

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Шафаревича Антона Андреевича «Орбиты группы автоморфизмов аффинных орисферических многообразий» по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел – представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация Шафаревича Антона Андреевича «Орбиты группы автоморфизмов аффинных орисферических многообразий» относится к активно развиваемой области исследований – изучению группы автоморфизмов аффинных алгебраических многообразий над алгебраически замкнутым полем нулевой характеристики. Несмотря на классическую постановку задачи, только в последнее время эта область исследований стала интенсивно развиваться. Следует отметить, что несмотря на то, что сама группа автоморфизмов аффинного алгебраического многообразия может и не быть алгебраической группой, она содержит подгруппы, которые можно наделять структурой аффинной алгебраической группы так, чтобы действие подгруппы на многообразии было регулярным. Самый простой пример дают одномерные подгруппы, именно, мультипликативная и аддитивная группы поля. С первой связана классическая задача исследования торических многообразий, у исследования действия второй группы более короткая история. Действиям аддитивной группы соответствуют локально нильпотентные дифференцирования алгебры регулярных функций на заданном аффинном многообразии. Интерес представляет следующая подгруппа в группе автоморфизмов аффинного многообразия X , именно, группа $\text{SAut}(X)$, порождённая всеми одномерными подгруппами изоморфными аддитивной группе поля. Точка многообразия называется гибкой, если касательное пространство к многообразию в этой точке порождено касательными векторами к орбитам всевозможных действий подгрупп, изоморфных аддитивной группе поля. Многообразие называется гибким если каждая его точка – гибкая. Из гибкости аффинного алгебраического многообразия размерности большей двух следует, что группа автоморфизмов действует транзитивно на множестве гладких точек. Говорят, что действие группы на множестве X является бесконечно транзитивным, если для любых двух конечных упорядоченных наборов различных элементов X одинаковой длины, существует элемент группы, переводящий первый упорядоченный набор во второй. Оказывается, как доказано в работе И.А. Аржанцева, М.Г. Зайденберга и др., для аффинного многообразия X размерности не меньшей двух, транзитивность и бесконечная транзитивность действия $\text{SAut}(X)$, эквивалентны. Таким образом естественно возникает задача изучения гибких многообразий. В диссертации изучаются, так называемые аффинные орисферические многообразия сложности ноль, введенные Э.Б. Винбергом и В.Л. Поповым в 1972 году, то есть такие многообразия, на которых действует алгебраическая группа с открытой орбитой, причём стабилизатор некоторой точки из открытой орбиты содержит максимальную унипотентную подгруппу. Один из главных, если не главный результат диссертации – доказательство гибкости аффинных орисферических многообразий (сложности ноль) полупростых алгебраических групп. Автор доказывает это утверждение, опираясь на приведённую выше теорему И.А. Аржанцева, М.Г. Зайденберга и др. На мой взгляд, уже одного этого, по существу, классического результата достаточно для успешной защиты диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук. Помимо этого основного

результата, которому посвящена глава 2, в диссертации получены также следующие важные результаты. Получено достаточное условие для существования действия аффинной группы поля на аффинном многообразии. Изучено действие группы порождённой тором и группой $SAut(X)$ на аффинном нормальном многообразии с конечно порождённой группой классов и конечно порождённым кольцом Кокса. Получены условия гибкости таких многообразий. Получено также описание орбит связной компоненты единицы группы автоморфизмов торических многообразий.

Диссертация состоит из 4 глав. Первая глава носит вспомогательный характер. Основные результаты содержатся в следующих трёх главах. Вторая глава посвящена доказательству гибкости аффинных орисферических многообразий, в главе 3 изучается гибкость нормальных аффинных орисферических многообразий, а в последней главе описаны орбиты связной компоненты единицы группы автоморфизмов торических многообразий. В заключении намечены направления дальнейших исследований.

Следует отметить логическую связность глав и цельность всей диссертационной работы, полноту приводимых в ней доказательств и ясность изложения. Автор при доказательстве упомянутых выше результатов, демонстрирует владение сложной техникой теории алгебраических групп.

Текст не свободен от опечаток, как и почти любая диссертационная работа. Особенно их много, к сожалению, во введении. Естественно, эти мелкие погрешности никак не влияют на общую высокую оценку работы. Диссертация Шафаревича Антона Андреевича представляет собой законченное самостоятельное научное исследование по актуальной, активно развиваемой научной тематике. Диссертация написана чётким математическим языком. Все основные положения, выносимые на защиту снабжены полными и ясными доказательствами. Основные результаты опубликованы в 3 статьях из списка, рекомендованного ВАК. Полученные в работе результаты могут быть использованы в исследованиях в теории алгебраических групп. Автореферат верно и полно отражает основные результаты диссертационной работы. Считаю, что диссертация Шафаревича Антона Андреевича «Орбиты группы автоморфизмов аффинных орисферических многообразий» соответствует критериям, определённым пп. 2.1 – 2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова», а также оформлена согласно приложениям № 5, 6 «Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова». По моему мнению, автор диссертации заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент,

доктор физико-математических наук,

профессор кафедры высшей математики

Московского физико-технического института

Стукопин Владимир Алексеевич

Подпись В.А. Стукопина удостоверяю:

ЗАПЕЧАТОВАНО
УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ
МФТИ
Ю. И. СКАЛЬКО

