

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Шафаревича Антона Андреевича “Орбиты группы автоморфизмов аффинных орисферических многообразий” по специальности 01.01.06 — алгебра, логика и теория чисел, представленную в диссертационный совет МГУ.01.17 ФГБУ ВО “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова” на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук.

Диссертация Антона Андреевича Шафаревича на тему “Орбиты группы автоморфизмов аффинных орисферических многообразий” относится к обширной и продолжающей активно развиваться области алгебраической геометрии, занимающейся описанием групп автоморфизмов аффинных многообразий, а также их орбит. Принято выделять внутри группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ алгебраического многообразия X подгруппу специальных автоморфизмов $\text{SAut}(X)$, которая порождена всем одномерными унипотентными подгруппами. Естественным является следующий вопрос: действует ли группа $\text{SAut}(X)$ транзитивно на множестве гладких точек многообразия X ? Такие действия называются гибкими. Важным шагом в изучении гибких многообразий является теорема Аржанцева, Фленнера, Калимана, Куцебауха и Зайденберга, посвящённая двум альтернативным определениям гибких многообразий (Flexible varieties and automorphism groups, Duke Math. Journal 162:4 (2013), 767-823).

Целью данной диссертации являются

- изучение гибкости для некоторого класса аффинных многообразий (орисферических многообразий полупростых групп),
- поиск новых достаточных условий гибкости многообразия,
- изучение орбит групп автоморфизмов торических многообразий (это орисферические многообразия алгебраических торов).

Структура диссертации выглядит так:

Введение: перечисляет результаты диссертации, методы использованные для их получения, соотносит полученные результаты с результатами работ, логически предшествовавших данной диссертации.

Глава 1: даются полные определения основных для диссертации понятий (локально нильпотентные дифференцирования, комбинаторика орисферических и торических многообразий, кольцо Кокса и его спектр).

Глава 2: доказывається гибкость аффинных орисферических многообразий полупростых групп.

Глава 3: обобщается результат главы с полупростых групп на редуктивные (при необходимом предположении об отсутствии обратимых функций на многообразии).

Глава 4: описываются орбиты связной компоненты единицы группы автоморфизмов $\text{Aut}(X)$ торического многообразия X .

Заключение: ещё раз перечисляются основные результаты диссертации и указываются возможные направления для дальнейших исследований.

Имею следующие замечания по статье:

1. В тексте диссертации достаточно много опечаток (упорядочных, харакетров, достаточные, неприводимых, результатов, нормально многообразии, неподвижных, действует, контрагредиентно, полидральные, негипперболическое, является, иначе, получено, гибкие аффинное, открыте) и плотность этих ошибок достаточно высока в заключении.

2. Утверждение 1 элементарно обобщается на произвольные редуктивные группы (или даже на ненильпотентные).

3. Мне кажется, что Лемма 3 имеет геометрическую природу и может быть переформулирована как “выполнено какое-нибудь условие на отображение между какими-то (естественным образом заданными) пространствами”. Если это так, то стоило бы об этом упомянуть.

4. Первое предложение на странице 28 должно быть сформулировано более аккуратно (в том виде, в котором оно высказано — оно неверно).

5. Обозначение $\text{Spec} \mathbb{K}[K]$ — не самое удачное.

6. Сложность $s(X)$, используемая на странице 32, не введена.

7. Результаты параграфа 2.2, возможно, могут быть доказаны проще, при использовании правильно подобранной редукции к торическим многообразиям (скажем, с помощью индуцирования с параболической подгруппы и теоремы Луны о слайсе). С другой стороны, соискателем результаты уже доказаны и то, что их можно доказать иначе — не делает результаты слабее.

8. В главе 3 налагается условие нормальности на многообразие, и было бы неплохо добавить какие-то примеры ненормальных многообразий, для которых результаты главы 3 не выполнены.

9. Доказательство на странице 70 использует понятия, которые были введены страниц 20 назад и до этого никак не упоминались и не использовались. Было бы неплохо напомнить на странице 70 где эти понятия надо искать. Так же хочу отметить, что ссылка на предложение 4(4) (страница 70) выглядит нерелевантной.

10. Слово "varieties" на странице 94, ссылка [21], написано неправильно.

Вместе с тем указанные замечания не влияют на общую положительную характеристику диссертационной работы. Диссертация А.А. Шафаревича представляет собой законченное самостоятельное научное исследование по актуальной научной тематике. Основные результаты являются новыми и актуальными, они получены лично автором. Доказательства теорем и других утверждений изложены корректно и подробно. Исторический обзор исследований в полной мере отрезан в списке литературы. Основные результаты работы опубликованы в 3 статьях в научных журналах из списка, рекомендованного ВАК. Публикации удовлетворяют п. 2.3 "Положения о присуждении учёных степеней в Московском Государственном университете имени М.В. Ломоносова", утверждённого ректором МГУ 27 октября 2016 года. Полученные в диссертационной работе результаты могут быть использованы в новых исследованиях по автоморфизмам алгебраических многообразий.

Автореферат верно и полно отражает основные результаты диссертационной работы.

Считаю, что диссертация Шафаревича Антона Андреевича на тему "Орбиты группы автоморфизмов аффинных орисферических многообразий" соответствует критериям, определённым пп. 2.1-2.5 "Положения о присуждении учёных степеней в Московском Государственном университете имени М.В. Ломоносова", а также оформлена согласно приложениям №5, 6 "Положения о диссертационном совете Московском Государственном университете имени М.В. Ломоносова". По моему мнению, автор диссертации заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Кандидат физико-математических наук
и.о. старшего научного сотрудника
Алексей Владимирович Петухов


22.11.19r

Институт проблем передачи информации имени А.А. Харкевича
Лаборатория 13

Григорьев Алексей В.
прошлого
инв. с/к
Медведев О.А.
22.11.19r

