

ЗАДАЧИ
к экзамену по курсу
«Теория вероятностей и математическая статистика»
для 4 курса отделения механики
на 2019/2020 учебный год

1. Привести пример, когда события являются независимыми попарно, но не в совокупности. Ответ обосновать.
2. Привести примеры, когда в симметричном дискретном вероятностном пространстве существуют независимые события (отличные от Ω или \emptyset), и когда нет. Ответ обосновать.
3. Привести пример непрерывного распределения, не являющегося абсолютно непрерывным. Ответ обосновать.
4. Привести пример непрерывного распределения, у которого математического ожидания не существует (оно не определено). Ответ обосновать.
5. Привести пример непрерывного распределения, у которого математического ожидания не существует (оно равно плюс бесконечности). Ответ обосновать.
6. Привести пример распределения, у которого математическое ожидание существует, а дисперсия – нет. Ответ обосновать.
7. Найти распределение суммы двух независимых нормальных случайных величин.
8. Найти распределение суммы двух независимых пуассоновских случайных величин.
9. Найти распределение суммы двух независимых случайных величин с распределениями хиквадрат с числами степеней свободы m и n .
10. Привести пример, когда производящей функции моментов не существует, кроме как в одной точке. Ответ обосновать.
11. Найти характеристическую функцию показательного распределения.
12. Найти характеристическую функцию нормального распределения.
13. Найти характеристическую функцию равномерного распределения.
14. Привести пример, когда есть сходимость случайной последовательности по вероятности, но нет почти наверное (с вероятностью единица).
15. Привести примеры, когда метод моментов и метод максимального правдоподобия дают одинаковые и когда разные результаты.
16. Найти оценки методом моментов для параметров a и b равномерного распределения на отрезке $[a, b]$.
17. Случайная величина имеет распределение Стьюдента с числом степеней свободы r . Найти оценку параметра r методом моментов. При каких r это возможно?

18. Найти оценку максимального правдоподобия для параметра p геометрического распределения.
19. Найти оценки методом максимального правдоподобия для параметров a и b равномерного распределения на отрезке $[a, b]$.
20. Привести пример, когда у оценки максимального правдоподобия нет единственности.
21. Вывести, к чему сходится распределение Стьюдента с ростом числа степеней свободы.
22. Пусть случайная величина имеет распределение Стьюдента. К какому виду распределений и с какими параметрами относится ее квадрат? Ответ обосновать.
23. Найти дисперсию неисправленной выборочной дисперсии для нормальной выборки.
24. Найти математическое ожидание гамма-распределения.
25. Найти математическое ожидание бета-распределения.
26. Построить асимптотические доверительные интервалы для параметра λ распределения Пуассона (двумя методами).
27. Построить асимптотический доверительный интервал для параметра θ случайной величины, равномерно распределенной на $[0, \theta]$ (двумя методами).
28. Доказать, что в вероятностном пространстве с тремя исходами не может быть двух независимых событий, среди которых нет Ω или \emptyset .
29. Доказать, что в симметричном вероятностном пространстве с простым числом исходов не может быть двух независимых событий, среди которых нет Ω или \emptyset .