

ОТЗЫВ

официального оппонента кандидата физико-математических наук Лимонченко Ивана Юрьевича на диссертацию Николаенко Станислава Сергеевича «Топологическая классификация интегрируемых систем типа Чаплыгина--Горячева», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 -- геометрия и топология.

Тематика представленной на рассмотрение диссертации -- исследование геометрии и топологии интегрируемых систем -- восходит к классическим трудам Эйлера, Лагранжа, Якоби по аналитической механике и в настоящее время является бурно развивающейся областью математики, имеющей многочисленные приложения в симплектической геометрии и топологии, теории дифференциальных уравнений, математической физике и теоретической механике.

Диссертация посвящена топологическому анализу однопараметрического семейства интегрируемых систем, найденных С.А.Чаплыгиным в 1902 г. и Д.Н.Горячевым в 1916 г. и описывающих движение твердого тела в жидкости. Более точно, в указанном однопараметрическом семействе при положительных (отрицательных) значениях параметра b получается случай Горячева с компактными (некомпактными) слоями, а при $b=0$ -- случай Чаплыгина.

Основным методом исследования интегрируемых систем с двумя степенями свободы на инвариантном 3-мерном подмногообразии является инвариант слоения Лиувилля интегрируемой системы, который получил название молекулы Фоменко. Данный инвариант имеет вид графа (молекула), ребра которого отвечают семействам регулярных слоев, а вершины -- их перестройкам (атомы).

Он был впервые введен А.Т.Фоменко, а затем им самим, его учениками и коллегами была построена теория этого инварианта и даны многочисленные примеры его конкретных вычислений для широкого класса слоений Лиувилля с компактными слоями. Это позволило выявить топологическую эквивалентность многих интегрируемых систем, часто имеющих разное физическое происхождение.

Диссертация С.С.Николаенко завершает топологический анализ систем типа Чаплыгина--Горячева, начатый в работах О.Е.Орел и П.Е.Рябова. Следует особо отметить и подчеркнуть здесь значимость и научную ценность главы 5 рассматриваемой диссертации, в которой подробно изучен случай $b<0$, когда все слои слоения Лиувилля являются некомпактными.

Остановимся кратко на основном содержании диссертации, по главам.

В первой главе даются необходимые основные определения, а также общий обзор теории топологической классификации интегрируемых гамильтоновых систем:

описание инвариантов Фоменко (молекула), Фоменко--Цишанга (меченая молекула) и Болсинова--Фоменко (t-молекула). Приведено краткое изложение метода булевых функций Харламова, который в дальнейшем будет применен соискателем для вычисления тонких инвариантов Фоменко--Цишанга. Описан также алгоритм, позволяющий определить топологический тип изоэнергетического многообразия гамильтоновой системы.

Во второй главе рассматривается семейство Горячева--Чаплыгина. Описаны критические точки отображения момента ранга 0 и 1, найдены бифуркационные диаграммы отображения момента (для различных значений b) и изучена топология неособых изоэнергетических подмногообразий.

Третья глава посвящена классическому случаю Чаплыгина ($b=0$). Описаны меченые молекулы и t-молекулы на всех неособых уровнях энергии, а также доказаны лиувиллева и траекторная эквивалентности системы Чаплыгина другим изученным интегрируемым системам (в частности, случаю Эйлера в динамике твердого тела и геодезическому потоку трехосного эллипсоида).

Четвертая глава посвящена тонкому лиувиллеву анализу (описание меченых молекул) случая Горячева с компактными слоями ($b>0$). Для исследования топологии слоения здесь применяется метод булевых функций Харламова, поскольку речь идет об интегрируемых системах с разделяющимися переменными. Выделены 4 зоны регулярных значений энергии и в каждой из этих зон исследуется вопрос о том, каким классическим интегрируемым системам лиувиллево эквивалентна данная система типа Горячева.

Пятая глава посвящена грубому лиувиллеву анализу случая Горячева с некомпактными слоями ($b<0$). Описан образ отображения момента, вычисляется количество связных компонент в прообразах его точек, а также исследуются типы бифуркаций регулярных слоев, что позволяет строить инварианты Фоменко при фиксированных неособых топологически устойчивых значениях энергии. На последних получены грубые лиувиллевы инварианты, приведены явно 7 типов молекул, описывающих лиувиллевы слоения изоэнергетических поверхностей.

Текст диссертации отличается четкое и подробное изложение, дающее ясное представление об используемых идеях и методах, а также о полученных соискателем результатах. Все результаты, представленные в диссертации, полностью обоснованы, строго доказаны и являются новыми и оригинальными.

Текст диссертации не свободен от некоторого количества незначительных недочетов. Они связаны, в основном, с бифуркационными диаграммами, с ориентациями, с отсутствием или неточностью ссылок на литературу. Кроме того, в тексте диссертации было обнаружено небольшое число опечаток и неточных формулировок при ссылках на известные результаты.

Прежде всего, имеются следующие замечания общематематического характера:

(1) Стр. 34, теорема 1.3.

В формулировке говорится о том, что атом является расслоением Зейферта.

Это не совсем верно, потому что структура расслоения определена не всегда однозначно (например, для атома А (рис. 1.1., стр. 35), представляющего собой полноторие, расслоенное на торы и одну особую окружность). Так что, здесь правильнее было бы говорить не «расслоение Зейферта», а «многообразие Зейферта» (в смысле, многообразие, допускающее структуру расслоения Зейферта).

(2) Стр. 34, теорема 1.3.

В формулировке не уточнено, что означает согласованность со слоением Лиувилля.

Здесь, по-видимому, имеется в виду, что каждый слой расслоения Зейферта (1-мерный) целиком лежит на некотором лиувиллевом слое (2-мерном).

(3) Стр. 79, теорема 2.8.

В формулировке говорится об орбитах гамильтонова действия R^2 .

Однако это действие определено только в случае полноты гамильтоновых потоков. В компактном случае потоки автоматически полны, но в главе 5 рассматривается некомпактный случай ($b < 0$): считаю, что в дальнейшем необходимо подробно остановиться на этом и исследовать полноту потоков для него.

К замечаниям, связанным с бифуркационной диаграммой, отнесу следующие:

(1) Стр. 11. Определение 0.0.8.

Для несобственного отображения момента следует включить в бифуркационную диаграмму бифуркационные значения (т.е. такие значения, которые соответствуют перестройкам лиувиллевых слоев). Заметим, однако, что в данной задаче множество бифуркационных значений совпадает с образом множества критических точек.

(2) Стр. 32. Определение 1.4.1 и текст после него.

Последнее предложение неверно: может случиться, что перестройке регулярных слоев не отвечают точки на бифуркационной диаграмме (при условии, что мы исходим из определения 1.4.1 бифуркационной диаграммы).

(3) Стр. 172. Теорема 5.2, пункт а).

Предлагаю добавить следующее: «Над каждой из этих областей слоение Лиувилля локально-тривиально» (т. е. регулярные значения не являются бифуркационными).

К замечаниям, связанным с ориентациями, отнесу следующие:

(1) Стр. 12.

Теорема 0.1 неточна. Она верна лишь в случае, когда на изоэнергетических многообразиях и на ребрах молекулы фиксированы ориентации, а соответствующий послойный диффеоморфизм сохраняет эти ориентации.

(2) Стр. 28.

В определении 1.2.2 нужно потребовать, чтобы послойный диффеоморфизм сохранял естественные ориентации критических окружностей, задаваемые гамильтоновым потоком.

(3) Стр. 37.

В теореме 1.4. (Фоменко-Цишанга) следует, по-видимому, говорить о совпадении меченых молекул после подходящего выбора ориентаций изоэнергетических многообразий, а также одинакового выбора ориентаций ребер.

К замечаниям, связанным с неточным цитированием или отсутствием ссылок на имеющуюся литературу по данной тематике, отнесу следующие:

(1) Стр. 12. Определение 0.0.13.

Нет ссылки (это определение не столь широко известно, как остальные в этой главе).

(2) Стр. 38. Замечание 1.8.1.

Неточная ссылка [8] (не указаны конкретная глава и проч.)

(3) Стр. 82. Теорема 2.9.

Неаккуратная ссылка: непонятно, кто из авторов что сделал и в какой именно работе.

Наконец, найдено некоторое количество опечаток в тексте диссертации, а именно:

(1) **рис. 1, 7** (во введении) оси подписаны строчными буквами, а на аналогичных по смыслу **рис. 9, 10** -- заглавными.

То же касается соответствующих рисунков в основном тексте (**рис. 90, 149, 173, 174**).

(2) Стр. 126. Строка 3 после формул (3.4.3).

Вместо слова «подстановки» следует писать «подстановкой».

(3) Стр. 127 (строки 12 и 19), стр. 128 (строка 14 снизу).

Вместо «камеры 2» следует писать римской цифрой: «камеры II».

(4) Стр. 145, строка 3 шага 3.

Вместо «зон энергии 2 и 3» следует писать номера в скобках: «зон энергии (2) и (3)».

Однако указанные выше недочеты носят второстепенный характер, ни в какой степени не умаляют научной ценности и значимости полученных соискателем результатов, а потому никак не влияют на безусловно положительную оценку научного содержания диссертации, а также оформления текста диссертации в целом.

Автореферат написан грамотным языком, подробно и полно отражает содержание диссертации. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в пяти рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих пункту 2.3 «Положения о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова» и успешно прошли апробацию в докладах соискателя, сделанных в течение последних восьми лет на целом ряде международных

конференций и научных семинаров в России и за рубежом.

Таким образом, данная диссертация удовлетворяет критериям, определённым пунктами 2.1--2.5 «Положения о присуждении учёных степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова» и оформлена согласно приложениям 5, 6 «Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова».

На основании сказанного выше считаю, что диссертация «Топологическая классификация интегрируемых систем типа Чаплыгина--Горячева» представляет собой законченное научное исследование, которое вносит существенный вклад в изучение важных и актуальных вопросов теории интегрируемых систем, а ее автор, Николаенко Станислав Сергеевич, безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология.

Официальный оппонент

кандидат физико-математических наук,

научный сотрудник факультета математики

ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»»

119048, Российская Федерация, г. Москва, ул. Усачева, д. 6, каб. 407.

Контактный телефон: +7 (495) 772-9590 *15249

Адрес электронной почты: ilimonchenko@hse.ru

И.Ю.Лимонченко

19 ноября 2019 г.

Подпись Лимонченко И.Ю. удостоверяю

Декан факультета математики НИУ «Высшая школа экономики»,
доктор физико-математических наук, профессор

В.А.Тиморин

Подпись заверяю



19. 11. 2019

СПЕЦИАЛИСТ ПО КАДРАМ

Исхакова Л.К.