_\pi - \sqrt{(\lambda p_\pi)^2 - p_\pi^2 + m_\pi^2 + M(p_\pi^2)}\right)T}\,. \tag{2.15}$$

Для пиона, распространяющегося на макроскопическое расстояние (или, что эквивалентно, в течение макроскопического промежутка времени) и потому находящегося почти на массовой поверхности в силу GS-теоремы, хорошим приближением будет пропагатор (уже в системе отсчета детектора)

$$D_{\mathrm{e}}(p_\pi, T) \approx \frac{i}{2p_\pi^0}\, e^{-i\frac{m_\pi^2 - p_\pi^2 - i m_\pi \Gamma}{2p_\pi^0}T}\,, \tag{2.16}$$

где Γ — ширина пиона. Тут предполагается, что кроме соотношения $\left|p_\pi^2 - m_\pi^2\right| \Big/ \left(p_\pi^0\right)^2 \ll 1$ выполняется также соотношение $m_\pi \Gamma \Big/ \left(p_\pi^0\right)^2 \ll 1$, т.е. фактически мы считаем, что $\left|p_\pi^2 - m_\pi^2 + i m_\pi \Gamma\right| \Big/ \left(p_\pi^0\right)^2 \ll 1$. Именно зависящий от времени пропагатор (2.16) будет использоваться в следующих ниже вычислениях, заменяя стандартный пропагатор Фейнмана. Такая техническая простота является очевидным преимуществом обсуждаемого подхода.

Подчеркнем здесь еще раз, что в данном подходе распространение виртуальных частиц по-прежнему описывается стандартным пропагатором Фейнмана в координатном представлении. Дополнительная дельта-функция, вводимая

в интеграл по координатам точек взаимодействия, отражает конкретную экспериментальную ситуацию, когда пространственно-временной интервал между событиями рождения и распада пиона фиксирован. Формально это отвечает модификации соответствующего пропагатора в импульсном представлении, что позволяет нам сохранить привычные правила Фейнмана в импульсном представлении, лишь заменив пропагатор на его зависящий от времени (или расстояния) вариант. То, что этот модифицированный пропагатор в импульсном представлении не является лоренц-инвариантным, вполне естественно. Хотя мы работаем в рамках лоренц-инвариантной фейнмановской формулировки теории возмущений, предложенной в работах [13, 14] безотносительно к теории S-матрицы, лоренц-инвариантность нарушает введенная нами дельта-функция, которая учитывает экспериментальную ситуацию. Такое нарушение лоренц-инвариантности имеет место при любом описании процесса элементарного взаимодействия, когда мы выбираем систему отсчета, связанную с детектором.

Итак, теперь мы готовы приступить к вычислению вероятности процесса, отвечающего диаграмме (2.2). Используя зависящий от времени пропагатор (2.16), запишем амплитуду процесса в импульсном представлении в случае, когда промежуток времени $y^0 - x^0$ между событиями рождения и распада фиксирован и равен T:

$$\begin{aligned} M^{(i)} = i\frac{G_{\mathrm{F}}}{2\sqrt{2}p_\pi^0}\cos\theta_{\mathrm{C}}\, f_\pi\, \varphi_\pi\, m_{(\mu)}\, U_{2i}^*\, e^{-i\frac{m_\pi^2 - p_\pi^2 - i m_\pi \Gamma}{2p_\pi^0}T} \times \\ \times\, \overline{\nu_i}\,(q_2)\left(1-\gamma^5\right) v\,(q_1)\, M_{\mathrm{P}}\,(k, P_1, p_\pi, P_2)\,. \end{aligned} \tag{2.17}$$

Здесь θ_{C} есть угол Кабиббо, f_π — константа распада пиона размерности массы, φ_π — (постоянная) волновая функция пиона, $m_{(\mu)}$ — масса мюона, и мы уже применили условие сохранения 4-импульса в вершине распада пиона ([42], §5). $M_{\mathrm{P}}\,(k, P_1, p_\pi, P_2)$ обозначает амплитуду фоторождения π-мезона, которая зависит от четырех формфакторов; это довольно громоздкое выражение, явный вид которого нам не важен, так что здесь он не выписывается (явный вид этой амплитуды может быть найден в [43], глава 3, §1). Индекс (i) в левой части равенства означает, что в конечном состоянии образуется i-ое массовое собственное состояние нейтрино. Выражение (2.17) должно пониматься как амплитуда в единицу времени.

Найдем квадрат модуля амплитуды (2.17), усредненный по поляризациям начальных частиц и просуммированный по поляризациям конечных частиц (операции усреднения и суммирования обозначаются угловыми скобками). Поскольку сама амплитуда, вследствие простой структуре скалярного пропагатора, представляет собой произведение амплитуд подпроцессов рождения пиона и его распада, квадрированная амплитуда также факторизуется:

$$\left\langle \left| M^{(i)} \right|^2 \right\rangle = \left\langle |M_1|^2 \right\rangle \left\langle \left| M_2^{(i)} \right|^2 \right\rangle \frac{1}{4\left(p_\pi^0\right)^2} e^{-\frac{m_\pi \Gamma}{p_\pi^0} T}, \tag{2.18}$$

$$\left\langle |M_1|^2 \right\rangle = \frac{1}{4} \left| M_{\mathrm{P}}\left(k, P_1, p_\pi, P_2\right) \right|^2, \tag{2.19}$$

$$\left\langle \left| M_2^{(i)} \right|^2 \right\rangle = 4 G_{\mathrm{F}}^2 \cos^2\theta_{\mathrm{C}} f_\pi^2 m_{(\mu)}^2 \left|U_{2i}\right|^2 (q_1 q_2), \tag{2.20}$$

где $\left\langle |M_1|^2 \right\rangle$ — квадрированная амплитуда процесса фоторождения π^+-мезона, $\left\langle \left| M_2^{(i)} \right|^2 \right\rangle$ — квадрированная амплитуда распада π^+-мезона на антимюон и i-е массовое состояние нейтрино в приближении нулевой массы последнего. Видно, что в выражение (2.18) осциллирующая часть пропагатора вклада на дает, поскольку в амплитуде (2.17) имеется только один член. Остается только подавляющий экспоненциальный фактор, описывающий распад.

Мы подошли к тому, чтобы найти вероятность рассматриваемого процесса, в котором промежуток времени между точками x и y равен T. Напомним, что соответствующая диаграмме (2.2) амплитуда в импульсном представлении содержит, наряду с выражением в формуле (2.17), дельта-функцию закона сохранения энергии-импульса. Таким образом, следуя предписанию стандартного пертурбативного подхода матрицы рассеяния, для нахождения вероятности процесса в единицу времени в единице объема нам следовало бы умножить квадрированную амплитуду (2.18) на дельта-функцию сохранения энергии-импульса $(2\pi)^4 \delta\left(k + P_1 - P_2 - q_1 - q_2\right)$ и проинтегрировать результат по фазовому объему конечных частиц. Однако поскольку p_π определяется лишь законом сохранения 4-импульса в вершине рождения, $p_\pi = k + P_1 - P_2$, такое интегрирование привело бы к вариации направления импульса p_π виртуальных пионов. Это противоречит условиям наблюдения процесса, где виртуальные π-мезоны распространяются в направлении, определяемом взаимным расположением источника и детектора. Таким образом, нам нужно вычислить дифференциальную вероятность процесса при p_π, заданном экспериментальной

ситуацией.

Введем 4-импульс p промежуточных пионов: $p^2 = m_\pi^2$, вектор $\vec{p}$ удовлетворяет закону сохранения энергии-импульса в вершине рождения и, согласно нашему предположению, направлен от источника к детектору (т.е. вдоль вектора $\vec{n}$, введенного незадолго до формулы (2.3)). Другими словами, $\vec{p}$ есть одно конкретное значение $\vec{p}_\pi$ из возможных, которое направлено от источника к детектору. Вообще говоря, выбор одного значения $\vec{p}$ импульса пионов является приближением, применимым, когда расстояние между источником и детектором много больше их собственных размеров. Требуемая дифференциальная вероятность может быть получен путем умножения квадрата модуля амплитуды (2.18), кроме дельта-функции закона сохранения энергии-импульса, еще и на дельта-функцию $2\pi\delta\left(p_\pi - p\right)$, которая фиксирует импульс промежуточных пионов, или, что эквивалентно, заменой p_π на p всюду в (2.18) и умножением ее на дополнительную дельта-функцию $2\pi\delta\left(k + P_1 - P_2 - p\right)$; лишь после этого требуется произвести интегрирование по фазовому объему конечных частиц, а именно нейтрона, антимюона и i-го массового состояния нейтрино, в соответствии со стандартными правилами расчета вероятностей.

Появление фактора 2π перед дополнительной дельта-функцией объясняется следующим образом. Фактически детектор регистрирует не только пионы с импульсом $\vec{p}$ от источника, но также и пионы с импульсами, которые лежат внутри усеченного конуса с осью вдоль вектора $\vec{p}$ и с очень малым углом раствора (см. Рисунок 2.1). Так происходит из-за того, что источник и детектор имеют ненулевые размеры. Угол раствора конуса очень мал вследствие того, что расстояние между источником и детектором много больше их размеров. Очевидно, картина имеет приближенную осевую симметрию вокруг направления импульса $\vec{p}$, введенного абзацем ранее, что дает множитель 2π после интегрирования по азимутальному углу. Таким образом, этот фактор обязан своим появлением усреднению по направлениям импульсов виртуальных пионов, которое необходимо из-за ненулевых размеров источника и детектора.

Благодаря факторизации квардированной амплитуды, факторизуется и искомая дифференциальная вероятность. Теперь, когда импульс виртуальных пионов зафиксирован и равен $\vec{p}$, мы можем перейти от промежутка времени T к пройденному пионом до распада расстоянию L по формуле $T = Lp^0/|\vec{p}|$.

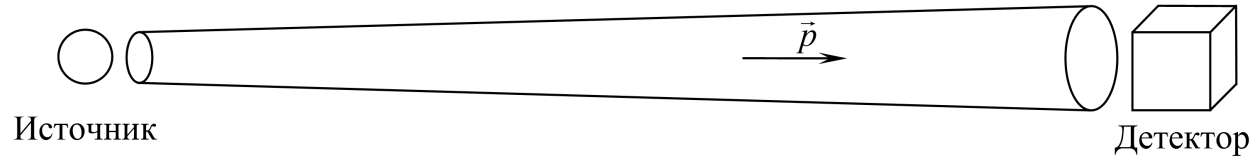


Рис. 2.1: Иллюстрация вариации в направлении импульсов виртуальных пионов из-за ненулевых размеров источника и детектора.

Эта подстановка правомерна, поскольку пионы находятся почти на массовой поверхности и $|\vec{p}|/p^0$ может рассматриваться как скорость пиона с очень большой точностью. Проведя суммирование получающейся вероятности по типу i конечного нейтрино, которое сводится к суммированию квадратов матричных элементов матрицы ПМНС в выражении (2.20), дающему в результате единицу, имеем:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^3W}{\mathrm{d}^3p} &= \frac{1}{2k^0 2P_1^0}\int \frac{\mathrm{d}^3P_2}{(2\pi)^3\,2P_2^0}\frac{\mathrm{d}^3q_1}{(2\pi)^3\,2q_1^0}\frac{\mathrm{d}^3q_2}{(2\pi)^3\,2q_2^0}\sum_{i=1}^{3}\left\langle\left|M^{(i)}\right|^2\right\rangle\Big|_{\substack{p_\pi=p\\ T=Lp^0/|\vec{p}|}} \times \\ &\quad \times (2\pi)^4\,\delta\left(k+P_1-P_2-q_1-q_2\right)2\pi\delta\left(k+P_1-P_2-p\right) = \\ &= \frac{\mathrm{d}^3W_1}{\mathrm{d}^3p}\,W_2\,e^{-\frac{m_\pi\Gamma}{|\vec{p}|}L}\,, \end{aligned} \tag{2.21}$$

где W — полная вероятность процесса, в котором направление импульса виртуального π-мезона произвольно, и введено обозначение

$$\frac{\mathrm{d}^3W}{\mathrm{d}^3p} \equiv \frac{\mathrm{d}^3W}{\mathrm{d}p^1\,\mathrm{d}p^2\,\mathrm{d}p^3} \tag{2.22}$$

для дифференциальной вероятности, где пион имеет импульс $\vec{p}$ (это обозначение аналогично используемому в книге [44]), так что

$$\int \frac{\mathrm{d}^3W}{\mathrm{d}^3p}\,\mathrm{d}^3p = W\,. \tag{2.23}$$

В выражении (2.21)

$$\frac{\mathrm{d}^3W_1}{\mathrm{d}^3p} = \frac{1}{2k^0 2P_1^0}\frac{1}{(2\pi)^3\,2p^0}\int \frac{\mathrm{d}^3P_2}{(2\pi)^3\,2P_2^0}\left\langle|M_1|^2\right\rangle\Big|_{p_\pi=p}(2\pi)^4\,\delta\left(k+P_1-P_2-p\right) \tag{2.24}$$

есть дифференциальная вероятность процесса фоторождения π^+-мезона с им-

пульсом $\vec{p}$ и

$$W_2 = \frac{1}{2p^0}\int \frac{\mathrm{d}^3 q_1}{(2\pi)^3\, 2q_1^0}\frac{\mathrm{d}^3 q_2}{(2\pi)^3\, 2q_2^0}\sum_{i=1}^{3}\left\langle \left| M_2^{(i)} \right|^2 \right\rangle (2\pi)^4\,\delta\left(p - q_1 - q_2\right) = \\ = \frac{G_\mathrm{F}^2 \cos^2\theta_\mathrm{C}\, f_\pi^2}{8\pi}\,\frac{m_{(\mu)}^2\left(m_\pi^2 - m_{(\mu)}^2\right)^2}{m_\pi^2\, p^0} \tag{2.25}$$

есть вероятность распада π^+-мезона на антимюон и какое-либо нейтрино с определенной массой, которая в пределе нулевых масс нейтрино совпадает со стандартной вероятностью распада π^+-мезона на антимюон и безмассовое мюонное нейтрино. Таким образом, мы получили, что дифференциальная вероятность всего процесса целиком есть произведение дифференциальной вероятности рождения π-мезона с определенным импульсом, вероятности его распада и стандартного экспоненциального фактора, описывающего вероятность пиону достигнуть детектора.

Наконец, мы видим, что экспериментальная ситуация задает только направление импульса промежуточного пиона, но не его модуль. Следовательно, чтобы найти вероятность процесса, требуется проинтегрировать дифференциальную вероятность (2.21), умноженную на $|\vec{p}|^2$, по $|\vec{p}|$ по всем его допустимым значениям. Здесь, в процессе распада частицы на фиксированном расстоянии от источника, как максимальная, так и минимальная величина $|\vec{p}|$ определяются процессом рождения. В нашем случае процесс рождения имеет двухчастичное конечное состояние, что означает, что абсолютные величины импульсов пиона и нейтрона уже зафиксированы законом сохранения энергии-импульса (различны могли бы быть только их направления). В результате дифференциальная вероятность рождения (2.24) является сингулярной величиной, и эта сингулярность устраняется интегрированием. Окончательный результат для вероятности всего процесса есть

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\Omega} = \int \frac{\mathrm{d}^3 W}{\mathrm{d}^3 p}\,|\vec{p}|^2\,\mathrm{d}\,|\vec{p}| = \frac{\mathrm{d}W_1}{\mathrm{d}\Omega}\,W_2\big|_{|\vec{p}|=|\vec{p}|^*}\, e^{-\frac{m_\pi \Gamma}{|\vec{p}|^*}L}\,, \tag{2.26}$$

где $|\vec{p}|^*$ — корень уравнения $k^0 + P_1^0 - P_2^0\big|_{\vec{P}_2=\vec{k}+\vec{P}_1-\vec{p}} - p^0 = 0$ относительно $|\vec{p}|$.

Полученное выражение (2.26) находится в полном согласии с результатом, ожидаемым из физических соображений.

Глава 3. Осцилляции нейтрино

Осцилляции нейтрино — хорошо известное и экспериментально подтвержденное явление, широко обсуждаемый в теоретической физике. Обычно они понимаются как переход нейтрино одного аромата в нейтрино другого аромата в зависимости от пройденного расстояния [5–7]. Эта интерпретация основана на стандартном квантовомеханическом описании осцилляций нейтрино, где предполагается, что состояния нейтрино с определенным ароматом являются суперпозициями состояний с определенными массами, и постулируется, что именно флейворные состояния рождаются в слабых взаимодействиях. Такой подход сопряжен с некоторыми проблемами, как было подробно описано во Введении и Главе 1.

В рассматриваемом подходе осцилляции нейтрино представляют собой интерференционный процесс, обусловленный тремя типами нейтрино в промежуточном состоянии. Важной характеристикой интерференционных процессов является длина когерентности — расстояние от источника, за которым интерференционная картина размывается настолько, что становится неразличимой. В квантово-механическом подходе в терминах волновых пакетов длина когерентности появляется вследствие квантовой неопределенности импульса состояний нейтрино. Причем там рассматриваются только нейтрино с одинаковым средним значением импульса, которое и входит в выражение для длины осцилляций. Это значит, что пучок таких нейтрино может рассматриваться как монохроматический на расстояниях от источника много меньших длины когерентности. Однако нейтрино, рожденные в трехчастичных распадах, не являются монохроматическими, и разброс импульсов нейтрино также может повлиять на осцилляционную картину.

В §3.1, §3.2 будут рассмотрены процессы осцилляций нейтрино с рождением нейтрино в трехчастичных слабых распадах ядер, где данное приближение монохроматичности не может быть использовано. В обсуждаемом квантовом теоретико-полевом подходе у нейтринных состояний нет неопределенности импульса, поскольку все частицы, как и в стандартной фейнмановской диаграммной технике, описываются плоскими волнами. По этой причине затухание ос-

цилляционной картины в данном подходе может быть следствием разброса по импульсам рождающихся нейтрино и спектральной характеристики процесса регистрации.

В §3.3 обсуждаются процессы осцилляций нейтрино, рождающихся в двухчастичном распаде пиона, причем рассматриваются процессы с изменением лептонного аромата.

3.1. Регистрация через взаимодействие со слабым заряженным током

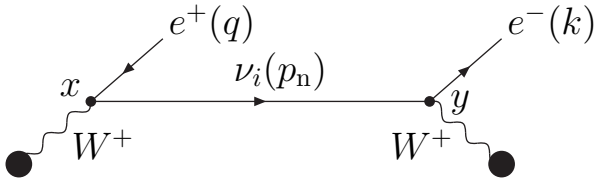
При подготовке данного параграфа диссертации использованы публикации [16, 18, 19] автора, в которых, согласно Положению о присуждении ученых степеней в МГУ, отражены основные результаты, положения и выводы исследования.

Далее идет сначала общее рассмотрение процессов осцилляций нейтрино, где нейтрино рождаются и детектируются через взаимодействие со слабыми заряженными токами ядер, а затем показывается на конкретных примерах, как появляется длина когерентности в нашем подходе и каковы отличия предлагаемого описания от стандартного в этой связи.

3.1.1. Теория

Напомним, что мы работаем в рамках минимального расширения Стандартной модели правыми синглетами нейтрино, лагранжиан взаимодействия слабого заряженного тока дается формулой (2.1).

Рассмотрим процесс, где нейтрино испускается и детектируется через взаимодействие со слабыми заряженными токами ядер. В низшем порядке теории возмущений процесс описывается следующей диаграммой:



(3.1)

Точки взаимодействия x и y предполагаются разделенными фиксированным макроскопическим интервалом. Промежуточное массовое собственное состояние нейтрино является виртуальной частицей и описывается пропагатором в

координатном представлении. В амплитуду процесса дают вклад все три нейтринных массовых состояния, поэтому амплитуда процесса, отвечающая диаграмме, должна быть просуммирована по всем трем этим состояниям, $i = 1, 2, 3$.

Вновь будем считать, что начальные и конечные ядра и частицы описываются плоскими волнами, т.е. имеют определенный импульс. Следовательно, определенный импульс имеют и промежуточные состояния нейтрино. Обозначим 4-импульсы частиц так, как показано на диаграмме, а именно, q есть импульс позитрона, k — электрона и p_{n} — промежуточного виртуального нейтрино. Для определенности мы будем считать, что виртуальные W-бозоны рождаются и поглощаются во взаимодействиях с ядрами следующим образом: ядро ${}^{A_1}_{Z_1}\mathrm{X}$, которое мы будем называть ядром 1, испускает W^+-бозон и превращается в ядро ${}^{A_1}_{Z_1-1}\mathrm{X}$, которое мы будем называться ядром $1'$, а ядро ${}^{A_2}_{Z_2}\mathrm{X}$, которое будет называться ядром 2, поглощает W^+-бозон и превращается в ядро ${}^{A_2}_{Z_2+1}\mathrm{X}$, которое будет называться ядром $2'$. Таким образом, черные кружки на диаграмме обозначают матричные элементы слабого заряженного адронного тока

$$J_{\mu}^{(1)}\left(P^{(1)}, P^{(1')}\right) = \left\langle {}^{A_1}_{Z_1-1}\mathrm{X}\right| J_{\mu}^{(\mathrm{h})} \left|{}^{A_1}_{Z_1}\mathrm{X}\right\rangle, \tag{3.2}$$

$$J_{\rho}^{(2)}\left(P^{(2)}, P^{(2')}\right) = \left\langle {}^{A_2}_{Z_2+1}\mathrm{X}\right| J_{\rho}^{(\mathrm{h})} \left|{}^{A_2}_{Z_2}\mathrm{X}\right\rangle, \tag{3.3}$$

соответствующие ядрам $1, 1'$ и $2, 2'$; 4-импульсы ядер обозначены как $P^{(l)} = \left(E^{(l)}, \vec{P}^{(l)}\right)$, $P^{(l')} = \left(E^{(l')}, \vec{P}^{(l')}\right)$, $l = 1, 2$.

Аналогично тому, как это делалось в Главе 2 для скалярного поля, построим *зависящий от времени пропагатор i-го массового собственного состояния нейтрино в импульсном представлении в лоренц-ковариантной форме*, подставив в выражение (2.11) фермионный пропагатор Фейнмана $S_i^{\mathrm{c}}(z)$ соответствующего нейтрино вместо скалярного $D^{\mathrm{c}}(z)$. По определению имеем

$$S_i^{\mathrm{c}}(p_{\mathrm{n}}, T, \lambda) \equiv \int \mathrm{d}^4 z\, e^{ip_{\mathrm{n}}z} S_i^{\mathrm{c}}(z)\, \delta(\lambda z - T), \tag{3.4}$$

где $T = y^0 - x^0$ — фиксированный промежуток времени, разделяющий события рождения и детектирования, а λ — 4-скорость наблюдателя. Результат точного интегрирования выглядит как

$$S_i^{\mathrm{c}}(p_{\mathrm{n}}, T, \lambda) = i\, \frac{\hat{p}_{\mathrm{n}} + m_i - \hat{\lambda}(\lambda p_{\mathrm{n}}) + \hat{\lambda}\sqrt{(\lambda p_{\mathrm{n}})^2 + m_i^2 - p_{\mathrm{n}}^2}}{2\sqrt{(\lambda p_{\mathrm{n}})^2 + m_i^2 - p_{\mathrm{n}}^2 - i\varepsilon}}\, e^{i\left(\lambda p_{\mathrm{n}} - \sqrt{(\lambda p_{\mathrm{n}})^2 + m_i^2 - p_{\mathrm{n}}^2}\right)T}, \tag{3.5}$$

где, как обычно, $\hat{p}_{\rm n} = p^{\mu}_{\rm n}\gamma_{\mu}$ и $\hat{\lambda} = \lambda^{\mu}\gamma_{\mu}$. Для частиц, распространяющихся на макроскопические расстояния в течение макроскопических промежутков времени и потому находящихся почти на массовой поверхности, выражение (3.5) можно аппроксимировать функцией

$$S^{\rm c}_i\left(p_{\rm n}, T, \lambda\right) \approx i\,\frac{\hat{p}_{\rm n} + m_i}{2\lambda p_{\rm n}}\, e^{-i\frac{m_i^2 - p_{\rm n}^2}{2\lambda p_{\rm n}}T}\,. \tag{3.6}$$

В системе отсчета детектора, $\lambda = \left(1, \vec{0}\right)$, зависящий от времени фермионный пропагатор в импульсном представлении принимает простейший вид

$$S^{\rm c}_i\left(p_{\rm n}, T\right) = i\,\frac{\hat{p}_{\rm n} + m_i}{2p^0_{\rm n}}\, e^{-i\frac{m_i^2 - p_{\rm n}^2}{2p^0_{\rm n}}T}\,. \tag{3.7}$$

Последнее выражение будет использоваться для вычислений далее.

Запишем амплитуду в импульсном представлении, соответствующую диаграмме (3.1), когда промежуток времени между событиями рождения и детектирования фиксирован и равен T. Поскольку передача импульса как в процессе рождения, так и в процессе регистрации мала, можно воспользоваться приближением взаимодействия Ферми. Используя зависящий от времени пропагатор (3.7) фермионного поля, где мы удерживаем массы нейтрино только в экспоненте (в обычных процессах с электронами и позитронами нейтрино ультрарелятивистские, поэтому члены $m_i/p^0_{\rm n}$ пренебрежимо малы), получаем в следующем виде амплитуду, просуммированную по всем трем массовым собственным состояниям нейтрино:

$$\begin{aligned} M = -i\frac{G_{\rm F}^2}{4p^0_{\rm n}} \sum_{i=1}^{3} \left|U_{1i}\right|^2 e^{-i\frac{m_i^2 - p_{\rm n}^2}{2p^0_{\rm n}}T}\, J^{(2)}_{\rho}\left(P^{(2)}, P^{(2')}\right) \times \\ \times\ \overline{u}\left(k\right)\gamma^{\rho}\left(1-\gamma^5\right)\hat{p}_{\rm n}\,\gamma^{\mu}\left(1-\gamma^5\right)v\left(q\right) J^{(1)}_{\mu}\left(P^{(1)}, P^{(1')}\right). \end{aligned} \tag{3.8}$$

Здесь и далее для краткости опускаются поляризационные индексы фермионов. Эту имеющую необычную размерность амплитуду следует понимать как амплитуду в единицу времени регистрации.

Квадрат модуля амплитуды, усредненный по поляризациям начальных ядер и просуммированный по поляризациям конечных частиц и ядер, выража-

ется как

$$\left\langle |M|^2 \right\rangle = \frac{4G_{\mathrm{F}}^4}{\left(p_{\mathrm{n}}^0\right)^2} W_{\mu\nu}^{(1)} A^{\mu\nu\rho\sigma} W_{\rho\sigma}^{(2)} \left[1 - 4 \sum_{\substack{i,k=1 \\ i<k}}^{3} |U_{1i}|^2 |U_{1k}|^2 \sin^2 \left(\frac{m_i^2 - m_k^2}{4p_{\mathrm{n}}^0} T \right) \right], \tag{3.9}$$

где

$$\begin{aligned} A^{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{1}{64} \operatorname{tr} \Big(& \hat{p}_{\mathrm{n}} \gamma^\mu \left(1 - \gamma^5\right) (\hat{q} - m_e) \gamma^\nu \left(1 - \gamma^5\right) \times \\ & \times \hat{p}_{\mathrm{n}} \gamma^\sigma \left(1 - \gamma^5\right) \left(\hat{k} + m_e\right) \gamma^\rho \left(1 - \gamma^5\right) \Big) \end{aligned} \tag{3.10}$$

(фактор 1/64 введен для того, чтобы отделить численный коэффициент от чисто лоренцевской структуры; m_e — масса электрона), ядерные тензоры $W_{\mu\nu}^{(1)}$, $W_{\rho\sigma}^{(2)}$, характеризующие взаимодействие ядер 1 и 2 с виртуальными W-бозонами, определены как

$$W_{\rho\sigma}^{(l)} = W_{\rho\sigma}^{(l,\mathrm{S})} + i W_{\rho\sigma}^{(l,\mathrm{A})} = \left\langle J_\rho^{(l)} \left(J_\sigma^{(l)} \right)^+ \right\rangle, \quad l = 1, 2, \tag{3.11}$$

их симметричные части $W_{\rho\sigma}^{(l,\mathrm{S})}$ являются вещественными, а антисимметричные $iW_{\rho\sigma}^{(l,\mathrm{A})}$ — чисто мнимыми.

Поскольку мы отбросили массы нейтрино в зависящих от времени пропагаторах (за исключением показателя экспоненты), мы фактически посчитали амплитуду в приближении нулевых масс нейтрино. Для макроскопических интервалов времени T виртуальные нейтрино находятся почти на массовой поверхности, и поэтому квадрат импульса p_{n}^2 виртуальных нейтрино также порядка квадратов масс нейтрино, и им можно пренебречь. Другими словами, мы можем посчитать квадрированную амплитуду в приближении $p_{\mathrm{n}}^2 = 0$. Прямые вычисления показывают, что в этом приближении тензор $A^{\mu\nu\rho\sigma}$ факторизуется:

$$\begin{aligned} A^{\mu\nu\rho\sigma} = & \left(-g^{\mu\nu} \left(p_{\mathrm{n}} q\right) + \left(p_{\mathrm{n}}^\mu q^\nu + q^\mu p_{\mathrm{n}}^\nu\right) + i\varepsilon^{\mu\nu\lambda\tau} p_{\mathrm{n}\lambda} q_\tau \right) \times \\ & \times \left(-g^{\rho\sigma} \left(p_{\mathrm{n}} k\right) + \left(p_{\mathrm{n}}^\rho k^\sigma + k^\rho p_{\mathrm{n}}^\sigma\right) - i\varepsilon^{\rho\sigma\lambda\tau} p_{\mathrm{n}\lambda} k_\tau \right). \end{aligned} \tag{3.12}$$

Соответственно, факторизуется и квадрат модуля амплитуды (3.9):

$$\left\langle |M|^2 \right\rangle = \left\langle |M_1|^2 \right\rangle \left\langle |M_2|^2 \right\rangle \frac{1}{4\left(p_{\mathrm{n}}^0\right)^2} \left[1 - 4 \sum_{\substack{i,k=1 \\ i<k}}^{3} |U_{1i}|^2 |U_{1k}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4p_{\mathrm{n}}^0} T \right) \right], \tag{3.13}$$

$$\left\langle |M_1|^2 \right\rangle = 4G_{\mathrm{F}}^2 \left(-g^{\mu\nu} \left(p_{\mathrm{n}} q\right) + \left(p_{\mathrm{n}}^{\mu} q^{\nu} + q^{\mu} p_{\mathrm{n}}^{\nu}\right) + i\varepsilon^{\mu\nu\lambda\tau} p_{\mathrm{n}\lambda} q_{\tau} \right) W_{\mu\nu}^{(1)} , \tag{3.14}$$

$$\left\langle |M_2|^2 \right\rangle = 4G_{\mathrm{F}}^2 \left(-g^{\rho\sigma} \left(p_{\mathrm{n}} k\right) + \left(p_{\mathrm{n}}^{\rho} k^{\sigma} + k^{\rho} p_{\mathrm{n}}^{\sigma}\right) - i\varepsilon^{\rho\sigma\lambda\tau} p_{\mathrm{n}\lambda} k_{\tau} \right) W_{\rho\sigma}^{(2)} . \tag{3.15}$$

Здесь $\left\langle |M_1|^2 \right\rangle$ — квадрированная амплитуда процесса распада ядра 1 в ядро $1'$, позитрон и нейтральный безмассовый фермион, а $\left\langle |M_2|^2 \right\rangle$ — квадрированная амплитуда процесса образования электрона и ядра $2'$ в столкновении нейтрального безмассового фермиона и ядра 2. Этот безмассовый фермион можно трактовать как безмассовое флейворное состояние электронного нейтрино ν_e. Другими словами, можно сказать, что в приближении $p_{\mathrm{n}}^2 = 0$ возникают промежуточные флейворные состояния нейтрино, но для описания это неважно: рассматриваемый подход изначально не требует введения флейворных нейтринных состояний для последовательного описания осцилляций.

Теперь мы можем посчитать вероятность данного процесса при фиксированном $y^0 - x^0 = T$. Логика совершенно аналогична той, что была описана в предыдущей главе для распада π-мезона. В стандартном пертурбативном подходе нам следовало бы умножить квадрат амплитуды (3.13) на дельта-функцию сохранения энергии-импульса $(2\pi)^4 \delta(P^{(1)} + P^{(2)} - P^{(1')} - P^{(2')} - q - k)$ и проинтегрировать по фазовому объему конечных частиц. Но такое интегрирование привело бы к вариации импульсов p_{n} виртуальных нейтрино, поскольку p_{n} определяется лишь законом сохранения 4-импульса в вершине рождения, $p_{\mathrm{n}} = P^{(1)} - P^{(1')} - q$. Это противоречит экспериментальной ситуации для осцилляций нейтрино, где виртуальные нейтрино распространяются в направлении, определяемом взаимным расположением источника и детектора. Таким образом, нам нужно вычислить дифференциальную вероятность процесса при p_{n}, заданном условиями эксперимента.

Обозначим 4-импульс промежуточных массовых собственных состояний нейтрино через p: $p^2 = 0$, вектор $\vec{p}$ направлен от источника к детектору в соответствии с условиями эксперимента и удовлетворяет закону сохранения энергии-импульса в вершине рождения. Искомая дифференциальная вероятность может быть получена путем умножения квадрированной амплитуды (3.13) не только на дельта-функцию закона сохранения 4-импульса, но еще и на дельта-функцию $2\pi\delta\left(p_{\mathrm{n}} - p\right)$, фиксирующую импульс промежуточных нейтрино, или, что эквивалентно, заменой p_{n} на p всюду в (3.13) и умножением ее

на дополнительную дельта-функцию $2\pi\delta(P^{(1)} - P^{(1')} - q - p)$. Эта замена согласована, потому что мы работаем в приближении безмассовых нейтрино. После этого следует проинтегрировать полученное выражение по фазовому объему конечных частиц и ядер.

Дифференциальная вероятность процесса факторизуется, поскольку квадрат модуля амплитуды распался в произведение. Теперь, когда импульс виртуальных нейтрино фиксирован, мы можем перейти от времени T к пройденному нейтрино расстоянию L по формуле $T = Lp^0/|\vec{p}|$. Эта подстановка правомерна, поскольку нейтрино находятся почти на массовой поверхности и $|\vec{p}|/p^0$ может рассматриваться как скорость нейтрино с очень большой точностью. Строгое обоснование данной формальной операции может быть получено в подходе, использующем волновые пакеты (см. [5], §8.2). После этой подстановки дифференциальная вероятность может пониматься как дифференциальная вероятность на единицу длины источника и единицу длины детектора. Результат имеет вид

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^3 W}{\mathrm{d}^3 p} = \frac{1}{2E^{(1)}2E^{(2)}} \int \frac{\mathrm{d}^3 k}{(2\pi)^3\, 2k^0} \frac{\mathrm{d}^3 q}{(2\pi)^3\, 2q^0} \frac{\mathrm{d}^3 P^{(1')}}{(2\pi)^3\, 2E^{(1')}} \frac{\mathrm{d}^3 P^{(2')}}{(2\pi)^3\, 2E^{(2')}} \times \\ \times \left\langle |M|^2 \right\rangle \Big|_{\substack{p_\mathrm{n}=p \\ T=Lp^0/|\vec{p}|}} 2\pi\delta\left(P^{(1)} - P^{(1')} - q - p\right) \times \\ \times\ (2\pi)^4\, \delta\left(P^{(1)} + P^{(2)} - P^{(1')} - P^{(2')} - q - k\right) = \\ = \frac{\mathrm{d}^3 W_1}{\mathrm{d}^3 p}\, W_2\, P_{ee}\left(|\vec{p}|, L\right). \end{aligned} \tag{3.16}$$

Здесь

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^3 W_1}{\mathrm{d}^3 p} = \frac{1}{2E^{(1)}} \frac{1}{(2\pi)^3\, 2p^0} \int \frac{\mathrm{d}^3 q}{(2\pi)^3\, 2q^0} \frac{\mathrm{d}^3 P^{(1')}}{(2\pi)^3\, 2E^{(1')}} \left\langle |M_1|^2 \right\rangle \Big|_{p_\mathrm{n}=p} \times \\ \times\ (2\pi)^4\, \delta\left(P^{(1)} - P^{(1')} - q - p\right) \end{aligned} \tag{3.17}$$

есть дифференциальная вероятность распада ядра 1 в ядро $1'$, позитрон и безмассовый фермион с импульсом $\vec{p}$, которая совпадает с суммой дифференциальных вероятностей распадов ядра 1 в ядро $1'$, позитрон и все три массовых собственных состояний нейтрино;

$$\begin{aligned}W_2 = \frac{1}{2E^{(2)}2p^0} \int \frac{\mathrm{d}^3 k}{(2\pi)^3\, 2k^0} \frac{\mathrm{d}^3 P^{(2')}}{(2\pi)^3\, 2E^{(2')}} \left\langle |M_2|^2 \right\rangle \Big|_{p_\mathrm{n}=p} \times \\ \times\ (2\pi)^4\, \delta\left(P^{(2)} + p - P^{(2')} - k\right) \end{aligned} \tag{3.18}$$

есть вероятность процесса рассеяния безмассового фермиона с импульсом $\vec{p}$ и ядра 2 с образованием ядра $2'$ и электрона, которая совпадает с суммой вероятностей процессов рассеяния всех трех нейтринных массовых состояний и ядра 2; и введено специальное обозначение

$$P_{ee}\left(\left|\vec{p}\right|, L\right) = 1 - 4\sum_{\substack{i,k=1\\ i<k}}^{3} \left|U_{1i}\right|^2 \left|U_{1k}\right|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4\left|\vec{p}\right|} L\right) \tag{3.19}$$

для выражения, которое в стандартном подходе называется зависящей от расстояния вероятностью выживания электронного нейтрино (оно фактически повторяет выражение (1.10) с точностью до обозначений).

В приближении безмассовых нейтрино $\mathrm{d}^3W_1/\mathrm{d}^3p$ совпадает с потоком вероятности нейтрино, а W_2 совпадает с сечением процесса рассеяния безмассового фермиона на ядре 2. Таким образом, получено, что дифференциальная вероятность всего процесса есть произведение дифференциальной вероятности рождения нейтрино с определенным импульсом, вероятности его взаимодействия в детекторе и стандартного зависящего от расстояния осциллирующего фактора, т.е. мы в точности воспроизвели в рамках квантового теоретико-полевого подхода без использования волновых пакетов и флейворных состояний нейтрино результат стандартного подхода к описанию осцилляций нейтрино. Осцилляции возникают вследствие интерференции амплитуд, соответствующих диаграммам с разными массовыми состояниями нейтрино в промежуточном состоянии. Нейтрино, находящееся в конечном состоянии процесса рождения и в начальном состоянии процесса регистрации, в приближении нулевых масс нейтрино можно считать флейворным электронным нейтрино.

Расстояние L в формуле (3.16) обозначает расстояние между двумя вершинами взаимодействия нейтрино, первая из которых находится в источнике нейтрино, а вторая — в детекторе. Однако если мы рассмотрим тот же самый процесс, происходящий в другой точке источника или детектора на расстоянии $L' = L + \Delta L,\ \ |\Delta L| \ll L$, мы получим ту же дифференциальную вероятность с точностью до членов порядка $\Delta L/L$, которыми можно пренебречь. Если размеры источника и детектора много меньше расстояния между ними, что всегда выполняется в экспериментах с осцилляциями нейтрино, дифференциальная вероятность всех процессов, где нейтрино рождаются и детектируются в их объеме, одна и та же с очень большой точностью. Таким образом, расстояние L

может рассматриваться как расстояние между источником и детектором, как и в стандартном квантово-механическом подходе, а дифференциальная вероятность (3.16) может пониматься как дифференциальная вероятность на единицу объема источника и на единицу объема детектора.

Условия эксперимента задают только направление импульса $\vec{p}$ промежуточных нейтрино, но не его модуль. Однако рассматриваемый процесс рождения нейтрино является трехчастичным распадом, следовательно, импульс нейтрино может иметь разную абсолютную величину при заданном направлении. Чтобы учесть все возможные импульсы нейтрино, направленные от источника к детектору, требуется проинтегрировать дифференциальную вероятность (3.16), умноженную на $|\vec{p}|^2$, по $|\vec{p}|$ в пределах от $|\vec{p}|_{\min}$ до $|\vec{p}|_{\max}$. Далее мы будем считать ядра 1 и 2 находящимися в покое и положим их начальные импульсы $\vec{P}^{(1)}$, $\vec{P}^{(2)}$ равными нулю. Тогда нижний предел интегрирования, определяемый порогом процесса детектирования, и верхний предел, определяемый законом сохранения энергии-импульса в вершине рождения, даются выражениями [44]

$$|\vec{p}|_{\min} = \frac{\left(M_{(2')} + m_e\right)^2 - M_{(2)}^2}{2M_{(2)}}, \quad |\vec{p}|_{\max} = \frac{M_{(1)}^2 - \left(M_{(1')} + m_e\right)^2}{2M_{(1)}}. \tag{3.20}$$

Здесь $M_{(...)}$ обозначают массы ядер, соответствие ядрам в пояснении не нуждается. В результате получаем общую вероятность регистрации электрона в рассматриваемом процессе:

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\Omega} = \int\limits_{|\vec{p}|_{\min}}^{|\vec{p}|_{\max}} \frac{\mathrm{d}^3 W}{\mathrm{d}^3 p} \left|\vec{p}\right|^2 \mathrm{d}\left|\vec{p}\right| = \int\limits_{|\vec{p}|_{\min}}^{|\vec{p}|_{\max}} \frac{\mathrm{d}^3 W_1}{\mathrm{d}^3 p} W_2 \, P_{ee}\left(\left|\vec{p}\right|, L\right) \left|\vec{p}\right|^2 \mathrm{d}\left|\vec{p}\right|. \tag{3.21}$$

В следующем подпараграфе эта формула будет применяться к конкретным процессам осцилляций нейтрино.

Стоит заметить, что в рамках этого подхода фактически обычным образом можно считать радиационные поправки к амплитудам процессов. Заметим только, что запрещены поправки к таким процессам, для которых часть диаграммы между точками x и y с фиксированной разностью времен оказывается целиком принадлежащей петле, потому что протекающий по петле импульс нарушает условие близости частиц к массовой поверхности для макроскопических времен или расстояний (такая петля получается, например, если на диаграмме (3.1) соединить фотонной линией два W-бозона). Таким образом, разрешены

любые поправки к вершинам рождения и регистрации нейтрино и поправки к пропагатору нейтрино. Последние оказываются малыми, потому что виртуальные нейтрино находятся почти на массовой поверхности. Поправки к пропагатору в случае нестабильной скалярной частицы были фактически учтены в точном пропагаторе (2.14), использованном для построения зависящего от времени пропагатора (2.16) нестабильной скалярной частицы в импульсном представлении.

Подводя итог текущего подпараграфа, нужно еще раз отметить, что в рассматриваемом подходе, так же как и стандартной фейнмановской диаграммной технике, энергия-импульс строго сохраняется в каждой вершине взаимодействия, что ведет к тому, что разные массовые собственные состояния нейтрино имеют в точности одинаковые импульсы и энергии, поскольку процесс рождения у них один и тот же. Тут нет противоречия, потому что промежуточные нейтрино являются виртуальными частицами, поэтому они могут иметь одинаковые энергии и импульсы и различные массы одновременно. Однако в вычислениях мы используем приближение нулевых масс нейтрино всюду, кроме показателя экспоненты зависящего от времени пропагатора (3.7). В последнем массами нейтрино пренебрегать нельзя, потому что интерференция между амплитудами процессов с разными массовыми собственными состояниями ведет к взаимному уничтожению членов с p_{n}^2 в показателе экспоненты (напоминаю, что 4-импульс p_{n} одинаков для всех нейтринных массовых состояний), и там остается только разница квадратов масс нейтрино, умноженная на промежуток времени T или расстояние L, которые макроскопически велики.

3.1.2. Конкретные примеры

Рассмотрим несколько примеров процессов осцилляций нейтрино с двумя реакциями солнечного углеродного цикла:

$$^{15}\mathrm{O} \to {}^{15}\mathrm{N} + e^+ + \nu_i \quad \text{и} \quad {}^{13}\mathrm{N} \to {}^{13}\mathrm{C} + e^+ + \nu_i \,.$$

Сначала возьмем в качестве процесса рождения только первую из них, распад ^{15}O, а детектирование будем проводить при помощи хлор-аргонового или галлий-германиевого детектора, т.е. в реакциях

$$\nu_i + {}^{37}\mathrm{Cl} \to {}^{37}\mathrm{Ar} + e^- \quad \text{и} \quad \nu_i + {}^{71}\mathrm{Ga} \to {}^{71}\mathrm{Ge} + e^- \,.$$

В ядерной физике эти реакции относятся к так называемым разрешенным переходам [45]. В этом случае можно пренебречь положениями и импульсами нуклонов в ядре и считать, что нуклоны распадаются или взаимодействуют так, как будто они находятся в покое. Соответственно, можно пренебречь зависимостью ядерных формфакторов от переданного импульса [45]. Если мы также пренебрежем возможными вкладами возбужденных состояний конечных ядер, произведение дифференциальной вероятности (3.17) рождения нейтрино и вероятности (3.18) регистрации нейтрино может быть аппроксимировано функцией

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^3 W_1}{\mathrm{d}^3 p}\, W_2 \approx C\sqrt{\left(|\vec{p}|_{\max} - |\vec{p}|\right)\left(|\vec{p}|_{\max} - |\vec{p}| + 2m_e\right)}\left(|\vec{p}|_{\max} - |\vec{p}| + m_e\right) \times \\ \times \sqrt{\left(|\vec{p}| - |\vec{p}|_{\min}\right)\left(|\vec{p}| - |\vec{p}|_{\min} + 2m_e\right)}\left(|\vec{p}| - |\vec{p}|_{\min} + m_e\right).\end{aligned} \tag{3.22}$$

Это приближение является довольно грубым. Тем не менее, его достаточно для того, чтобы продемонстрировать, что в рассматриваемом подходе длина когерентности осцилляций нейтрино возникает вследствие разброса нейтрино по импульсам и определяется спектральными характеристиками процессов рождения и детектирования.

Тут, снова, $|\vec{p}|_{\max}$ определяется процессом рождения, а $|\vec{p}|_{\min}$ — процессом регистрации; явное выражение для константы нормировки C, которая разная для разных процессов рождения и детектирования, для нас неважно, потому что мы будем нормировать вероятность (3.21) таким образом, чтобы она была равна единице в точке $L = 0$. Нормированная функция распределения (3.22) представляет относительный вклад нейтрино с данным импульсом в вероятность всего процесса в $L = 0$. Для рассматриваемых процессов рождения и регистрации имеем:

$$|\vec{p}|_{\min}^{\text{Ga-Ge}} = 232 \text{ кэВ}, \quad |\vec{p}|_{\min}^{\text{Cl-Ar}} = 814 \text{ кэВ}, \quad |\vec{p}|_{\max}^{\text{O}} = 1732 \text{ кэВ}.$$

Функции (3.22) для обоих детекторов изображены на Рисунке 3.1.

Ниже использованы следующие величины для разностей квадратов масс нейтрино и углов смешивания [46]:

$$\begin{gathered}\Delta m_{21}^2 = 7{,}53 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2; \quad \Delta m_{32}^2 = 2{,}51 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2; \\ \theta_{12} = 0{,}587; \quad \theta_{13} = 0{,}146; \quad \theta_{23} = 0{,}702.\end{gathered} \tag{3.23}$$

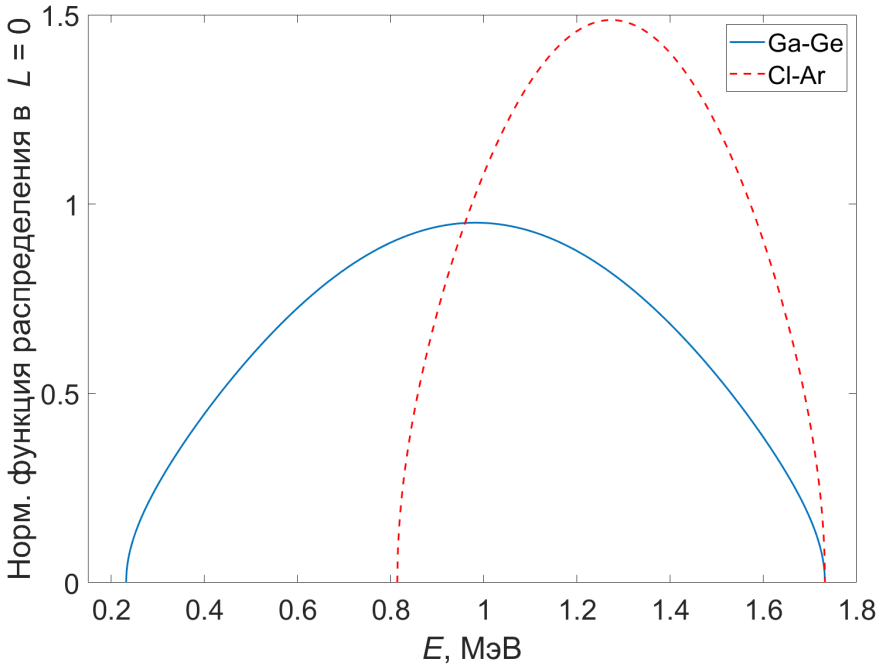
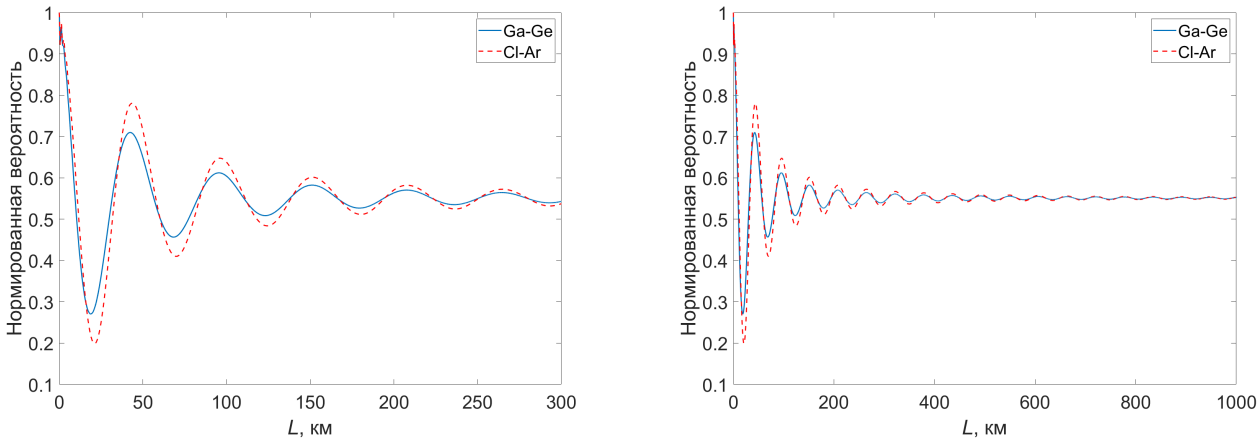


Рис. 3.1: Нормированные функции распределения (3.22) для ^{15}O-источника и Cl-Ar и Ga-Ge детекторов.

Провести интегрирование в формуле (3.21) с плотностью вероятности (3.22) аналитически не удалось. Результаты численного интегрирования представлены на Рисунке 3.2 (вероятность нормирована на свое значение в точке $L = 0$). Мы видим, что осцилляционная картина зависит от процесса детектирования,



а) Расстояние L от 0 до 300 км.

б) Расстояние L от 0 до 1000 км.

Рис. 3.2: Нормированные вероятности процессов осцилляций нейтрино с образованием нейтрино в распаде ^{15}O и регистрацией с помощью Cl-Ar и Ga-Ge детекторов.

и осцилляции затухают с расстоянием, что означает существование длины когерентности в нашем подходе. Так происходит из-за распределения промежу-

точных нейтрино по импульсам. По аналогии с интерференцией немонохроматического света в оптике введем функцию видности

$$V(L) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \tag{3.24}$$

где $I_{\max}$, $I_{\min}$ обозначают относительные вероятности регистрации нейтрино в соседних максимуме и минимуме осцилляционной картины. Если мы примем условие видности осцилляций как $V(L) > 0{,}1$ (что является общепринятым в оптике), то приходим к длинам когерентности

$$L_{\text{coh}}^{\text{Ga-Ge}} \approx 105 \text{ км}, \quad L_{\text{coh}}^{\text{Cl-Ar}} \approx 146 \text{ км}.$$

В случае Ga-Ge импульсное распределение шире, чем для Cl-Ar (см. Рисунок 3.1), следовательно, Ga-Ge-осцилляции затухают быстрее, таким образом имея меньшую длину когерентности.

Как видно на Рисунке 3.2, осцилляции асимптотически выходят на величину, близкую к 0,55. Поведение осцилляций на больших расстояниях, много больших длины когерентности, фактически определяется средним от осцилляций по расстоянию L. Таким образом, асимптотическое поведение осцилляций дается тут, в соответствии с (3.16) и (3.19), выражением

$$\overline{P_{ee}} = 1 - 4 \sum_{\substack{i,k=1 \\ i<k}}^{3} |U_{1i}|^2 |U_{1k}|^2 \frac{1}{2} = \sum_{i=1}^{3} |U_{1i}|^4, \tag{3.25}$$

что примерно равно 0,551 для принятых величин углов смешивания θ_{ik}.

Следующим шагом будет сравнить процессы осцилляций нейтрино, где нейтрино рождаются в распадах ^{15}O или ^{13}N, а детектируются хлор-аргоновым детектором. Для распада азота имеем $|\vec{p}|_{\max}^{\text{N}} = 1199$ кэВ. Нормированные функции (3.22) для двух этих случаев представлены на Рисунке 3.3 (сплошная и пунктирная линии). Результаты численного интегрирования с теми же самыми параметрами показаны на Рисунке 3.4. Длина когерентности для ^{13}N-источника оказывается

$$L_{\text{coh}}^{\text{N}} \approx 158 \text{ км},$$

что больше, чем для найденного ранее случая ^{15}O (146 км), поскольку ^{13}N-источник обеспечивает более узкое распределение нейтрино по импульсам.

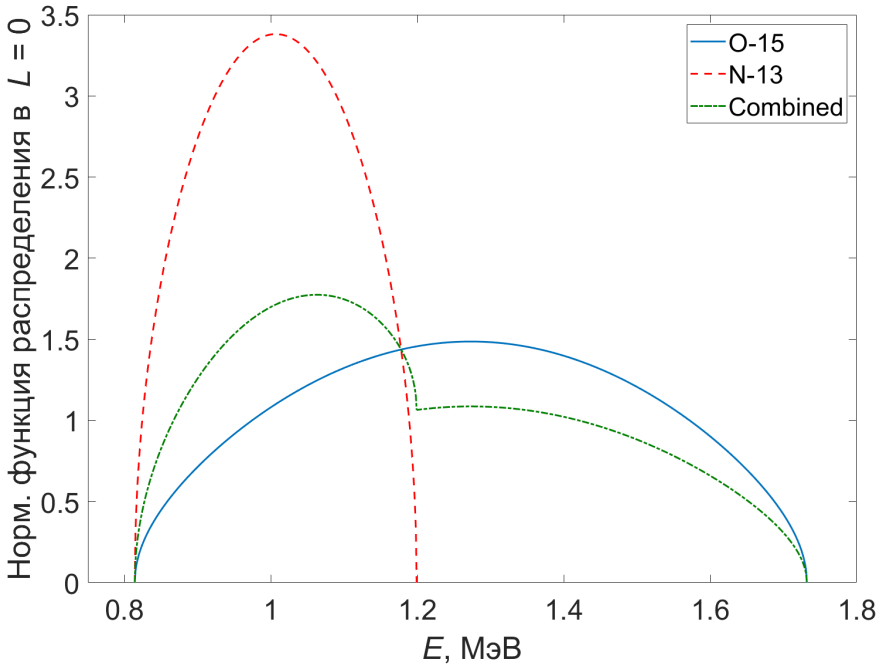
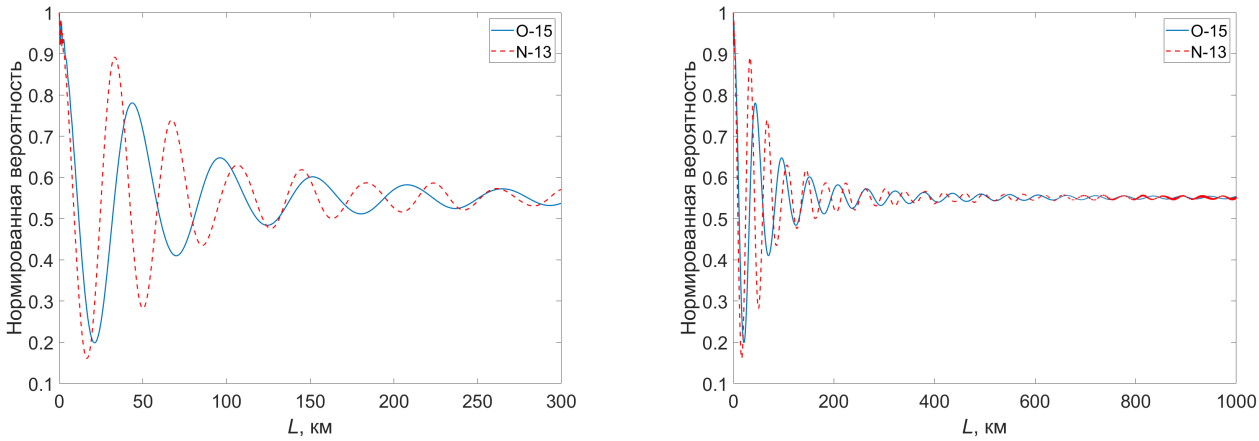


Рис. 3.3: Нормированные функции распределения (3.22) для ^{15}O-, ^{13}N- и комбинированного источников и Cl-Ar детектора.

Рассмотрим, наконец, более реалистичный комбинированный источник, где нейтрино рождаются в распадах ^{15}O и ^{13}N одновременно. Пусть регистрация снова производится хлор-аргоновым детектором. Когда нейтрино детектируется, невозможно отличить, пришло оно от ядра ^{15}O или ^{13}N. Вычисления показываются, что если источник находится в состоянии динамического равновесия, вероятность того, что нейтрино было рождено в распаде ^{13}N, составляет приблизительно 83% против 17% для распада ^{15}O. Мы просуммируем вероятности для ^{15}O и ^{13}N, даваемые формулой (3.21), с разными весами, и эти вероятности нейтрино быть рожденным в одном из двух распадов представляют собой первый из источников данных весов.

Другой источник следующий. Функция (3.22) включает постоянную C, которая различна для наших двух случаев. Введем обозначения C_{O} и C_{N} для соответствующих коэффициентов. В нашем приближении эти константы удовлетворяют соотношению

$$4\pi \int\limits_0^{|\vec{p}|^Z_{\max}} C_Z \sqrt{\left(|\vec{p}|^Z_{\max} - |\vec{p}|\right)\left(|\vec{p}|^Z_{\max} - |\vec{p}| + 2m_e\right)} \times \\ \times \left(|\vec{p}|^Z_{\max} - |\vec{p}| + m_e\right)|\vec{p}|^2 \,\mathrm{d}\,|\vec{p}| = \frac{1}{\tau_Z}\,, \tag{3.26}$$

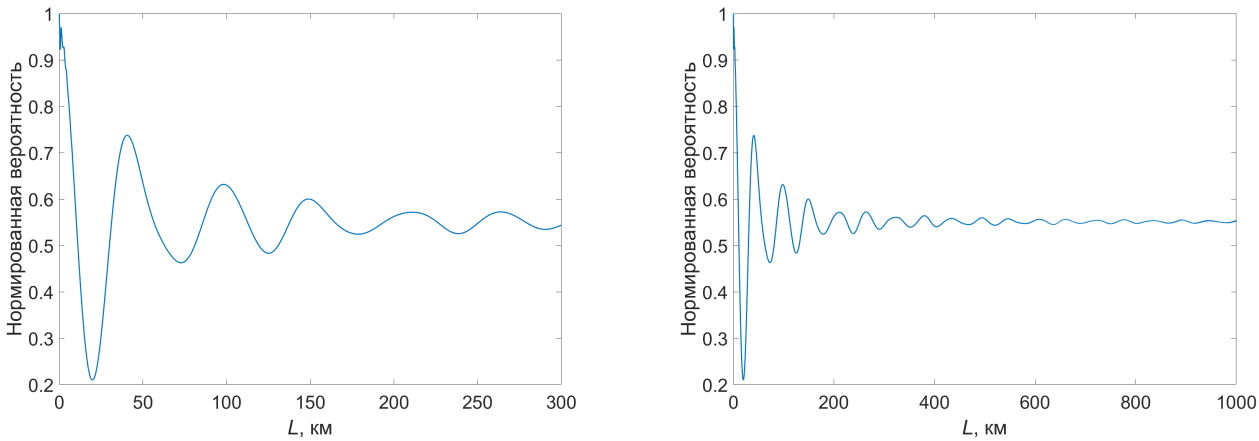


а) Расстояние L от 0 до 300 км. б) Расстояние L от 0 до 1000 км.

Рис. 3.4: Нормированные вероятности процессов осцилляций нейтрино с образованием нейтрино в распадах ^{15}O и ^{13}N и регистрацией с помощью Cl-Ar детектора.

где индекс Z принимает значения O или N и τ_Z есть время жизни соответствующего ядра. С учетом того, что $\tau_{\mathrm{O}} = 122{,}24$ сек. и $\tau_{\mathrm{N}} = 597{,}90$ сек., численно оценивая интеграл в (3.26), находим отношение коэффициентов $C_{\mathrm{O}}/C_{\mathrm{N}} = 1{,}055$, что дает небольшую поправку.

Итоговые веса вероятностей (3.21) для ядер ^{15}O и ^{13}N являются произведениями соответствующих коэффициентов от двух описанных источников. Эти веса могут быть выбраны очевидными образом как 0,178 для вклада ^{15}O и 0,822 для вклада ^{13}N. Общая нормированная функция (3.22) для такого эксперимента представлена на Рисунке 3.3 (штрих-пунктирная линия). Результаты численного интегрирования изображены на Рисунке 3.5. Наложение осцилляционных



а) Расстояние L от 0 до 300 км. б) Расстояние L от 0 до 1000 км.

Рис. 3.5: Нормированная вероятность процесса осцилляций нейтрино с образованием нейтрино в распадах и ^{15}O, и ^{13}N одновременно и регистрацией с помощью Cl-Ar детектора.

картин от двух разных источников ведет к еще более быстрому затуханию осцилляций, и в этом случае длина когерентности есть

$$L_{\rm coh}^{\rm O+N} \approx 142 \text{ км},$$

что меньше, чем для ^{15}O- или ^{13}N-источника по отдельности.

В конце данного параграфа хотелось бы еще раз обратить внимание, что обсуждаемая выше длина когерентности существенно отличается от той длины когерентности, что появляется в стандартном квантово-механическом описании осцилляций нейтрино в терминах волновых пакетов. Прежде всего заметим, что в случае подхода в терминах волновых пакетов член когерентности (см. (1.25)) может быть найден в явном виде, только если используется модельное гауссово распределение по импульсам для произведения амплитуд рождения и детектирования нейтрино, потому что только в этом случае интеграл по импульсам нейтрино может быть вычислен аналитически (см., например, учебник [5], раздел 8.2.2). В этом случае член когерентности зависит явно от длины когерентности и ведет к затуханию осцилляций нейтрино с расстоянием (что, в свою очередь, указывает на присутствие такого члена, даже если интегрирование не может быть проведено аналитически). Соответствующая длина когерентности определяется шириной распределения Гаусса, которая задается неопределенностью импульса рождаемых нейтрино и спектральными характеристиками процесса детектирования. Таким образом, в стандартном квантово-механическом подходе к терминах волновых пакетов затухание осцилляций и, следовательно, длина когерентности появляются из-за квантово-механической неопределенности импульса нейтрино. В отличие от этого, в рассматриваемом подходе нейтрино предполагаются имеющими определенные импульсы (неопределенность импульса отсутствует), и размытие осцилляционной картины происходит из-за распределения по импульсам промежуточных нейтрино. Оно всегда присутствует в трехчастичном распаде, даже если все начальные и конечные частицы и ядра имеют определенные импульсы. Вычисления выше показывают, что эта причина затухания осцилляций ведет к куда меньшим длинам когерентности, чем те, что объясняются естественной неопределенностью импульса, рассматриваемой в стандартном подходе. Это значит, что эффект немонохроматичности нейтрино, учитываемый в рамках нашего подхода, является доминирующим в реалистичной постановке эксперимента, в то время как размытием из-за неопре-

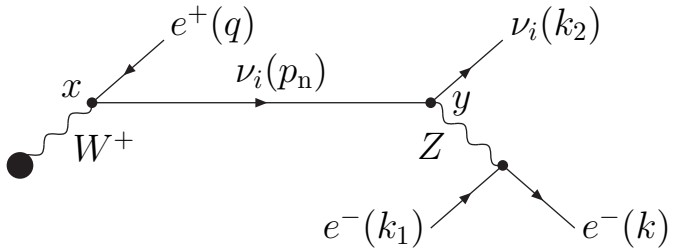
деленности импульса нейтрино можно пренебречь по сравнению с ним.

3.2. Регистрация через взаимодействие со слабыми заряженным и нейтральным токами

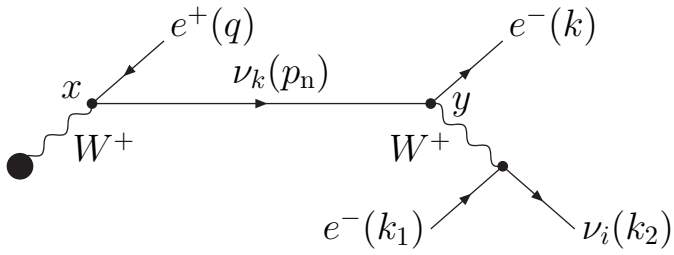
При подготовке данного параграфа диссертации использованы публикации [16, 19] автора, в которых, согласно Положению о присуждении ученых степеней в МГУ, отражены основные результаты, положения и выводы исследования.

3.2.1. Теория

Теперь перейдем к рассмотрению процесса осцилляций нейтрино, в котором нейтрино рождаются во взаимодействии со слабым заряженным током ядра, как и в предыдущем параграфе, а детектируются через взаимодействие со слабыми заряженным и нейтральным токами электрона. Процесс описывается в низшем порядке теории возмущений следующими диаграммами:



(3.27)



(3.28)

Точки x и y предполагаются разделенными фиксированным макроскопическим интервалом. Амплитуда, соответствующая диаграмме (3.28), должна быть просуммирована по всем трем массовым собственным состояниям нейтрино, т.е. $k = 1, 2, 3$, поскольку все они дают вклад. Поскольку только конечный электрон детектируется в эксперименте, вероятность процесса с i-ым массовым собственным состоянием нейтрино в конечном состоянии должна быть просуммирована по i, чтобы дать нам вероятность регистрации электрона.

Обозначим 4-импульсы частиц так, как показано на диаграмме: импульс позитрона есть q, виртуального нейтрино — p_{n}, выходящего электрона — k, входящего электрона — k_1, выходящего нейтрино — k_2, начального ядра — $P^{(1)} = \left(E^{(1)}, \vec{P}^{(1)}\right)$ и конечного ядра — $P^{(1')} = \left(E^{(1')}, \vec{P}^{(1')}\right)$ (мы оставляем обозначения из §3.1 для ядерных величин, чтобы использовать формулы оттуда без переопределений).

Вновь используем приближение взаимодействия Ферми и возьмем зависящий от времени пропагатор (3.7), удерживая массы нейтрино только в экспоненте. Амплитуда в импульсном представлении, соответствующая диаграмме (3.27), когда $y^0 - x^0 = T$, имеет вид

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{nc}}^{(i)} = i\frac{G_{\mathrm{F}}^2}{4p_{\mathrm{n}}^0}\, U_{1i}^*\, e^{-i\frac{m_i^2 - p_{\mathrm{n}}^2}{2p_{\mathrm{n}}^0}T}\, \overline{\nu_i}\,(k_2)\,\gamma^\mu\left(1-\gamma^5\right)\hat{p}_{\mathrm{n}}\,\gamma^\rho\left(1-\gamma^5\right)v\,(q)\,\times \\ \times\, J_\rho^{(1)}\left(P^{(1)}, P^{(1')}\right)\left[\left(-\frac{1}{2}+\sin^2\theta_{\mathrm{W}}\right)\overline{u}\,(k)\,\gamma_\mu\left(1-\gamma^5\right)u\,(k_1) + \right. \\ \left. + \sin^2\theta_{\mathrm{W}}\,\overline{u}\,(k)\,\gamma_\mu\left(1+\gamma^5\right)u\,(k_1)\right]. \end{aligned} \tag{3.29}$$

Аналогично, отвечающая диаграмме (3.28) амплитуда, просуммированная по k, выглядит как

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{cc}}^{(i)} = -i\frac{G_{\mathrm{F}}^2}{4p_{\mathrm{n}}^0}\, U_{1i}^*\left(\sum_{k=1}^{3}\left|U_{1k}\right|^2 e^{-i\frac{m_k^2 - p_{\mathrm{n}}^2}{2p_{\mathrm{n}}^0}T}\right)\overline{u}\,(k)\,\gamma^\mu\left(1-\gamma^5\right)\hat{p}_{\mathrm{n}}\,\gamma^\rho\times \\ \times\left(1-\gamma^5\right)v\,(q)\,J_\rho^{(1)}\left(P^{(1)}, P^{(1')}\right)\overline{\nu_i}\,(k_2)\,\gamma_\mu\left(1-\gamma^5\right)u\,(k_1)\,. \end{aligned} \tag{3.30}$$

Далее удобно использовать преобразование Фирца, которое переставляет спиноры $\overline{u}\,(k)$ и $\overline{\nu_i}\,(k_2)$ в амплитуде $M_{\mathrm{cc}}^{(i)}$ и делает ее похожей на $M_{\mathrm{nc}}^{(i)}$, и ввести следующие обозначения для зависящих от времени факторов:

$$A_i = U_{1i}^*\, e^{-i\frac{m_i^2 - p_{\mathrm{n}}^2}{2p_{\mathrm{n}}^0}T}, \quad B_i = U_{1i}^*\left(\sum_{k=1}^{3}\left|U_{1k}\right|^2 e^{-i\frac{m_k^2 - p_{\mathrm{n}}^2}{2p_{\mathrm{n}}^0}T}\right). \tag{3.31}$$

Тогда общая амплитуда процесса с нейтрино ν_i в конечном состоянии, являющаяся суммой амплитуд $M_{\mathrm{nc}}^{(i)}$ и $M_{\mathrm{cc}}^{(i)}$, может быть представлена как

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{tot}}^{(i)} = i\frac{G_{\mathrm{F}}^2}{2p_{\mathrm{n}}^0}\,\overline{\nu_i}\,(k_2)\,\gamma^\mu\,\hat{p}_{\mathrm{n}}\,\gamma^\rho\left(1-\gamma^5\right)v\,(q)\,J_\rho^{(1)}\left(P^{(1)}, P^{(1')}\right)\overline{u}\,(k)\,\gamma_\mu\,\times \\ \times\left[\left(B_i + A_i\left(-\frac{1}{2}+\sin^2\theta_{\mathrm{W}}\right)\right)\left(1-\gamma^5\right) + A_i\sin^2\theta_{\mathrm{W}}\left(1+\gamma^5\right)\right]u\,(k_1)\,. \end{aligned} \tag{3.32}$$

Квадрат модуля общей амплитуды (3.32), усредненный и просуммированный по поляризациям соответствующих частиц и ядер, вновь факторизуется в приближении $p_{\rm n}^2 = 0$:

$$\left\langle \left| M_{\rm tot}^{(i)} \right|^2 \right\rangle = \left\langle |M_1|^2 \right\rangle \left\langle \left| M_2^{(i)} \right|^2 \right\rangle \frac{1}{4(p_{\rm n}^0)^2} \,. \tag{3.33}$$

Здесь квадрированная амплитуда распада $\left\langle |M_1|^2 \right\rangle$ дается выражением (3.14), а

$$\left\langle \left| M_2^{(i)} \right|^2 \right\rangle = 64 G_{\rm F}^2 \left[\left| B_i + A_i \left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_{\rm W} \right) \right|^2 (p_{\rm n} k_1)^2 + |A_i|^2 \sin^4\theta_{\rm W} \, (p_{\rm n} k)^2 - \right.$$
$$\left. - \left({\rm Re}\,(A_i B_i^*) + |A_i|^2 \left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_{\rm W} \right) \right) \sin^2\theta_{\rm W} \, m_e^2 \, (p_{\rm n} k_2) \right] \tag{3.34}$$

обозначает квадрированную амплитуду процесса рассеяния безмассового фермиона и входящего электрона с образованием выходящего электрона и массового собственного состояния нейтрино ν_i.

Следуя изложенной в прошлых главах процедуре, мы вводим 4-импульс p виртуального нейтрино, удовлетворяющий закону сохранения в вершине рождения, $p^2 = 0$ и $\vec{p}$ направлен от источника к детектору. Квадрированная амплитуда (3.33) умножается на дельта-функцию закона сохранения энергии-импульса $(2\pi)^4 \delta(P^{(1)} + k_1 - P^{(1')} - q - k - k_2)$, подставляется p вместо $p_{\rm n}$, результат умножается еще на дельта-функцию $2\pi\delta\left(P^{(1)} - P^{(1')} - q - p\right)$, фиксирующую импульс виртуальных нейтрино, и интегрируется по фазовому объему конечный частиц и ядра. Это дает

$$\frac{{\rm d}^3 W^{(i)}}{{\rm d}^3 p} = \frac{{\rm d}^3 W_1}{{\rm d}^3 p} \, W_2^{(i)} \,, \tag{3.35}$$

где ${\rm d}^3 W_1 / {\rm d}^3 p$ — дифференциальная вероятность распада ядра 1 в ядро $1'$, позитрон и безмассовый фермион с импульсом $\vec{p}$, даваемая выражением (3.17), и

$$W_2^{(i)} = \frac{1}{2p^0 \, 2k_1^0} \int \frac{{\rm d}^3 k}{(2\pi)^3 \, 2k^0} \frac{{\rm d}^3 k_2}{(2\pi)^3 \, 2k_2^0} \left\langle \left| M_2^{(i)} \right|^2 \right\rangle \Big|_{p_{\rm n} = p} (2\pi)^4 \, \delta\left(k_1 + p - k - k_2\right) \tag{3.36}$$

есть вероятность процесса рассеяния безмассового фермиона и электрона с образованием электрона и нейтринного массового состояния ν_i в конечном состоянии. Очевидно, что последняя является суммой вероятностей процессов рассея-

ния электрона и всех трех массовых собственных состояний нейтрино с образованием электрона и массового собственного состояния ν_i. В дифференциальной вероятности (3.35) осциллирующий фактор не выделяется как отдельный множитель, как в случае регистрации через взаимодействие только с заряженным током, оставаясь включен в выражение (3.36) для вероятности детектирования.

Чтобы получить дифференциальную вероятность обнаружения электрона в конечном состоянии, требуется просуммировать дифференциальную вероятность (3.35) по $i = 1, 2, 3$; результат будет обозначен как $\mathrm{d}^3W/\mathrm{d}^3p$. Очевидно, это сводится к суммированию по i квадрированной амплитуды (3.34), так как только эта конструкция зависит от i.

Поскольку виртуальные нейтрино теперь имеют фиксированный импульс p, можно заменить T на $Lp^0/|\vec{p}|$. Тогда определения (3.31) зависящих от времени факторов A_i и B_i приводят к следующим выражениям для квадратов их абсолютных величин и произведений:

$$\begin{aligned} |A_i|^2 &= |U_{1i}|^2 , \\ |B_i|^2 &= |U_{1i}|^2 P_{ee}\left(|\vec{p}|, L\right), \\ \mathrm{Re}\left(A_i B_i^*\right) &= |U_{1i}|^2 \sum_{k=1}^{3} |U_{1k}|^2 \cos^2\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4\,|\vec{p}|} L\right), \end{aligned} \tag{3.37}$$

где $P_{ee}\left(|\vec{p}|, L\right)$ дается выражением (3.19).

Подставляя эти выражения в формулу (3.34) и суммируя по i, получаем

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{3} \left\langle \left| M_2^{(i)} \right|^2 \right\rangle = 64 G_{\mathrm{F}}^2 \Bigg[& \sin^4\theta_{\mathrm{W}} (pk)^2 + \\ & + \left(\left(\frac{1}{2} + \sin^2\theta_{\mathrm{W}} \right)^2 - 2\sin^2\theta_{\mathrm{W}} \left(1 - P_{ee}\left(|\vec{p}|, L\right)\right) \right) (pk_1)^2 - \\ & - \left(\left(\frac{1}{2} + \sin^2\theta_{\mathrm{W}} \right) - \left(1 - P_{ee}\left(|\vec{p}|, L\right)\right) \right) \sin^2\theta_{\mathrm{W}}\, m_e^2\, (pk_2) \Bigg] . \end{aligned} \tag{3.38}$$

Далее, подставляя это выражение в формулу (3.36), просуммированную по i, и беря интеграл с помощью формул для кинематики нейтрино-электронного

рассеяния, представленных в §16 учебника [42], получаем следующий результат:

$$W_2 = \sum_{i=1}^{3} W_2^{(i)} = \frac{G_{\mathrm{F}}^2 m_e}{2\pi} \frac{2\left|\vec{p}\right|^2}{2\left|\vec{p}\right| + m_e} \left[1 - 2\sin^2\theta_{\mathrm{W}} \left(1 + \frac{2\left|\vec{p}\right|}{2\left|\vec{p}\right| + m_e} \right) + \right.$$
$$+ 4\sin^4\theta_{\mathrm{W}} \left(1 + \frac{1}{3} \left(\frac{2\left|\vec{p}\right|}{2\left|\vec{p}\right| + m_e} \right)^2 \right) + \tag{3.39}$$
$$\left. + 4\sin^2\theta_{\mathrm{W}} \left(1 + \frac{2\left|\vec{p}\right|}{2\left|\vec{p}\right| + m_e} \right) P_{ee}\left(\left|\vec{p}\right|, L\right) \right].$$

Мы видим, что в случае, когда нейтрино рождаются во взаимодействии с заряженным током ядра, а детектируются через взаимодействие и с заряженным, и нейтральным токами электрона, ситуация отличается от той, где нейтрино детектируются через взаимодействие только с заряженным током. Такая же ситуация имеет место в стандартном подходе, и формула (3.39) для вероятности регистрации нейтрино в точности совпадает с выражением $P_{ee}\, W_{\nu_e e} + (1 - P_{ee}) W_{\nu_\mu e}$, которое получается для этой величины в рамках стандартного описания (здесь $W_{\nu_e e}$ и $W_{\nu_\mu e}$ обозначают вероятности взаимодействия флейворного нейтрино, ν_e и ν_μ, соответственно, с электроном).

Вероятность (3.39) представляет собой вероятность взаимодействия нейтрального безмассового фермиона и электрона с образованием электрона и любого из массовых собственных состояний нейтрино. После того как было проведено суммирование дифференциальной вероятности всего процесса по i, в приближении $p^2 = 0$ безмассовый фермион, рождающийся в распаде ядра, рассеивающийся на электроне в процессе детектирования и образующийся в результате этого процесса, может пониматься как безмассовое флейворное состояние нейтрино — электронное нейтрино ν_e.

Наконец, для того чтобы учесть вклады от нейтрино со всеми возможными импульсами, направленными от источника к детектору, следует проинтегрировать итоговую дифференциальную вероятность $\mathrm{d}^3W/\mathrm{d}^3p$, умноженную на $\left|\vec{p}\right|^2$, по $\left|\vec{p}\right|$ в пределах от $\left|\vec{p}\right|_{\min}$ до $\left|\vec{p}\right|_{\max}$. Получаем окончательно вероятность зарегистрировать электрон в данном процессе:

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\Omega} = \int\limits_{\left|\vec{p}\right|_{\min}}^{\left|\vec{p}\right|_{\max}} \frac{\mathrm{d}^3W}{\mathrm{d}^3p} \left|\vec{p}\right|^2 \mathrm{d}\left|\vec{p}\right| = \int\limits_{\left|\vec{p}\right|_{\min}}^{\left|\vec{p}\right|_{\max}} \frac{\mathrm{d}^3W_1}{\mathrm{d}^3p} W_2 \left|\vec{p}\right|^2 \mathrm{d}\left|\vec{p}\right|. \tag{3.40}$$

Далее это выражение будет использовано для рассмотрения конкретных примеров.

Стоит отметить, что процессы осцилляций нейтрино с детектированием нейтрино через взаимодействия со слабым нейтральным током ранее не рассматривались в рамках квантового теоретико-полевого подхода из-за сложности их описания с помощью волновых пакетов. Излагаемый в данной работе подход, построенный в терминах плоских волн, позволяет это сделать, проведя простые и понятные вычисления, аналогичные обычным вычислениям в рамках фейнмановской диаграммной техники.

3.2.2. Конкретные примеры

В данном подпараграфе рассматриваются эксперименты по осцилляциям нейтрино, где нейтрино рождаются в распадах ^{15}O или ^{13}N и регистрируются детектором черенковского излучения на водной основе. Для простоты мы предполагаем, что конечный электрон непременно детектируется, если его скорость превосходит скорость света в воде. Это дает порог регистрации $|\vec{p}|^{\mathrm{Cher}}_{\mathrm{min}} = 775$ кэВ.

Пренебрегая зависимостью ядерных формфакторов от переданного импульса, вновь можно аппроксимировать дифференциальную вероятность рождения нейтрино функцией

$$\frac{\mathrm{d}^3 W_1}{\mathrm{d}^3 p} \approx C\sqrt{\left(|\vec{p}|_{\max} - |\vec{p}|\right)\left(|\vec{p}|_{\max} - |\vec{p}| + 2m_e\right)}\left(|\vec{p}|_{\max} - |\vec{p}| + m_e\right). \qquad (3.41)$$

Вероятность детектирования W_2 теперь аппроксимировать не нужно, потому что она найдена в формуле (3.39). Нормированные функции распределения $\frac{\mathrm{d}^3 W_1}{\mathrm{d}^3 p} W_2$ в точке $L = 0$ в этом приближении представлены на Рисунке 3.6 (сплошная и пунктирная линии). Результаты численного интегрирования с теми же самыми параметрами (3.23), как были использованы в прошлой главе, изображены на Рисунке 3.7. Нерегулярная форма колебаний объясняется резким обрезанием импульсного распределения нейтрино, определяемым порогом регистрации. Длины когерентности тут оказываются

$$L^{\mathrm{O}}_{\mathrm{coh}} \approx 80 \text{ км}, \quad L^{\mathrm{N}}_{\mathrm{coh}} \approx 75 \text{ км}.$$

Теперь рассмотрим комбинированный ^{15}O- и ^{13}N-источник. Суммирование вероятностей (3.40) производится с теми же самыми весами 0,178 и 0,822 для,

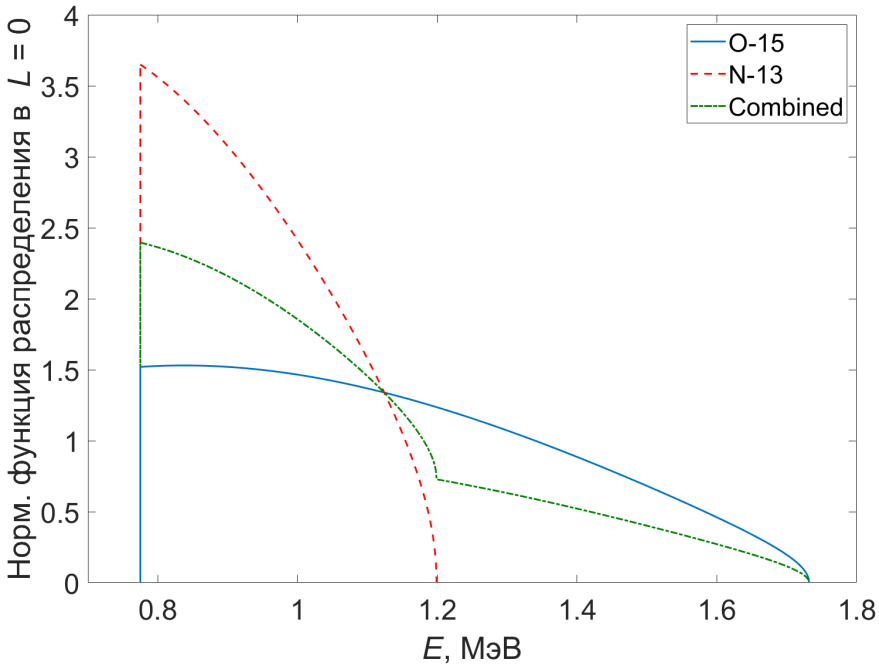


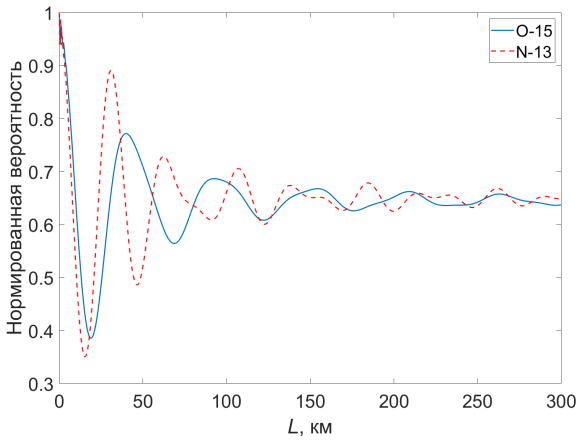
Рис. 3.6: Нормированные функции распределения $\frac{d^3W_1}{d^3p}W_2$ в точке $L = 0$ для ^{15}O-, ^{13}N- и комбинированного источников и водного черенковского детектора.

соответственно, кислорода и азота, как осуществлялось в прошлой главе (см. обсуждение до и после формулы (3.26)). Нормированная функция распределения $\frac{\mathrm{d}^3W_1}{\mathrm{d}^3p}W_2$ в точке $L = 0$ для этого случая показана на Рисунке 3.6 (штрих-пунктирная линия). Результаты численного интегрирования представлены на Рисунке 3.8. Длина когерентности составляет

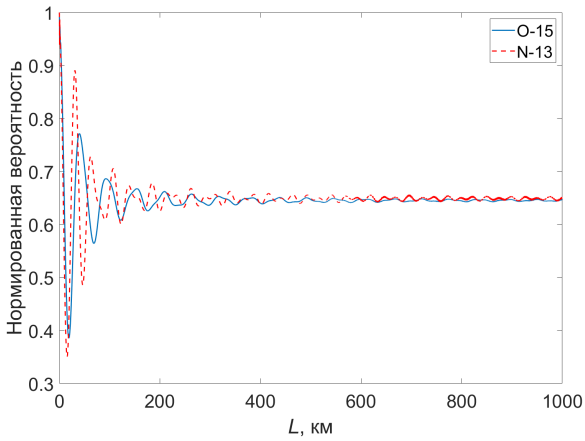
$$L_{\mathrm{coh}}^{\mathrm{O+N}} \approx 32 \text{ км},$$

что, как и ожидалось, меньше, чем для ^{15}O- и ^{13}N-источников отдельно.

Тут хотелось бы отметить, что, в отличие от случая детектирования через взаимодействие только со слабым заряженным током, обсуждавшегося в §3.1, нормированные вероятности процессов осцилляций нейтрино, представленные на Рисунках 3.7 и 3.8, все имею разные асимптотические значения. Так происходит из-за того, что в случае регистрации через взаимодействие только с заряженным током осциллирующее выражение $P_{ee}\left(|\vec{p}|, L\right)$, даваемое формулой (3.19), факторизуется. Таким образом, асимптотическое поведение таких осцилляций определяется средним от $P_{ee}\left(|\vec{p}|, L\right)$. Однако когда детектирование проводится через взаимодействие и с заряженным, и с нейтральным током, такая факторизация отсутствует, как видно из формул (3.40) и (3.39). Численная оценка дает, что в случае ^{15}O- и ^{13}N-источников по отдельности асимптотиче-

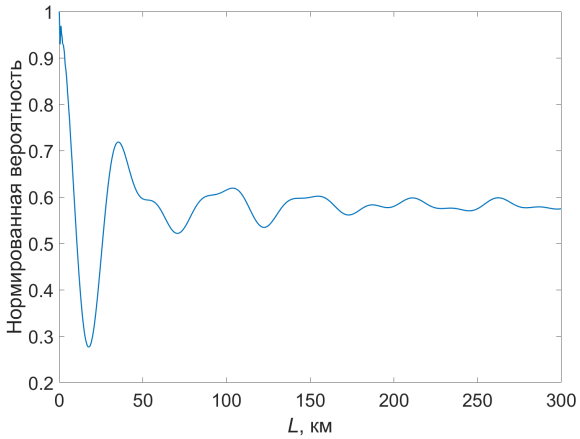


a) Расстояние L от 0 до 300 km.

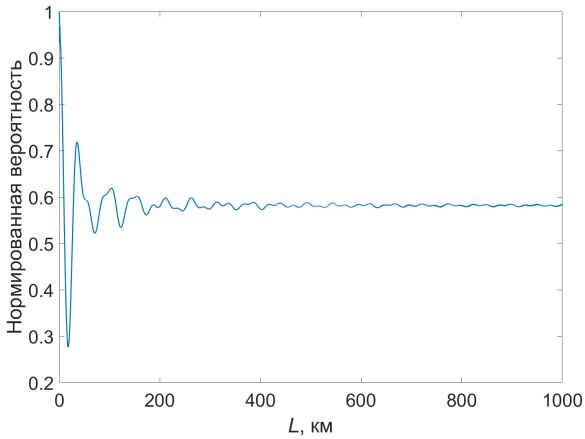


b) Расстояние L от 0 до 1000 км.

Рис. 3.7: Нормированные вероятности процессов осцилляций нейтрино с образованием нейтрино в распадах ^{15}O и ^{13}N и регистрацией с помощью водного черенковского детектора.



a) Расстояние L от 0 до 300 км.



b) Расстояние L от 0 до 1000 км.

Рис. 3.8: Нормированная вероятность процесса осцилляций нейтрино с образованием нейтрино в распадах и ^{15}O, и ^{13}N одновременно и регистрацией с помощью водного черенковского детектора.

ские величины близки друг к другу и составляют 0,645 и 0,649, соответственно, в то время как в случае комбинированного источника асимптотическое значение равно 0,582.

3.3. Переходы с изменением лептонного аромата

При подготовке данного параграфа диссертации использована публикация [17] автора, в которой, согласно Положению о присуждении ученых степеней в МГУ, отражены основные результаты, положения и выводы исследования.

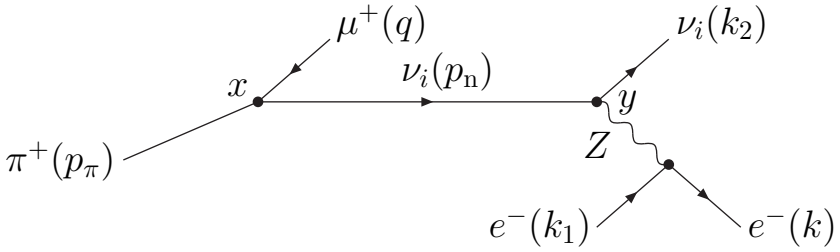
В данном параграфе рассматриваются процессы осцилляций нейтрино,

рождающихся в мюонном распаде π^+-мезона. Это позволяет проиллюстрировать применимость предлагаемого подхода в случае переходов, недиагональных по лептонным ароматам, т.е. таких процессов осцилляций, где типы заряженных лептонов, образующихся в подпроцессах рождения и детектирования, не совпадают. Во-вторых, в таком случае подпроцесс рождения имеет двухчастичное конечное состояние (в отличие от обсуждавшегося выше трехчастичного). Такая постановка задачи наиболее близка к эксперименту T2K («Tokai to Kamioka») — эксперименту с длинной базой второго поколения, основной целью которого является чувствительный поиск осцилляций $\nu_\mu \to \nu_e$ и измерение угла смешивания θ_{13} и других осцилляционных параметров. Детектором (дальним) выступает детектор Супер-Камиоканде (черенковский детектор на водной основе).

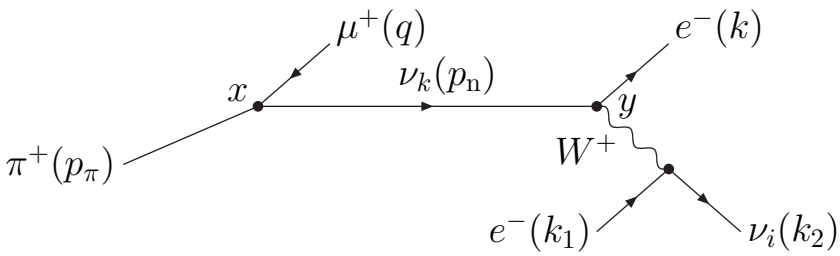
В Подпараграфе 3.3.1 обсуждается случай регистрации нейтрино через взаимодействие со слабыми заряженным и нейтральным токами, а в Подпараграфе 3.3.2 — только со слабым заряженным током.

3.3.1. Регистрация через взаимодействие со слабыми заряженным и нейтральным токами

Итак, мы собираемся рассмотреть процесс, когда нейтрино образуется при распаде положительно заряженного пиона, а детектируется через взаимодействие с заряженным и нейтральным токами электрона. Вследствие структуры лагранжиана взаимодействия (2.1) процесс представлен в низшем порядке теории возмущений следующими двумя диаграммами:



(3.42)



(3.43)

Точки x и y предполагаются разделенными фиксированным макроскопическим интервалом. В диаграмме (3.43) все три виртуальных массовых собственных состояния нейтрино дают вклад, поэтому соответствующая амплитуда должна суммироваться по индексу $k = 1, 2, 3$. В то же время обе диаграммы имеют массовое собственное состояние нейтрино ν_i в конечном состоянии, поэтому мы должны просуммировать результирующую вероятность по i, чтобы получить вероятность регистрации электрона.

Обозначим 4-импульсы частиц так, как это изображено на диаграмме: импульс пиона равен p_π, антимюона — q, виртуального нейтрино — p_n, выходящего электрона — k, входящего электрона — k_1 и выходящего нейтрино — k_2.

Запишем амплитуды, соответствующие диаграммам (3.42), (3.43) в случае, когда разница во времени $y^0 - x^0$ фиксирована и равна T. Мы предполагаем, что передача импульса в процессах рождения и детектирования мала, поэтому мы можем использовать приближение взаимодействия Ферми. Вершина распада пиона описывается, как и в Главе 2, в соответствии с формулами из §5 учебника [42]. Массами нейтрино пренебрегаем всюду, кроме показателя экспоненты зависящего от времени пропагатора. Амплитуда в импульсном представлении, соответствующая диаграмме (3.42), имеет вид

$$\begin{aligned} M_\mathrm{nc}^{(i)} = -\frac{G_\mathrm{F}^2}{2p_\mathrm{n}^0} \cos\theta_\mathrm{C}\, f_\pi\, \varphi_\pi\, m_{(\mu)}\, U_{2i}^*\, e^{-i\frac{m_i^2 - p_\mathrm{n}^2}{2p_\mathrm{n}^0} T}\, \overline{\nu_i}\,(k_2)\, \gamma^\mu\, \hat{p}_\mathrm{n}\left(1+\gamma^5\right) v\,(q) \times \\ \times \left[\left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_\mathrm{W}\right) \overline{u}\,(k)\, \gamma_\mu \left(1-\gamma^5\right) u\,(k_1) + \right. \\ \left. + \sin^2\theta_\mathrm{W}\, \overline{u}\,(k)\, \gamma_\mu \left(1+\gamma^5\right) u\,(k_1)\right], \end{aligned} \tag{3.44}$$

где, напомним, θ_C есть угол Кабиббо, f_π — константа распада пиона размерности массы, φ_π — (постоянная) волновая функция пиона, $m_{(\mu)}$ — масса мюона, и мы уже применили условие сохранения 4-импульса в вершине распада пиона. Аналогично, амплитуда в импульсном представлении, соответствующая диаграмме (3.43), просуммированная по типу k промежуточного виртуального нейтрино, может быть записана в виде

$$\begin{aligned} M_\mathrm{cc}^{(i)} = \frac{G_\mathrm{F}^2}{2p_\mathrm{n}^0} \cos\theta_\mathrm{C}\, f_\pi\, \varphi_\pi\, m_{(\mu)}\, U_{1i}^* \left(\sum_{k=1}^{3} U_{1k}\, U_{2k}^*\, e^{-i\frac{m_k^2 - p_\mathrm{n}^2}{2p_\mathrm{n}^0} T}\right) \times \\ \times\, \overline{\nu_i}\,(k_2)\, \gamma_\mu \left(1-\gamma^5\right) u\,(k_1)\, \overline{u}\,(k)\, \gamma^\mu\, \hat{p}_\mathrm{n} \left(1+\gamma^5\right) v\,(q)\,. \end{aligned} \tag{3.45}$$

Снова используем тождество Фирца, чтобы переставить спиноры $\overline{u}\,(k)$ и $\overline{\nu_i}\,(k_2)$ в последней амплитуде, что делает ее похожей на первую. Мы также вводим следующие обозначения для зависящих от времени факторов:

$$A_i = U_{2i}^{*}\, e^{-i\frac{m_i^2-p_{\rm n}^2}{2p_{\rm n}^0}T}\,, \qquad B_i = U_{1i}^{*}\left(\sum_{k=1}^{3} U_{1k}\, U_{2k}^{*}\, e^{-i\frac{m_k^2-p_{\rm n}^2}{2p_{\rm n}^0}T}\right). \tag{3.46}$$

Полная амплитуда процесса с нейтрино ν_i в конечном состоянии, которая является суммой амплитуд $M_{\rm nc}^{(i)}$ и $M_{\rm cc}^{(i)}$, принимает форму

$$\begin{aligned} M_{\rm tot}^{(i)} = -\frac{G_{\rm F}^2}{2p_{\rm n}^0}\cos\theta_{\rm C}\, f_\pi\, \varphi_\pi\, m_{(\mu)}\, \overline{\nu_i}\,(k_2)\,\gamma^\mu\,\hat{p}_{\rm n}\left(1+\gamma^5\right) v\,(q)\,\overline{u}\,(k)\,\gamma_\mu\,\times \\ \times\left[\left(B_i + A_i\left(-\frac{1}{2}+\sin^2\theta_{\rm W}\right)\right)\left(1-\gamma^5\right) + A_i\sin^2\theta_{\rm W}\left(1+\gamma^5\right)\right] u\,(k_1)\,. \end{aligned} \tag{3.47}$$

Как обычно, выражение (3.47) следует понимать как амплитуду в единицу времени.

Нашим следующим шагом будет вычисление квадрата модуля амплитуды, усредненного по поляризациям входящих частиц и просуммированного по поляризациям исходящих частиц. Применяя снова приближение малых масс почти реальных промежуточных нейтрино, $p_{\rm n}^2 = 0$, мы находим, что квадрированная амплитуда факторизуется как

$$\left\langle\left|M_{\rm tot}^{(i)}\right|^2\right\rangle = \left\langle|M_1|^2\right\rangle\left\langle\left|M_2^{(i)}\right|^2\right\rangle\frac{1}{4\,(p_{\rm n}^0)^2}\,, \tag{3.48}$$

где

$$\left\langle|M_1|^2\right\rangle = 4G_{\rm F}^2\cos^2\theta_{\rm C}\, f_\pi^2\, m_{(\mu)}^2\,(p_{\rm n}q) \tag{3.49}$$

есть квадрированная амплитуда процесса распада π^+-мезона на антимюон и безмассовый фермион (совпадающая с выражением для квадрированной амплитуды распада пиона на антимюон и мюонное нейтрино в Стандартной модели), а квадрированная амплитуда $\left\langle\left|M_2^{(i)}\right|^2\right\rangle$ процесса рассеяния безмассового фермиона и начального электрона с образованием конечного электрона и массового собственного состояния ν_i нейтрино дается выражением (3.34) (только величины A_i и B_i там были определены иначе).

Следуя сформулированному методу, введем 4-импульс p, для которого $p^2 = 0$ и $\vec{p}$ направлен от нейтринного источника к детектору и удовлетворяет законам сохранения в вершине распада пиона. Чтобы найти дифференциальную

вероятность процесса, нужно умножить квадрированную амплитуду (3.48) на дельта-функцию закона сохранения энергии-импульса $(2\pi)^4\delta(p_\pi+k_1-q-k-k_2)$ и на дельта-функцию $2\pi\delta(p_\pi-q-p)$, которая фиксирует импульс промежуточных нейтрино, подставить всюду p вместо p_n и проинтегрировать результат по фазовому объему конечных частиц, а именно антимюона, электрона и конечного нейтрино. Поскольку импульс промежуточного нейтрино теперь фиксирован, мы также подставляем $T = Lp^0/|\vec{p}|$. Просуммировав получившуюся дифференциальную вероятность по типу i конечного нейтрино, получаем дифференциальную вероятность регистрации электрона в факторизованном виде

$$\frac{\mathrm{d}^3W}{\mathrm{d}^3p} = \frac{\mathrm{d}^3W_1}{\mathrm{d}^3p}\,W_2\,, \tag{3.50}$$

где

$$\frac{\mathrm{d}^3W_1}{\mathrm{d}^3p} = \frac{1}{2p_\pi^0}\frac{1}{(2\pi)^3\,2p^0}\int\frac{\mathrm{d}^3q}{(2\pi)^3\,2q^0}\left\langle|M_1|^2\right\rangle\Big|_{p_\mathrm{n}=p}(2\pi)^4\,\delta\left(p_\pi-q-p\right) \tag{3.51}$$

есть дифференциальная вероятность распада π-мезона на антимюон и безмассовый фермион с фиксированным импульсом $\vec{p}$ и

$$W_2 = \frac{1}{2p^0\,2k_1^0}\int\frac{\mathrm{d}^3k}{(2\pi)^3\,2k^0}\frac{\mathrm{d}^3k_2}{(2\pi)^3\,2k_2^0}\sum_{i=1}^{3}\left\langle\left|M_2^{(i)}\right|^2\right\rangle\Big|_{\substack{p_\mathrm{n}=p\\T=Lp^0/|\vec{p}|}}\times \\ \times\,(2\pi)^4\,\delta\left(k_1+p-k-k_2\right) \tag{3.52}$$

есть вероятность процесса рассеяния электрона и безмассового фермиона с образованием электрона и любого массового собственного состояния нейтрино.

Далее мы должны проинтегрировать выражение (3.50), умноженное на $|\vec{p}|^2$, по $|\vec{p}|$ по всем его допустимым значениям. Максимальное значение величины $|\vec{p}|$ определяется процессом рождения, а минимальное — процессом регистрации. Здесь процесс рождения представляет собой двухчастичный распад, что означает, что модули импульсов нейтрино и антимюона уже зафиксированы законом сохранения энергии-импульса. Это приводит к тому, что дифференциальная вероятность рождения (3.51) сингулярна, и эта сингулярность устраняется интегрированием. Окончательный результат для вероятности процесса выглядит следующим образом:

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\Omega} = \int\frac{\mathrm{d}^3W}{\mathrm{d}^3p}\,|\vec{p}|^2\,\mathrm{d}\,|\vec{p}| = \frac{\mathrm{d}W_1}{\mathrm{d}\Omega}\,W_2|_{|\vec{p}|=|\vec{p}|^*}\,. \tag{3.53}$$

Здесь

$$\frac{\mathrm{d}W_1}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{G_\mathrm{F}^2 \cos^2\theta_\mathrm{C}\, f_\pi^2}{8\,(2\pi)^2} \frac{m_{(\mu)}^2 \left(m_\pi^2 - m_{(\mu)}^2\right)^2}{p_\pi^0 \left(p_\pi^0 - |\vec{p}_\pi| \cos\theta\right)^2} \tag{3.54}$$

есть дифференциальная вероятность распада π-мезона на антимюон и безмассовый фермион с фиксированным направлением импульса, а

$$|\vec{p}|^* = \frac{m_\pi^2 - m_{(\mu)}^2}{2\left(p_\pi^0 - |\vec{p}_\pi| \cos\theta\right)}\,; \tag{3.55}$$

система координат выбрана таким образом, что импульс пиона $\vec{p}_\pi$ направлен вдоль оси Z, а θ — полярный угол $\vec{p}$. После всех этих преобразований вероятность (3.53) можно интерпретировать как вероятность на единицу длины источника и на единицу длины детектора.

Легко видеть, что дифференциальная вероятность (3.54) имеет максимум при $\theta = 0$, т.е. в направлении импульса исходного пиона. Поэтому естественно разместить детектор в этом направлении от источника, чтобы зарегистрировать максимально возможное количество событий.

Поскольку азимутальный угол φ не определен для $\theta = 0$, для нахождения дифференциальной вероятности $\mathrm{d}W_1/\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$ при $\theta = 0$ сначала нужно усреднить дифференциальную вероятность (3.54) по углу φ, а затем взять предел $\theta \to 0$. В результате получаем следующую дифференциальную вероятность процесса рождения нейтрино в направлении импульса начального пиона:

$$\left.\frac{\mathrm{d}W_1}{\sin\theta\,\mathrm{d}\theta}\right|_{\theta=0} = \frac{G_\mathrm{F}^2 \cos^2\theta_\mathrm{C}\, f_\pi^2}{8\,(2\pi)^2} \frac{m_{(\mu)}^2 \left(m_\pi^2 - m_{(\mu)}^2\right)^2}{p_\pi^0 \left(p_\pi^0 - |\vec{p}_\pi|\right)^2}\,. \tag{3.56}$$

Рассмотрим подробнее вероятность детектирования W_2. После всех подстановок квадраты абсолютных значений и произведения зависящих от времени факторов A_i и B_i, определенных в (3.46), выражаются в виде

$$\begin{aligned} |A_i|^2 &= |U_{2i}|^2\,, \\ |B_i|^2 &= |U_{1i}|^2\, P_{\mu e}\left(|\vec{p}|\,, L\right), \\ \mathrm{Re}\left(A_i B_i^*\right) &= \mathrm{Re}\left(U_{1i}\, U_{2i}^* \sum_{k=1}^{3} U_{1k}^*\, U_{2k}\, e^{-i\frac{\Delta m_{ik}^2}{2|\vec{p}|}L}\right), \end{aligned} \tag{3.57}$$

где введено специальное обозначение

$$P_{\mu e}\left(|\vec{p}|, L\right) = \sum_{\substack{k,l=1 \\ k<l}}^{3} \left[-4\,\mathrm{Re}\left(U_{1k}\,U_{1l}^{*}\,U_{2k}^{*}\,U_{2l}\right)\sin^2\left(\frac{\Delta m_{kl}^2}{4\,|\vec{p}|}L\right) + \right. \\ \left. + 2\,\mathrm{Im}\left(U_{1k}\,U_{1l}^{*}\,U_{2k}^{*}\,U_{2l}\right)\sin\left(\frac{\Delta m_{kl}^2}{2\,|\vec{p}|}L\right)\right] \tag{3.58}$$

для конструкции, которая в стандартном подходе называется зависящей от расстояния вероятностью перехода $\nu_\mu \to \nu_e$. Подставляя эти выражения в $\left\langle \left| M_2^{(i)} \right|^2 \right\rangle$ и суммируя по i, получаем:

$$\sum_{i=1}^{3} \left\langle \left| M_2^{(i)} \right|^2 \right\rangle \Big|_{\substack{p_\mathrm{n}=p \\ T=Lp^0/|\vec{p}|}} = \tag{3.59}$$

$$= 64 G_\mathrm{F}^2 \left\{ \left[2\sin^2\theta_\mathrm{W}\,P_{\mu e}\left(|\vec{p}|, L\right) + \left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_\mathrm{W}\right)^2 \right] (k_1 p)^2 + \right. \\ \left. + \sin^4\theta_\mathrm{W}\,(kp)^2 - \left[P_{\mu e}\left(|\vec{p}|, L\right) + \left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_\mathrm{W}\right) \right] \sin^2\theta_\mathrm{W}\,m_e^2\,(k_2 p) \right\}.$$

Теперь нужно подставить это выражение в формулу (3.52) и произвести указанное интегрирование (например, с помощью формул из §16 учебника [42]). В результате приходим к следующему выражению:

$$W_2 = \frac{G_\mathrm{F}^2 m_e}{2\pi} \frac{2\,|\vec{p}|^2}{2\,|\vec{p}| + m_e} \left[1 + 4\sin^4\theta_\mathrm{W} \left(1 + \frac{1}{3}\left(\frac{2\,|\vec{p}|}{2\,|\vec{p}| + m_e} \right)^2 \right) + \right. \\ \left. + 2\sin^2\theta_\mathrm{W} \left(1 + \frac{2\,|\vec{p}|}{2\,|\vec{p}| + m_e} \right) \left(2P_{\mu e}\left(|\vec{p}|, L\right) - 1 \right) \right]. \tag{3.60}$$

В приближении безмассовых нейтрино дифференциальная вероятность рождения (3.54) совпадает с потоком вероятности нейтрино, а вероятность детектирования (3.60) совпадает с сечением процесса рассеяния безмассового фермиона на электроне и может быть записана как

$$W_2 = P_{\mu e}\left(|\vec{p}|, L\right) W_{\nu_e e} + \left(1 - P_{\mu e}\left(|\vec{p}|, L\right)\right) W_{\nu_\mu e}\,.$$

Таким образом, мы получили, что вероятность зарегистрировать электрон в рассматриваемом процессе равна вероятности рождения в источнике нейтрино с импульсом, направленным в сторону детектора, умноженной на вероятность

взаимодействия нейтрино в детекторе, которая выражается в терминах вероятностей взаимодействия мюонного и электронного нейтрино Стандартной модели и стандартной зависящей от расстояния вероятности перехода $\nu_\mu \to \nu_e$, т.е. мы фактически точно воспроизвели результат стандартного подхода к описанию осцилляций нейтрино в рамки квантовой теории поля без использования флейворных состояний нейтрино и трудностей, связанных с применением волновых пакетов.

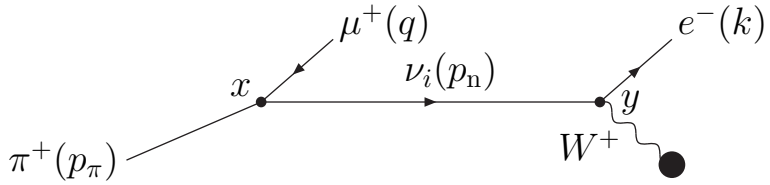
Поскольку в рассматриваемом случае процессом рождения является двухчастичный распад, а внешние частицы описываются плоскими волнами, промежуточные нейтрино имеют определенный импульс, т.е., в отличие от трехчастичного распада в §3.1 и §3.2, здесь отсутствует распределение нейтрино по импульсам. Соответственно, в этом случае формально затухания осцилляций не возникает, т.е. осцилляции в рассматриваемом подходе будут происходить, причем без затухания! Это является принципиальным отличием нового подхода от квантово-механического и квантового теоретико-полевого подходов в терминах волновых пакетов, где возникновение осцилляций обусловлено неопределенностью в импульсах нейтрино, позволяющей массовым собственным состояниям рождаться когерентно.

В реальности же, однако, исходные π-мезоны всегда имеют распределение по импульсам, что приводит к появлению распределения по импульсам у промежуточных нейтрино. Вероятность процесса можно получить, выполнив усреднение выражения (3.53) по импульсному распределению входящих π-мезонов. В этом случае модуль импульса виртуальных нейтрино уже не является фиксированным, что приводит к размытию интерференционной картины и появлению соответствующей длины когерентности. Количество событий в детекторе в единицу времени можно найти путем интегрирования соответствующей вероятности и плотности π-мезонов и электронов по объемам источника и детектора нейтрино.

3.3.2. Регистрация через взаимодействие со слабым заряженным током

В заключение текущей главы рассмотрим процесс, где нейтрино рождается в мюонном распаде π^+-мезона, как и в предыдущем случае, но детектируется

через взаимодействие только с заряженным током ядра. Процесс описывается в низшем порядке диаграммой:



(3.61)

Она должна быть просуммирована по типу i промежуточного массового состояния нейтрино. Как и ранее, вершины считаются разделенными фиксированным макроскопическим интервалом, а закрашенный кружок обозначает матричный элемент слабого заряженного адронного тока. Поскольку энергия нейтрино в мюонном распаде пиона составляет не менее 30 МэВ, взаимодействие виртуальных нейтрино с ядром может привести к распаду последнего. Для определенности рассмотрим сначала только двухчастичное конечное состояние и предположим, что начальное ядро ${}^{A_2}_{Z_2}\mathrm{X}$, называемое ядром 2 и имеющее 4-импульс $P^{(2)} = \left(E^{(2)}, \vec{P}^{(2)}\right)$, поглощает W^+-бозон и превращается в конечное ядро ${}^{A_2}_{Z_2+1}\mathrm{X}$, называемое ядром $2'$ и имеющее 4-импульс $P^{(2')} = \left(E^{(2')}, \vec{P}^{(2')}\right)$ (мы вновь оставляем обозначения из §3.1 для ядерных величин, чтобы использовать формулы оттуда без переопределений). Таким образом, матричный элемент заряженного адронного тока дается формулой (3.3). Импульсы остальных частиц определены аналогично предыдущему подпараграфу, как это показано на диаграмме.

Снова используя приближение взаимодействия Ферми, можно выписать амплитуду в импульсном представлении, соответствующую диаграмме (3.61), просуммированную по всем трем массовым собственным состояниям нейтрино, в случае, когда разница во времени $y^0 - x^0 = T$:

$$\begin{aligned} M = -i\frac{G_\mathrm{F}^2}{2p_\mathrm{n}^0}\cos\theta_\mathrm{C}\, f_\pi\, \varphi_\pi\, m_{(\mu)} \sum_{i=1}^{3} U_{1i}\, U_{2i}^*\, e^{-i\frac{m_i^2 - p_\mathrm{n}^2}{2p_\mathrm{n}^0}T} \times \\ \times\, J_\rho^{(2)}\left(P^{(2)}, P^{(2')}\right) \overline{u}\,(k)\,\gamma^\rho\,\hat{p}_\mathrm{n}\left(1+\gamma^5\right) v\,(q)\,. \end{aligned} \tag{3.62}$$

Квадрированная амплитуда, усредненная и просуммированная по поляризациям входящих и выходящих частиц и ядер, факторизуется следующим образом:

$$\left\langle |M|^2 \right\rangle = \left\langle |M_1|^2 \right\rangle \left\langle |M_2|^2 \right\rangle \frac{1}{4\left(p_\mathrm{n}^0\right)^2} P_{\mu e}\left(|\vec{p}_\mathrm{n}|\,, \frac{T\,|\vec{p}_\mathrm{n}|}{p_\mathrm{n}^0}\right), \tag{3.63}$$

где $\left\langle |M_1|^2 \right\rangle$ — квадрированная амплитуда распада пиона на антимюон и безмассовый фермион, даваемая формулой (3.49), $\left\langle |M_2|^2 \right\rangle$ — квадрированная амплитуда процесса рассеяния начального ядра и безмассового фермиона, приводящего к образованию конечного ядра и электрона, даваемая формулой (3.15), и использован введенный в (3.58) осциллирующий фактор, где расстояние L еще выражено через время T и скорость нейтрино $|\vec{p}_\mathrm{n}|/p^0_\mathrm{n}$.

Как и ранее, введем 4-импульс p виртуального нейтрино, удовлетворяющий тем же условиям. Чтобы найти дифференциальную вероятность процесса, нужно умножить квадрат модуля амплитуды (3.63) на дельта-функцию закона сохранения $(2\pi)^4\delta\left(p_\pi + P^{(2)} - q - k - P^{(2')}\right)$ и на фиксирующую импульс нейтрино дельта-функцию $2\pi\delta\left(p_\pi - q - p\right)$, в полученном подставить p вместо p_n, $Lp^0/|\vec{p}|$ вместо T и проинтегрировать результат по фазовому объему конечных частиц и ядра. Найденная таким образом дифференциальная вероятность процесса, повторяющая по структуре выражение (3.16), должна быть умножена на $|\vec{p}|^2$ и проинтегрирована по $|\vec{p}|$. Это интегрирование снимается при помощи дополнительной дельта-функции, и в результате всех этих преобразований имеем:

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\Omega} = \int \frac{\mathrm{d}^3W}{\mathrm{d}^3p}\,|\vec{p}|^2\,\mathrm{d}\,|\vec{p}| = \frac{\mathrm{d}W_1}{\mathrm{d}\Omega}\,W_2|_{|\vec{p}|=|\vec{p}|^*}\,P_{\mu e}\left(|\vec{p}|^*, L\right), \tag{3.64}$$

где $|\vec{p}|^*$ определяется выражением (3.55), $\mathrm{d}W_1/\mathrm{d}\Omega$ обозначает дифференциальную вероятность распада π-мезона в антимюон и безмассовый фермион с фиксированным направлением импульса, заданную выражением (3.54), и W_2 есть даваемая выражением (3.18) вероятность процесса рассеяния ядра и безмассового фермиона, приводящего к рождению конечного ядра и электрона. Фактически вероятность W_2 должна быть заменена вероятностью инклюзивного процесса рассеяния, где регистрируется только конечный электрон. Однако это не влияет на тот результат, что коэффициент в формуле (3.64) точно совпадает с тем, который мы ожидаем для вероятности перехода $\nu_\mu \to \nu_e$ в общепринятом подходе. Количество событий в детекторе можно найти точно так же, как это было объяснено в конце предыдущего подпараграфа.

Глава 4. Осцилляции нейтральных каонов

При подготовке данной главы диссертации использована публикация [18] автора, в которой, согласно Положению о присуждении ученых степеней в МГУ, отражены основные результаты, положения и выводы исследования.

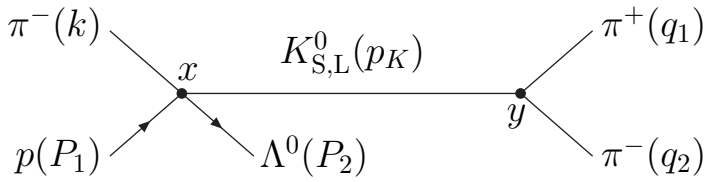
Теперь применим развитые методы для описания осцилляции нейтральных каонов. Для этого рассмотрим процесс, в котором K^0-мезоны рождаются при облучении протонной мишени пучком π^--мезонов, $\pi^- + p \to K^0 + \Lambda^0$, потом они распространяются в течение времени T, которое мы считаем фиксированным, после чего распадаются на $\pi^+\pi^-$-пары.

Стандартное теоретическое объяснение этого явления базируется на предположении, что в первоначальном взаимодействии пиона с протоном образуется состояние K^0 с определенной странностью -1. Это состояние не имеет определенной массы и может рассматриваться как суперпозиция состояний с определенными массами. Эволюция во времени этой суперпозиции массовых собственных состояний и лежит в основе осциллирующей вероятности распада на $\pi^+\pi^-$-пары.

Однако, как уже упоминалось ранее, в локальной квантовой теории поля образование состояний без определенной массы нарушает закон сохранения энергии-импульса. Ниже мы покажем, как эта проблема может быть решена на основе рассмотрения зависящих от времени амплитуд процессов, где промежуточным звеном являются коротко- и долгоживущее состояния каонов, $K^0_{\rm S}$ и $K^0_{\rm L}$, соответственно. Ситуация тут более сложная, чем в случае нейтрино, по двум причинам: нейтральные каоны являются состояниями кварк-антикварковых пар, связанных сильным взаимодействием, и они нестабильны. Вследствие последнего данный случай фактически объединяет в себе два предыдущих, распад нестабильной частицы и осцилляции, возникающие из интерференции амплитуд. С другой стороны, конечно, пропагатор каонов, как частиц с нулевым спином, имеет более простую структуру, нежели пропагатор фермионного поля.

Поскольку $K^0_{\rm S}$ и $K^0_{\rm L}$ рождаются в процессе сильного взаимодействия, мы не можем изолировать подпроцессы с образованием $K^0_{\rm S}$, $K^0_{\rm L}$ на кварковом уровне так определенно, как в случае нейтрино, взаимодействующих только

слабо. Однако мы можем принять, что в точке x рождается либо виртуальный $K^0_{\rm S}$, либо виртуальный $K^0_{\rm L}$ и распадается на $\pi^+\pi^-$-пару в точке y. Таким образом, процесс может быть представлен следующей диаграммой:



(4.1)

Обозначим 4-импульсы так так, как изображено на диаграмме: импульс начального π^--мезона есть k, протона — P_1, Λ-гиперона — P_2, промежуточного виртуального $K^0_{\rm S}$ (или $K^0_{\rm L}$) — p_K, π^+-мезона — q_1, а конечного π^--мезона — q_2.

Амплитуды полного процесса рождения $\pi^+\pi^-$-пары посредством $K^0_{\rm S}$ и $K^0_{\rm L}$ отличаются в амплитудах рождения каонов, в их пропагаторах и в амплитудах распада на пионы. Обозначим через $P_{\rm S}\left(k, P_1, p_K, P_2\right)$ амплитуду рождения $K^0_{\rm S}$, а через $A_{+-,{\rm S}}$ — его амплитуду распада на $\pi^+\pi^-$; и, аналогично, через $P_{\rm L}\left(k, P_1, p_K, P_2\right)$ обозначим амплитуду рождения $K^0_{\rm L}$, а через $A_{+-,{\rm L}}$ — его амплитуду распада на $\pi^+\pi^-$; все в импульсном представлении. Поскольку энерговыделение в распаде $K^0_{\rm S(L)} \to \pi^+ + \pi^-$ невелико (чуть больше 200 МэВ), мы можем пренебречь составной природой этих скалярных частиц и считать, что амплитуды распадов не зависят от импульсов, т.е. являются константами.

Воспользовавшись зависящим от времени пропагатором нестабильной скалярной частицы в импульсном представлении (2.16), запишем соответствующую диаграмме (4.1) амплитуду в импульсном представлении при фиксированном $y^0 - x^0 = T$:

$$\begin{aligned} M = \frac{i}{2p^0_K}\, e^{-i\frac{m^2_{\rm S} - p^2_K - im_{\rm S}\Gamma_{\rm S}}{2p^0_K}T}\, P_{\rm S}\left(k, P_1, p_K, P_2\right) A_{+-,{\rm S}} + \\ + \frac{i}{2p^0_K}\, e^{-i\frac{m^2_{\rm L} - p^2_K - im_{\rm L}\Gamma_{\rm L}}{2p^0_K}T}\, P_{\rm L}\left(k, P_1, p_K, P_2\right) A_{+-,{\rm L}}\,, \end{aligned} \tag{4.2}$$

где $m_{\rm S}$ ($m_{\rm L}$) и $\Gamma_{\rm S}$ ($\Gamma_{\rm L}$) есть, соответственно, масса и ширина состояния $K^0_{\rm S}$ ($K^0_{\rm L}$). Введя стандартное обозначение $\eta_{+-} \equiv A_{+-,{\rm L}}/A_{+-,{\rm S}}$, можно переписать амплитуду в форме

$$\begin{aligned} M = \frac{i}{2p^0_K}\, P_{\rm S}\left(k, P_1, p_K, P_2\right) A_{+-,{\rm S}} \times \\ \times \left[e^{-i\frac{m^2_{\rm S} - p^2_K - im_{\rm S}\Gamma_{\rm S}}{2p^0_K}T} + \frac{P_{\rm L}\left(k, P_1, p_K, P_2\right)}{P_{\rm S}\left(k, P_1, p_K, P_2\right)}\, \eta_{+-}\, e^{-i\frac{m^2_{\rm L} - p^2_K - im_{\rm L}\Gamma_{\rm L}}{2p^0_K}T} \right]. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Удобно выделить фазы η_{+-} и $P_{\rm L}\left(k,P_1,p_K,P_2\right)/P_{\rm S}\left(k,P_1,p_K,P_2\right)$, выбрав следующую параметризацию:

$$\eta_{+-}=\left|\eta_{+-}\right|e^{i\phi_{+-}}\,, \tag{4.4}$$

$$\frac{P_{\rm L}\left(k,P_1,p_K,P_2\right)}{P_{\rm S}\left(k,P_1,p_K,P_2\right)}=\left|\frac{P_{\rm L}\left(k,P_1,p_K,P_2\right)}{P_{\rm S}\left(k,P_1,p_K,P_2\right)}\right|e^{i\phi_P(k,P_1,p_K,P_2)}\,. \tag{4.5}$$

Квадрат модуля амплитуды процесса, усредненный по поляризациям начальных частиц и просуммированная по поляризациям конечных частиц, принимает вид

$$\begin{aligned}\left\langle\left|M\right|^2\right\rangle=&\frac{1}{8\left(p_K^0\right)^2}\left|P_{\rm S}\left(k,P_1,p_K,P_2\right)\right|^2\left|A_{+-,{\rm S}}\right|^2\times\\ &\times\left[e^{-\frac{m_{\rm S}\Gamma_{\rm S}}{p_K^0}T}+\left|\frac{P_{\rm L}\left(k,P_1,p_K,P_2\right)}{P_{\rm S}\left(k,P_1,p_K,P_2\right)}\right|^2\left|\eta_{+-}\right|^2e^{-\frac{m_{\rm L}\Gamma_{\rm L}}{p_K^0}T}+\right.\\ &+2\left|\frac{P_{\rm L}\left(k,P_1,p_K,P_2\right)}{P_{\rm S}\left(k,P_1,p_K,P_2\right)}\right|\left|\eta_{+-}\right|e^{-\frac{m_{\rm S}\Gamma_{\rm S}+m_{\rm L}\Gamma_{\rm L}}{2p_K^0}T}\times\\ &\left.\times\cos\left(\frac{m_{\rm L}^2-m_{\rm S}^2}{2p_K^0}T-\phi_P\left(k,P_1,p_K,P_2\right)-\phi_{+-}\right)\right]\,.\end{aligned} \tag{4.6}$$

Обозначим 4-импульс исследуемых K-мезонов через p, где, в соответствии с экспериментальной ситуацией, 3-импульс $\vec{p}$ направлен от источника (облучаемая потоком π^--мезонов мишень) к детектору и $|\vec{p}|$ удовлетворяет закону сохранения энергии-импульса в вершине рождения; квадрат данного 4-импульса должен быть приближенно определен через среднюю массу S- и L-состояний, т.е. $p^2=\left(m_{\rm S}+m_{\rm L}\right)^2\Big/4$. Для нахождения дифференциальной вероятности процесса мы должны умножить выражение (4.6) на дельта-функцию закона сохранения энергии-импульса $(2\pi)^4\,\delta\left(k+P_1-P_2-q_1-q_2\right)$, заменить там всюду p_K на p, умножить на дельта-функцию $2\pi\,\delta\left(k+P_1-P_2-p\right)$, фиксирующую импульс промежуточных $K_{\rm S}^0$- и $K_{\rm L}^0$-мезонов, только после чего проинтегрировать по фазовому объему конечных частиц.

Формулы, описывающие осцилляции нейтральных каонов, принято записывать в терминах не расстояния, как во всех предыдущих главах, а в терминах собственного времени. В рассматриваемом случае оно должно быть приближенно определено как среднее собственных времен состояний $K_{\rm S}^0$ и $K_{\rm L}^0$

$$t_{\rm p}=\frac{m_{\rm S}+m_{\rm L}}{2p^0}\,T\,. \tag{4.7}$$

С учетом этого получаем дифференциальную вероятность процесса:

$$\frac{\mathrm{d}^3W}{\mathrm{d}^3p} = \frac{\mathrm{d}^3W_1}{\mathrm{d}^3p}\,W_2\left[e^{-\frac{2m_\mathrm{S}\Gamma_\mathrm{S}}{m_\mathrm{S}+m_\mathrm{L}}t_\mathrm{p}} + \left|\frac{P_\mathrm{L}}{P_\mathrm{S}}\right|^2|\eta_{+-}|^2\,e^{-\frac{2m_\mathrm{L}\Gamma_\mathrm{L}}{m_\mathrm{S}+m_\mathrm{L}}t_\mathrm{p}} + \right. \tag{4.8}$$
$$\left. + 2\left|\frac{P_\mathrm{L}}{P_\mathrm{S}}\right||\eta_{+-}|\,e^{-\frac{m_\mathrm{S}\Gamma_\mathrm{S}+m_\mathrm{L}\Gamma_\mathrm{L}}{m_\mathrm{S}+m_\mathrm{L}}t_\mathrm{p}}\cos\left((m_\mathrm{L}-m_\mathrm{S})\,t_\mathrm{p}-\phi_P-\phi_{+-}\right)\right]\Bigg|_{p_K=p},$$

где

$$\frac{\mathrm{d}^3W_1}{\mathrm{d}^3p} = \frac{1}{2k^0 2P_1^0}\frac{1}{(2\pi)^3\,2p^0}\int\frac{\mathrm{d}^3P_2}{(2\pi)^3\,2P_2^0}\left\langle|P_\mathrm{S}|^2\right\rangle\Big|_{p_K=p}(2\pi)^4\,\delta\left(k+P_1-P_2-p\right) \tag{4.9}$$

есть дифференциальная вероятность рождения K^0_S-мезона с импульсом $\vec{p}$ в реакции $\pi^- + p \to K^0 + \Lambda^0$ и

$$W_2 = \frac{1}{2p^0}\int\frac{\mathrm{d}^3q_1}{(2\pi)^3\,2q_1^0}\frac{\mathrm{d}^3q_2}{(2\pi)^3\,2q_2^0}\,|A_{+-,\mathrm{S}}|^2\,(2\pi)^4\,\delta\left(p-q_1-q_2\right) \tag{4.10}$$

есть вероятность распада K^0_S на пару $\pi^+\pi^-$.

Наконец, проинтегрируем дифференциальную вероятность (4.8) по $|\vec{p}|^2\,\mathrm{d}\,|\vec{p}|$. Поскольку в процессе рождения каона образуется две частицы, дифференциальная вероятность рождения (4.9) сингулярна, и эта сингулярность устраняется интегрированием. Окончательный результат можно представить как

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\Omega} = \int\frac{\mathrm{d}^3W}{\mathrm{d}^3p}\,|\vec{p}|^2\,\mathrm{d}\,|\vec{p}| =$$
$$= \frac{\mathrm{d}W_1}{\mathrm{d}\Omega}\,W_2\big|_{|\vec{p}|=|\vec{p}|^*}\left[e^{-\frac{2m_\mathrm{S}\Gamma_\mathrm{S}}{m_\mathrm{S}+m_\mathrm{L}}t_\mathrm{p}} + \left|\frac{P_\mathrm{L}}{P_\mathrm{S}}\right|^2|\eta_{+-}|^2\,e^{-\frac{2m_\mathrm{L}\Gamma_\mathrm{L}}{m_\mathrm{S}+m_\mathrm{L}}t_\mathrm{p}} + \right. \tag{4.11}$$
$$\left. + 2\left|\frac{P_\mathrm{L}}{P_\mathrm{S}}\right||\eta_{+-}|\,e^{-\frac{m_\mathrm{S}\Gamma_\mathrm{S}+m_\mathrm{L}\Gamma_\mathrm{L}}{m_\mathrm{S}+m_\mathrm{L}}t_\mathrm{p}}\cos\left((m_\mathrm{L}-m_\mathrm{S})\,t_\mathrm{p}-\phi_P-\phi_{+-}\right)\right]\Bigg|_{\substack{p_K=p\\|\vec{p}|=|\vec{p}|^*}}.$$

где $|\vec{p}|^*$ есть корень уравнения $k^0 + P_1^0 - P_2^0\big|_{\vec{P}_2=\vec{k}+\vec{P}_1-\vec{p}} - p^0 = 0$ относительно $|\vec{p}|$.

Мы снова получили, что полная вероятность процесса имеет форму произведения вероятности образования нейтрального каона с импульсом, направленным от источника в детектору, вероятности его распада и стандартной конструкции, содержащей в себе как осциллирующие, так и затухающие члены, описывающие ослабление потока каонов со временем. Для $P_\mathrm{L} = P_\mathrm{S}$ и $P_\mathrm{L} = -P_\mathrm{S}$

это выражение точно совпадает с тем, что представлено в книге [4], §4.3, если пренебречь разницей между m_{L} и m_{S} во всех экспонентах. Формула (4.11) может быть переписана также в виде

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{\mathrm{d}W_1}{\mathrm{d}\Omega}\, W_2|_{|\vec{p}|=|\vec{p}|^*} \left[\left(e^{-\frac{m_{\mathrm{S}}\Gamma_{\mathrm{S}}}{m_{\mathrm{S}}+m_{\mathrm{L}}}\, t_p} + \left|\frac{P_{\mathrm{L}}}{P_{\mathrm{S}}}\right| |\eta_{+-}|\, e^{-\frac{m_{\mathrm{L}}\Gamma_{\mathrm{L}}}{m_{\mathrm{S}}+m_{\mathrm{L}}}\, t_p} \right)^2 - \right. \tag{4.12}$$

$$\left. - 4 \left|\frac{P_{\mathrm{L}}}{P_{\mathrm{S}}}\right| |\eta_{+-}|\, e^{-\frac{m_{\mathrm{S}}\Gamma_{\mathrm{S}}+m_{\mathrm{L}}\Gamma_{\mathrm{L}}}{m_{\mathrm{S}}+m_{\mathrm{L}}}\, t_p} \sin^2\left(\frac{m_{\mathrm{L}}-m_{\mathrm{S}}}{2}\, t_p - \frac{\phi_P+\phi_{+-}}{2} \right) \right] \Bigg|_{\substack{p_K=p \\ |\vec{p}|=|\vec{p}|^*}} .$$

который очень напоминает формулу для осцилляций нейтрино. Таким образом, мы опять воспроизвели результаты стандартного подхода без использования волновых пакетов и состояний с определенной странность K^0, $\bar{K}^0$.

Заключение

В рамках квантовой теории поля был разработан новый пертурбативный формализм, позволяющий описывать процессы, происходящие на конечных пространственных и временных интервалах. Он основан на диаграммной технике Фейнмана в координатном представлении, дополненной модифицированными правилами перехода к импульсному представлению, которые учитывают конкретную экспериментальную ситуацию. Эффективно это приводит к тому, что модифицируется пропагатор частицы в импульсном представлении, а стандартные правила Фейнмана в импульсном представлении удается оставить без изменений. При этом в подходе не используются волновые пакеты: начальные и конечные частицы описываются плоскими волнами, что существенно упрощает вычисления.

Исследуемые процессы рассматриваются в связке рождение-распространение-детектирование и описываются некоторой суммой «больших» диаграмм Фейнмана (т.е. где вершины взаимодействия разделены макроскопическим интервалом) с одинаковыми внешними линиями. Частицы, распространяющиеся на макроскопические расстояния, описываются модифицированными зависящими от расстояния или времени пропагаторами и считаются виртуальными, хотя они и находятся почти на массовой поверхности. Это обеспечивает выполнение закона сохранения энергии-импульса, несмотря на то, что частицы в промежуточных состояниях имеют разные массы. В формализме используются только массовые собственные состояния частиц, в то время как состояния с определенным ароматом оказываются избыточными и не привлекаются к описанию вовсе.

Были рассмотрены три вида процессов, происходящих на конечных пространственно-временных интервалах: распад нестабильной скалярной частицы вдали от источника, осцилляции нейтрино и осцилляции нейтральных каонов. В качестве первого был выбран распад положительно заряженного пиона, образовавшегося из протона в результате реакции фоторождения. Показано, что в развиваемом подходе вероятность полного процесса, включающего как рождение, так и распространение и сам распад частицы, факторизуется

на дифференциальную вероятность рождения частицы с импульсом, направленным в сторону детектора, вероятность распада этой частицы в детекторе и стандартный зависящий от расстояния экспоненциальный фактор, выражающий вероятность нестабильной частице достигнуть детектора.

Среди процессов осцилляций нейтрино было исследовано два типа реакций: где нейтрино рождается в трехчастичном распаде ядра, причем ароматы появляющихся в процессах рождения и детектирования заряженных лептонов одинаковы (лептонный заряд не меняется), и где нейтрино рождается в моюнном распаде пиона, который является двухчастичным распадом, а появляющийся в процессе регистрации заряженный лептон представляет собой электрон (реакция с изменением лептонного аромата). В каждом из этих двух типов процессов осцилляций нейтрино обсуждается по два случая процесса регистрации: взаимодействие нейтрино только со слабым заряженным током ядра либо одновременно со слабыми заряженным и нейтральным токами электрона.

Показано, что всех четырех рассмотренных случаях осцилляций нейтрино развиваемый подход точно воспроизводит основные результаты стандартного описания этого явления. А именно, в тех процессах, где нейтрино детектируется только через взаимодействие с заряженным током, дифференциальная вероятность полного процесса распадается в произведение дифференциальной вероятности рождения нейтрино с импульсом, направленным в сторону детектора, вероятности взаимодействия этой частицы в детекторе и стандартного зависящего от расстояния осциллирующего фактора. В процессах, где регистрация производится через взаимодействие и с заряженным, и с нейтральным токами, осциллирующий фактор не выносится в явном виде, оставаясь включен в выражение для вероятности детектирования, которая удовлетворяет при этом формулам, полученным в рамках стандартной теории.

В результате численных расчетов показано, что вид осцилляционной картины зависит как от процесса рождения, так и от процесса регистрации нейтрино, что находится в согласии с выводами стандартных подходов в терминах волновых пакетов.

Развиваемый формализм, как и обычное квантово-механическое описание, предсказывает затухание осцилляций нейтрино с расстоянием. В стандартном квантово-механическом подходе предполагается, что это подавление возника-

ет из-за квантово-механической неопределенности импульса нейтрино. Однако в реалистичных постановках эксперимента всегда существует другой источник эффекта затухания. Это немонохроматичность промежуточных нейтрино, которая всегда имеет место в случае трехчастичного распада, даже если все участвующие частицы предполагаются имеющими определенные импульсы. Если процесс рождения имеет двухчастичное конечное состояние, разброс по импульсам рожденных нейтрино идет из разброса по импульсам начальных частиц и/или ядер. В любой реальной экспериментальной ситуации импульсное распределение нейтрино такого типа всегда присутствует и определяется спектральными характеристиками процессов рождения и детектирования. Эта причина размытия осцилляционной картины и учитывается в предлагаемом описании.

В рамках рассматриваемого подхода осцилляции нейтрино являются обычным интерференционным процессом, и длина когерентности найдена по аналогии с интерференцией немонохроматического света в оптике с помощью функции видности. Она полностью определяется процессами рождения и регистрации и не может быть разложена на длины когерентности для пар нейтринных массовых состояний. Длины когерентности найдены в явном виде для семи комбинаций конкретных процессов рождения и детектирования: рождение рассматривалось в реакциях солнечного углеродного цикла, распадах ^{15}O и ^{13}N по отдельности и в комбинированном равновесном источнике, а детектирование — в хлор-аргоновом, галлий-германиевом или черенковском детекторах. Найдено, что длины когерентности в экспериментах с более широкими импульсными распределениями нейтрино меньше; в экспериментах с двумя процессами рождения одновременно меньше, чем в экспериментах с одним процессом рождения при таком же процессе детектирования.

В целом, ширина обсуждаемого выше распределения много больше, чем у естественного распределения нейтрино по импульсам из-за квантово-механической неопределенности, рассматриваемой в стандартном подходе. Поэтому длина когерентности в нашем формализме оказывается много меньше длины, которая предсказывается в стандартном квантово-механическом подходе, и, следовательно, первая длина когерентности доминирует в эксперименте. Процесс декогеренции, вызываемый квантовой неопределенностью импульса нейтрино, также оказывает влияние на размытие осцилляционной картины, но

им можно пренебречь по сравнению с более сильным эффектом из-за разброса по импульсам промежуточных нейтрино, учтенным в предлагаемом способе описания.

В развиваемом квантовом теоретико-полевом подходе в терминах плоских волн отсутствует аналог члена локализации, который появляется в подходе к описанию осцилляций нейтрино в терминах волновых пакетов. Так происходит из-за того, что рассматриваемый формализм основан на предположении, что размеры источника и детектора нейтрино много меньше, чем расстояние между ними, что всегда выполняется в экспериментах по осцилляциям нейтрино с длинной базой. Поскольку длина когерентности порядка этого расстояния, это значит, что процессы рождения и регистрации локализованы в пространственно-временных областях много меньших, чем длина осцилляций. В стандартном описании это и есть точно то условие, при котором член локализации не подавляет осцилляции.

Существенное отличие обычных подходов в терминах волновых пакетов от развитого в диссертации состоит в том, что возникновение осцилляций частиц тут не обусловлено неточным выполнением закона сохранения энергии-импульса. В стандартном подходе неопределенность в импульсе массовых собственных состояний нейтрино меньшая, чем разница масс нейтрино, приводит к тому, что массовые нейтрино не могут рождаться когерентно и осцилляции исчезают. В предлагаемом в данной работе способе описания сохранение энергии-импульса соблюдается точно, а все участвующие в процессе частицы имеют определенные импульсы. Однако осцилляции не исчезают. Более того, в случае, когда процесс рождения нейтрино представляет собой двухчастичный распад, промежуточные нейтрино не имеют распределения по импульсам, и поэтому осцилляции нейтрино не только присутствуют, но и формально не затухают с расстоянием. Это роднит развиваемый подход с квантово-механическим описанием в терминах плоских волн. В реальности, конечно, затухание всегда будет присутствовать ввиду того, что исходные распадающиеся частицы в любом случае имеют какое-то распределение по импульсам, которое будет приводить к появлению разброса по импульсам у самих нейтрино.

Наконец, данная техника применена для описания осцилляций нейтральных K-мезонов. В этом случае осцилляции возникают из-за интерференции ам-

плитуд, соответствующих диаграммам с коротко- и долгоживущими состояниями каонов в промежуточном состоянии. Показано, что в развиваемом подходе вероятность полного процесса представляет собой произведение дифференциальной вероятности рождения каона с импульсом, направленным в сторону детектора, вероятности распада этого мезона и стандартной конструкции, содержащей в себе как осциллирующие, так и подавляющие компоненты. Другими словами, получаемые в новом подходе результаты полностью воспроизводят те, что ожидаются из стандартного квантово-механического описания осцилляций K^0-$\bar{K}^0$.

Заметим, что идеи, лежащие в основе разрабатываемого подхода, не являются совершенно новыми. Рассматриваемый формализм использует те же предположения, что и квантовое теоретико-полевое описание в терминах волновых пакетов [8], использует промежуточные виртуальные массовые собственные состояния частиц и объясняет осцилляции интерференцией соответствующих амплитуд. Предложенная техника фиксации временного интервала (или расстояния) между точками взаимодействия служит для упрощения вычислений, которые очень громоздки в случае подхода в терминах волновых пакетов. Квантовый теоретико-полевой подход в терминах плоских волн, имея своими достоинствами физическую прозрачность и техническую простоту, позволяет последовательно и строго описать осцилляции нейтрино и нейтральных мезонов и учесть эффект декогеренции из-за немонохроматичности пучка осциллирующих частиц.

Таким образом, были успешно достигнуты все цели и решены задачи настоящей диссертационной работы. Ее результаты опубликованы в статьях [16–19].

В перспективе находится дальнейшее развитие предложенного подхода для описания осцилляций нейтрино в сильных внешних полях и плотных средах. Это представляет собой очень сложную, но интересную задачу.

Благодарности

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю И. П. Волобуеву за предложенное интересное направление исследований и всестороннюю поддержку в процессе решения поставленных научных задач.

Автор благодарен Э. Э. Боосу, А. Е. Пухову, Л. М. Сладю и Ю. М. Чувильскому за полезные обсуждения, внесшие значительный вклад в развитие предлагаемого в работе формализма.

Особую благодарность автор выражает М. Н. Смолякову за помощь в написании диссертации и полезные замечания.

Автор благодарит коллектив кафедры физики атомного ядра и квантовой теории столкновений физического факультета МГУ, где проходил обучение как по программе специалиста, так потом и в аспирантуре, в частности, заведующего кафедрой В. И. Саврина и куратора С. Ю. Платонова за теплое отношение.

Автор также искренне благодарен В. В. Белокурову за проявленную чуткость и большое содействие во время обучения в аспирантуре.

Аналитические вычисления амплитуд, обсуждавшихся в диссертации, проводились с помощью программных пакетов CompHEP и REDUCE.

Работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

Список литературы

[1] Pais, A. Note on the Decay and Absorption of the Theta0 / A. Pais, O. Piccioni // Phys. Rev. — 1955. — Vol. 100. — No. 5. — P. 1487–1489.

[2] Pontecorvo, B. Mesonium and anti-mesonium / B. Pontecorvo // Sov. Phys. JETP. — 1957. — Vol. 6. — No. 2. — P. 429–431.

[3] Gribov, V. N. Neutrino astronomy and lepton charge / V. N. Gribov, B. Pontecorvo // Phys. Lett. B. — 1969. — Vol. 28. — No. 7. — P. 493–496.

[4] Belušević, R. Neutral Kaons / R. Belušević // Springer Tracts Mod. Phys. — 1999. — Vol. 153. — P. 1–182.

[5] Giunti, C. Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics / C. Giunti, C. W. Kim. — Oxford, UK: Univ. Pr., 2007. — 710 p.

[6] Bilenky, S. Introduction to the physics of massive and mixed neutrinos / S. Bilenky // Lect. Notes Phys. — 2010. — Vol. 817. — P. 1–255.

[7] Nakamura, K. Neutrino Masses, Mixing, and Oscillations / K. Nakamura, S. T. Petcov // Review of Particle Physics / M. Tanabashi [et al.] (Particle Data Group). — Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 98. — No. 3 (030001). — P. 251–286.

[8] The treatment of neutrino oscillations without resort to weak eigenstates / C. Giunti [et al.] // Phys. Rev. D. — 1993. — Vol. 48. — No. 9. — P. 4310–4317.

[9] Grimus, W. Real oscillations of virtual neutrinos / W. Grimus, P. Stockinger // Phys. Rev. D. — 1996. — Vol. 54. — No. 5. — P. 3414–3419.

[10] Beuthe, M. Oscillations of neutrinos and mesons in quantum field theory / M. Beuthe // Phys. Rept. — 2003. — Vol. 375. — No. 2–3. — P. 105–218.

[11] Cohen, A. G. Disentangling Neutrino Oscillations / A. G. Cohen, S. L. Glashow, Z. Ligeti // Phys. Lett. B. — 2009. — Vol. 678. — No. 2. — P. 191–196.

[12] Лобанов, А. Е. Осцилляции частиц в Стандартной модели / А. Е. Лобанов // ТМФ. — 2017. — Т. 192. — № 1. — С. 70–88.

[13] Feynman, R. P. The Theory of positrons / R. P. Feynman // Phys. Rev. — 1949. — Vol. 76. — No. 6. — P. 749–759.

[14] Feynman, R. P. Space - time approach to quantum electrodynamics / R. P. Feynman // Phys. Rev. — 1949. — Vol. 76. — No. 6. — P. 769–789.

[15] Volobuev, I. P. Quantum field-theoretical description of neutrino and neutral kaon oscillations / I. P. Volobuev // Int. J. Mod. Phys. A. — 2018. — Vol. 33. — No. 13. — P. 1850075.

[16] Egorov, V. O. Neutrino oscillation processes in a quantum-field-theoretical approach / V. O. Egorov, I. P. Volobuev // Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 97. — No. 9. — P. 093002.

[17] Волобуев, И. П. Процессы нейтринных осцилляций с изменением лептонного аромата в квантовом теоретико-полевом подходе / И. П. Волобуев, В. О. Егоров // ЖЭТФ. — 2019. — Т. 155. — № 5. — С. 839–846.

[18] Волобуев, И. П. Квантовое теоретико-полевое описание процессов, происходящих на конечных пространственных и временных интервалах / И. П. Волобуев, В. О. Егоров // ТМФ. — 2019. — Т. 199. — № 1. — С. 104–122.

[19] Egorov, V. O. Coherence length of neutrino oscillations in quantum field-theoretical approach / V. O. Egorov, I. P. Volobuev // Phys. Rev. D. — 2019. — Vol. 100. — No. 3. — P. 033004.

[20] Pontecorvo, B. Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge / B. Pontecorvo // Sov. Phys. JETP. — 1958. — Vol. 7. — No. 1. — P. 172–173.

[21] Eliezer, S. Experimental Consequences of electron Neutrino-Muon-neutrino Mixing in Neutrino Beams / S. Eliezer, A. R. Swift // Nucl. Phys. B. — 1976. — Vol. 105. — No. 1. — P. 45–51.

[22] Fritzsch, H. Vector-Like Weak Currents, Massive Neutrinos, and Neutrino Beam Oscillations / H. Fritzsch, P. Minkowski // Phys. Lett. B. — 1976. — Vol. 62. — No. 1. — P. 72–76.

[23] Биленький, С. М. Аналогия между лептонами и кварками и мюонный заряд / С. М. Биленький, Б. М. Понтекорво // ЯФ. — 1976. — Т. 24. — № 3. — С. 603–608.

[24] Bilenky, S. M. Again on Neutrino Oscillations / S. M. Bilenky, B. Pontecorvo // Lett. Nuovo Cim. — 1976. — Vol. 17. — No. 17. — P. 569–574.

[25] Kayser, B. On the Quantum Mechanics of Neutrino Oscillation / B. Kayser // Phys. Rev. D. — 1981. — Vol. 24. — No. 1. — P. 110–116.

[26] Kiers, K. Coherence effects in neutrino oscillations / K. Kiers, S. Nussinov, N. Weiss // Phys. Rev. D. — 1996. — Vol. 53. — No. 1. — P. 537–547.

[27] Giunti, C. Neutrino wave packets in quantum field theory / C. Giunti // JHEP. — 2002. — Vol. 11. — P. 017.

[28] Nussinov, S. Solar Neutrinos and Neutrino Mixing / S. Nussinov // Phys. Lett. B. — 1976. — Vol. 63. — No. 2. — P. 201–203.

[29] Giunti, C. When do neutrinos really oscillate? Quantum mechanics of neutrino oscillations / C. Giunti, C. W. Kim, U. W. Lee // Phys. Rev. D. — 1991. — Vol. 44. — No. 11. — P. 3635–3640.

[30] Giunti, C. Coherence of neutrino oscillations in vacuum and matter in the wave packet treatment / C. Giunti, C. W. Kim, U. W. Lee // Phys. Lett. B. — 1992. — Vol. 274. — No. 1. — P. 87–94.

[31] Giunti, C. Coherence of neutrino oscillations in the wave packet approach / C. Giunti, C. W. Kim // Phys. Rev. D. — 1998. — Vol. 58. — No. 1. — P. 017301.

[32] Giunti, C. The Phase of neutrino oscillations / C. Giunti // Phys. Scripta. — 2003. — Vol. 67. — No. 1. — P. 29–33.

[33] Giunti, C. When do neutrinos cease to oscillate? / C. Giunti, C. W. Kim, U. W. Lee // Phys. Lett. B. — 1998. — Vol. 421. — No. 1. — P. 237–244.

[34] Giunti, C. Coherence and wave packets in neutrino oscillations / C. Giunti // Found. Phys. Lett. — 2004. — Vol. 17. — No. 2. — P. 103–124.

[35] Cardall, C. Y. Coherence of neutrino flavor mixing in quantum field theory / C. Y. Cardall // Phys. Rev. D. — 2000. — Vol. 61. — No. 7. — P. 073006.

[36] Beuthe, M. Towards a unique formula for neutrino oscillations in vacuum / M. Beuthe // Phys. Rev. D. — 2002. — Vol. 66. — No. 1. — P. 013003.

[37] Giunti, C. Neutrino flavour states and the quantum theory of neutrino oscillations / C. Giunti // J. Phys. G. — 2007. — Vol. 34. — No. 2. — P. R93–R109.

[38] Kiers, K. Neutrino oscillations in a model with a source and detector / K. Kiers, N. Weiss // Phys. Rev. D. — 1998. — Vol. 57. — No. 5. — P. 3091–3105.

[39] Боголюбов, Н. Н. Введение в теорию квантованных полей / Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. — 4-е изд., испр. — М.: Наука, 1984. — 600 с.

[40] Бьёркен, Дж. Д. Релятивистская квантовая теория [В 2 томах]. Том 1. Релятивистская квантовая механика / Дж. Д. Бьёркен, С. Д. Дрелл. — М.: Наука, 1978. — 295 с.

[41] Stuart, R. G. Unstable particles [Электронный ресурс] / R. G. Stuart // arXiv.org. — 1995. — hep-ph. — Режим доступа: https://arxiv.org/abs/hep-ph/9504308.

[42] Окунь, Л. Б. Лептоны и кварки / Л. Б. Окунь. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, 1990. — 346 с.

[43] Нелипа, Н. Ф. Введение в теорию сильно-взаимодействующих элементарных частиц / Н. Ф. Нелипа. — М.: Атомиздат, 1970. — 488 с.

[44] Бюклинг, Е. Кинематика элементарных частиц / Е. Бюклинг, К. Каянти; под ред. Г. И. Копылова. — М.: Мир, 1975. — 344 с.

[45] Бор, О. Структура атомного ядра. Том 1. Одночастичное движение / О. Бор, Б. Моттельсон; пер. с англ. под ред. Л. А. Слива. — М.: Мир, 1971. — 456 с.

[46] Review of Particle Physics / M. Tanabashi [et al.] (Particle Data Group) // Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 98. — No. 3. — P. 030001.

Список иллюстративного материала

Рисунки:

1. Иллюстрация вариации в направлении импульсов виртуальных пионов из-за ненулевых размеров источника и детектора. Страница 42.

2. Нормированные функции распределения (3.22) для ^{15}O-источника и Cl-Ar и Ga-Ge детекторов. Страница 55.

3. Нормированные вероятности процессов осцилляций нейтрино с образованием нейтрино в распаде ^{15}O и регистрацией с помощью Cl-Ar и Ga-Ge детекторов. Страница 55.

4. Нормированные функции распределения (3.22) для ^{15}O-, ^{13}N- и комбинированного источников и Cl-Ar детектора. Страница 57.

5. Нормированные вероятности процессов осцилляций нейтрино с образованием нейтрино в распадах ^{15}O и ^{13}N и регистрацией с помощью Cl-Ar детектора. Страница 58.

6. Нормированная вероятность процесса осцилляций нейтрино с образованием нейтрино в распадах и ^{15}O, и ^{13}N одновременно и регистрацией с помощью Cl-Ar детектора. Страница 58.

7. Нормированные функции распределения $\frac{d^3W_1}{d^3p}\,W_2$ в точке $L = 0$ для ^{15}O-, ^{13}N- и комбинированного источников и водного черенковского детектора. Страница 66.

8. Нормированные вероятности процессов осцилляций нейтрино с образованием нейтрино в распадах ^{15}O и ^{13}N и регистрацией с помощью водного черенковского детектора. Страница 67.

9. Нормированная вероятность процесса осцилляций нейтрино с образованием нейтрино в распадах и ^{15}O, и ^{13}N одновременно и регистрацией с помощью водного черенковского детектора. Страница 67.

Приложение. Вычисление зависящего от времени пропагатора скалярного поля

Найдем зависящий от времени скалярный пропагатор $D^{\mathrm{c}}(p,T)$, определенный выражением (2.6). Подставляя туда стандартное интегральное представление для фейнмановского пропагатора $D^{\mathrm{c}}(z)$ и интегрируя по z^0 при помощи дельта-функции, получаем

$$D^{\mathrm{c}}(p,T)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int \mathrm{d}^3z\,\mathrm{d}^4k\,\frac{1}{m^2-k^2-i\varepsilon}\,e^{iT\left(p^0-k^0\right)}\,e^{-i\vec{z}\left(\vec{p}-\vec{k}\right)} \qquad (\text{П}.1)$$

(в рамках данного приложения мы для краткости обозначаем четырехимпульс и массу скалярной частицы как p и m вместо p_π и m_π). Интегрирование по пространственной координате $\vec{z}$ дает дельта-функцию,

$$D^{\mathrm{c}}(p,T)=\frac{1}{2\pi}\int \mathrm{d}^4k\,\frac{1}{m^2-k^2-i\varepsilon}\,e^{iT\left(p^0-k^0\right)}\,\delta\left(\vec{p}-\vec{k}\right), \qquad (\text{П}.2)$$

которая устраняется интегрированием по импульсу $\vec{k}$, что приводит нас к выражению

$$D^{\mathrm{c}}(p,T)=\frac{1}{2\pi}\int \mathrm{d}k^0\,\frac{1}{m^2-\left(k^0\right)^2+\vec{p}^2-i\varepsilon}\,e^{iT\left(p^0-k^0\right)}. \qquad (\text{П}.3)$$

Последний интеграл может быть найден в случае $\left(p^0\right)^2>m^2-p^2$ путем замыкания контура интегрирования в нижней комплексной полуплоскости и нахождения вычета в простом полюсе, что и дает выражение (2.7).

Теперь проведем аналогичные вычисления для зависящего от времени пропагатора $D^{\mathrm{c}}(p,T,\lambda)$ скалярного поля в лоренц-ковариантной форме, определенного формулой (2.11). Подстановка интегрального представления для пропагатора Фейнмана приводит к выражению

$$D^{\mathrm{c}}(p,T,\lambda)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int \mathrm{d}^4z\,\mathrm{d}^4k\,\frac{1}{m^2-k^2-i\varepsilon}\,e^{iz(p-k)}\,\delta\left(\lambda z-T\right). \qquad (\text{П}.4)$$

Проинтегрируем по z^0, используя дельта-функцию:

$$D^{\mathrm{c}}(p,T,\lambda)=\frac{1}{(2\pi)^4\,\lambda^0}\int \mathrm{d}^3z\,\mathrm{d}^4k\,\frac{1}{m^2-k^2-i\varepsilon}\,e^{i\frac{p^0-k^0}{\lambda^0}T}\,e^{-i\vec{z}\left(\vec{p}-\vec{k}-\vec{\lambda}\frac{p^0-k^0}{\lambda^0}\right)}. \qquad (\text{П}.5)$$

Далее мы интегрируем по $\vec{z}$, что порождает новую дельта-функцию:

$$D^{\mathrm{c}}(p,T,\lambda)=\frac{1}{2\pi\lambda^0}\int \mathrm{d}^4k\,\frac{1}{m^2-k^2-i\varepsilon}\,e^{i\frac{p^0-k^0}{\lambda^0}T}\,\delta\left(\frac{p^0-k^0}{\lambda^0}\vec{\lambda}-\vec{p}+\vec{k}\right). \qquad (\text{П}.6)$$

Она снимается интегрированием по $\vec{k}$:

$$D^{\mathrm{c}}\left(p,T,\lambda\right)=\frac{1}{2\pi\lambda^{0}}\int\mathrm{d}k^{0}\,\frac{1}{m^{2}-\left(k^{0}\right)^{2}+\left(\vec{p}-\frac{p^{0}-k^{0}}{\lambda^{0}}\vec{\lambda}\right)^{2}-i\varepsilon}\,e^{i\frac{p^{0}-k^{0}}{\lambda^{0}}T}\,. \qquad (\Pi.7)$$

Наконец, проводится интегрирование по k^0 в случае $(\lambda p)^2 > m^2 - p^2$ путем замыкания контура интегрирования в нижней комплексной полуплоскости и нахождения вычета в простом полюсе, что приводит нас к ответу (2.12).