

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Егоров Вадим Олегович

**Квантовое теоретико-полевое описание процессов, происходящих
на конечных пространственных и временных интервалах**

01.04.02 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2019 г.

Работа выполнена на кафедре физики атомного ядра и квантовой теории столкновений физического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова.

Научный руководитель — Волобуев Игорь Павлович, доктор физико-математических наук

Официальные оппоненты — Арбузов Андрей Борисович, доктор физико-математических наук, профессор РАН, Международная межправительственная организация Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория теоретической физики имени Н.Н. Боголюбова, научный отдел теории фундаментальных взаимодействий, начальник сектора № 5

Лобанов Андрей Евгеньевич, доктор физико-математических наук, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова», Физический факультет, Отделение экспериментальной и теоретической физики, кафедра теоретической физики, ведущий научный сотрудник

Тернов Алексей Игоревич, доктор физико-математических наук, доцент, ФГАОУ ВО «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», кафедра теоретической физики, профессор

Защита диссертации состоится «26» декабря 2019 г. в 13 часов 30 минут на заседании диссертационного совета МГУ.01.06 Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова по адресу: 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 2, Северная физическая аудитория.

E-mail: ff.dissovet@gmail.com

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В.Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27) и на сайте ИАС «ИСТИНА»: <https://istina.msu.ru/dissertations/253431558>

Автореферат разослан «22» ноября 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета МГУ.01.06,
доктор физико-математических наук
профессор

П.А. Поляков

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Стандартная модель, представляющая собой локальную квантовую теорию поля, позволяет с большой точностью описывать в рамках пертурбативного S-матричного подхода и диаграммной техники Фейнмана огромное количество различных процессов взаимодействия элементарных частиц, причем результаты теоретического описания в подавляющем большинстве случаев замечательно подтверждаются экспериментальными данными. Это в первую очередь относится к процессам рассеяния элементарных частиц. Однако существует ряд явлений, которые не могут быть описаны в рамках стандартной теории возмущений. В частности, это осцилляции нейтральных мезонов и нейтрино, которые происходят на конечных макроскопических пространственных и временных интервалах. Эти явления широко изучаются как экспериментально, так и теоретически.

Описание процессов осцилляций частиц проводится либо в квантово-механическом подходе с использованием плоских волн, либо в квантово-механическом или квантовом теоретико-полевым подходах с использованием волновых пакетов. Описание в терминах плоских волн оказывается простым, но противоречивым, а подходы с использованием волновых пакетов предполагают очень громоздкие вычисления при построении амплитуд процессов и нахождении вероятностей переходов. Таким образом, актуальной является задача создания нового последовательного и более простого формализма для описания таких процессов.

Степень разработанности темы

Квантово-механическое описание в терминах плоских волн впервые было предложено в работе [1] для объяснения осцилляций нейтральных каонов и впоследствии обобщено на случай осцилляций нейтрино в работах [2,3]. Современное состояние этого подхода подробно изложено в работах [4–7]. В его рамках предполагается, что в сильных или слабых взаимодействиях рождаются состояния, не обладающие определенной массой, но зато имеющие определенные квантовые числа — странность и лептонный аромат, соответственно. Эволюция этих состояний во времени находится путем разложения их по состояниям с определенной массой и определяется свободными гамильтонианами последних. В результате с течением времени состояния с определенной странностью или лептонным ароматом становятся суперпозицией состояний с различными значениями странности или с различными лептонными ароматами. Рассмотрение взаимодействий нейтрино и распадов каонов, описываемых такими суперпозиционными состояниями, приводит к известным формулам для осцилляций нейтрино и нейтральных каонов, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Однако уже давно было замечено, что квантово-механическое описание в терминах плоских волн не является последовательным, поскольку в процессах рождения состояний, не обладающих определенной массой, нарушается закон сохранения энергии-импульса [8–12]. В локальной квантовой теории поля 4-импульс сохраняется в каждой вершине взаимодействия, что приводит к тому, что компоненты с разными массами в составе одного флейворного состояния имеют разные импульсы и энергии. Считается, что эта проблема может быть решена в рамках квантово-механического описания в терминах

волновых пакетов, хотя представленное в работе [5] доказательство не выглядит убедительным. С другой стороны, использование волновых пакетов существенно усложняет соответствующие вычисления.

В работе [8] был предложен альтернативный, квантовый теоретико-полевой подход к описанию осцилляций нейтрино, который, в соответствии с положениями квантовой теории поля, предполагает, что в слабых взаимодействиях рождаются состояния нейтрино с определенной массой, находящиеся вне массовой поверхности и описываемые фейнмановскими пропагаторами, а осцилляции нейтрино возникают вследствие интерференции амплитуд со всеми тремя виртуальными массовыми состояниями нейтрино в промежуточном состоянии. В этом подходе не возникает проблем с сохранением энергии-импульса, однако он плохо совместим со стандартным пертурбативным подходом матрицы рассеяния, который не приспособлен для описания процессов, происходящих на конечных расстояниях и интервалах времени. Для учета локализации частиц и ядер, которые рождают и детектируют нейтрино в экспериментах по осцилляциям нейтрино, в пертурбативном S-матричном подходе приходится использовать волновые пакеты, что делает вычисления очень громоздкими. Процедура нахождения амплитуд в этом подходе существенно отличается от стандартных вычислений в рамках диаграммной техники Фейнмана в импульсном представлении. Вследствие этого, например, в монографии [5], одним из авторов которой является создатель этого нового подхода, данный метод описания только вскользь упоминается, а все изложение ведется в рамках стандартного квантово-механического подхода.

Цели и задачи исследования

Целью исследования является развитие в рамках квантовой теории поля нового пертурбативного формализма для описания процессов, происходящих на конечных пространственно-временных интервалах, который совмещает простоту стандартного квантово-механического подхода вследствие использования плоских волн и фундаментальность квантового теоретико-полевого подхода, использующего волновые пакеты. Предлагаемый формализм основан на диаграммной технике Фейнмана в координатном представлении, дополненной модифицированными правилами перехода к импульсному представлению, которые учитывают геометрию экспериментов по наблюдению осцилляций нейтрино и нейтральных мезонов. Эффективно это приводит к тому, что только фейнмановский пропагатор частицы в импульсном представлении заменяется на т.н. зависящий от времени пропагатор, в то время как остальные правила Фейнмана в импульсном представлении удается сохранить неизменными. Поэтому вычисления в данном подходе очень напоминают стандартные вычисления в рамках фейнмановской диаграммной техники. Подход основан на работах Фейнмана [13, 14], был предложен в работе [15] и развит в работах [16–19].

В процессе разработки нового формализма были решены следующие задачи:

Продемонстрирована применимость нового формализма для описания различных типов процессов, происходящих на конечных пространственно-временных интервалах. Во-первых, рассмотрен распад нестабильной скалярной частицы на фиксированном макроскопическом расстоянии от источника. Во-вторых, рассчитаны вероятности процессов осцилляций нейтрино, где нейтрино рождается либо в трехчастичном распаде через взаимодействие со слабым заряженным током ядра, либо в двухчастичном распаде пиона, а детектируется через взаимодействие только со слабым заряженным током ядра или од-

новременно со слабыми заряженным и нейтральным токами электрона. В-третьих, предлагаемый подход применен для описания осцилляций странных нейтральных мезонов. Показано, что развиваемый способ описания позволяет просто и последовательно воспроизвести хорошо известные результаты для вероятностей этих процессов.

Также в рассматриваемом подходе изучены эффекты локализации и когерентности в процессах осцилляций нейтрино. Поскольку все участвующие в этих процессах частицы считаются имеющими определенный импульс, декогеренция может быть следствием разброса рожденных нейтрино по импульсам и спектральной характеристики процесса регистрации. В диссертации найдена длина когерентности осцилляций нейтрино в новом подходе и проведено сравнение механизма ее возникновения и численных значений с результатами стандартного описания.

Положения, выносимые на защиту

1. Процессы, происходящие на конечных пространственно-временных интервалах, могут быть последовательно описаны в рамках квантовой теории поля с помощью нового пертурбативного формализма, основанного на технике диаграмм Фейнмана в координатном представлении, дополненной модифицированными правилами перехода к импульсному представлению, которые учитывают условия экспериментов по наблюдению таких процессов.
2. Вычисленная в рамках разработанного формализма в приближении нулевых масс нейтрино вероятность процессов осцилляции нейтрино, в которых нейтрино детектируется через взаимодействие только со слабым заряженным током, представляется в виде произведения дифференциальной вероятности рождения безмассового флейворного состояния нейтрино с импульсом, направленным от источника к детектору, вероятности взаимодействия этого состояния нейтрино в детекторе и стандартного зависящего от расстояния осциллирующего фактора. В то же время в процессах, где регистрация осуществляется через взаимодействие одновременно с заряженным и нейтральным токами, осциллирующие факторы остаются включенными в выражение для вероятности процесса детектирования.
3. Вид осцилляционной картины, найденной в разработанном формализме с помощью численных расчетов, зависит как от процесса рождения, так и от процесса детектирования нейтрино, причем осцилляционная картина затухает с расстоянием. Длина когерентности осцилляций нейтрино, рожденных в трехчастичных распадах, вследствие разброса этих нейтрино по импульсам оказывается много меньше длины, предсказываемой на основе квантовой неопределенности импульса нейтрино в стандартном квантово-механическом подходе.
4. Вычисленная в рамках нового формализма вероятность процесса осцилляции нейтральных K -мезонов факторизуется на дифференциальную вероятность рождения короткоживущего каона с импульсом, направленным от источника к детектору, вероятность распада этой частицы на два π -мезона и стандартный множитель, представляющий собой сумму зависящих от времени осциллирующих и экспоненциально затухающих членов.

Личный вклад автора

Все результаты, выносимые на защиту (в том числе изложенные в работах, выполненных в соавторстве), получены лично автором диссертации. Во всех опубликованных работах вклад автора является основополагающим.

Научная новизна

Научная новизна диссертационной работы отражена в положениях, выносимых на защиту. Она включает в себя развитие нового метода описания процессов конечной длительности, происходящих на конечных макроскопических расстояниях. Развитый пертурбативный формализм, основанный на диаграммной технике Фейнмана в координатном представлении и мотивированный лишь необходимостью учета конкретной экспериментальной ситуации, позволяет последовательно описывать такие процессы, как осцилляции нейтрино и нейтральных каонов.

Практическая ценность

Развитый в диссертации подход позволяет значительно упростить вычисления амплитуд и вероятностей процессов осцилляции по сравнению с существующими подходами с использованием волновых пакетов, потому что в его рамках описание ведется в терминах плоских волн, а волновые пакеты, описывающие локализацию частиц, оказываются ненужными. Фактически процедура нахождения амплитуд и вероятностей процессов очень похожа на стандартные вычисления в рамках диаграммной техники Фейнмана в импульсном представлении. Развитый формализм позволяет легко и, что немаловажно, последовательно воспроизвести основные экспериментально подтвержденные результаты стандартного квантово-механического описания в терминах плоских волн, которое представляется противоречивым.

Методология и методы исследования

В работе используется единый последовательный подход, основанный на методах квантовой теории поля, где взаимодействие частиц описывается с помощью лагранжиана взаимодействия Стандартной модели, а их распространение — с помощью причинной функции Грина [13, 14]. Длины когерентности осцилляций нейтрино находятся по аналогии с интерференцией монохроматического света в оптике с помощью функции видности.

Степень достоверности и апробация результатов

Обоснованность и достоверность результатов диссертации обусловлена тем, что они получены с помощью апробированных методов современной теоретической физики. Расчеты проводились и проверялись при использовании хорошо известных и отлично себя зарекомендовавших пакетов аналитических вычисления ComPHEP и REDUCE. Показано, что предлагаемый подход к описанию процессов конечной длительности позволяет верно воспроизвести общеизвестные и экспериментально подтвержденные предсказания стандартного формализма.

Основные результаты диссертации опубликованы в 4 печатных работах [16–19] в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Scopus, Web of Science, RSCI, и были доложены на следующих научных конференциях:

- «Молодежная конференция по теоретической и экспериментальной физике, приуроченная к празднованию 75-летия НИЦ „Курчатовский институт“» (20–23 ноября 2017, НИЦ «Курчатовский институт» — ИТЭФ, Москва, Россия);
- «Ломоносовские чтения — 2018» (16–24 апреля 2018, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия);
- «IV International Conference on Particle Physics and Astrophysics» (22–26 октября 2018, НИЯУ «МИФИ», Москва, Россия);
- «Молодежная конференция по теоретической и экспериментальной физике — 2018» (26–29 ноября 2018, НИЦ «Курчатовский институт» — ИТЭФ, Москва, Россия);
- «Ломоносовские чтения — 2019» (15–25 апреля 2019, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия);
- «19th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics» (22–28 августа 2019, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия);
- «Международная Боголюбовская конференция „Проблемы теоретической и математической физики“, посвященная 110-летию со дня рождения Н.Н. Боголюбова» (9–13 сентября 2019, Москва-Дубна, Россия);
- «The XXIV International Workshop High Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP’2019)» (22–29 сентября 2019, Сочи, Россия).

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из Введения, четырех глав, Заключения и Приложения. Полный объем диссертации составляет 94 страницы текста с 9 рисунками. Список литературы содержит 46 наименований.

Содержание работы

Во **Введении** описывается степень разработанности темы диссертации и обосновывается актуальность исследований в данном направлении, формулируются цели и задачи работы, приводятся основные научные результаты, полученные в диссертации, обосновывается научная новизна, практическая значимость и достоверность результатов работы, описывается методология исследования, приводится список публикаций и докладов на конференциях, на которых были представлены результаты выполненных исследований, приводится структура, объем и краткое содержание диссертации.

Первая глава дает краткий обзор стандартных способов описания процессов, происходящих на конечных пространственно-временных интервалах, на примере осцилляций нейтрино [5]. Это квантово-механический подход в терминах плоских волн (стандартный и

строгий вывод), квантово-механический подход в терминах волновых пакетов и квантовый теоретико-полевой подход в терминах волновых пакетов. Обсуждаются их основные положения, результаты и проблемы.

Осцилляции нейтрино — хорошо известное и экспериментально подтвержденное явление квантовой природы, широко обсуждаемое в теоретической физике. Существование осцилляций нейтрино было предсказано Б. Понтекорво [2, 20] в конце 1950-х годов по аналогии с осцилляциями $K^0-\bar{K}^0$. Эти осцилляции обычно понимаются как переход нейтрино одного аромата в нейтрино другого аромата в зависимости от пройденного расстояния [5–7].

Рассмотрим рождение и регистрацию нейтрино через взаимодействие со слабым заряженным током. В стандартном выводе вероятности осцилляций нейтрино в рамках квантово-механического подхода в терминах плоских волн постулируется, что в слабом взаимодействии рождается флейворное состояние нейтрино ν_α , которое является суперпозицией массовых состояний нейтрино ν_k , т.е.

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle, \quad \alpha = e, \mu, \tau,$$

где $U_{\alpha k}$ — матрица смешивания нейтрино (матрица Понтекорво-Маки-Накагавы-Сакавы). Массовые состояния нейтрино ν_k являются собственными состояниями свободного гамильтониана. Уравнение Шредингера предполагает, что массовые состояния нейтрино эволюционируют во времени как плоские волны. Отсюда можно получить, что рожденное в момент времени $t = 0$ флейворное состояние, т.е. состояние с определенным ароматом, эволюционирует во времени, становясь при $t > 0$ суперпозицией разных флейворных состояний. Коэффициенты этого разложения представляют собой амплитуды переходов из одного флейвора в другой как функции времени. Вероятность перехода тогда дается квадратом модуля соответствующей амплитуды. Считая нейтрино ультрарелятивистскими и имеющими одинаковый импульс, получаем вероятность осцилляций в виде

$$P_{\alpha\beta}(E, L) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{\substack{k,j=1 \\ k>j}}^3 \operatorname{Re} [U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E} \right) + \\ + 2 \sum_{\substack{k,j=1 \\ k>j}}^3 \operatorname{Im} [U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin \left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \right).$$

Строгий вывод вероятности осцилляций нейтрино в плосковолновом приближении учитывает зависимость амплитуд рождения и детектирования нейтрино от их масс. Для этого строятся т.н. флейворные нейтринные состояния рождения и детектирования, также являющиеся суперпозициями массовых состояний нейтрино, но с дополнительными весами, пропорциональными матричным элементам взаимодействия. Получающаяся вероятность осцилляций имеет тот же вид, как показано выше, но с дополнительными факторами, которые влияют на амплитуду осцилляций, но не на фазу. В экспериментах, не чувствительных к разнице масс нейтрино, выражение сводится к приведенному выше.

Приближение плоских волн в квантово-механическом подходе к описанию осцилляций нейтрино не является полностью последовательным, потому что закон сохранения энергии-импульса не может выполняться одновременно для различных массовых нейтрино-

но с определенным импульсом, и образование суперпозиции различных массовых нейтрино оказывается запрещено.

Квантово-механический подход в терминах волновых пакетов призван решить данную проблему. Распределение нейтрино по импульсам считается узким, но при этом покрывающим разницу масс нейтрино, что позволяет разным массовым состояниям нейтрино рождаться когерентно и, следовательно, делает осцилляции возможными. Данное распределение объясняется квантово-механической неопределенностью импульса нейтрино и связано с пространственной локализацией процессов рождения и детектирования. Пренебрегая чувствительностью эксперимента к разнице масс нейтрино и считая нейтрино ультрарелятивистскими, можно найти вероятность осцилляций:

$$P_{\alpha\beta}(E, \vec{L}) = \sum_{k,j=1}^3 U_{\alpha k}^* U_{\alpha j} U_{\beta k} U_{\beta j}^* \exp \left[-2\pi i \frac{L}{L_{kj}^{\text{osc}}} - \left(\frac{L}{L_{kj}^{\text{coh}}} \right)^2 - 2\pi^2 \left(1 - \frac{\vec{L}\vec{\xi}}{L} \right)^2 \left(\frac{\sigma_x}{L_{kj}^{\text{osc}}} \right)^2 \right],$$

где $L_{kj}^{\text{osc}} = 4\pi E / \Delta m_{kj}^2$ — стандартные длины осцилляций, и введены длины когерентности

$$L_{kj}^{\text{coh}} = \frac{4\sqrt{2}E^2}{|\Delta m_{kj}^2|} \sigma_x.$$

Здесь σ_x — эффективная пространственная неопределенность процесса, а $\vec{\xi}$ определяется соотношением $\frac{\vec{\xi}}{2E} = - \frac{\partial \vec{p}_k}{\partial m_k^2} \Big|_{m_k=0}$, где $\vec{p}_k$ — средний импульс вклада k -го массового нейтрино в амплитуду перехода.

Первый член под знаком экспоненты в выражении для вероятности осцилляций воспроизводит стандартный результат; второй член называется членом когерентности, а третий — членом локализации. Последние два члена представляют собой поправки, возникающие из-за того, что частицы описываются волновыми пакетами.

Член локализации подавляет осцилляции, возникающие вследствие Δm_{kj}^2 , если $\sigma_x \gtrsim L_{kj}^{\text{osc}}$. Это значит, что для того, чтобы измерить интерференцию массовых компонент нейтрино ν_k и ν_j , процессы рождения и детектирования должны быть локализованы в пространственно-временных областях много меньших, чем длина осцилляций L_{kj}^{osc} . Фактически это требование выполняется во всех экспериментах по осцилляциям нейтрино.

Член когерентности подавляет интерференцию массовых состояний нейтрино ν_k и ν_j на расстояниях, больших соответствующей длины когерентности, т.е. $L \gg L_{kj}^{\text{coh}}$. Это подавление происходит по причине разделения волновых пакетов разных массовых состояний нейтрино, которые распространяются с разными скоростями. Когда волновые пакеты ν_k и ν_j расходятся так сильно, что уже не перекрываются в области регистрации, массовые состояния нейтрино ν_k и ν_j не могут быть поглощены когерентно [21, 22]. В таком случае только одно из двух массовых состояний нейтрино дает вклад в процесс детектирования, и эффект интерференции, который создает осцилляции, отсутствует.

Квантово-механический подход в терминах волновых пакетов позволяет обойти проблему, связанную с нарушением закона сохранения энергии-импульса, которая возникала в квантово-механическом подходе в терминах плоских волн. Однако этот подход не представляется достаточно убедительным и фундаментальным.

В рамках квантового теоретико-полевого подхода к описанию осцилляций нейтрино в терминах волновых пакетов внешние (начальные и конечные) частицы описываются волновыми пакетами, а массовые состояния нейтрино, распространяющиеся из области рож-

дения в детектор, которые макроскопически разделены в пространстве-времени, считаются виртуальными и описываются пропагатором. Поскольку энергии и импульсы внешних частиц точно не определены, вклады от распространения разных массовых собственных состояний нейтрино могут интерферировать, приводя к осцилляциям.

Рассмотрим единый процесс рождения и детектирования, который можно условно записать как

$$\begin{array}{c} P_I \rightarrow P_F + l_\alpha^+ + \nu_\alpha \\ \downarrow \\ \nu_\beta + D_I \rightarrow D_F + l_\beta^- . \end{array}$$

Используя теорему Гримуса-Штокингер [9], которая фактически устанавливает, что отклонение виртуальной частицы, распространяющейся на макроскопическое расстояние, от массовой поверхности очень мало, и вновь считая нейтрино ультрарелятивистскими, получаем вероятность процесса в виде

$$P_{\alpha\beta}(E, \vec{L}) = \sum_{k,j=1}^3 U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp \left[-2\pi i \frac{L}{L_{kj}^{\text{osc}}} - \left(\frac{L}{L_{kj}^{\text{coh}}} \right)^2 - 2\pi^2 \omega \zeta^2 \left(\frac{\sigma_x}{L_{kj}^{\text{osc}}} \right)^2 \right],$$

где длины осцилляций L_{kj}^{osc} вновь даются стандартным выражением (с поправкой на то, каким образом определена величина E эффективной энергии нейтрино), а длины когерентности L_{kj}^{coh} здесь определяются как

$$L_{kj}^{\text{coh}} \equiv \sqrt{\omega} \frac{4\sqrt{2}E^2}{|\Delta m_{kj}^2|} \sigma_x ,$$

где ζ — безразмерный параметр порядка единицы, а ω — параметр тем больший, чем меньшую скорость имеют частицы, принимающие участие в процессе рождения (или детектирования). Эти величины определяются свойствами рассматриваемого процесса. Таким образом, данный подход в целом воспроизводит результат квантово-механического описания в терминах волновых пакетов, лишь в длинах когерентности и перед членом локализации появляются дополнительные факторы.

Проблемой квантового теоретико-полевого подхода в терминах волновых пакетов является очевидная громоздкость вычислений в его рамках. Так получается главным образом из-за использования волновых пакетов, описывающих локализацию участвующих в процессе частиц. Необходимость прибегать к волновым пакетам, в свою очередь, обуславливается тем, что стандартный S-матричный формализм плохо приспособлен для описания процессов, происходящих на конечных расстояниях и за конечное время.

Во **второй главе** новый подход излагается на примере простейшего случая скалярного поля [18]. Сначала определяется зависящий от расстояния, а затем зависящий от времени скалярный пропагатор в импульсном представлении (как в системе отсчета детектора, так и в лоренц-ковариантной форме). Затем выводится аналог теоремы Гримуса-Штокингер в рассматриваемом подходе. Полученные результаты применяются для рассмотрения конкретного процесса, происходящего на конечном пространственно-временном интервале — распада нестабильной скалярной частицы, π^+ -мезона, на фиксированном макроскопическом расстоянии от источника. Подробно описывается вычислительная процедура, находится вероятность этого процесса.

Здесь и далее мы работаем в рамках минимального расширения Стандартной модели правыми синглетами нейтрино. Рассматривается процесс, в котором π^+ -мезон, появившийся в точке x в результате реакции фоторождения $p + \gamma \rightarrow n + \pi^+$, распространяется на фиксированное макроскопическое расстояние L от источника и распадается в точке y на мюон и массовое собственное состояние нейтрино ν_i . Промежуточный пион является виртуальной частицей и описывается пропагатором. Как это принято в диаграммной технике Фейнмана, мы предполагаем, что начальные и конечные частицы описываются плоскими волнами, т.е. имеют определенные импульсы.

Отвлечемся сначала от нестабильной природы пиона. Амплитуда в координатном представлении, соответствующая этому процессу, может быть легко выписана по обычным правилам Фейнмана в координатном представлении. Для перехода в импульсное представление, в соответствии с предписанием стандартной S-матричной теории ([23], §24), необходимо было бы проинтегрировать эту амплитуду по координатам x и y точек взаимодействия по всему пространству Минковского. Это значит, что при стандартном S-матричном описании в действительности рассматривается процесс, который происходит во всем пространстве-времени, и найденная в итоге вероятность процесса будет вероятностью в единице объема в единицу времени.

Однако такое интегрирование привело бы к потере информации о пространственно-временном интервале между событиями рождения и распада, в то время как постановка эксперимента предполагает, что расстояние между точкой рождения и точкой распада остается постоянным. Для того, чтобы обобщить стандартный формализм матрицы рассеяния на случай процессов, происходящих на фиксированных расстояниях, требуется модифицировать интегрирование таким образом, чтобы оно учитывало фиксированное расстояние между точками рождения и распада пиона. Это может быть сделано путем введения под знак интеграла по x и y дельта-функции $\delta(\vec{n}(\vec{y} - \vec{x}) - L)$, где $\vec{n}$ — единичный вектор, направленный от источника к детектору. Поступая так, мы фиксируем расстояние L между точками взаимодействия вдоль прямой, соединяющей источник и детектор, и только потом интегрируем амплитуду по координатам x и y по пространству-времени Минковского. Таким образом, совершенно так же, как и в стандартном S-матричном формализме, мы рассматриваем процесс, происходящий во всем пространстве-времени, но расстояние между точками рождения и распада в направлении импульса пучка пионов теперь фиксировано дельта-функцией.

Введение дополнительной дельта-функции формально эквивалентно замене стандартного фейнмановского пропагатора $D^c(y - x)$ скалярной частицы в координатном представлении на произведение $D^c(y - x) \delta(\vec{n}(\vec{y} - \vec{x}) - L)$. Фурье-преобразование последнего выражения дает нам *зависящий от расстояния пропагатор скалярной частицы в импульсном представлении*:

$$D^c(p_\pi, L, \vec{n}) \equiv \int d^4z e^{ip_\pi z} D^c(z) \delta(\vec{n}\vec{z} - L).$$

Этот интеграл может быть вычислен точно. Необходимо подчеркнуть, что зависящий от расстояния пропагатор имеет смысл только для макроскопических расстояний L .

В работе В. Гримуса и П. Штокинтера [9] была строго доказана теорема, что описываемые пропагаторами виртуальные частицы, распространяющиеся на макроскопические расстояния, находятся почти на массовой поверхности. В этом приближении выражение

для зависящего от расстояния скалярного пропагатора принимает простой вид

$$D^c(p_\pi, L, \vec{n}) \approx \frac{i}{2\vec{p}_\pi \vec{n}} e^{-i \frac{m_\pi^2 - p_\pi^2}{2\vec{p}_\pi \vec{n}} L}.$$

Зависящий от расстояния пропагатор в импульсном представлении позволяет сохранить стандартную диаграммную технику Фейнмана в импульсном представлении, просто заменив фейнмановский пропагатор этим модифицированным пропагатором.

Однако оказывается, что более фундаментальным и более удобным для вычислений в чисто техническом плане является зависящий от времени пропагатор. Он получается путем введения в интеграл от амплитуды процесса по координатам вершин взаимодействия x и y дельта-функции $\delta(y^0 - x^0 - T)$, которая фиксирует промежуток времени T между событиями рождения пиона и его распада. Фиксирование временного промежутка T вместо расстояния L между этими событиями — это технический прием, который удобен для развития последовательного формализма. Для частицы, находящейся почти на массовой поверхности, находим *зависящий от времени скалярный пропагатор* в виде

$$D^c(p_\pi, T) \approx \frac{i}{2p_\pi^0} e^{-i \frac{m_\pi^2 - p_\pi^2}{2p_\pi^0} T}.$$

В рассматриваемом подходе удастся получить аналог теоремы Гримуса-Штокингера. Теорема возникает вследствие того, что построенная с помощью модифицированного пропагатора в импульсном представлении амплитуда является фактически амплитудой в единицу времени регистрации. Для нахождения амплитуды реального процесса, имеющего конечную длительность регистрации, нужно проинтегрировать эту амплитуду по времени. Анализ получающегося выражения для амплитуды показывает, что существенно отличный от нуля вклад в результирующую амплитуду дают только те частицы, которые очень близки к массовой поверхности, что и является утверждением теоремы Гримуса-Штокингера.

Такое обобщение фейнмановского пространственно-временного описания процессов взаимодействия элементарных частиц можно сформулировать в лоренц-ковариантной форме, если ввести 4-вектор скорости наблюдателя λ . В этом случае промежуток времени между событиями рождения и распада частицы нужно фиксировать путем введения под знак интеграла дельта-функции $\delta(\lambda(y - x) - T)$, что приводит нас к аналогичному приближенному выражению для модифицированного пропагатора, где p_π^0 заменяется на скалярное произведение λp_π .

Вернемся теперь к тому факту, что пион является нестабильной частицей. Тогда вместо фейнмановского пропагатора скалярного поля необходимо рассматривать точный перенормированный пропагатор и именно его подставлять в определение модифицированного пропагатора. Для близкого к массовой поверхности пиона это дает

$$D_e(p_\pi, T) \approx \frac{i}{2p_\pi^0} e^{-i \frac{m_\pi^2 - p_\pi^2 - im_\pi \Gamma}{2p_\pi^0} T},$$

где Γ — ширина пиона.

Записывая амплитуду процесса с этим пропагатором,

$$M^{(i)} = i \frac{G_F}{2\sqrt{2}p_\pi^0} \cos \theta_C f_\pi \varphi_\pi m_{(\mu)} U_{2i}^* e^{-i \frac{m_\pi^2 - p_\pi^2 - im_\pi \Gamma}{2p_\pi^0} T} \bar{\nu}_i(q_2) (1 - \gamma^5) v(q_1) M_P(k, P_1, p_\pi, P_2),$$

и находя ее квадрат модуля, обнаруживаем, что вследствие простой структуры скалярного пропагатора она факторизуется. В формуле для амплитуды G_F есть константа Ферми, θ_C — угол Кабиббо, f_π — константа распада пиона размерности массы, φ_π — (постоянная) волновая функция пиона, $m_{(\mu)}$ — масса мюона, $M_F(k, P_1, p_\pi, P_2)$ обозначает амплитуду фоторождения π -мезона; k, P_1, P_2, p_π, q_1 и q_2 есть 4-импульсы фотона, протона, нейтрона, промежуточного виртуального пиона, антимюона и i -го массового состояния нейтрино, соответственно.

Для нахождения вероятности процесса, следуя предписанию стандартного пертурбативного подхода матрицы рассеяния, нам следовало бы умножить квадрированную амплитуду на дельта-функцию сохранения энергии-импульса и проинтегрировать результат по фазовому объему конечных частиц. Однако поскольку p_π определяется лишь законом сохранения 4-импульса в вершине рождения, такое интегрирование привело бы к вариации в направлении импульса p_π виртуальных пионов. Это противоречит условиям наблюдения процесса, где виртуальные π -мезоны распространяются в направлении, определяемом взаимным расположением источника и детектора. Таким образом, нам нужно вычислить дифференциальную вероятность процесса при p_π , зафиксированном экспериментальной ситуацией.

Введем 4-импульс p промежуточных пионов: $p^2 = m_\pi^2$, вектор $\vec{p}$ удовлетворяет закону сохранения энергии-импульса в вершине рождения и, согласно нашему предположению, направлен от источника к детектору. Требуемая дифференциальная вероятность может быть получена путем умножения квадрата модуля амплитуды, кроме дельта-функции закона сохранения энергии-импульса, еще и на дельта-функцию $2\pi\delta(p_\pi - p)$, которая фиксирует импульс промежуточных пионов; множитель 2π перед этой дельта-функцией является геометрическим фактором, возникающим вследствие аксиальной симметрии системы. Лишь после этого следует провести интегрирование по фазовому объему конечных частиц в соответствии со стандартными правилами расчета вероятностей.

Благодаря факторизации квадрированной амплитуды, факторизуется и искомая дифференциальная вероятность. Теперь, когда импульс виртуальных пионов зафиксирован и равен $\vec{p}$, мы можем перейти от промежутка времени T к пройденному пионом до распада расстоянию L по формуле $T = Lp^0/|\vec{p}|$. Найденную дифференциальную вероятность теперь необходимо просуммировать по типу конечного нейтрино.

Наконец, мы видим, что экспериментальная ситуация задает только направление импульса промежуточного пиона, но не его модуль. Следовательно, чтобы найти вероятность процесса, требуется проинтегрировать дифференциальную вероятность, умноженную на $|\vec{p}|^2$, по $|\vec{p}|$ по всем его допустимым значениям. В нашем случае процесс рождения имеет двухчастичное конечное состояние, что означает, что абсолютные величины импульсов пиона и нейтрона уже зафиксированы законом сохранения энергии-импульса (различны могли бы быть только их направления). В результате дифференциальная вероятность является сингулярной величиной, и эта сингулярность устраняется интегрированием. Окончательный результат для вероятности всего процесса есть

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int \frac{d^3W}{d^3p} |\vec{p}|^2 d|\vec{p}| = \frac{dW_1}{d\Omega} W_2|_{|\vec{p}|=|\vec{p}|^*} e^{-\frac{m_\pi \Gamma}{|\vec{p}|^*} L},$$

где $d^3W/d^3p = d^3W/dp^1 dp^2 dp^3$ обозначает дифференциальную вероятность процесса, в котором виртуальный π -мезон имеет импульс $\vec{p}$ (это обозначение аналогично используемому в книге [24]), а $|\vec{p}|^*$ определяется законом сохранения энергии-импульса в вершине рож-

дения. Таким образом, мы получили, что дифференциальная вероятность $dW/d\Omega$ всего процесса целиком есть произведение дифференциальной вероятности $dW_1/d\Omega$ рождения π -мезона с импульсом, направленным в сторону детектора, вероятности W_2 его распада и стандартного экспоненциального фактора, описывающего вероятность пиону достигнуть детектора. Это находится в полном согласии с результатами, ожидаемыми из физических соображений.

Третья глава посвящена описанию осцилляций нейтрино. Аналогично тому, как это делалось для скалярного поля, строится зависящий от времени пропагатор спинорного поля в импульсном представлении. При помощи него сначала описываются процессы осцилляций нейтрино, в которых нейтрино рождается и регистрируется через взаимодействие со слабыми заряженными токами ядер [16, 18, 19]. Для таких процессов находится полная вероятность детектирования электрона в рассматриваемом процессе. Обсуждаются примеры таких процессов: рождение нейтрино в распадах ядер ^{15}O и ^{13}N , по отдельности и в комбинации, а регистрация в хлор-аргоновом и галлий-германиевом детекторах. Находятся длины когерентности для выбранных в качестве примера процессов и обсуждается отличие причин затухания осцилляций в новом подходе и в стандартном.

Далее идет рассмотрение осцилляций нейтрино, где рождение нейтрино происходит опять же в слабом распаде ядра, а детектирование осуществляется через взаимодействие со слабыми заряженным и нейтральным токами электрона [16, 19]. Находятся осциллирующие вероятности процессов. Рассматриваются примеры, где нейтрино рождается в распадах ядер ^{15}O и ^{13}N , по отдельности и в комбинации, а регистрируется черенковским детектором. Вычисляются соответствующие длины когерентности.

Наконец, обсуждаются процессы осцилляций нейтрино, недиагональные по лептонному аромату [17]. А именно, рассматриваются процессы, где нейтрино рождается в мюонном распаде пиона, а детектируется через взаимодействие либо со слабым заряженным током ядра, либо со слабыми заряженным и нейтральным токами электрона. В отличие от обсуждавшихся ранее процессов осцилляций нейтрино, где начальное ядро распадается на три частицы, здесь конечное состояние подпроцесса рождения является двухчастичным. Для этого случая также проведен анализ механизма возникновения длины когерентности.

Итак, в рассматриваемом подходе осцилляции нейтрино представляют собой интерференционный процесс, обусловленный тремя типами нейтрино в промежуточном состоянии, а важной характеристикой таких процессов является длина когерентности. В квантово-механическом подходе в терминах волновых пакетов длина когерентности появляется вследствие квантовой неопределенности импульса состояний нейтрино. Причем там рассматриваются только такие пучки нейтрино, которые могут считаться монохроматическими на расстояниях от источника много меньших длины когерентности.

Рассмотрим процессы осцилляций нейтрино, рожденных в трехчастичных слабых распадах ядер, где данное приближение монохроматичности не выполняется. В обсуждаемом квантовом теоретико-полевоом подходе у состояний нейтрино нет неопределенности импульса, поскольку все частицы, как и в стандартной фейнмановской диаграммной технике, описываются плоскими волнами. По этой причине затухание осцилляционной картины в данном подходе может быть следствием только разброса по импульсам рождающихся нейтрино и спектральной характеристики процесса регистрации.

Руководствуясь теми же соображениями, что и при определении зависящего от времени скалярного пропагатора, построим *зависящий от времени пропагатор i -го массового собственного состояния нейтрино в импульсном представлении*. Для частицы, находя-

щейся вблизи массовой поверхности, вследствие теоремы Гримуса-Штокингер, получаем выражение

$$S_i^c(p_n, T) = i \frac{\hat{p}_n + m_i}{2p_n^0} e^{-i \frac{m_i^2 - p_n^2}{2p_n^0} T},$$

где p_n — 4-импульс виртуального массового собственного состояния нейтрино.

Используя данный пропагатор, можно записать амплитуду в импульсном представлении, соответствующую процессу, в котором промежуток времени между событиями рождения и детектирования фиксирован и равен T . Массами нейтрино можно пренебречь всюду, кроме показателя экспоненты в пропагаторе. В амплитуду процесса дают вклад все три массовых состояния нейтрино, поэтому она должна быть просуммирована по всем трем этим состояниям. Таким образом, имеем:

$$M = -i \frac{G_F^2}{4p_n^0} \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^2 e^{-i \frac{m_i^2 - p_n^2}{2p_n^0} T} J_\rho^{(2)}(P^{(2)}, P^{(2')}) \times \\ \times \bar{u}(k) \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \hat{p}_n \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(q) J_\mu^{(1)}(P^{(1)}, P^{(1')}),$$

где q , k и p_n есть 4-импульсы позитрона, электрона и промежуточного виртуального нейтрино, а $P^{(1)}$ и $P^{(1')}$ ($P^{(2)}$ и $P^{(2')}$) — начального и конечного ядер в процессе рождения (детектирования), соответственно; $J_\mu^{(1)}$ и $J_\rho^{(2)}$ обозначают матричные элементы слабого заряженного адронного тока для этих процессов.

Вычисления показывают, что квадрат модуля амплитуды факторизуется в используемом нами приближении нулевых масс нейтрино при том условии, что нейтрино находится почти на массовой поверхности. Следуя сформулированному методу, для нахождения дифференциальной вероятности процесса, где импульс нейтрино задан условиями эксперимента, мы умножаем квадрированную амплитуду на дельта-функцию закона сохранения 4-импульса и на дельта-функцию $2\pi\delta(p_n - p)$, фиксирующую импульс промежуточных нейтрино, где $p^2 = 0$, вектор $\vec{p}$ направлен от источника к детектору и удовлетворяет закону сохранения энергии-импульса в вершине рождения. После этого следует проинтегрировать полученное выражение по фазовому объему конечных частиц и ядер.

Дифференциальная вероятность процесса факторизуется, поскольку квадрат модуля амплитуды представляется в виде произведения. Теперь, когда импульс виртуальных нейтрино фиксирован, мы можем перейти от времени T к пройденному нейтрино расстоянию L по обычной формуле. В результате имеем

$$\frac{d^3W}{d^3p} = \frac{d^3W_1}{d^3p} W_2 P_{ee}(|\vec{p}|, L).$$

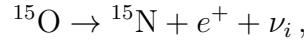
Таким образом, получено, что дифференциальная вероятность всего процесса d^3W/d^3p есть произведение дифференциальной вероятности d^3W_1/d^3p рождения нейтрино с определенным импульсом, вероятности его взаимодействия W_2 в детекторе и зависящего от расстояния осциллирующего фактора P_{ee} , который в стандартном подходе называется зависящей от расстояния вероятностью выживания электронного нейтрино. То есть мы в точности воспроизвели в рамках квантового теоретико-полевого подхода без использования волновых пакетов и флейворных состояний нейтрино результат стандартного подхода к описанию осцилляций нейтрино.

Условия эксперимента задают только направление импульса $\vec{p}$ промежуточных нейтрино, но не его модуль. Однако рассматриваемый процесс рождения нейтрино является

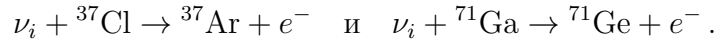
трехчастичным распадом, следовательно, импульс нейтрино может иметь разную абсолютную величину при заданном направлении. Чтобы учесть все возможные импульсы нейтрино, направленные от источника к детектору, требуется проинтегрировать найденную дифференциальную вероятность, умноженную на $|\vec{p}|^2$, по $|\vec{p}|$ в пределах от $|\vec{p}|_{\min}$ до $|\vec{p}|_{\max}$. Нижний предел интегрирования определяется порогом процесса детектирования, а верхний — законом сохранения энергии-импульса в вершине рождения. В результате получаем общую вероятность регистрации электрона в рассматриваемом процессе:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_{|\vec{p}|_{\min}}^{|\vec{p}|_{\max}} \frac{d^3W}{d^3p} |\vec{p}|^2 d|\vec{p}| = \int_{|\vec{p}|_{\min}}^{|\vec{p}|_{\max}} \frac{d^3W_1}{d^3p} W_2 P_{ee}(|\vec{p}|, L) |\vec{p}|^2 d|\vec{p}|.$$

Используем полученное выражение, чтобы рассмотреть несколько конкретных примеров. Сначала возьмем в качестве процесса рождения реакцию солнечного углеродного цикла



а детектирование будем проводить при помощи хлор-аргонового или галлий-германиевого детектора, т.е. в реакциях



В ядерной физике эти реакции рождения и детектирования относятся к так называемым разрешенным переходам [25]. В этом случае при расчете матричных элементов можно пренебречь положениями и импульсами нуклонов в ядре и считать, что нуклоны распадаются или взаимодействуют так, будто они находятся в покое. Соответственно, можно пренебречь зависимостью ядерных формфакторов от переданного импульса [25]. Также пренебрегая возможными вкладами возбужденных состояний конечных ядер, можно получить аналитическое выражения для произведения $\frac{d^3W_1}{d^3p} W_2$.

Провести интегрирование аналитически в найденном выражении не удалось даже в используемом нами достаточно грубом приближении. Результаты численного интегрирования для значений параметров [26]

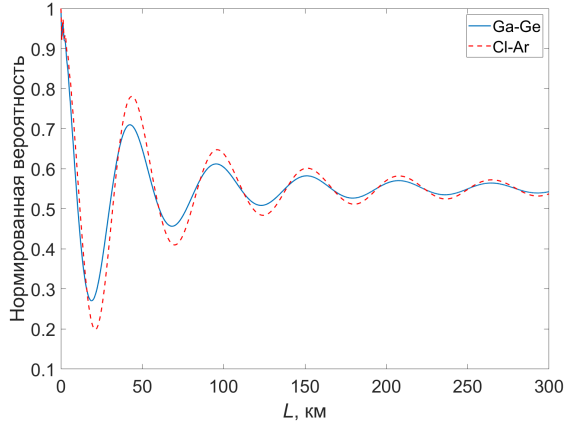
$$\Delta m_{21}^2 = 7,53 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2; \quad \Delta m_{32}^2 = 2,51 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2; \\ \theta_{12} = 0,587; \quad \theta_{13} = 0,146; \quad \theta_{23} = 0,702$$

представлены на Рисунке 1 (вероятность нормирована на свое значение в точке $L = 0$). Мы видим, что осцилляционная картина зависит от процесса детектирования, и осцилляции затухают с расстоянием, что означает существование длины когерентности в нашем подходе. Так происходит из-за распределения промежуточных нейтрино по импульсам. По аналогии с интерференцией немонахроматического света в оптике введем функцию видности

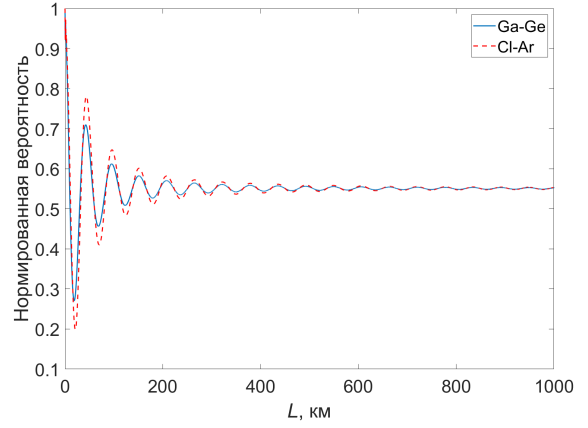
$$V(L) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$, $I_{\min}$ обозначают относительные вероятности регистрации нейтрино в соседних максимуме и минимуме осцилляционной картины. Если мы примем условие видности осцилляций как $V(L) > 0,1$ (что является общепринятым в оптике), то приходим к длинам когерентности

$$L_{\text{coh}}^{\text{Ga-Ge}} \approx 105 \text{ км}, \quad L_{\text{coh}}^{\text{Cl-Ar}} \approx 146 \text{ км}.$$



а) Расстояние L от 0 до 300 км.



б) Расстояние L от 0 до 1000 км.

Рис. 1: Нормированные вероятности процессов осцилляций нейтрино, рожденных в распаде ^{15}O и регистрируемых с помощью Cl-Ar и Ga-Ge детекторов.

В случае Ga-Ge импульсное распределение шире, чем для Cl-Ar, следовательно, Ga-Ge-осцилляции затухают быстрее, таким образом имея меньшую длину когерентности.

Следующим шагом будет сравнить процессы осцилляций нейтрино, рожденных в распадах ^{15}O или ^{13}N ,

$$^{13}\text{N} \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu_i,$$

а детектируемых хлор-аргоновым детектором. В результате численного интегрирования находим, что длина когерентности для ^{13}N -источника оказывается

$$L_{\text{coh}}^{\text{N}} \approx 158 \text{ км.}$$

Рассмотрим, наконец, более реалистичный комбинированный источник, где нейтрино рождаются в распадах ^{15}O и ^{13}N одновременно. Пусть регистрация снова производится хлор-аргоновым детектором. Когда нейтрино детектируется, невозможно отличить, пришло оно от ядра ^{15}O или ^{13}N . Соответственно, мы должны просуммировать вероятности для ^{15}O и ^{13}N с некоторыми весами. Вычисления показывают, что если источник находится в состоянии динамического равновесия, эти веса могут быть выбраны как 0,178 для вклада ^{15}O и 0,822 для вклада ^{13}N . Наложение осцилляционных картин от двух разных источников ведет к еще более быстрому затуханию осцилляций, и в этом случае длина когерентности составляет

$$L_{\text{coh}}^{\text{O+N}} \approx 142 \text{ км.}$$

Теперь перейдем к рассмотрению процесса осцилляций нейтрино, рожденных во взаимодействии с заряженным током ядра, как и в обсуждаемом выше случае, а детектируемых через взаимодействие с заряженным и нейтральным токами электрона. Вновь повторив описанную вычислительную процедуру, просуммировав вероятность по типу массового состояния нейтрино в конечном состоянии, которое ненаблюдаемо, получаем полную вероятность регистрации электрона в данном процессе

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_{|\vec{p}|_{\min}}^{|\vec{p}|_{\max}} \frac{d^3W}{d^3p} |\vec{p}|^2 d|\vec{p}| = \int_{|\vec{p}|_{\min}}^{|\vec{p}|_{\max}} \frac{d^3W_1}{d^3p} W_2 |\vec{p}|^2 d|\vec{p}|.$$

Здесь осциллирующий фактор не выделяется как отдельный множитель, как в случае регистрации через взаимодействие только с заряженным током, оставаясь включенным в вероятность W_2 процесса рассеяния нейтрального безмассового фермиона и электрона с образованием электрона и любого из массовых собственных состояний нейтрино. В приближении безмассовых нейтрино выражение для вероятности W_2 детектирования нейтрино удовлетворяет соотношению

$$W_2 = P_{ee} W_{\nu_{ee}} + (1 - P_{ee}) W_{\nu_{\mu e}} ,$$

получаемому для этой величины в рамках стандартного описания.

Далее рассматриваются эксперименты по осцилляциям нейтрино, где нейтрино рождаются в распадах ^{15}O или ^{13}N и регистрируются детектором черенковского излучения на водной основе. Для простоты мы предполагаем, что конечный электрон непременно детектируется, если его скорость превосходит скорость света в воде. Используя те же приближения, что и раньше, в результате численного интегрирования находим

$$L_{\text{coh}}^{\text{O}} \approx 80 \text{ км}, \quad L_{\text{coh}}^{\text{N}} \approx 75 \text{ км}.$$

Для комбинированного ^{15}O - и ^{13}N -источника получаем

$$L_{\text{coh}}^{\text{O+N}} \approx 32 \text{ км}.$$

Далее рассматриваются процессы осцилляций нейтрино, рождающихся в мюонном распаде π^+ -мезона. Это позволяет проиллюстрировать применимость предлагаемого подхода в случае переходов, недиагональных по лептонным ароматам, т.е. таких процессов осцилляций, где типы заряженных лептонов, образующихся в подпроцессах рождения и детектирования, не совпадают. Во-вторых, в таком случае подпроцесс рождения имеет двухчастичное конечное состояние (в отличие от обсуждавшегося выше трехчастичного). Такая постановка задачи наиболее близка к эксперименту T2K.

Сначала обсуждается процесс, где нейтрино детектируется через взаимодействие с заряженным и нейтральным токами электрона. Поскольку процесс рождения представляет собой двухчастичный распад, модули импульсов нейтрино и антимюона уже зафиксированы законом сохранения энергии-импульса. Это приводит к тому, что дифференциальная вероятность процесса оказывается сингулярной, и эта сингулярность устраняется интегрированием по модулю импульса нейтрино на конечном этапе. Окончательный результат для вероятности процесса выглядит следующим образом:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int \frac{d^3W}{d^3p} |\vec{p}|^2 d|\vec{p}| = \frac{dW_1}{d\Omega} W_2|_{|\vec{p}|=|\vec{p}|^*} ,$$

где $|\vec{p}|^*$ снова определяется законом сохранения энергии-импульса в вершине рождения. Вероятность W_2 детектирования в рассматриваемом случае может быть записана как

$$W_2 = P_{\mu e} W_{\nu_{ee}} + (1 - P_{\mu e}) W_{\nu_{\mu e}} ,$$

где $P_{\mu e}$ — выражение, которое в стандартном подходе называется зависящей от расстояния вероятностью перехода $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_e$. Таким образом, результат стандартного описания точно воспроизводится.

Поскольку в рассматриваемом случае процессом рождения является двухчастичный распад, а внешние частицы описываются плоскими волнами, промежуточные нейтрино

имеют определенный импульс, т.е., в отличие от трехчастичного распада, здесь отсутствует распределение нейтрино по импульсам. Соответственно, в этом случае формально затухания осцилляций не возникает, т.е. осцилляции в рассматриваемом подходе будут происходить, причем без затухания! Это является принципиальным отличием нового подхода от квантово-механического и квантового теоретико-полевого подходов в терминах волновых пакетов, где возникновение осцилляций обусловлено неопределенностью в импульсах нейтрино, позволяющей массовым собственным состояниям рождаться когерентно.

В реальности же, однако, исходные π -мезоны всегда имеют распределение по импульсам, что приводит к появлению распределения по импульсам у промежуточных нейтрино. Вероятность процесса можно получить, выполнив усреднение по импульсному распределению входящих π -мезонов. В этом случае модуль импульса виртуальных нейтрино уже не является фиксированным, что приводит к размытию интерференционной картины и появлению соответствующей длины когерентности.

Для процесса осцилляций нейтрино с таким же механизмом рождения и регистрацией через взаимодействие только с заряженным током ядра получаем

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int \frac{d^3W}{d^3p} |\vec{p}|^2 d|\vec{p}| = \frac{dW_1}{d\Omega} W_2|_{|\vec{p}|=|\vec{p}|^*} P_{\mu e}(|\vec{p}|^*, L),$$

что вновь воспроизводит результат стандартного подхода.

В **четвертой главе** разработанный формализм применяется для описания осцилляций нейтральных K -мезонов [18]. Этот случай является в каком-то смысле самым сложным: он совмещает в себе и нестабильность частицы, рассмотренную во второй главе, и осцилляции из-за интерференции амплитуд процессов с разными частицами в промежуточном состоянии, как в третьей главе. Для него находится осциллирующая вероятность процесса и показывается, что полученные результаты воспроизводят результаты стандартного формализма.

Итак, рассмотрим процесс, в котором K^0 -мезоны рождаются при облучении протонной мишени пучком π^- -мезонов, $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0$, потом они распространяются в течение времени T , которое мы считаем фиксированным, после чего распадаются на $\pi^+ \pi^-$ -пары.

Здесь промежуточными частицами с малой разницей масс, интерференция амплитуд с участием которых порождает осцилляции, являются короткоживущие и долгоживущие состояния каонов, K_S^0 и K_L^0 . Используя зависящий от времени пропагатор нестабильной скалярной частицы, полученный во второй главе, мы можем записать амплитуду процесса, которая будет содержать два слагаемых:

$$M = \frac{i}{2p_K^0} e^{-i \frac{m_S^2 - p_K^2 - im_S \Gamma_S}{2p_K^0} T} P_S(k, P_1, p_K, P_2) A_{+-,S} + \\ + \frac{i}{2p_K^0} e^{-i \frac{m_L^2 - p_K^2 - im_L \Gamma_L}{2p_K^0} T} P_L(k, P_1, p_K, P_2) A_{+-,L},$$

где $P_{S(L)}$ и $A_{+-,S(L)}$ есть амплитуды рождения и распада $K_{S(L)}^0$, а $k, P_1, P_2, p_K, q_1, q_2$ — 4-импульсы начального π^- -мезона, протона, Λ -гиперона, промежуточного виртуального K_S^0 (или K_L^0), π^+ -мезона, конечного π^- -мезона, соответственно.

Пренебрегая составной природой участвующих в процессе распада частиц, получаем

окончательно вероятность процесса в виде

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{dW_1}{d\Omega} W_2 \left[e^{-\frac{2m_S\Gamma_S}{m_S+m_L} t_p} + \left| \frac{P_L}{P_S} \right|^2 |\eta_{+-}|^2 e^{-\frac{2m_L\Gamma_L}{m_S+m_L} t_p} + \right. \\ \left. + 2 \left| \frac{P_L}{P_S} \right| |\eta_{+-}| e^{-\frac{m_S\Gamma_S+m_L\Gamma_L}{m_S+m_L} t_p} \cos((m_L - m_S) t_p - \phi_P - \phi_{+-}) \right] \Big|_{|\vec{p}|=|\vec{p}|^*},$$

где все выражено в терминах собственного времени t_p , приближенно определяемого как среднее собственных времен состояний K_S^0 и K_L^0 . Здесь параметры η_{+-} , ϕ_P , ϕ_{+-} определяются стандартно. Первый множитель в правой части есть дифференциальная вероятность рождения K_S^0 -мезона с импульсом, направленным в сторону детектора, а второй множитель — вероятность распада K_S^0 на пару $\pi^+\pi^-$.

Мы снова получили, что полная вероятность процесса имеет форму произведения вероятности образования нейтрального каона с нужным импульсом, вероятности его распада и фактора, имеющего как осциллирующую часть, так и затухающую, описывающую распад. Для $P_L = P_S$ и $P_L = -P_S$ это выражение точно совпадает с тем, что представлено в [4], §4.3, если пренебречь разницей между m_L и m_S во всех экспонентах.

В **Заключении** кратко сформулированы основные результаты работы и дальнейшие перспективы развития подхода.

Заключение

В рамках квантовой теории поля был разработан новый пертурбативный формализм, позволяющий описывать процессы, происходящие на конечных пространственных и временных интервалах. Он основан на диаграммной технике Фейнмана в координатном представлении, дополненной модифицированными правилами перехода к импульсному представлению, которые учитывают конкретную экспериментальную ситуацию. Эффективно это приводит к тому, что модифицируется пропагатор частицы в импульсном представлении, а стандартные правила Фейнмана в импульсном представлении удается оставить без изменений. При этом в подходе не используются волновые пакеты: начальные и конечные частицы описываются плоскими волнами, что существенно упрощает вычисления.

Исследуемые процессы рассматриваются в связке рождение-распространение-детектирование и описываются некоторой суммой «больших» диаграмм Фейнмана (т.е. где вершины взаимодействия разделены макроскопическим интервалом) с одинаковыми внешними линиями. Частицы, распространяющиеся на макроскопические расстояния, описываются модифицированными зависящими от расстояния или времени пропагаторами и считаются виртуальными, хотя они и находятся почти на массовой поверхности. Это обеспечивает выполнение закона сохранения энергии-импульса, несмотря на то, что частицы в промежуточных состояниях имеют разные массы. В формализме используются только массовые собственные состояния частиц, в то время как состояния с определенным ароматом оказываются избыточными и не привлекаются к описанию вовсе.

Были рассмотрены три вида процессов, происходящих на конечных пространственно-временных интервалах: распад нестабильной скалярной частицы вдали от источника, осцилляции нейтрино и осцилляции нейтральных каонов. Показано, что основные результаты стандартного описания этих явлений в точности воспроизводятся в рамках предлагаемого подхода. В частности, в результате численных расчетов показано, что вид картины

осцилляций нейтрино зависит как от процесса их рождения, так и от процесса регистрации, что находится в согласии с выводами стандартных подходов в терминах волновых пакетов.

Развиваемый формализм, как и обычное квантово-механическое описание, предсказывает затухание осцилляций нейтрино с расстоянием. В стандартном квантово-механическом подходе предполагается, что это подавление возникает из-за квантово-механической неопределенности импульса нейтрино. Однако в реалистичных постановках эксперимента всегда существует другой источник эффекта затухания. Это немонахроматичность промежуточных нейтрино, которая всегда имеет место в случае трехчастичного распада, даже если все участвующие частицы предполагаются имеющими определенные импульсы. Если процесс рождения имеет двухчастичное конечное состояние, разброс по импульсам рожденных нейтрино идет из разброса по импульсам начальных частиц и/или ядер. В любой реальной экспериментальной ситуации импульсное распределение нейтрино такого типа всегда присутствует и определяется спектральными характеристиками процессов рождения и детектирования. Эта причина размытия осцилляционной картины и учитывается в предлагаемом описании.

В рамках рассматриваемого подхода осцилляции нейтрино являются обычным интерференционным процессом, и длина когерентности найдена по аналогии с интерференцией немонахроматического света в оптике с помощью функции видности. Она полностью определяется процессами рождения и регистрации и не может быть разложена на длины когерентности для пар массовых состояний нейтрино. Длины когерентности найдены в явном виде для семи комбинаций конкретных процессов рождения и детектирования.

В целом, ширина обсуждаемого выше распределения много больше, чем у естественного распределения нейтрино по импульсам из-за квантово-механической неопределенности, рассматриваемой в стандартном подходе. Поэтому длина когерентности в нашем формализме оказывается много меньше длины, которая предсказывается в стандартном квантово-механическом подходе, и, следовательно, первая длина когерентности доминирует в эксперименте. Процесс декогеренции, вызываемый квантовой неопределенностью импульса нейтрино, также оказывает влияние на размытие осцилляционной картины, но им можно пренебречь по сравнению с более сильным эффектом из-за разброса по импульсам промежуточных нейтрино, учтенным в предлагаемом способе описания.

В развиваемом квантовом теоретико-полево-м подходе в терминах плоских волн отсутствует аналог члена локализации, который появляется в подходе к описанию осцилляций нейтрино в терминах волновых пакетов. Так происходит из-за того, что рассматриваемый формализм основан на предположении, что размеры источника и детектора нейтрино много меньше, чем расстояние между ними, что всегда выполняется в экспериментах по осцилляциям нейтрино с длинной базой. Поскольку длина когерентности порядка этого расстояния, это значит, что процессы рождения и регистрации локализованы в пространственно-временных областях много меньших, чем длина осцилляций. В стандартном описании это и есть точно то условие, при котором член локализации не подавляет осцилляции.

Существенное отличие обычных подходов в терминах волновых пакетов от развитого в диссертации состоит в том, что возникновение осцилляций частиц тут не обусловлено неточным выполнением закона сохранения энергии-импульса. В стандартном подходе неопределенность в импульсе массовых собственных состояний нейтрино меньшая, чем разница их масс, приводит к тому, что массовые состояния нейтрино не могут рождаться

когерентно, и осцилляции исчезают. В предлагаемом в данной работе способе описания сохранение энергии-импульса соблюдается точно, а все участвующие в процессе частицы имеют определенные импульсы. Однако осцилляции не исчезают. Более того, в случае, когда процесс рождения нейтрино представляет собой двухчастичный распад, промежуточные нейтрино не имеют распределения по импульсам, и поэтому осцилляции нейтрино не только присутствуют, но и формально не затухают с расстоянием. Это роднит развиваемый подход с квантово-механическим описанием в терминах плоских волн. В реальности, конечно, затухание всегда будет присутствовать ввиду того, что исходные распадающиеся частицы в любом случае имеют какое-то распределение по импульсам, которое будет приводить к появлению разброса по импульсам у самих нейтрино.

Заметим, что идеи, лежащие в основе разрабатываемого подхода, не являются совершенно новыми. Рассматриваемый формализм использует те же предположения, что и квантовое теоретико-полевое описание в терминах волновых пакетов [8], использует промежуточные виртуальные массовые собственные состояния частиц и объясняет осцилляции интерференцией соответствующих амплитуд. Предложенная техника фиксации временного интервала (или расстояния) между точками взаимодействия служит для упрощения вычислений, которые очень громоздки в случае подхода в терминах волновых пакетов. Квантовый теоретико-полевой подход в терминах плоских волн, имея своими достоинствами физическую прозрачность и техническую простоту, позволяет последовательно и строго описать осцилляции нейтрино и нейтральных мезонов и учесть эффект декогеренции из-за некогерентности пучка осциллирующих частиц.

В перспективе находится дальнейшее развитие предложенного подхода для описания осцилляций нейтрино в сильных внешних полях и плотных средах. Это представляет собой очень сложную, но интересную задачу.

Список работ, опубликованных автором по теме диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в 4 печатных работах в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus, RSCI, а также рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ по специальности 01.04.02 — «теоретическая физика»:

1. Egorov, V. O. Neutrino oscillation processes in a quantum-field-theoretical approach / V. O. Egorov, I. P. Volobuev // Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 97. — No. 9. — P. 093002.
2. Волобуев, И. П. Процессы нейтринных осцилляций с изменением лептонного аромата в квантовом теоретико-полево́м подходе / И. П. Волобуев, В. О. Егоров // ЖЭТФ. — 2019. — Т. 155. — № 5. — С. 839–846;
Volobuev, I. P. Neutrino Oscillation Processes with a Change of Lepton Flavor in Quantum Field-Theoretical Approach / I. P. Volobuev, V. O. Egorov // JETP. — 2019. — Vol. 128. — No. 5. — P. 713–719.
3. Волобуев, И. П. Квантовое теоретико-полево́е описание процессов, происходящих на конечных пространственных и временных интервалах / И. П. Волобуев, В. О. Егоров // ТМФ. — 2019. — Т. 199. — № 1. — С. 104–122;

Volobuev, I. P. Quantum field theory description of processes passing at finite space and time intervals / I. P. Volobuev, V. O. Egorov // Theor. Math. Phys. — 2019. — Vol. 199. — No. 1. — P. 562–576.

4. Egorov, V. O. Coherence length of neutrino oscillations in quantum field-theoretical approach / V. O. Egorov, I. P. Volobuev // Phys. Rev. D. — 2019. — Vol. 100. — No. 3. — P. 033004.

Список литературы

- [1] Pais, A. Note on the Decay and Absorption of the Θ^0 / A. Pais, O. Piccioni // Phys. Rev. — 1955. — Vol. 100. — No. 5. — P. 1487–1489.
- [2] Pontecorvo, B. Mesonium and anti-mesonium / B. Pontecorvo // Sov. Phys. JETP. — 1957. — Vol. 6. — No. 2. — P. 429–431.
- [3] Gribov, V. N. Neutrino astronomy and lepton charge / V. N. Gribov, B. Pontecorvo // Phys. Lett. B. — 1969. — Vol. 28. — No. 7. — P. 493–496.
- [4] Belušević, R. Neutral Kaons / R. Belušević // Springer Tracts Mod. Phys. — 1999. — Vol. 153. — P. 1–182.
- [5] Giunti, C. Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics / C. Giunti, C. W. Kim. — Oxford, UK: Univ. Pr., 2007. — 710 p.
- [6] Bilenky, S. Introduction to the physics of massive and mixed neutrinos / S. Bilenky // Lect. Notes Phys. — 2010. — Vol. 817. — P. 1–255.
- [7] Nakamura, K. Neutrino Masses, Mixing, and Oscillations / K. Nakamura, S. T. Petcov // Review of Particle Physics / M. Tanabashi [et al.] (Particle Data Group). — Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 98. — No. 3 (030001). — P. 251–286.
- [8] The treatment of neutrino oscillations without resort to weak eigenstates / C. Giunti [et al.] // Phys. Rev. D. — 1993. — Vol. 48. — No. 9. — P. 4310–4317.
- [9] Grimus, W. Real oscillations of virtual neutrinos / W. Grimus, P. Stockinger // Phys. Rev. D. — 1996. — Vol. 54. — No. 5. — P. 3414–3419.
- [10] Beuthe, M. Oscillations of neutrinos and mesons in quantum field theory / M. Beuthe // Phys. Rept. — 2003. — Vol. 375. — No. 2–3. — P. 105–218.
- [11] Cohen, A. G. Disentangling Neutrino Oscillations / A. G. Cohen, S. L. Glashow, Z. Ligeti // Phys. Lett. B. — 2009. — Vol. 678. — No. 2. — P. 191–196.
- [12] Лобанов, А. Е. Осцилляции частиц в Стандартной модели / А. Е. Лобанов // ТМФ. — 2017. — Т. 192. — № 1. — С. 70–88.
- [13] Feynman, R. P. The Theory of positrons / R. P. Feynman // Phys. Rev. — 1949. — Vol. 76. — No. 6. — P. 749–759.

- [14] Feynman, R. P. Space - time approach to quantum electrodynamics / R. P. Feynman // Phys. Rev. — 1949. — Vol. 76. — No. 6. — P. 769–789.
- [15] Volobuev, I. P. Quantum field-theoretical description of neutrino and neutral kaon oscillations / I. P. Volobuev // Int. J. Mod. Phys. A. — 2018. — Vol. 33. — No. 13. — P. 1850075.
- [16] Egorov, V. O. Neutrino oscillation processes in a quantum-field-theoretical approach / V. O. Egorov, I. P. Volobuev // Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 97. — No. 9. — P. 093002.
- [17] Волобуев, И. П. Процессы нейтринных осцилляций с изменением лептонного аромата в квантовом теоретико-полево́м подходе / И. П. Волобуев, В. О. Егоров // ЖЭТФ. — 2019. — Т. 155. — № 5. — С. 839–846.
- [18] Волобуев, И. П. Квантовое теоретико-полево́е описание процессов, происходящих на конечных пространственных и временных интервалах / И. П. Волобуев, В. О. Егоров // ТМФ. — 2019. — Т. 199. — № 1. — С. 104–122.
- [19] Egorov, V. O. Coherence length of neutrino oscillations in quantum field-theoretical approach / V. O. Egorov, I. P. Volobuev // Phys. Rev. D. — 2019. — Vol. 100. — No. 3. — P. 033004.
- [20] Pontecorvo, B. Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge / B. Pontecorvo // Sov. Phys. JETP. — 1958. — Vol. 7. — No. 1. — P. 172–173.
- [21] Kiers, K. Coherence effects in neutrino oscillations / K. Kiers, S. Nussinov, N. Weiss // Phys. Rev. D. — 1996. — Vol. 53. — No. 1. — P. 537–547.
- [22] Nussinov, S. Solar Neutrinos and Neutrino Mixing / S. Nussinov // Phys. Lett. B. — 1976. — Vol. 63. — No. 2. — P. 201–203.
- [23] Боголюбов, Н. Н. Введение в теорию квантованных полей / Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. — 4-е изд., испр. — М.: Наука, 1984. — 600 с.
- [24] Бюклинг, Е. Кинематика элементарных частиц / Е. Бюклинг, К. Каянти; под ред. Г. И. Копылова. — М.: Мир, 1975. — 344 с.
- [25] Бор, О. Структура атомного ядра. Том 1. Одночастичное движение / О. Бор, Б. Мотельсон; пер. с англ. под ред. Л. А. Слива. — М.: Мир, 1971. — 456 с.
- [26] Review of Particle Physics / M. Tanabashi [et al.] (Particle Data Group) // Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 98. — No. 3. — P. 030001.