

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ  
ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ

**АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ  
СПЛОШНОЙ СРЕДЫ**

Материалы VI международной конференции  
01-06 октября 2019, Дилижан, Армения

ЕРЕВАН – 2019

**Институт механики НАН РА**  
**Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН**  
**Национальный комитет по теоретической и прикладной механике Армении**  
**Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике**  
**Национальный университет архитектуры и строительства Армении**  
**Ереванский государственный университет**

Председатель оргкомитета: д.ф.-м.н. В.Н. Акопян (Армения)

Зам. председателя: д.ф.-м.н. А.В.Саакян (Армения), д.ф.-м.н. М.А.Сумбатьян (Россия)

Ученые секретари: к.ф.-м.н. Л.Л.Даштоян (Армения), к.ф.-м.н. Е.В.Мурашкин (Россия)

**Международный редакционный совет:**

Аветисян А.С., Агаловян Л.А., Айзикович С.М. (Россия), Акопян В.Н., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В., Ватульян А.О. (Россия), Вельмуруган Р. (Индия), Гачкевич А.Р. (Украина), Горячева И.Г. (Россия), Зимин В.Н. (Россия), Кувыркин Г.Н. (Россия), Мхитарян С.М., Назайкинский В.Е. (Россия), Орелма Х. (Финляндия), Саакян А.В., Саркисян С.О., Северина Н.С. (Россия), Сумбатьян М.А. (Россия), Шавлакадзе Н.Н. (Грузия)

Ответственный редактор: д.ф.-м.н. В.Н.Акопян

Технический редактор: к.ф.-м.н. Г.З.Геворкян

Редактор: Ж.А.Авдалян

В сборник включены доклады, представленные на VI-ую международную конференцию «Актуальные проблемы механики сплошной среды».

# СКОЛЬЖЕНИЕ ИНДЕНТОРА ПО ВЯЗКОУПРУГОМУ ТЕЛУ С ПОКРЫТИЕМ: МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Торская Е.В., Степанов Ф.И., Цуканов И.Ю., Шкалей И.В.

Рассматривается скольжение гладкого индентора по границе вязкоупругого полупространства с жёстким покрытием. Предложена постановка квазистатической контактной задачи и разработан численно-аналитический метод решения с использованием метода граничных элементов и итерационной процедуры. Проведён анализ зависимости распределения контактного давления, диссипативных потерь, внутренних напряжений от скорости скольжения, толщины покрытия и величины коэффициента Пуассона. Описана методика и приведены результаты измерения коэффициента трения полиуретановых материалов, обладающих реологическими свойствами, на которые нанесены более жёсткие углеродные покрытия. Проведено качественное сравнение результатов расчётов и экспериментальных данных.

**1. Введение.** Покрытие вязкоупругих материалов различного типа, используемых в условиях фрикционного контакта, как правило, имеет две цели – уменьшение адгезионной составляющей силы трения и увеличение износостойкости сопряжения. Вязкоупругие материалы, такие как резины, некоторые другие полимеры, являются податливыми, и наносимые покрытия оказываются существенно более жёсткими.

Существует ряд экспериментальных исследований фрикционного взаимодействия жёстких покрытий на вязкоупругом основании с различными контр-телами, например, [1]. При этом, в области моделирования соответствующих работ найти не удалось. Более распространёнными являются модели вязкоупругого покрытия на жёстком основании [2-5].

Целью данной работы является моделирование фрикционного взаимодействия относительно жёстких покрытий на вязкоупругом основании и сравнение полученных результатов с экспериментальными данными. В области моделирования частично использованы модели материалов, методы и подходы, разработанные в [4-7].

**2. Постановка и решение контактной задачи.** Рассмотрим скольжение жёсткого гладкого индентора по границе слоя толщиной  $h$ , скреплённого с полупространством. Индентор скользит с постоянной скоростью  $V$  вдоль оси  $Ox$ ; и он нагружен вертикальной силой  $Q$  (рис. 1). Начало системы координат  $(x, y, z)$  размещено в центре индентора, ось  $Oz$  направлена нормально к ненагруженной поверхности слоя. Начало системы координат находится в точке начального контакта слой-индентор.

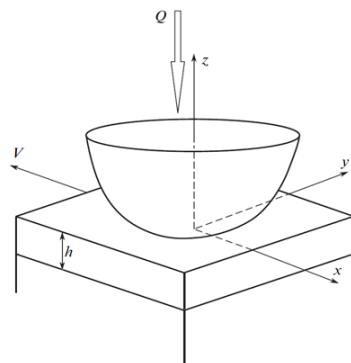


Рис. 1. Схема контакта.

На поверхности рассматриваются следующие граничные условия ( $z=0$ ):

$$\begin{aligned} w(x, y) &= f(x, y) + D, \quad (x, y) \in \Omega \\ \sigma_z &= 0, \quad (x, y) \notin \Omega \\ \tau_{xz} &= 0, \quad \tau_{yz} = 0 \end{aligned}, \quad (1)$$

Здесь  $\Omega$  – область контакта,  $w(x, y)$  – нормальные смещения поверхности,  $D$  – внедрение индентора,  $\sigma_z, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – нормальные и тангенциальные напряжения. Форма индентора описывается гладкой функцией  $f(x, y)$ .

Неизвестными являются распределение контактного давления  $p(x, y) = -\sigma_z(x, y)$  и область контакта. Используется следующее уравнение равновесия:

$$Q = \iint_{\Omega} p(x, y) dx dy \quad (2)$$

Также используется условие равенства давления нулю на границе области контакта.

На границе раздела слоя и полупространства выполняются условия полного сцепления:

$$w^{(1)} = w^{(2)}, u_x^{(1)} = u_x^{(2)}, u_y^{(1)} = u_y^{(2)} \quad (3)$$

Используется модель вязкоупругого полупространства, сцеплённого с пластиной, обладающей изгибной жёсткостью. Механические свойства полупространства описываются следующими соотношениями [7]:

$$\begin{aligned} \gamma(t) &= \frac{1}{G} \tau(t) + \frac{1}{G} \int_{-\infty}^t \tau(\tau) K(t-\tau) d\tau; \\ e_x(t) &= \frac{1}{E} [\sigma_x(t) - \nu(\sigma_y(t) + \sigma_z(t))] + \frac{1}{E} \int_{-\infty}^t [\sigma_x(\tau) - \nu(\sigma_y(\tau) + \sigma_z(\tau))] K(t-\tau) d\tau; \\ e_y(t) &= \frac{1}{E} [\sigma_y(t) - \nu(\sigma_x(t) + \sigma_z(t))] + \frac{1}{E} \int_{-\infty}^t [\sigma_y(\tau) - \nu(\sigma_x(\tau) + \sigma_z(\tau))] K(t-\tau) d\tau; \\ e_z(t) &= \frac{1}{E} [\sigma_z(t) - \nu(\sigma_y(t) + \sigma_x(t))] + \frac{1}{E} \int_{-\infty}^t [\sigma_z(\tau) - \nu(\sigma_y(\tau) + \sigma_x(\tau))] K(t-\tau) d\tau; \\ K(t) &= k \exp\left(-\frac{t}{\omega}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $E$  и  $G$  – модуль Юнга и модуль сдвига. Кривая крива описывается экспоненциальной функцией, зависящей от времени релаксации  $1/k$  и запаздывания  $\omega$ . Задача решается с использованием метода граничных элементов и итерационной процедуры. Использование двойных интегральных преобразований Фурье позволяет получить аналитические соотношения, к которым затем применяется обратное интегральное преобразование для расчёта коэффициентов влияния, используемых в методе граничных элементов [5].

**3. Результаты расчетов.** В качестве индентора для расчётов использовалась сфера радиуса  $R$ . Для анализа использовались следующие безразмерные параметры: координаты  $(x^*, y^*) = (x, y) / R$ , скорость скольжения  $V^* = V\omega / R = V' \omega \cdot a / R$ , толщина пластины  $h^* = h / R$ , нагрузка  $Q^* = Q / R^2 G_I$  (здесь  $G_I$  – длительный модуль сдвига) и контактное давление  $p^*(x, y) = p(x, y) / G_I$ .

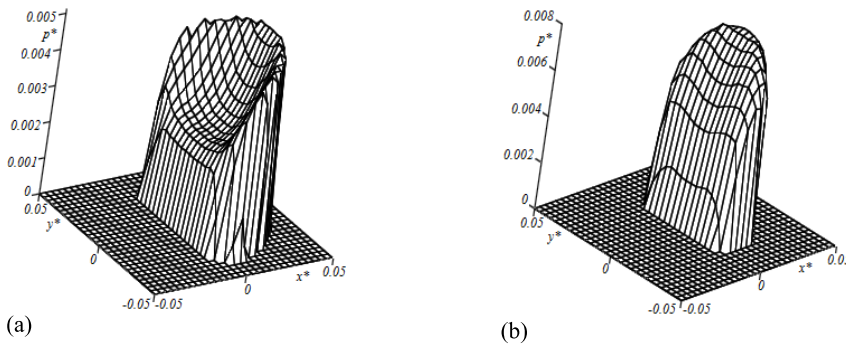


Рис. 2. Распределение давления:  $c=6$ ,  $\nu=0.4$ ,  $Q^*=2.0$ ,  $h^*=0.0133$ ,  $V^*=0.05$  (a),  $V^*=0.2$  (b).

На рис.2 представлено распределение контактного давления, полученное для двух различных скоростей скольжения. Оба рисунка демонстрируют влияние реологии подложки, что

приводит к существенной асимметрии площади контакта и распределения давления. На рис.3 показано распределение контактного давления при двух разных скоростях скольжения и четырёх значениях толщины слоя. Здесь уменьшение давления в центре зоны контакта можно наблюдать более явно. Стоит отметить, что это явление происходит при относительно небольших значениях толщины слоя, в то время как при более толстых слоях распределение давления имеет тенденцию быть ближе к герцевскому, что является предсказуемым.

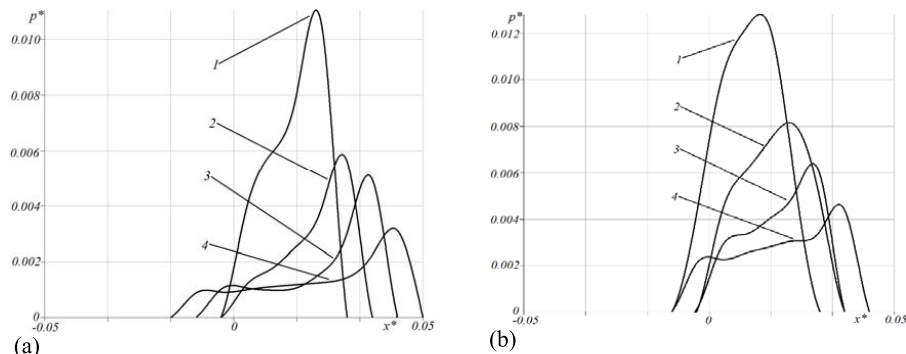


Рис.3. Распределение контактного давления при разных значениях скорости скольжения и толщины пластины:  $c=6$ ,  $\nu=0.4$ ,  $Q^*=2.0$ ,  $V^*=0.05$  (а),  $V^*=0.2$  (б),  $h^*=0.05$  (кривая 1),  $h^*=0.02$  (кривая 2),  $h^*=0.0133$  (кривая 3),  $h^*=0.0066$  (кривая 4).

На рис.4 приведены зависимости коэффициента трения, возникающего за счёт несовершенной упругости [6], от скорости скольжения для различных значений толщины покрытия. Так же, как и в случае вязкоупругого полупространства, этим зависимостям свойственна немонотонность. Максимальные значения зависят от толщины покрытия. В целом, просматривается закономерность, что чем толще покрытие, тем меньше проявляются реологические свойства подложки.

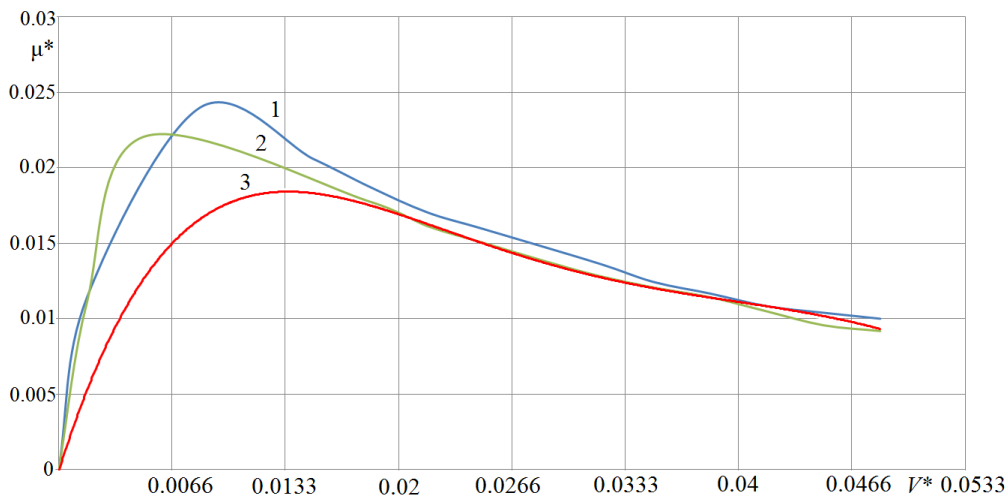


Рис.4. Зависимость коэффициента трения от скорости скольжения:  $c=5$ ,  $\nu_1=0.3$ ,  $\nu_2=0.4$ ,  $Q^*=1.0$ ,  $E_1/E_2=10$ ,  $h^*=0.0016$  (кривая 1),  $h^*=0.0033$  (кривая 2),  $h^*=0.0066$  (кривая 3)

**4. Материалы и методика проведения эксперимента.** В качестве образцов был использован литьевой полиуретан. Всего было изготовлено 4 образца. На три образца, изготовленных из литьевого полиуретана, были нанесены относительно жёсткие углеродные покрытия (напылением), отличающиеся флюенсом потока ионов. Следует отметить, что чем

больше флюенс, тем толще покрытие. Точную толщину покрытий определить не удалось. Размеры образцов (ДхШхВ) составляли 20х20х3 мм. Образцы испытывались на машине трения УМТ (Сетр, США). Вид рабочей зоны машины трения показан на рис.5.

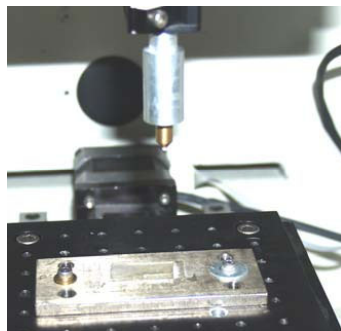


Рис.5. Рабочая зона машины трения для проведения экспериментов

Образец-держатель, представляющий собой прямоугольную стальную пластину, устанавливался на рабочий стол машины трения с помощью винтов. Образец прикреплялся к образцу-держателю с помощью двухсторонней липкой ленты. В качестве контртела использовался корундовый шарик диаметром 1.5 мм, закреплённый на специальном держателе с помощью резьбового соединения. Держатель с контртелом устанавливался в инструментальную головку машины трения, снабжённую датчиками нормальной и касательной сил. Для уменьшения негативного влияния адгезионной составляющей силы трения поверхность образца покрывалась тонким слоем талька. Скольжение контртела осуществлялось в одном направлении; путь трения составлял 15 мм. Нагрузка для всех испытуемых образцов была одинаковой и составляла 50 мН. Для исследования влияния скорости скольжения на деформационную составляющую коэффициента трения были выбраны два значения скорости: 0.1 и 0.5 мм/с. Графики зависимостей коэффициента трения, определяемого как отношение касательной силы к нормальной, от пройденного индентором расстояния показали, что на выбранном пути трения и скоростях скольжения процесс выходит на установившийся режим. В качестве результата испытаний использовалось среднее значение коэффициента трения на участке пути трения, характеризующем наличием установившегося режима. Для каждого значения скорости скольжения было проведено три опыта.

**5. Результаты экспериментов и их обсуждение.** Результаты испытаний приведены в нижеприведённой таблице

Материал образца	Флюенс при напылении, ион·см <sup>-2</sup>	v, мм/с	Коэффициент трения <i>f</i>			
			Опыт 1	Опыт 2	Опыт 3	Ср. знач.
Полиуретан литьевой	без напыления	0.1	0.21	0.2	0.24	0.22
		0.5	0.22	0.24	0.24	0.23
	1·10 <sup>15</sup>	0.1	0.21	0.2	0.24	0.22
		0.5	0.18	0.2	0.2	0.19
	5·10 <sup>15</sup>	0.1	0.14	0.17	0.17	0.16
		0.5	0.17	0.13	0.13	0.14
	1·10 <sup>16</sup>	0.1	0.13	0.15	0.15	0.14
		0.5	0.21	0.22	0.21	0.21

Результаты экспериментов показали, что данные различных опытов хорошо согласуются (средняя ошибка не превышает 10 %). Образцы с нанесённым покрытием показали значительно меньший коэффициент трения при скоростях скольжения 0.1 и 0.5 мм/с, чем образцы без покрытия. С ростом флюенса при напылении от 1·10<sup>15</sup> до 5·10<sup>15</sup> ион·см<sup>-2</sup> коэффициент трения

снижается при  $v = 0.1$  и  $0.5$  мм/с; при дальнейшем увеличении флюенса до  $1 \cdot 10^{16}$  ион·см<sup>-2</sup> значительных изменений значений коэффициента трения не происходило.

Таким образом, наблюдается качественное совпадение влияния толщины относительно жёсткого покрытия на коэффициент трения, возникающий за счёт диссипативных потерь в вязкоупругом материале.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bai C., Liang A., Cao Z., Qiang L., Zhang J. Achieving a high adhesion and excellent wear resistance diamond-like carbon film coated on NBR rubber by Ar plasma pretreatment. *Diamond and Related Materials*, 89, 2018.
2. Александров В.М., Марк А.В. квазистатическая периодическая контактная задача для вязкоупругих слоя, цилиндра и пространства с цилиндрической полостью. //Прикладная механика и техническая физика, т.50 (5), 2009.
3. Menga N., Afferrante L., Carbone G. Effect of thickness and boundary conditions on the behavior of viscoelastic layers in sliding contact with wavy profiles. //J Mech Phys Solids, 95, 2016.
4. Степанов Ф.И., Торская Е.В. Моделирование скольжения индентора по вязкоупругому слою, сцеплённому с жёстким основанием. //Известия РАН. Механика твердого тела. 2018. № 1.
5. Torskaya E.V., Stepanov F.I. Effect of surface layers in sliding contact of viscoelastic solids (3-D model of material). //Front. Mech. Eng., 5, 26, 2019
6. Александров В.М., Горячева И.Г., Торская Е.В. Пространственная задача о движении гладкого штампа по вязкоупругому полупространству. //Доклады Академии наук РАН. 2010. Т.430 (4).
7. Горячева И.Г., Степанов Ф.И., Торская Е.В. Скольжение гладкого индентора при наличии трения по вязкоупругому полупространству. //Прикладная математика и механика. 2015. Т.79 (6).

#### Сведения об авторах:

**Торская Е.В.** – проф. РАН, в.н.с. Института проблем механики им. Ишлинского РАН +74954342090. **E-mail:** [torskaya@mail.ru](mailto:torskaya@mail.ru)

**Степанов Ф.И.** – к.ф.м.н., н.с. Института проблем механики им. Ишлинского РАН

**Цуканов И.Ю.** – к.ф.м.н., н.с. Института проблем механики им. Ишлинского РАН

**Шкалей И.В.** – инженер Института проблем механики им. Ишлинского РАН