

ПРОГРАММА
курса
«Теория вероятностей и математическая статистика»
для 4 курса отделения механики
механико-математического факультета МГУ
на 2019/2020 учебный год

Лектор – д.ф-м.н. доцент А.В.Лебедев

1. Правила умножения и сложения. Размещения и сочетания, с повторениями и без повторений. Перестановки. Разбиения множества на группы. (гл. 1)
2. Частотная интерпретация вероятности. (2.1) Пространство элементарных событий. Событие и его вероятность. Классическая вероятностная модель. (2.2) Геометрическая вероятность. Методы Монте-Карло. (2.4)
3. Операции над событиями. (3.1) Теоремы сложения вероятностей. Формула включения – исключения. (3.2)
4. Условная вероятность и теорема умножения. (3.3) Независимость событий, попарная и в совокупности. (3.4) Формула полной вероятности. (3.5) Формула Байеса. (3.6)
5. Аксиоматическое построение теории вероятностей по А.Н. Колмогорову. Сигма-алгебры. Эквивалентность непрерывности и счетной аддитивности. Борелевские множества. (3.7)
6. Испытания Бернулли. Формула Бернулли. (4.1) Наивероятнейшее число успехов. (4.2)
7. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа (локальная и интегральная), следствия. (4.3) Полиномиальная схема. (4.4)
8. Дискретная случайная величина и ее закон распределения. (5.1) Функция распределения. (5.2). Дискретный случайный вектор. Частные распределения. Условия независимости. (5.3)
9. Числовые характеристики дискретных случайных величин (математическое ожидание и дисперсия), их интерпретации и свойства. (5.4)
10. Основные дискретные распределения (биномиальное, Пуассона, геометрическое) и их числовые характеристики (5.5.1-5.5.3).
11. Ковариация и ее свойства. (5.6.1) Коэффициент корреляции. (5.6.3)
12. Условные распределения и математические ожидания. (5.7) Формула свертки. (5.8) Дискретный случай.
13. Вектор математических ожиданий и ковариационная матрица, их свойства. (Д5)
14. Плотность и функция распределения непрерывной случайной величины. (6.1) Числовые характеристики непрерывной случайной величины, их интерпретации. Моменты высших порядков, коэффициенты асимметрии и эксцесса. (6.2)
15. Основные непрерывные распределения (равномерное, показательное, нормальное) и их числовые характеристики. (6.4.1-6.4.3)

16. Смеси распределений. Разложение Лебега. (Д6.3). Канторова лестница. (И6)
17. Преобразование плотности для функции от случайной величины. (7.1) Совместные функция и плотность распределения. Частные распределения и плотности. Неравенство прямоугольника. Условия независимости. (7.2)
18. Формула свертки. (7.3) Условные распределения и математические ожидания. (7.4) Непрерывный случай.
19. Производящая функция моментов. (6.3) Характеристическая функция и ее свойства. Примеры. (Д6.2) Центральная предельная теорема. (8.3, Д8.1)
20. Неравенства Маркова и Чебышева. (8.1) Закон больших чисел. Усиленный закон больших чисел. Виды сходимости случайных последовательностей. (8.2, 8.3)
21. Основные задачи математической статистики. Понятие генеральной совокупности. Выборка, повторная и бесповторная. Вариационный ряд. Формула Стерджеса. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения и ее свойства. (гл. 10)
22. Выборочные характеристики и точечные оценки. Свойства оценок (состоятельность, несмещенность). (11.1) Свойства выборочного среднего и выборочных дисперсий. Теорема Слуцкого. Выборочный коэффициент корреляции. (11.2)
23. Бета- и гамма-функции. Квантили и критические точки. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера, бета- и гамма-распределение. (12.1–12.7)
24. Теорема Фишера и ее следствия. (12.8)
25. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Метод наименьших квадратов и линейная регрессия (одной переменной по другой). (гл. 13).
26. Понятие точного доверительного интервала. (14.1) Доверительные интервалы для параметров нормального распределения и следующего наблюдения. (14.2)
27. Асимптотическая нормальность случайных величин (11.3) Понятие асимптотического доверительного интервала. Основные методы построения. Асимптотические доверительные интервалы для вероятности успеха в испытаниях Бернулли. (14.3)
28. Основные понятия в проверке гипотез. (15.1) Проверка гипотез о параметрах нормального распределения и вероятности успеха в испытаниях Бернулли для одной выборки. (15.3) Проверка гипотезы о коэффициенте корреляции (15.8).
29. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения и вероятности успеха в испытаниях Бернулли для двух выборок. (15.4, 15.5)

Литература

1. Лебедев А.В., Фадеева Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: 2018.
<https://istina.msu.ru/publications/book/120811137/>