

УТВЕРЖДАЮ

проректор по научной работе и
программам развития, к.ф.-м.н.



Баган Виталий

Анатолевич

«16» октября 2019 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)» (МФТИ)

Диссертация «Внешние биллиарды вне правильных многоугольников: множества полной меры, апериодические точки и множества периодов» прошла апробацию на кафедре дискретной математики Физтех-школы Прикладной математики и информатики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» (МФТИ), Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

В период подготовки диссертации с 2015 г. по настоящее время соискатель **Рухович Филипп Дмитриевич** работал ассистентом кафедры алгоритмов и технологий программирования федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»).

В 2015 г. окончил федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)» (МФТИ) по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, в 2019 г. окончил обучение в очной аспирантуре МФТИ по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика (направленность 01.01.09 Дискретная математика и математическая кибернетика). Справка о сдаче кандидатских экзаменов выдана в 2019 г. федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»).

Научный руководитель - Белов Алексей Яковлевич, д. ф.-м. н., доцент, главный научный сотрудник лаборатории продвинутой комбинаторики и сетевых приложений федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»).

Научный консультант — Семенов Алексей Львович, д.ф.-м.н., профессор, академик Российской Академии наук, заведующий кафедрой математической логики и теории алгоритмов федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова».

По итогам обсуждения диссертации «Внешние биллиарды вне

правильных многоугольников: множества полной меры, апериодические точки и множества периодов» *принято следующее заключение:*

Тема диссертации является актуальной, так как рассматриваемые задачи относятся к центральным вопросам теории динамических систем и рассматриваемые объекты являются одним из фундаментальных направлений в этой теории, которые активно изучаются в настоящее время.

Цель работы заключается в исследовании внешних билиардов вне правильных многоугольников, структуры порожденных ими периодических компонент, их меры, вычислении всевозможных периодов, а также в обнаружении апериодических точек и исследовании их структуры.

В диссертации получены следующие новые результаты, которые состоят в следующем:

1. Доказано, что для произвольного целого $n \geq 3$, структуры периодических и апериодических точек относительно внешнего билиарда вне правильного n -угольника повторяют структуру точек внутри ограниченной фигуры;

2. Для произвольного целого $n \geq 3$ доказана эквивалентность проблем периодичности для внешнего билиарда вне правильного n -угольника и проблем периодичности для кусочной изометрии, определенной на ограниченном многоугольнике (такой многоугольник и изометрия зависят от n);

3. Для внешних билиардов вне правильного n -угольника, $n = 10, 8, 12$, доказано существование апериодической точки;

4. Для внешних бильярдов вне правильного n -угольника, $n = 10, 8, 12$, доказано, что периодические точки образуют вне стола множество полной меры;

5. Для внешних бильярдов вне правильного n -угольника, $n = 10, 8, 12$, найдены множества всевозможных периодов точек.

Все результаты получены соискателем лично при научном руководстве д-ра физ.-мат. наук Белова А.Я. и научном консультировании д-ра физ.-мат. наук, академика РАН Семенова А.Л.

Научная новизна работы заключается в установлении новых результатов о внешних бильярдах, в частности — в нахождении апериодических точек и доказательстве полноты меры периодических точек для внешних бильярдов вне правильного n -угольника для случаев $n=10, 8, 12$, а также в установлении новых связей между внешними бильярдами вне правильных n - и $2n$ -угольников в случае нечетных n .

Научная и практическая значимость. Работа носит теоретический характер. Полученные результаты и стоящие за ними доказательства являются собой полное описание структуры внешнего бильярда вне правильного n -угольника для случаев $n = 10, 8, 12$ и представляют интерес для теории динамических систем.

Методология и методы исследования. В основе работы лежит классическая технология поиска и исследования ренормализационной схемы. В случае правильного двенадцатиугольника, часть результатов была получена с помощью доказательных компьютерных вычислений.

Степень достоверности и апробация работы. Все результаты строго доказаны. В случае $n = 12$, использованы **доказательные компьютерные вычисления.**

По теме диссертации были сделаны доклады на следующих конференциях:

- 57-я научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 2014 г.);
- 58-я научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 2015 г.);
- 59-я научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 2016 г.);
- “Ломоносов-2017” (Москва, 2017 г.);
- Combinatorics on Words, Calculability and Automata research school (CIRM, Marseille, France, 3 February 2017);
- Tiling Dynamical System research school (CIRM, Marseille, France, 21 November 2017);
- “Ломоносов-2018” (Москва, 2018 г.)

Также результаты диссертации докладывались на следующих научных семинарах:

- Кафедральный семинар кафедры дискретной математики ФИВТ МФТИ под руководством д.ф.-м.н., профессора А.М.Райгородского (Москва, 2013, 2015 г.);
- Межкафедральный семинар под руководством д.ф.-м.н., профессора А.М.Райгородского (Долгопрудный, 2018 г.);

- Научный семинар “Узлы и теория представлений” кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета МГУ под руководством д.ф.-м.н., профессора В.О.Мантурова, к.ф.-м.н. Д.П.Ильютко, к.ф.-м.н. И.М.Никонова и к.ф.-м.н. Д.А. Федосеева (Москва, 2018 г.);
- Научно-исследовательский семинар по математической логике под руководством академика РАН С.И.Адяна, чл.-корр. РАН Л.Д.Беклемишева и академика РАН А.Л.Семенова (Москва, 2019 г.);
- Семинар кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета МГУ под руководством академика РАН А.Т.Фоменко (Москва, 2019 г.);
- Студенческий семинар по динамическим системам Междисциплинарной исследовательской лаборатории имени П.Л.Чебышёва (Санкт-Петербург, 2019 г.);
- Семинар научной учебной группы «Динамические системы» Высшей школы экономики под руководством д.ф.-м.н. Ю. С. Ильяшенко (Москва, 2019 г.).

Материалы диссертации опубликованы автором **достаточно полно** в следующих работах:

1. Рухович Ф. Внешние бильярды // Математическое образование. — 2014. — Т. 69. — С. 42—57.

2. [Индексируется базой Scopus, WoS] Rukhovich F. Outer billiards outside a regular octagon: periodicity of almost all orbits and existence of an

aperiodic orbit // Doklady Mathematics. — 2018. — Vol. 98, issue 1. — P. 334–337.

3. [Индексируется базой Scopus, WoS] Rukhovich F. Outer billiards outside a regular dodecagon // Doklady Mathematics. — 2019. — Vol. 99, issue 2. — P. 189–194.

4. [Входит в перечень ВАК, RSCI] Рухович Ф., Существование аперриодической траектории для внешних билиардов вне правильных многоугольников // Труды МФТИ. – 2019. – т.11 № 4. – с. 22-25.

Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика, в частности:

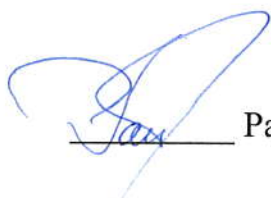
- п.1 — Дискретная математика (в частности, комбинаторика слов, комбинаторный анализ).

Диссертация «Внешние билиарды вне правильных многоугольников: множества полной меры, аперриодические точки и множества периодов» Руховича Филиппа Дмитриевича рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности *01.01.09 — Дискретная математика и математическая кибернетика*.

Апробация диссертации проведена на заседании кафедры дискретной математики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)».

Заключение принято голосованием участников заседания. Присутствовало на заседании 20 человек. Результаты голосования: «за» – 20

чел., «против» – нет, «воздержались» – нет. Протокол 10/16 от 16 октября 2019 года.



Райгородский Андрей Михайлович, д.ф.-м.н.
заведующий кафедрой дискретной математики МФТИ