

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЛОСОФСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

Карамышев Илья Сергеевич

Гносеологические и онтологические ресурсы математики

09.00.01 – Онтология и теория познания

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата философских наук

Научный руководитель:
доктор философских наук,
профессор В.И. Метлов

Москва – 2020

Содержание

Содержание	2
Введение	3
Глава 1. Математика как пропедевтика.....	21
1.1. Математика в философии Платона.....	21
1.2. Математика в философии Бадью и Мейясу.....	31
1.3. Компетентность философов в математике	45
Глава 2. Математика как метод	50
2.1. Математика в философии Декарта	50
2.2. Математика в философии Лейбница	62
2.3. Применимость методов математики в философии	74
Глава 3. Проблема оснований в математике и философии	80
3.1. Вопрос об основаниях	80
3.2. Теория множеств Кантора	85
3.3. Отказ от претензии на абсолютные основания	101
Глава 4. Локальное применение ресурсов математики	106
4.1. Математика в философии Маркса	106
4.2. Аргумент Гёделя в современной философии сознания.....	112
4.3. Математика в философско-религиозных текстах	116
Заключение	124
Список литературы.....	126

Введение

Актуальность темы исследования

Научная актуальность темы диссертационного исследования определяется активным использованием (или рефлексией по поводу использования) ресурсов математики в философских построениях крупнейшими мыслителями, такими как: Платон, Плотин, Н. Кузанский, Р. Декарт, Б. Паскаль, Б. Спиноза, Г.В. Лейбниц и И. Кант. В последние полтора столетия интерес философов к математике сохраняется. К математике в своих текстах обращаются, например: Г. Коген, П. Наторп, Э. Кассирер, Н.В. Бугаев, Э. Гуссерль, Н. Гартман, А.Н. Уайтхед, Б. Рассел, Л. Витгенштейн, П.А. Флоренский, А.Ф. Лосев, Ж. Делёз, Ж. Деррида, А. Бадью, Д. Чалмерс и К. Мейясу.

Более широкий контекст актуальности исследованию придаёт констатация ожиданий от философии, возникающих в связи с развитием и распространением трансдисциплинарных подходов к решению проблем в современных науке и технике. Внося вклад в рассмотрение вопросов, стоящих на стыке философии и математики, результаты исследования привлекают интерес не только к важности философского образования для подготовки специалистов в области математики и математического образования для философов, но и к тому, как это образование может и должно выстраиваться. Актуальность исследования выражается в демонстрируемых в нём значимости философии для современной науки и необходимости философского образования современному учёному.

Степень разработанности темы исследования

В проблемном поле, находящемся на стыке философии и математики, достаточно подробно изучен вопрос о месте философии в математике. Много работ посвящено философским вопросам математики, а также влиянию

философии на математику. В рамках данной работы предлагается в некотором смысле противоположный взгляд. Взгляд не на математику (её философские вопросы или влияние на неё философии), а на философию, на то, как математика работает в философии.

Тезис о том, что математика некоторым образом работает в философии, представляет собой довольно общее место. Мейясу верно отмечает, что со времён Платона и вслед за ним многие философы пытаются переосмыслить связь философии и математики, высказаться об исключительности этой связи¹. Действительно, Платон, говоря, что «никто, не познав [числа], никогда не сможет обрести истинного мнения о справедливом, прекрасном, благом и других подобных вещах»², напрямую связывает возможность постижения мудрости с владением ресурсами математики и способностью их применять: «Кто не умеет правильно считать, никогда не станет мудрым <...> необходимо класть в основу всего число»³.

О том, «что математические науки вносят первейший вклад в философию»⁴ пишет Прокл: «Красота и порядок математических рассуждений, неизменность и устойчивость её теории приобщают нас к умопостижаемому и совершенно утверждают в нём, всегда устойчивом, всегда сияющим божественной красотой и всегда хранящим взаимный порядок»⁵. «Всем остальным наукам и искусствам <...>, – продолжает Прокл, – [математика] придаёт совершенство, порядок, и – в подражание себе самой – полноту целого, состоящую в наличии первого, среднего и последнего; творческим искусствам она даёт образец, обнаруживая в себе отношения и меры для создаваемого ими; а для искусств практических она

¹ См.: Мейясу К. После конечности: Эссе о необходимости контингентности / пер. Л. Медведевой. Екатеринбург; Москва: Кабинетный ученый, 2015. С. 153.

² Платон. Послезаконие. 978 b.

³ Там же. 977 d.

⁴ Прокл Диадокх. Комментарий к первой книге «Начал» Евклида (перевод А.И. Щетникова). М.: Русский Фонд Содействия Образованию и Науке, 2013. С. 47.

⁵ Там же. С. 47.

определяет их деятельность и движение посредством своих устойчивых и неподвижных видов»⁶.

Огромное число такого рода высказываний можно обнаружить в текстах разных философов. При этом было бы неверно говорить о существовании некоторой фиксированной, вполне определённой математики, конкретные ресурсы которой берутся и применяются в такой же фиксированной и вполне определённой философии. Во-первых, как слово «математика», так и слово «философия», могут отсылать к разным референтам. «С историческим изменением языка, структуры и содержания самой математики, – верно отмечает Черняков, – менялось и содержание (или смысловая интенция) тезиса о соотношении математики и онтологии»⁷⁸. Увеличиваются объёмы содержаний именуемых так областей знания, по-разному определяются их границы. И математика, и философия находятся в непрестанном развитии.

Во-вторых, влияние математики на философию всегда сопровождается обратным влиянием. История развития математики и философии представляет собой сложный процесс взаимных влияний. Невозможно говорить о строго обособленных, отдельно друг от друга существующих областях знания. Наконец, это взаимное влияние зачастую осуществляется на новом, ещё не разделённом исследовательском поле.

Примитивные математические практики существовали задолго до появления математики как теоретической науки. Так же и попытки осмысления мира, задавания и решения вопросов, относящихся к онтологической и

⁶ Там же. С. 50.

⁷ Термин «онтология» вводит в оборот Гоклениус. И он же первый связывает этот термин с математикой. Olivier Boulnois пишет: «Оригинальность Гоклениуса представляется ещё большей, поскольку под прикрытием традиционной темы троякости абстрагирования он вводит новую артикуляцию наук: физика, математика, то есть онтология, и теология. Онтология замещает математику как науку промежуточную между физикой и теологией» (см.: Boulnois O. *Métaphysiques rebelles : genèse et structures d'une science au Moyen Âge*, Paris, PUF, 2013. P. 404-405).

⁸ См.: Черняков А.Г. Онтология как математика: Бадью, Гуссерль, Плотин. // Сущность и слово. Сборник научных статей к юбилею проф. Н. В. Мотрошиловой. М.: Феноменология-Герменевтика, 2009. С. 415-437.

гносеологической проблематикой, существенно предшествовали во времени возникновению философии в собственном смысле слова. Тесная связь математики и философии обнаруживается уже при их зарождении, в рамках пифагореизма. Математика и философия здесь только возникают, и границы, строго отделяющей математическое от философского, ещё нет. Представимые посредством количественных отношений или некоторым образом сводимые к ним структуры возникают в философии до своей фиксации и определения в рамках математики⁹.

Ситуация наличия некоторой неподделённой между математикой и философией области возникает на заре становления европейской философии. Продолжатель пифагорейской традиции Платон задаёт для последующей философии направление развития, идущее в тесной связи с математикой. В течение всей истории развития математики и философии открываются такие новые пространства, где ещё нет строгого разделения между математическим и философским, ввиду общих мест на уровне предмета, проблематики, методов и средств исследования. На эти новые, неподделённые пространства обращают своё внимание люди, часто являющиеся одновременно и философами, и математиками. Они черпают здесь ресурсы, которые затем входят и в философию, и в математику.

Утверждения о том, где раньше были использованы какие-то новые ресурсы, проблематичны в двух отношениях. Во-первых, значительная часть математических сочинений античности сохранилась лишь в упоминаниях позднейших авторов (Паппа, Прокла, Симпликия и других). Так же и многие философские тексты не дошли до нашего времени в виде первоисточников. Это не позволяет с уверенностью говорить о том, где впервые был использован тот

⁹ Так, например, евклидовское определение единицы («единица есть то, через что каждое из существующих считается единым» (см.: Евклид. Начала. М., 1949. С. 9)) восходит к пифагорейскому.

или иной ресурс. Во-вторых, эти новые ресурсы открываются на стыке двух областей и принимаются в условиях постоянного взаимного влияния.

О важности связи математики и философии для их развития говорят многие философы и математики. Герцен пишет, что «от Пифагора начиная, [математика] была преимущественно развиваема философами: Декарт, Лейбниц, даже Кант оживил её, и конечно, Лейбниц не случайно дошёл от монадологии до дифференциалов»¹⁰. Шпенглер отмечает, что «каждая философия росла до сих пор в связи с соответствующей математикой»¹¹. Наконец, Кантор, провозглашает: «Метафизика и математика по праву должны находиться во взаимосвязи, в периоды их решающих успехов они находятся в братском единении»¹².

Лосев говорит о необходимости между философией и математикой того союза, который так часто можно обнаружить в интуитивных глубинах у настоящих философов и математиков¹³. «Вчитываясь в Лейбница, – пишет Лосев, – часто не знаешь, философская ли или чисто математическая интуиция им руководила <...>. И, когда читаешь Кантора, тоже удивляешься тому, как иная философская идея, вычитанная им у какого-нибудь Фомы Аквинского, чувствуется, именно чувствуется и ощущается, а не просто понимается – чисто математически и арифметически»¹⁴.

Дальше Лосев заключает, что математика и философия у Кантора «слиты до полной неразличимости и являются единой и целостной могучей интуицией, способной оплодотворить и определить собою как чисто философскую, так и

¹⁰ Герцен А.И. Избранные философские произведения. Т.1. М.: ОГИЗ, 1948. С. 108.

¹¹ Шпенглер О. Закат Европы. Очерки мифологии мировой истории. 1. Гештальт и действительность / Пер. с нем., вступ. Ст. и примеч. К.А. Свасьяна. М.: Мысль, 1998. С. 205.

¹² Кантор Г. Принципы теории порядковых типов // Кантор Г. Труды по теории множеств. М., 1985. С. 246.

¹³ См.: Лосев А.Ф. Хаос и структура / Сост. А.А. Тахо-Годи и В.П. Троицкого, общ. ред. А.А. Тахо-Годи и В.П. Троицкого. М.: Мысль, 1997. С. 426.

¹⁴ Там же.

чисто математическую систему»¹⁵. Эту интуицию неверно называть ни чисто математической, ни чисто философской. Лосев говорит о ней как о «первичном, рождающем лоне идеальной мысли, где философия и математика слиты пока ещё в одно нерасчленимое целое»¹⁶. В основании этой философско-математической интуиции лежит что-то ещё неясное и нерасчленённое, существующее до формализма математических доказательств и до слишком больших отвлечённости и общности философских теорий¹⁷.

Уайтхед, констатируя связь математики и философии, обращает внимание на то, что «до сих пор не существует однозначного понимания места математики в истории мышления»¹⁸. При том, что, с одной стороны, есть огромное количество работ, посвящённых исследованию философских вопросов математики, с другой стороны – философских текстов, в которых активно применяются ресурсы математики, а через всю историю философии и математики красной нитью проходит тезис о важности их взаимосвязи, специальных исследований, где бы рассматривались вопросы о месте математики в философии, о способах и значении применения в ней ресурсов математики, нет.

Несмотря на существенный интерес, проблема остаётся крайне мало исследованной. Многие из её важных аспектов не описаны систематически и не получают достаточно убедительной аргументации и взвешенной оценки, а некоторые в целом ряде отношений остаются даже незатронутыми. Поскольку степень разработанности проблемы невелика, а текстов, посвящённых непосредственному её изучению, нет, исследование выстраивается с опорой на классические философские труды. Начинаясь с сохранившихся фрагментов

¹⁵ Там же.

¹⁶ Там же.

¹⁷ Там же. С. 312.

¹⁸ Уайтхед А.Н. Избранные работы по философии. Пер с англ. М.: Прогресс, 1990. С. 76.

работ ранних греческих философов, корпус этих текстов представлен исторически и концептуально структурированной последовательностью имён: Платон, Н. Кузанский, Р. Декарт, Г.В. Лейбниц, И. Кант, Э. Гуссерль, П.А. Флоренский, Л. Витгенштейн, А.Ф. Лосев, А. Бадью, К. Мейясу.

Вместе с тем рассматривается и корпус математических текстов. Особую важность для анализа имеют труды: Евклида, Р. Декарта, Г.В. Лейбница, Г. Кантора, Д. Гильберта, Л. Брауэра, Б. Рассела, К. Гёделя, В.А. Воеводского. В качестве центрального корпуса историко-критической и комментаторской литературы по данной проблеме выступают работы: В. Виндельбанда¹⁹, А. Френкеля и Й. Бар-Хиллела²⁰, А.П. Юшкевича²¹, А.Н. Колмогорова²², Р. Коллинза²³, Я. Хинтикки²⁴, П.П. Гайденко²⁵, А.В. Родина²⁶.

Цели и задачи исследования

Цель исследования – описать, систематизировать и оценить²⁷ применение ресурсов математики в философии.

Для достижения цели необходимо решить следующие **задачи**:

1) Определить объект исследования. Прояснить и уточнить ключевые понятия, а именно: «философия», «философский текст», «математика»,

¹⁹ Виндельбанд В. История новой философии в ее связи с общей культурой и отдельными науками: Т.1: От Возрождения до Просвещения. Пер. с нем. под ред. А. Введенского М.: «Гиперборея», «Кучково поле», 2007.

²⁰ Френкель А. и Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. Перевод с англ. Ю.А. Гастева. Под ред. А.С. Есенина-Вольпина. М.: «Мир», 1966.

²¹ Юшкевич А.П. О «Геометрии» Декарта // Декарт Р. Рассуждение о методе. М., 1953.

²² Колмогоров А.Н. Математика в её историческом развитии. М.: URSS: Изд-во ЛКИ, 2007.

²³ Коллинз Р. Социология философий. Глобальная теория интеллектуального изменения / Перевод Н.С. Розова. Издательство: Новосибирск: Сибирский хронограф, 2002.

²⁴ Хинтикка Я. О Витгенштейне // Хинтикка Я. О Витгенштейне; Витгенштейн Л. Из «лекций» и «заметок» / Сост., ред. и пер. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: «Канон+» РООИ «Реабилитация», 2013; Хинтикка Я. О Гёделе // Хинтикка Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014

²⁵ Гайденко П.П. История греческой философии в ее связи с наукой. Изд. 3-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012; Гайденко П.П. История новоевропейской философии в ее связи с наукой. М.: ПЕР СЭ; СПб.: Университетская книга, 2000.

²⁶ Родина А.В. Логический и геометрический атомизм от Лейбница до Воеводского // Вопросы философии. 2016. № 6. С. 134-142.

²⁷ Последнее особенно важно и актуально в связи с тем, что использование математических ресурсов приобрело характер моды.

«гносеологические и онтологические ресурсы математики».

2) Выбрать структуру, позволяющую из огромного массива философских текстов, апеллирующих к математике, выделить наиболее важные и репрезентативные.

3) Рассмотреть конкретные примеры применения гносеологических и онтологических ресурсов математики.

4) Оценить продуктивность применения ресурсов математики в философии.

Объект и предмет исследования

Объект исследования – совокупность философских текстов, представляющих онтологическую и гносеологическую проблематику, выраженную посредством ресурсов математики. **Предмет** исследования – то, как онтологические и гносеологические ресурсы математики работают в философских текстах.

Здесь требуется **уточнение ключевых понятий**.

Словом «философия» называли и то, что в наше время к философии уже не относят. В европейских университетах с момента их возникновения во второй половине двенадцатого века младший (пропедевтический) факультет назывался философским. Он включал в себя две ступени: тривий (грамматика, риторика и диалектика) и квадрий (четыре математические дисциплины²⁸: арифметика, геометрия, музыка и астрономия). Традиции именования достаточно широкой области наук «философией»²⁹ придерживался, например, Ньютон. Изложение своей физической теории он называет «Математическими началами натуральной философии». Знаменитые слова Ньютона «гипотез же я не

²⁸ Комплект математических дисциплин в таком виде существует уже у пифагорейцев.

²⁹ Однако, простая замена ньютоновского наименования «натуральная философия» на «физика» не будет корректной. Ньютон в своей работе рассматривает более широкий спектр проблем. Как верно замечает Койре: «Озабоченность Ньютона философскими проблемами была не каким-то внешним дополнением, но составной частью его мышления» (см.: Койре А. Очерки истории философской мысли. М., 1954. С. 222).

измышляю»³⁰ относятся именно к «экспериментальной философии»³¹, которая строится на экспериментах, а не на гипотезах.

С другой стороны, то, что теперь называют «философией», раньше могли именовать другими словами (например, «метафизика» или «теология»). Вопрос терминов не будет подниматься и проблематизироваться в каждом отдельном случае. Под **философскими текстами** здесь будут пониматься те тексты, в которых представлена онтологическая и гносеологическая проблематика.

Те же сложности, что и со словом «философия», возникают со словом «математика». Та наука, которую называют «математикой», постоянно развивается и расширяется. Меняются и границы, отделяющие математическое от не имеющего отношения к математике. Нередко речь идёт не о математике, а об одном из её разделов: арифметике, геометрии и других. Сами математики по-разному определяют, что такое «математика». Принципиально различается отношение к математике Гильберта и Брауэра. Первый понимает её как игру с символами³², второй – как внеязыковую деятельность ума³³. Арнольд настаивает на том, что «математика – часть физики»³⁴, Гёдель – «что математическое утверждение ничего не говорит о физической или психической реальности, существующей в пространстве и времени, потому что оно истинно уже благодаря значению терминов, входящих в него, не зависимо от мира реальных вещей»³⁵.

Кроме того, важно учитывать связь предлагаемого определения с

³⁰ Ньютон И. Математические начала натуральной философии // Собр. Трудов Академика А.Н. Крылова. М.; Л., 1936. Т. VII. С. 662.

³¹ Там же. С. 662.

³² Гильберт Д. Избранные труды Т.1. Теория инвариантов. Теория чисел. Алгебра. Геометрия. Основания математики. М.: Факториал, 1998. С. 419.

³³ Brouwer L. Intuitionism and formalism. Inaugural address at the University of Amsterdam, read October 14. 1912.

³⁴ Арнольд В.И. «О преподавании математики», УМН, 53:1 (319) (1998), 229–234; Russian Math. Surveys, 53:1 (1998), 229–236. С. 230.

³⁵ Гёдель К. Некоторые основные теоремы в основаниях математики и их следствия (1951) // Хинтиikka Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014. С. 195.

личностью предлагающего его математика. Эта связь обусловлена как социокультурным контекстом, так и личными особенностями исследователя. Колмогоров в статье для Большой Советской Энциклопедии, определяя «математику» как «науку о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира»³⁶, апеллирует к авторитету Энгельса. Арнольд в книге «Что такое математика?», яро выступая против близких к эпатажу определений «математики», не скрывает своей ангажированности: «Именно такие представления о деятельности математиков приводят правительства и общество к прекращению финансирования этой науки и грозят ей полным уничтожением»³⁷.

Без особой необходимости в работе не будет каждый раз уточняться, говорится ли о математике вообще или о каком-то конкретном её разделе. Так же не будет каждый раз отдельно поясняться, о математике какого времени и определяемой каким исследователем идёт речь. В тех случаях, когда это необходимо, такие уточнения и пояснения будут даны.

Под гносеологическими и онтологическими ресурсами математики в исследовании будет пониматься не только то, что берётся из математики и применяется в философии, но и то, что возникает и вырабатывается на открытом и ещё не разделённом между математикой и философией поле, и входит затем и в философию, и в математику. Ресурсами математики оно будет называться не в том смысле, что оно больше математическое, нежели философское, а потому, что, будучи не только философским, но и математическим, оно тем самым отличается от иных ресурсов, применяемых в философских текстах.

³⁶ Цит. по: Колмогоров А.Н. Математика в её историческом развитии. М.: URSS: Изд-во ЛКИ, 2007. С. 24.

³⁷ Арнольд В.И. Что такое математика? М.: МЦНМО, 2002. С. 13.

Научная новизна исследования

Впервые в научной литературе:

- 1) исследована проблема применения гносеологических и онтологических ресурсов математики в философии;
- 2) вводится и определяется концепт «гносеологические и онтологические ресурсы математики»;
- 3) на конкретных примерах оценена продуктивность применения гносеологических и онтологических ресурсов математики в философских текстах.

Теоретическая и практическая значимость исследования

Теоретическое значение диссертации состоит в исследовании слабо изученной в рамках отечественной и мировой философской литературы проблемы применения ресурсов математики в философии. Достигнутые результаты позволяют по-новому оценить характер и значение связи и взаимного влияния математики и философии. В работе показано, что такие известные и влиятельные философы нашего времени, как Бадью и Мейясу, некорректно используют ресурсы математики в своей аргументации.

Вместе с тем, результаты исследования имеют и дидактическое значение. Они могут лечь в основу специального курса, посвящённого вопросу применения математики в философии. Ряд положений диссертации может быть использован при чтении курсов по философии для студентов математических специальностей. Кроме того, результаты исследования могут использоваться при разработке междисциплинарных исследовательских программ и играть стимулирующую эвристическую роль в науке.

Методологическая основа исследования

Решение поставленных задач осуществляется с опорой на теоретическую и методологическую базу, которая, в свою очередь, определяет перспективу

постановки самих задач. Компаративистский и исторический методы позволяют вскрыть истоки и предпосылки формирования исследуемого проблемного поля. Ключевой принцип исследования – рассмотрение философских стратегий и высказываний их представителей в органической связи с соответствующим им социокультурным контекстом.

Положения, выносимые на защиту

1) Философия продуктивно использует ресурсы математики тогда, когда взаимовлияние философии и математики находит своё выражение в расширении предметных областей математики. Так, разрабатывая проект универсального языка, Лейбниц делает важные шаги в направлении создания и развития символической логики и закладывает начала нового раздела математики, комбинаторики. Логическое вычисление истинности высказываний, записанных на специальном языке, он намеревается использовать и в философии. Идеи и разработки Лейбница оказывают прямое влияние на развитие философских течений начала двадцатого века (идея «логического атомизма» Рассела, «Логико-философский трактат» Витгенштейна, работы представителей Венского кружка).

2) В силу того, что в математике уже содержатся некоторые необходимые философии концептуальные ресурсы, она иногда первой проходит тот концептуальный путь, который найдёт своё воплощение в общепhilosophических концепциях. Так, Декарт переходит от проекта объединения разделённых на основании исследуемого предмета математических наук в единую науку о порядке и мере к объединению на тех же принципах всего знания в единую универсальную науку. Кант говорит, что математики обрели свой собственный метод, когда поняли, что достоверное априорное знание можно получить тогда, когда вещи приписывается только с необходимостью следующее из вложенного в неё самим исследователем сообразно его понятию. Аналогичный ход он

совершает и в философии, когда в гносеологической проблематике делает акцент на активности субъекта.

3) Продуктивность применения ресурсов математики имеет место тогда, когда это приводит к созданию в философии существенно новых концептов. Так, под влиянием теории множеств Кантора и проекта формализации математики Гильберта Гуссерль вводит концепты: формальная онтология и формальный регион.

4) Ресурсы математики продуктивно применяются в философии, когда происходит обращение к некоему общему (для математики и философии) источнику проблем. Так, на рубеже девятнадцатого и двадцатого веков на фоне бурного и успешного развития разных разделов математики на передний план выходит проблема единства науки и надёжности её оснований. В результате возникают программы объединения и обоснования математики. В это же время Гуссерль берётся за построение строгой и предельно общей науки, имеющей дело с универсальным сознанием.

5) В отличие от канторовской теории множеств современные проекты оснований математики пользуются куда меньшим интересом со стороны философов. Это связано не только с усложнением математического материала, но и с имеющимися и в математике, и в философии тенденциями к отказу от универалистских проектов обоснований.

Степень достоверности и апробация результатов исследования

Достоверность результатов, полученных в ходе работы над диссертацией, обеспечена наукометрическими показателями статей, в которых они были опубликованы, репрезентативным для раскрытия темы корпусом источников и применением адекватных целям и задачам исследования методов. Наличие у автора математического образования позволяет ему критически оценивать применение ресурсов математики в философских текстах.

Диссертация прошла обсуждение на кафедре онтологии и теории познания философского факультета Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова и получила положительное заключение.

По теме диссертации автором были опубликованы статьи в журналах, входящих в перечень, утверждённый решением Учёного совета МГУ:

1) Карамышев И.С. Теория множеств как философское событие // Философия и общество. 2017. № 4. С. 117–133.

2) Карамышев И.С. Смерть математика? // Вестник Московского университета. Серия 7. Философия. 2019. № 1. С. 95-108.

3) Карамышев И.С. В чужой монастырь со своим уставом: ресурсы математики в текстах Хармса // Философия и общество. 2019. №1. С. 39-56.

4) Карамышев И.С. Математика как европейский феномен // Философия хозяйства. 2019. № 1. С. 129-140.

Иные научные публикации:

1) Карамышев И.С. Границы логики и вопрос об истине // Карамышев И.С. Границы логики и вопрос об истине // Вестник социально-политических наук. Выпуск 14. Ярославль, ЯрГУ, 2015. С. 113–117.

Результаты диссертационного исследования и возможности их теоретического применения в различных предметных областях были представлены на следующих конференциях:

1) Актуальные проблемы онтологии и теории познания – 2017. Ежегодная конференция кафедры онтологии и теории познания;

2) XXV Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов – 2018»;

3) Актуальные проблемы онтологии и теории познания – 2018. Ежегодная конференция кафедры онтологии и теории познания;

4) XXVI Международная научная конференция студентов, аспирантов и

молодых учёных «Ломоносов – 2019».

Структура исследования

Диссертация состоит из введения, четырёх глав (каждая из которых разбита на три раздела), заключения и списка литературы. Полный объём диссертации 137 страниц текста. Список литературы содержит 144 наименования.

В исследовании рассмотрен вопрос об использовании гносеологических и онтологических ресурсов математики в философии. Изобилие примеров применения чего-то, имеющего отношение к математике, к чему-то философскому не только обогащает, но и осложняет исследование. Оптимальным образом объединить и упорядочить текст, направить фокус исследовательской оптики на наиболее репрезентативные сюжеты из истории философии и математики позволяет разбиение на главы: «Математика как пропедевтика», «Математика как метод», «Проблема оснований в математике и философии», «Локальное применение ресурсов математики». Благодаря такой структуре удаётся развернуть исследование в рамках перспективы, предлагаемой вопросом «Как гносеологические и онтологические ресурсы математики применяются в философских текстах?». В этом смысле, логика построения работы соответствует логике решаемых в ней задач.

В первой главе (Математика как пропедевтика) говорится о компетентности философов, применяющих ресурсы математики в своих текстах. В первом разделе главы показано, что для Платона математика – это пропедевтика. Занятия математикой он считает необходимыми всем тем, кто намеревается приступить к философии. В своих собственных построениях Платон, следуя пифагорейской традиции, говорит об устройстве космоса на языке современных ему арифметики и геометрии. В своих онтологических и гносеологических построениях он использует структуры, которые позже станут

математическими.

Во втором разделе сравнивается отношение к математике и её ресурсам в философии Платона и в философии Бадью. Показывается, что Бадью, в отличие от Платона, не требует понимания математической или математикообразной части своей работы. Для него ценен не приводящий к знанию индивидуальный опыт математических занятий, а лишь получаемый при обращении к математике результат. Бадью не требует от своих критиков понимания используемой им, существенно более сложной, чем у Платона, математики и охотно вступает в дискуссию с теми, кто признаётся в непонимании той части его работы, в которой используются математические понятия. Далее подробно рассматривается, как Мейясу использует ресурсы математики в своей аргументации, указываются допускаемые им ошибки.

В третьем разделе ставится вопрос о корректности применения ресурсов математики в философии. Здесь рассматривается идущая со стороны математиков критика в адрес философов, использующих в своих текстах математику. Оценивается, с одной стороны, продуктивность с точки зрения развития философии такой негативной критики, с другой стороны, – необходимость этой критики в свете продолжающегося появления текстов, где математика применяется с расчётом на некомпетентность читателя исключительно ради того, чтобы произвести впечатление надёжного и достоверного знания.

Во второй главе (Математика как метод) говорится о применимости методов математики в философии. В первом разделе рассмотрен предлагаемый Декартом проект универсальной математики, предполагающий непосредственное применение математических методов в философии. Оцениваются попытки и возможности реализации этого проекта.

Во втором разделе разбираются исторические особенности попыток поиска

или создания универсального языка, построенного посредством ресурсов математики. Особое внимание уделяется задуманному Лейбницем, в том числе, с целью преобразования философии, проекту универсальной науки и универсального языка. Начатый на стыке развивающихся течений в рамках математики и логики этот проект продолжается в том же русле представителями Венского кружка. В третьем разделе показана критика попыток применения методов математики в философии. Подробно рассмотрена позиция Канта.

В третьей главе рассматривается проблема оснований в математике и философии. В первом разделе показано, как на стыке математики и философии возникает и развивается проблема оснований. Во втором разделе говорится о теории множеств Кантора и о применении её ресурсов в философских построениях Гуссерля, Флоренского, Лосева и Бадью. В третьем разделе речь идёт о современных разработках в основаниях математики. Отмечается, что эти проекты пользуются куда меньшими вниманием и интересом со стороны философов, чем теоретико-множественные основания. Интерес к фундаментальности и универсальности и в математике, и в философии уступил место попыткам как-то справиться с конкретными текущими проблемами.

В четвёртой главе (Локальное применение ресурсов математики) выделяются и рассматриваются ситуации использования ресурсов математики в философии, занимающие важное место в истории философии, но незатронутые в первых трёх главах исследования. В первом разделе говорится о применении ресурсов математики в текстах Маркса. Математика важна философу и для решения чисто экономических вопросов, и для описания диалектических процессов.

Во втором разделе речь идёт об использовании ресурсов математики в современной аналитической философии. На примере теоремы Гёделя о неполноте показано, как один и тот же математический результат используется

при аргументации противоречащих друг другу позиций. В третьем разделе рассматривается использование ресурсов математики в философско-религиозных текстах. Здесь они, как правило, применяются для иллюстрации религиозных догматов или для их защиты от рационалистической критики.

В заключении подводятся итоги и формулируются основные результаты исследования.

Глава 1. Математика как пропедевтика

1.1. Математика в философии Платона

Для Платона математика³⁸, под которой он понимает геометрию и арифметику натуральных чисел, – занятие, предваряющее изучение диалектики. Будучи необходимым подготовительным этапом к более высокой ступени умозрительных наук³⁹, она «ведёт прекраснейшее начало нашей души ввысь, к созерцанию самого совершенного в существующем»⁴⁰. Геометрия⁴¹, по словам Платона, помогает «душе человека обратиться к той области, в которой заключено величайшее блаженство бытия»⁴², а арифметика – «созерцанию природы чисел <...>, чтобы облегчить самой душе её обращение от становления к истинному бытию»⁴³.

Изучение математики и математические практики влияют на само мышление и готовят ум к занятиям философией. Математика⁴⁴ воспитывает возвышенный строй души и приобщает к миру вечного бытия, где царят гармония и порядок. Она готовится к более высокой ступени обучения, где «порознь преподававшимся» ранее наукам «должен быть сделан общий обзор, чтобы показать их сродство между собою и с природою бытия»⁴⁵. И лишь после такой подготовки ученики должны переходить к изучению высшей науки – диалектики, которая приводит к созерцанию идеи блага.

³⁸ Платон различает математику, направленную на получение практического результата, и математику, направленную на познание вечного бытия (см.: Платон. Филеб. 56 d-57 d). Здесь, очевидно, речь идёт о второй.

³⁹ Математику и диалектику Платон относит к умозрительным наукам. Здесь нет ни видимых произведений (как в «производительных» науках: зодчестве и кораблестроении), ни действий (как в науках «действенных»: политике и игре на флейте) (см.: Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов, М., «Мысль», 1979. С. 173-174).

⁴⁰ Платон. Государство. VII, 532 с.

⁴¹ Платон считает неудачным название «геометрия» («землемерие»), так как оно ассоциируется с практическим применением этой науки, что затемняет её истинную сущность (см.: Платон. Послезаконие. 990 с-d).

⁴² Платон. Государство. VII, 526 d-e.

⁴³ Там же. VII, 525 b-c.

⁴⁴ Платон всячески подчёркивает, что практические применения не должны замутнять чистоты математического знания.

⁴⁵ Там же. VII, 537 с.

Сама математика, будучи знанием о мерных отношениях, величинах и формах, выступающих в качестве основы природных явлений и процессов, даёт прочное и надёжное знание. Вместе с тем, она обладает и религиозно-катартическим действием⁴⁶. Платон говорит, что в занятиях математикой «очищается и вновь оживает некое орудие души каждого человека, которое другие занятия губят и делают слепым, а между тем сохранить его в целости более ценно, чем иметь тысячу глаз, ведь только при его помощи можно увидеть истину»⁴⁷. Для Платона математика – не просто прагматический ресурс, а особый, дарованный Богом во спасение⁴⁸ тип знания, без которого «человек превратился бы в самое бессмысленное и безрассудное существо»⁴⁹.

Отношение к математике как к необходимому подготовительному этапу, предшествующему постижению высших истин, характерно для всей пифагорейско-платонистской традиции. Андрокид пишет, что «линии, числа, гармонические интервалы и круги вращения содействуют постижению учений мудрости»⁵⁰. Никомах⁵¹ говорит в «Арифметике» о числах, упорядочивающих основы всего сущего. Для него изучение арифметики имеет ярко выраженный этический характер: «Разумная часть души приводит в порядок неразумную часть, её порывы и влечения, связанные с двумя видами неравенства, и посредством размышления подводит её к равенству и тождеству. А для нас из этого уравнивания прямо вытекают так называемые этические добродетели, каковые суть благоразумие, мужество, мягкость, самообладание, выдержка и

⁴⁶ Здесь Платон наследует пифагорейской традиции.

⁴⁷ Там же. VII, 527 d.

⁴⁸ Платон. Послезаконие. 976 e.

⁴⁹ Там же. 976 d.

⁵⁰ Цит. по: Никомах Гераский. Введение в арифметику. Пер., вступит. статья и комм. А. И. Щетникова. // СХОАН Философское антиковедение и классическая традиция 2009. Том 3. Выпуск 1. Тема номера: Неопифагорейцы. Издательство: Новосибирск: Ред.-изд. центр Новосибирского гос. университета. 2009. С. 103.

⁵¹ Никомах Гераский – древнегреческий математик и философ, представитель неопифагореизма, живший на рубеже I и II веков.

подобные им качества»⁵².

Рассматривая разные типы сущего, Никомах констатирует невозможность ни тщательного их исследования, ни открытия истины сущего, ни правильного философствования без помощи математических наук. Разделив сущие на непрерывные (единые и сплошные) величины и дискретные (раздельные, прилежащие друг к другу, скученные) множества и отметив, что знание может быть только об определённых, но не о беспредельных сущих, Никомах утверждает, что для получения знания необходимо свести неограниченные величины и множества к ограниченным размерам и количествам соответственно. Здесь возникает пифагорейская четвёрка математических наук. Неподвижные и покоящиеся размеры исследуются геометрией, подвижные и вращающиеся – сферикой (астрономией). Количества сами по себе изучаются арифметикой, количества, рассматриваемые в отношении к другому, – музыкой (гармоникой).

Никомах вслед за Платоном⁵³ называет арифметику самой старшей наукой. Она «предшествует остальным наукам в уме Бога-Творца как некий космический и образцовый замысел, опираясь на который, как на установление и изначальный образец, создатель вселенной упорядочивает свои материальные творения и приводит их к подобающим целям; а также потому, что по своей природе она является перворождённой, ибо с её уничтожением уничтожаются прочие науки, но сама она не уничтожается вместе с ними»⁵⁴. Здесь Никомах следует за Платоном, полагающим, что «из всех остальных так называемых искусств <...> не осталось бы ни единого, но все они совершенно исчезли бы, если бы вдруг исчезло искусство арифметики»⁵⁵.

⁵² Там же. С. 127.

⁵³ Платон. Послезаконие. 990 с.

⁵⁴ Никомах Гераский. Введение в арифметику. Пер., вступит. статья и комм. А. И. Щетникова. // СХОЛН Философское антиковедение и классическая традиция 2009. Том 3. Выпуск 1. Тема номера: Неопифагорейцы. Издательство: Новосибирск: Ред.-изд. центр Новосибирского гос. университета. 2009. С. 104.

⁵⁵ Платон. Послезаконие. 977 d-e.

Также вслед за Платоном Никомах подчёркивает значимость математических наук именно в качестве основного этапа философского восхождения от чувственно воспринимаемых вещей, находящихся в непрестанном изменении, к вещам нематериальным, вечным и неизменным. Он называет их «лестницами и мостами, переносящими умы от воспринимаемого чувством и мнением к постижимому мыслью и знанием»⁵⁶. Никомах подчёркивает не только гносеологическое, но и онтологическое значение математики. Она – не только ресурс, делающий возможным познание, но и ресурс, структуры и отношения которого заложены в основы мироздания: «Всё, что по природе было искусно расположено в космосе, обнаруживается разделённым и упорядоченным в частях и в целом в соответствии с числом, по промыслу и уму создателя этого целого; и оно упрочено по предначертанному образцовому плану в соответствии с числом, изначально имевшимся в разуме создавшего космос бога. Это число лишь мыслится, и оно во всех отношениях нематериально, но всё же оно является действительным и вечно сущим, так что в соответствии с ним, сообразуясь с планом творения, были созданы время, движение, небо, звёзды и всевозможные обращения»⁵⁷.

Работы Никомаха и других представителей пифагорейско-платоновской традиции в вопросе о соотношении математики и философии представляют собой, как правило, более или менее детальное и подробное воспроизведение позиции Платона, к которой, в этом смысле, не добавляется ничего принципиально нового. Они обращаются к той же самой математике и рассматривают её в том же смысле и с той же точки зрения, что и Платон.

Платону математика нужна не только как пропедевтика, как набор практик,

⁵⁶ Никомах Гераский. Введение в арифметику. Пер., вступит. статья и комм. А. И. Щетникова. // СХОЛН Философское антиковедение и классическая традиция 2009. Том 3. Выпуск 1. Тема номера: Неопифагорейцы. Издательство: Новосибирск: Ред.-изд. центр Новосибирского гос. университета. 2009. С. 104.

⁵⁷ Там же. С. 106.

подготавливающих к занятиям диалектикой. Он активно использует математику в своих философских построениях. В «Тимее» Платон говорит о составляющих космос элементах, которые построены по типу определённых геометрических тел. Этим элементам присуща пропорциональная структура⁵⁸, в том числе закон золотого сечения⁵⁹. Они составлены из сконструированных некоторым определённым образом треугольников⁶⁰. Платон подробно разбирает вопрос о том, как Бог составляет душу из частей, полученных в результате сложных комбинаций делений и соединений⁶¹.

Здесь Платон продолжает пифагорейскую традицию, в которой числа, числовые отношения и геометрические фигуры рассматриваются как ключ к пониманию вселенной и её структур⁶². Пифагорейцы отмечают общие числовые пропорции и гармонические отношения в арифметике, геометрии, музыке и астрономии. Уподобив всё числам, они, по словам Аристотеля, «элементы чисел <...> предположили элементами всех вещей и всю вселенную <признали> гармонией и числом»⁶³. В познании выявленных пропорций и отношений и заключается для них познание сущности и устройства мироздания⁶⁴.

О возможности познания и связи этой возможности с математикой говорит пифагореец Филолай: «Ибо природа числа познавательна, предводительна и учительна для всех во всём непонятном и неизвестном. В самом деле, никому не была бы ясна ни одна из вещей – ни в их отношении к самим себе, ни в их отношении к другому, – если бы не было числа и его сущности»⁶⁵. «Всё

⁵⁸ См.: Платон. Тимей. 32 b-c.

⁵⁹ См.: там же. 32 a-b.

⁶⁰ См.: там же. 53c-54d.

⁶¹ См.: там же. 35c-36d.

⁶² См.: Гайденко П.П. История греческой философии в ее связи с наукой. Изд. 3-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. С. 24.

⁶³ Аристотель. Метафизика. I, 5, 986 a.

⁶⁴ См.: Гайденко П.П. История греческой философии в ее связи с наукой. Изд. 3-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. С. 35.

⁶⁵ Фрагменты ранних греческих философов. Часть I. От эпических теокосмогоний до возникновения атомистики. М.: Наука, 1989. С. 443.

познаваемое имеет число, – продолжает Филолай, – ибо без последнего невозможно ничего ни понять, ни познать»⁶⁶. Плутарх излагает учение пифагорейца Петрона: «Сто восемьдесят три мира расположены по схеме треугольника, каждая сторона которого заключает шестьдесят миров. А из трёх остальных каждый помещается на углу; находящиеся же рядом миры касаются друг друга, тихо вращаясь кругом, как бы в хороводе»⁶⁷.

Плотин приводит слова пифагорейца-нумеролога Модерата из Гадеса: «Первообразы и первоначала не поддаются ясному изложению на словах, потому что их трудно уразуметь и трудно высказать, оттого и приходится для ясности обучения прибегать к числам»⁶⁸. Прокл пишет: «У пифагорейцев мы найдём, что одни углы посвящены одним богам, другие – другим <...>. Справедливо Филолай посвятил угол треугольника четырём богам: Кроносу, Аиду, Аресу и Дионису <...>, ибо Кронос владеет всей влажной и холодной субстанцией, Арес же – всей огненной природой, и Аид содержит (в своей власти) всю земную жизнь, а Дионис ведаёт влажным и тёплым становлением»⁶⁹. Очевидно, установление такого рода соответствий между богами и геометрическими фигурами не даёт каких-то новых возможностей познания. Здесь нет принципиального отличия от характерных для древних мифов отождествлений с богами природных стихий.

Пифагорейцы начинают разрабатывать своё учение о числе как о некотором божественном начале мира и пытаются таким образом осмыслить устройство мира и возможность его познания в то время, когда математика и философия ещё не отделены друг от друга. Математика как теоретическая наука возникнет позже. Пока есть лишь вычислительные и измерительные практики,

⁶⁶ Там же. С. 441.

⁶⁷ Маковельский. Досократики. Мн.: Харвест, 1999. С. 168.

⁶⁸ Плотин. Эннеады. Шестая Эннеада: Трактаты: VI-IX. СПб.: Абышко, 2005. С. 7-8.

⁶⁹ Фрагменты ранних греческих философов. Часть I. От эпических теокосмогоний до возникновения атомистики. М.: Наука, 1989. С. 436.

инструкции и примеры решения конкретных задач, возникают первые попытки построения доказательств положений общего вида.

Платон развивает своё учение в ситуации, когда математика как наука только начинает формироваться. Евдокс – современник Платона. Евклид – появится позже. Те математические понятия, которые Платон использует, только входят в математику и в философию. Кроме того, Платон, как и пифагорейцы, работает ещё и с теми структурами, которые станут математическими значительно позже. Разговор о едином и многом, пределе и беспредельном возникает в той точке, из которой ведут свои начала математика и философия Древней Греции⁷⁰. В исследовании этих категорий возникают и начала теоретической математики, и вычитывание абстрактных структур из объектов и отношений внешнего мира⁷¹, и развитие гносеологической проблематики. Однако математическими эти категории станут лишь много веков спустя.

Математика как теоретическая наука возникает именно из сочетания абстрагирования, с одной стороны, и требования необходимости обоснования, с другой. Способы абстрагирования предлагаются уже ранними пифагорейцами, утверждающими, что всё есть число. Первые доказательства приписывают Фалесу. С требованием доказательств и критического рассмотрения дорефлексивных суждений активно выступают софисты.

В платоновском изложении Протагор говорит, что «мера всех вещей – человек, существующих, что они существуют, а не существующих, что они не существуют <...>. Какой мне кажется каждая вещь, такова она для меня и есть, а какой тебе, такова же она, в свою очередь, для тебя»⁷². Поэтому всякая истина

⁷⁰ См.: Черняков А.Г. Онтология как математика: Бадью, Гуссерль, Плотин. // Сущность и слово. Сборник научных статей к юбилею проф. Н.В. Мотрошиловой. М.: Феноменология-Герменевтика, 2009. С. 415-437.

⁷¹ Так, например, по Филолаю, весь космос образовался из двух противоположных начал: предела и беспредельного, коие соединяются посредством гармонии (см.: Фрагменты ранних греческих философов. Часть I. От эпических теокосмогоний до возникновения атомистики. М.: Наука, 1989. С. 434).

⁷² Платон. Тезтет. 153 а.

относительна. В процессе познания предмет соотносится не сам с собой, а с познающим субъектом. В этом смысле, предмет не соотносится только с собой и не является самотождественным⁷³. Парменид в противоположность софистам говорит ⁷⁴ , что не может быть достоверным не сохраняющее самотождественности.

Платон разрешает поставленную элеатами и софистами антиномию, выражая её на языке единого и многого. Тожественное самому себе бытие не может быть дано среди явлений чувственного мира. Оно – из мира идей и, следовательно, едино. Однако единое не совпадает с тождественным: «Если бы единое и тождественное ничем не отличались, то всякий раз, как что-либо становилось бы тождественным, оно делалось бы единым и, становясь единым, делалось бы тождественным»⁷⁵. Таким образом, понятие тождественности и понятие единого предполагают акт соотнесения. В онтологическом смысле бытию самотождественного единого соответствует множество его воплощений в чувственном мире. В гносеологическом – самотождественное единое, становясь предметом познания, соотносится с познающим и, следовательно, перестаёт быть единым. В обоих случаях единое, соотносясь с иным (а не соотноситься с ним оно не может), должно стать многим.

Как онтологически единое может стать многим⁷⁶? Два различных элемента из одного получаются в силу необходимости ⁷⁷ обладания единым

⁷³ См.: Гайденок П.П. История греческой философии в ее связи с наукой. Изд. 3-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. С. 105.

⁷⁴ См.: Фрагменты ранних греческих философов. Часть I. От эпических теокосмогоний до возникновения атомистики. М.: Наука, 1989. С. 281.

⁷⁵ Платон. Парменид. 139 d.

⁷⁶ Ср. об этом также слова Чжуан Цзы: «Коль скоро мы составляем одно - что ещё тут можно сказать? Но уж коли мы заговорили об одном, то можно ли обойтись без слов? Единое и слова о нём составляют два, а два и одно составляют три. Начиная отсюда, даже искуснейший математик не доберётся до конца чисел, что уж говорить об обыкновенном человеке! Даже идя от несуществующего к существующему, мы должны считать до трех. Что уж говорить, когда мы пойдем от существующего к существующему!» (см.: Чжуан-цзы: Даосские каноны / Пер., вступит. ст., коммент. В.В. Малявина. М.: ООО «Издательство Астрель»; ООО «Издательство АСТ», 2002. С. 66).

⁷⁷ Если единое не обладает бытием, о нём всё же идёт речь. Следовательно, оно «каким-то образом должно быть

нетождественным ему предикатом бытия: «Должно существовать бытие единого, не тождественное с единым, ибо иначе это бытие не было бы бытием единого, и единое не было бы причастно ему, но было бы всё равно что сказать "единое существует" или "единое едино". Теперь же мы исходим не из предположения "единое едино", но из предположения "единое существует"»⁷⁸. Получив предикат и вступив тем самым в первое отношение, единое становится двоицей, а из этого уже рождается множественность: «Единое, раздробленное бытием, представляет собой огромное и беспредельное множество»⁷⁹.

Гносеологически единое становится многим также в результате обретения предиката, выступающего здесь в качестве условия познаваемости и вообще мыслимости: «Если единое не существует, то ничто из иного не может мыслиться ни как одно, ни как многое, потому что без единого мыслить многое невозможно <...>. Если единое не существует, то и иное не существует и его нельзя мыслить ни как иное, ни как многое»⁸⁰. Таким образом, бытие единого является необходимым условием и существования, и мыслимости (следовательно, познаваемости) чего бы то ни было⁸¹. А поскольку «бытие единого» – это ситуация, возможная только в условиях отношения «единое-многое», то и онтологическое, и гносеологическое возможны исключительно в рамках этой дихотомии. Как единое не существует и непознаваемо без многого (без соотнесения с иным), так и многое не может ни существовать, ни познаваться без единого (без соотнесения с идеей).

Итак, во-первых, для Платона математика – это пропедевтика, то, что prepares человека к философии. Платон настаивает на необходимости занятий математикой для философа. Во-вторых, следуя пифагорейской

причастно и бытию» (см.: Платон. Парменид. 161 е).

⁷⁸ Там же. 142 b-c.

⁷⁹ Там же. 144 е.

⁸⁰ Там же. 166 a-b.

⁸¹ Там же. 166 b-c.

традиции, он говорит об устройстве космоса на языке арифметики и геометрии своего времени, пользуясь математическими понятиями чисел, количественных отношений и геометрических фигур исключительно как метафорами. Наконец, Платон в своих онтологических и гносеологических построениях использует структуры, которые значительно позже станут математическими.

1.2. Математика в философии Бадью и Мейясу

Интересно сравнить платоновское отношение к математике и её ресурсам с тем, как это выглядит у Бадью. Тем более что сам Бадью говорит о возобновлении платоновского жеста⁸². Он, как и Платон, пытается раскрыть онтологическую проблематику на языке единого и многого. Однако теперь соотношение «единое-многое» уже стало математическим, и Бадью здесь обращается к конкретной, достаточно разработанной и устоявшейся теории. Говоря, что онтология – это математика в её теоретико-множественном представлении, Бадью обращается в своих онтологических построениях к теории множеств Кантора.

Интересно, что сам Кантор опирается в своих математических разработках на платонистскую традицию. В работе «Основы общего учения о многообразиях. Математически-философский опыт учения о бесконечности» он пишет: «Под "многообразием" или "множеством" я понимаю вообще всякое многое, которое можно мыслить как единое, то есть всякую совокупность определённых элементов, которая может быть связана в одно целое с помощью некоторого закона, и таким образом я думаю определить нечто, родственное платоновскому εἶδος или ἰδέα, а также тому, что Платон в своём диалоге "Филеб, или высшее благо" называет μῦθόν»⁸³.

Кантор придаёт своей теории «широкое философское значение»⁸⁴. Он пишет, что, публикуя свои работы, «имел в виду главным образом двоякого рода читателей: с одной стороны, философов, следивших за развитием математики

⁸² Черняков называет текст Бадью попыткой вновь вернуться на почти безвозвратно утраченный платонический путь «мыслить сущее в терминах единого и многого (и только в этих терминах)» (см.: Черняков А.Г. Онтология как математика: Бадью, Гуссерль, Плотин. // Сущность и слово. Сборник научных статей к юбилею проф. Н. В. Мотрошиловой. М.: Феноменология-Герменевтика, 2009. С. 415-437)

⁸³ Кантор Г. О бесконечных линейных точечных многообразиях // Кантор Г. Труды по теории множеств. М., 1985. С. 101.

⁸⁴ Там же. С. 384.

вплоть до новейшего времени, а с другой – математиков, которые знакомы с важнейшими фактами древней и новой философии»⁸⁵. Оправдывая ожидания своего создателя, теория множеств становится важным событием не только в математике, но и в философии.

Однако Бадью не требует понимания математической или математикообразной части своей работы. Если для Платона и платоников ценен именно индивидуальный опыт математических занятий, то для Бадью важен не приводящий к знанию опыт, а результат, который может восприниматься всеми, независимо от наличия и качества собственного опыта. По Платону, всякий, приступающий к философии, должен быть математиком: «Негеометр да не войдёт»⁸⁶ начертано на вратах Академии. Бадью вступает в обсуждение своих куда более математически насыщенных текстов с теми, кто уже на входе говорят о непонимании математической части его работы.

Приступая к обсуждению книги «Бытие и событие», существенная часть которой состоит из математических выкладок и рассуждений, тесно с ними связанных, Лаку-Лабарт говорит: «На треть эта книга осталась мною не прочитана, я справился с ней с грехом пополам, я просто не способен с ней совладать»)»⁸⁷. Свою беспомощность перед математической частью текста признаёт и другой критик Бадью, Рансьер: «Чтобы вполне оценить сочинение, подобное «Бытию и событию» <...>, необходимо было бы владеть применяемыми в нём областями математики и тем, что из них здесь извлекается ... Перед всеми этими требованиями я чувствую себя несостоятельным»⁸⁸.

По факту математика перестаёт быть в философии Бадью тем, в качестве

⁸⁵ Там же. С. 63.

⁸⁶ Тахо-Годи А.А. Примечания. // Платон. Собрание сочинений в 4 т.: Т.3 / Пер. с древнегреч.; Общ. редакция А.Ф. Лосева, В.Ф. Асмуса, А.А. Тахо-Годи; Автор вступительной статьи и ст. в примеч. А.Ф. Лосев; Примеч. А.А. Тахо-Годи. М.: Мысль, 1994. С. 584.

⁸⁷ Цит. по: Бадью. Манифест философии. 2003. С. 78-79.

⁸⁸ Цит. по: там же. С. 85.

чего она себя декларирует. Бадью приводит обращённые к нему слова Лаку-Лабарта: «Я, кажется, понял: если математика – это то, о чём ты говоришь, она не является наукой»⁸⁹. Дальше Бадью соглашается с этим тезисом: «Да, ибо она есть мысль, точнее мысль о пустоте бытия»⁹⁰.

Действительно, то, как Бадью говорит о математике, создаёт впечатление, что речь идёт о какой-то особой математике, известной только ему самому. Так, например, он пишет, что математика при помощи теоремы Коэна «даже позволяет установить, что если вообще истина отлична от бытия, тем не менее, остаётся неоспоримым, что бытие конкретной истины "однородно" бытию как бытию (или: что имеется всего один сорт бытия)»⁹¹. Конечно же, ни теорема Коэна в частности, ни математика вообще не утверждают и не устанавливают ничего относительно бытия, истины, а также однородности и сорта бытия.

Коэн в своей теореме доказывает⁹², что континуум-гипотеза не может быть доказана в аксиоматике Цермело и Френкеля. Вместе с результатами, полученными Гёделем, это даёт полное доказательство независимости континуум-гипотезы от аксиом системы Цермело-Френкеля⁹³, включая аксиому выбора. Сам Коэн не выводит из своей теоремы тех положений, которые утверждает Бадью, а «бытие» и «истина» как таковые не принадлежат к числу математических понятий. Следовательно, в математике не может устанавливаться и доказываться о них что бы то ни было.

Говоря о повторении платоновского жеста, Бадью совершает антиплатоновский жест. Понимание текста Бадью требует больших математических знаний и умений, чем тексты Платона. Бадью опирается не на арифметику и элементарную геометрию древних греков, а на теорию множеств

⁸⁹ Цит. по: там же. С. 140

⁹⁰ Там же. С. 140

⁹¹ Там же. С. 133

⁹² См.: Коэн П. Дж. Теория множеств и континуум-гипотеза. М.: Мир, 1969. С. 201-283.

⁹³ Предполагается непротиворечивость этой системы.

Кантора. При этом он не требует от своих критиков понимания этой математики и охотно вступает в дискуссию с теми, кто признаётся в непонимании той части его работы, в которой используются математические понятия.

Фактически, текст книги «Бытие и событие» существует в философском поле в непрочитанном (или недопрочитанном) состоянии. Для Платона и платоников занятия математикой – это необходимый каждому будущему философу опыт. Для Бадью, казалось бы, такой опыт необходим вдвойне, так как сами его тексты имеют значительное и несоизмеримо более сложное математическое содержание. Однако Бадью, как это ни парадоксально, такого требования не выдвигает ни по отношению к своему читателю, ни по отношению к самому себе.

Высоко оценивает работу «Бытие и событие» Мейясу. Причём, для него важны и то, как Бадью высказывается о математике, и сама математическая составляющая работы. Сильной стороной «Бытия и события» Мейясу называет «высвобождение исчисляющего мышления из границ самой математики»⁹⁴. Для Мейясу важно утверждение Бадью об онтологической значимости теоремы Кантора, «закрывающейся в том, как она раскрывает математическую мыслимость бытия-как-такового»⁹⁵. Мейясу и сам очень активно высказывается о математике и прямо использует её ресурсы в своей аргументации. Вслед за Бадью он обращается к теории множеств Кантора, при помощи которой надеется решить проблему Юма.

Спекулятивное решение проблемы Юма Мейясу предлагает в ответ на критику контингентности⁹⁶ законов природы⁹⁷. Юм ставит вопрос о том, можно

⁹⁴ Мейясу К. После конечности: Эссе о необходимости контингентное / пер. Л. Медведевой. Екатеринбург; Москва: Кабинетный ученый, 2015. С. 153.

⁹⁵ См.: там же. С. 152.

⁹⁶ Контингентность означает, что законы природы могут изменяться, но не вследствие некоторого высшего скрытого закона изменения законов, а безо всякой на то причины или основания (см.: там же. С. 121).

⁹⁷ См.: там же. С. 123.

ли доказать, что при тождественных условиях будущие феноменальные последовательности будут тождественны последовательностям, происходящим в настоящем⁹⁸. По Юму, это не выводимо ни из опыта, ни из принципа непротиворечивости⁹⁹.

Мейясу рассматривает предлагаемый Юмом пример с бильярдными шарами¹⁰⁰. Из огромного количества вариантов движения в результате удара при каждом наблюдении происходит один и тот же результат. Это возводится в правило (физический закон соударений), подтверждающееся новыми наблюдениями. Таким образом, причинность возводится в закон исключительно на основании чувственного опыта. На его же основании отбрасываются все остальные не наблюдаемые в опыте возможности движения. Такой подход, по Мейясу, аналогичен тому, когда из повторяющегося выпадения только одной стороны игральной кости делается вывод, что она шулерская¹⁰¹. То есть, что выпадение этой стороны происходит не случайно, а с заданной шулером необходимостью.

Юм, а вслед за ним и Кант, по словам Мейясу, рассуждают как игрок, подозревающий, что кость шулерская, то есть наблюдаемое повторение причинно-следственных связей не случайно. Различие заключается лишь в том, что вместо шести граней относительно Вселенной можно вообразить бесконечное количество вариантов, а вместо относительно небольшого промежутка времени, в течение которого бросается кость, – вся историческая память человечества. Поскольку во втором случае количества не выпадающих

⁹⁸ Мейясу обращает внимание, что речь здесь идёт не о достоверности описывающих природу теорий, а о стабильности самой природы (см.: там же. С. 125).

⁹⁹ См.: там же. С. 128.

¹⁰⁰ См.: там же. С. 128.

¹⁰¹ Вероятность выпадения одной стороны шестигранной игральной кости равна $1/6$. Вероятность, что она выпадет, например, десять раз подряд, равна $1/6$, умноженной на себя 10 раз, то есть, $1/60466176$ (один к более, чем шестидесяти миллионам). Происшествие столь маловероятного в случае случайного распределения события вызывает подозрения, что оно происходит не случайно.

вариантов и времени наблюдения значительно больше, ещё меньше оснований считать выпадение в нём одного и того же варианта случайностью. Значит, должен быть скрытый принцип, способный объяснить стабильность результата, как в случае с игральной костью это обеспечивает вделанный в неё свинцовый шарик.

Равномыслимое равновозможно, а равновозможные события равновероятны, пишет Мейясу. Следовательно, умозаключение, что наблюдаемое единообразие природы не может быть случайным, а объясняется необходимостью и неизменностью законов природы – это вероятностное рассуждение¹⁰², которое можно вычислить математически. Его суть в констатации необъятности численного разрыва между возможным в мышлении и возможным в опыте. А то, что контингентность никак не проявляет себя, то есть что человечество не наблюдало, как в природе вдруг начинали нарушаться физические законы, противоречит законам вероятности.

При этом само понятие случайности мыслимо только при условии, что физические законы нерушимы. Случайность всегда предполагает некоторую форму физического постоянства и сама представляет собой вид физического закона. Наконец, как интерпретирует Канта Мейясу, без господства необходимости физических законов невозможно само сознание, так как из раздробленного на бессвязный опыт мира оно не выводимо. Мейясу поправляет Канта: для выводимости сознания достаточно стабильности законов. Причём, стабильность законов не обязательно предполагает их необходимость. То есть, из не-необходимости законов не следует невозможность самого сознания.

Мейясу пытается доказать, что не-причинная вселенная столь же приемлема, что и причинная, а разница между ними заключается в присущей человеку загадочной вере в то, что если во Вселенной неизменно действуют

¹⁰² См.: там же. С. 144.

причинные законы, значит, они не случайны, а необходимы. К этому результату Мейясу намеревается прийти тем путём, каким Лобачевский пришёл к созданию неевклидовой геометрии¹⁰³. Пытаясь от противного доказать пятый постулат Евклида, Лобачевский не получил ожидаемого противоречия. Вместо этого он построил столь же не противоречивую, что и евклидова, модель геометрии. Мейясу предлагает доказать от противного причинную необходимость, надеясь обнаружить, что противоречий не возникнет, и не-причинная вселенная окажется столь же приемлемой, что и причинная.

Мейясу предлагает пример гомогенной верёвки определённой длины, равномерно натянутой с двух сторон. Поскольку «теоретически» количество возможных точек разрыва бесконечно, каждая точка имеет лишь один шанс из бесконечности стать точкой разрыва¹⁰⁴, но, несмотря на бесконечно малую вероятность для каждой точки, одна из них всё-таки станет точкой разрыва. Далее он говорит о распространении вероятностного суждения, применяемого к внутренним событиям «нашей Вселенной» (бросок игральной кости или разрыв верёвки), на более широкий контекст¹⁰⁵, когда «наша физическая Вселенная» рассматривается как одна из бесконечного числа мыслимых, не содержащих противоречий Вселенных, управляемых своими физическими законами¹⁰⁶.

В рамках такой аналогии «наша Вселенная» – это одна из выпадающих граней «Вселенной-Кости» («Вселенной всех Вселенных»). Для каждой данной в опыте ситуации эта «Кость» мысленно бросается, но наблюдения показывают, что в одинаковых обстоятельствах «Вселенная-Кость» всегда выпадает гранью «наша Вселенная» с её законом соударений¹⁰⁷. Из невероятности такой

¹⁰³ См.: там же. С. 135-136.

¹⁰⁴ См.: там же. С. 150.

¹⁰⁵ См.: там же. С. 143.

¹⁰⁶ Соударение бильярдных шаров этих Вселенных приводит к результатам, отличным от наблюдаемых в «нашей Вселенной».

¹⁰⁷ См.: там же. С. 143.

стабильности результата выводится необходимость особого основания для выпадения всегда одной и той же грани¹⁰⁸.

Однако Мейясу выступает против распространения вероятностного суждения, применяемого к внутренним событиям «нашей Вселенной», на событие «наша Вселенная», происходящее при мысленном броске «Вселенной всех Вселенных»¹⁰⁹. Для такого распространения «Вселенная всех Вселенных» («Вселенная-Кость» или множество возможных миров) должна быть представима¹¹⁰. Нужна мыслимость тотальности всех возможных случаев, позволяющая использовать вероятностное исчисление и являющаяся необходимым условием мыслимости вероятностного рассуждения: без идеи одной «Вселенной всех Вселенных», из которой извлекаются подвергаемые анализу события, вероятностное рассуждение теряет смысл¹¹¹.

Тотальность внутри «нашей Вселенной», пишет Мейясу, дана в непосредственном опыте или косвенно, через наблюдения за частотой данного феномена. В случае же применения вероятностного рассуждения к «Вселенной всех Вселенных» опыт не даёт оснований утверждать, что и здесь представимое составляет тотальность случаев¹¹².

То, что такая тотализация представимого не может быть гарантирована а priori, по Мейясу, следует из «канторовской революции в теории множеств». Созданная Кантором теория трансфинитов, по Мейясу, детотализирует число, и, следовательно, количественная тотальность всего вообще мыслимого немислима. Это выбивает почву и из-под умозаключения о необходимости физических законов, мистическим образом добавляющейся к факту

¹⁰⁸ См.: там же. С. 144.

¹⁰⁹ Мейясу намеревается ответить на это представлением мира, лишённого физической необходимости, но совместимого с фактом стабильности законов (см.: там же. С. 147), для чего ему необходимо условие стабильности Хаоса, которое он видит в трансфинитном (см.: там же. С. 149).

¹¹⁰ См.: там же. С. 151.

¹¹¹ См.: там же. С. 151.

¹¹² См.: там же. С. 152.

стабильности этих законов. Переход от стабильности законов к их необходимости, по мнению Мейясу, основан на том, что возможное тотализируемо. Однако возможное не обязательно тотализируемо¹¹³. Следовательно, переход от стабильности к необходимости неоснователен.

Мейясу говорит, что вероятностное рассуждение имеет значение только при условии, что возможное априори было бы мыслимо. Число представимых возможностей превосходит число возможностей опыта¹¹⁴. Действительно, число произведённых опытов всегда конечно, и «чем больше предполагаемое число представимых возможностей превосходит число возможностей опыта, тем сильнее будет искажение вероятностей»¹¹⁵. Бесконечное число вариантов возможного, пишет Мейясу, не является препятствием для применения вероятностей. Следовательно, не важно, известно ли, конечна или бесконечна тотальность возможного.

Таким образом, делает он вывод, распространение вероятностного способа рассуждения за пределы тотальности данного в опыте нелегитимно. Из невозможности с помощью логико-математической процедуры принять решение о существовании или несуществовании тотальности возможного следует ограниченность претензии вероятностного рассуждения только объектами опыта. Оно не может распространяться на сами законы «нашей Вселенной»¹¹⁶. Из мыслимости и тотализируемости, и нетотализируемости возможного в числовом виде следует удостоверяемость допустимости вероятностного рассуждения только опытом, который один может стать гарантом действительного существования тотальности.

¹¹³ Мейясу не утверждает, что не-тотализирующая аксиоматика Цермело и Френкеля является единственно мыслимой, и что возможное нельзя тотализировать. Но она представляет собой пример того, что существует, по меньшей мере, одна приемлемая аксиоматика, способная дать средства помыслить, что возможное является нетотализируемым.

¹¹⁴ См.: там же. С. 150.

¹¹⁵ Там же.

¹¹⁶ Мейясу отмечает, что имплицитно это делает Кант.

Итак, Мейясу указывает на неосновательность распространения вероятностного подхода с ситуаций, происходящих внутри «нашей Вселенной», на ситуации, происходящие во «Вселенной всех Вселенных». В первом случае вероятностный подход применим, так как есть опытные данные и тотализируемость возможностей. Примеры, о которых говорит Мейясу (игральная кость с бесконечным числом граней и верёвка с бесконечным числом возможных точек разрыва), действительно, вполне себе мыслимы и представимы в виде числовой тотальности. Можно установить соответствие между игральной костью или верёвкой и множеством с континуальной мощностью. Например, с числами интервала $(0; 1)$. Здесь тотальность возможностей – это действительные числа из интервала $(0; 1)$. Опытные данные – конечное число наблюдаемых событий (перечень выпадавших на заданном промежутке чисел в течение наблюдаемого периода). Мейясу говорит, что тотальность возможностей должна быть представима. Поскольку понятие случайности и вероятностное рассуждение опираются на расчёт частотности, они предполагают идею числовой тотальности¹¹⁷.

Во втором случае он не применим, так как нет опыта, дающего основания утверждать, что при применении вероятностного рассуждения представимое составляет тотальность случаев, а из теоремы Кантора следует возможность помыслить, что возможное является нетотализируемым. Конкретно речь идёт здесь о той теореме Кантора, согласно которой не существует множества с максимальной мощностью. То есть, какой бы сколь угодно большой ни была мощность множества, всегда можно построить множество всех его подмножеств, мощность которого будет ещё больше. Таким образом, ряд множеств с возрастающими мощностями не может быть тотализирован, собран в

¹¹⁷ См.: там же. С. 151-152.

«окончательную», как выражается Мейясу¹¹⁸, «величину», так как такая количественная тотализация всегда будет превзойдена множеством всех её подмножеств.

В аргументации Мейясу содержится ряд ошибок. Говоря о неосновательности распространения вероятностного подхода со случаев, происходящих внутри «нашей Вселенной», на случаи, происходящие во «Вселенной всех Вселенных», Мейясу рассматривает не две, как он это пытается показать, ситуации, а три. В первой рассматривается подвергнутая равному натяжению с обеих сторон верёвка фиксированной длины. Эта ситуация доступна в опыте. Верёвка имеет конечное число разрывов. Вероятность разрыва в каждой из них можно с некоторой точностью посчитать. Количество вариантов и вероятность выпадения каждого из них зависят от конкретных физических и химических параметров.

Во второй ситуации рассматривается верёвка с «теоретически» бесконечным числом возможных точек разрыва. Вещество в такой верёвке должно быть распределено настолько однородно, в том числе, «вглубь», что она становится некоторой математической абстракцией, не состоящей из молекул и атомов и не имеющей ничего общего с материальным миром. Такая верёвка недоступна в опыте. Она аналогична интервалу на множестве действительных чисел. Вероятность разрыва в каждой из бесконечного числа точек легко посчитать, обратившись к аналогии с интервалом.

Действительно, можно взять множество действительных чисел строго больших нуля и меньших единицы, то есть, интервал $(0; 1)$. Вместо случайных разрывов будут случайно выбираться числа из заданного промежутка. Каждое число в интервале можно записать в виде бесконечной десятичной дроби, целая часть которой равна нулю, а после запятой на каждой позиции возможно десять

¹¹⁸ См.: там же. С. 155.

вариантов цифр¹¹⁹. Количество чисел в интервале можно посчитать. В записи каждого числа имеется счётное множество позиций, каждая из которых имеет десять вариантов заполнения. Итого, десять в степени алеф нуль. То есть, бесконечность континуальной мощности. Вероятность выпадения некоторого конкретного числа равна единице, делённой на бесконечность, что в пределе даёт нуль. То есть, вероятность выпадения конкретного числа стремится к нулю.

Если всё-таки зафиксировать в заданном интервале некоторую точку, например, «0,5», её фиксация будет событием, вероятность которого до фиксации стремилась к нулю. В любом случае, получается, что если допускается случайность с бесконечным количеством равновероятностных исходов, то вероятность каждого из них ничтожна. При том, что один из них всё-таки выпадает. И выпадает каждый раз снова и снова. Иными словами, невероятное не только случается, но и повторяется каждый раз¹²⁰.

В третьей ситуации рассматривается «Вселенная всех Вселенных», где из всего бесконечного числа теоретически допустимых возможностей каждый раз срабатывают законы «нашей Вселенной». Мейясу говорит, что эта ситуация недоступна в опыте, а вероятность выпадения «нашей Вселенной» невозможно вычислить математически в силу непредставимости всего числа возможных вариантов.

Соотнося происходящее внутри «нашей Вселенной» с происходящим во «Вселенной всех Вселенных», Мейясу сравнивает третью ситуацию с первой,

¹¹⁹ Чтобы соблюсти ограничения, требующие не включать в рассмотрение, в частности, числа «0» и «1», необходимо оговорить, что в описываемой теперь процедуре пересчёта наличествующих в заданном промежутке чисел, необходимо исключить числа «0,(0)» («ноль и ноль в периоде»), которое равно «0», и «0,(9)» («ноль и девять в периоде»), которое равно «1». Исключение двух элементов из бесконечного множества не повлияет на мощность этого множества.

¹²⁰ Мейясу напоминает (см.: там же. С. 151), что парадокса можно избежать разбиением верёвки (или интервала (0; 1)) не на точки, а на сегменты. В зависимости от размера сегмента будет видна вероятность разрыва на нём. Если разбить на интервалы (0; 1/4], (1/4; 1/2], (1/2; 3/4], (3/4; 1), вероятность выпадения точки в каждом из них, очевидно, равна 1/4.

когда речь идёт о доступности в опыте, и со второй, когда речь идёт о расчёте вероятности. И с точки зрения доступности в опыте, и с точки зрения подсчёта вероятности, первая и вторая ситуации принципиально различаются. Мейясу же говорит о них как об одной¹²¹.

Далее Мейясу утверждает, что по отношению к третьей ситуации не применим вероятностный подход, так как теория вероятностей работает только на тотализируемом пространстве возможностей, а здесь невозможно «охватить» число возможных исходов. Почему «охватить» невозможно? В опыте доступна только первая ситуация. Она внутри «нашей Вселенной». Число возможностей в ней конечно. Вторая ситуация – это сконструированная математическая модель. Она не имеет отношения к «нашей Вселенной» и недоступна в опыте. В ней число возможностей составляет бесконечное множество континуальной мощности. Третья ситуация предлагается как более широкий и общий случай, чем первая. Здесь события не внутри «нашей Вселенной», но сама «наша Вселенная» – событие во «Вселенной всех Вселенных».

Есть математическая теория, где имеет место нетотализируемость в том смысле, что не существует множества с максимальной мощностью. На каком основании в соответствие этому ставится «Вселенная всех Вселенных»? «Вселенная всех Вселенных» – это нечто более общее, чем ситуация с конечным числом возможных точек разрыва верёвки внутри «нашей Вселенной». Какое отношение к этому расширению имеет канторовская иерархия бесконечных множеств? У Кантора идёт речь о математических конструкциях. Вторая ситуация, например, представляет собой такую математическую конструкцию. К ней можно обращать ресурсы теории множеств. Утверждение теоремы Кантора о том, что не существует множества с максимальной мощностью, также имеет отношение к математическим

¹²¹ См.: там же. С. 152.

конструкциям, но не имеет отношения к тому, о чём говорит Мейясу, рассматривая «Вселенную всех Вселенных».

1.3. Компетентность философов в математике

Известна критика в адрес философов, использующих в своих текстах математику, возникающая извне, со стороны математиков и физиков. Причём речь идёт не о владении математикой для занятий диалектикой, чего требовал Платон, а о владении тем материалом, который используется в самих философских текстах. И здесь есть значительные претензии со стороны представителей науки, ставящих вопрос о корректности применения ресурсов математики в философии, о компетентности и добросовестности использующих их исследователей. «В настоящее время, – пишет Капица, – мы видим непрерывный рост не только произвольных, в большинстве случаев отмеченных не только полным непониманием, но и просто безграмотных сочинений, как в области естественных наук, так и современной общественной мысли и философии»¹²².

Сокал и Брикмон в книге «Интеллектуальные уловки. Критика философии постмодерна» обвиняют «наиболее знаменитых французских интеллектуалов»¹²³, среди которых Делёз и Гваттари, Деррида и Лакан, Латур и Лиотар, в злоупотреблении научными понятиями¹²⁴, в том, что они «кичатся ложной эрудированностью, обрушивая на головы читателя учёные слова в таком контексте, в котором они не имеют вообще никакого смысла, <...> свободно рассуждают о научных теориях, о которых имеют, в лучшем случае, лишь смутное впечатление. Чаще всего авторы лишь используют научные (или кажущиеся научными) термины, не задумываясь о том, что они означают, <...>

¹²² Капица С.П. Предисловие // Сокал А., Брикмон Ж. Интеллектуальные уловки. Критика философии постмодерна. / Перев. с англ. Анны Костиковой и Дмитрия Кралечкина. Предисловие С.П. Капицы. М.: «Дом интеллектуальной книги», 2002. С. 7.

¹²³ Сокал А., Брикмон Ж. Интеллектуальные уловки. Критика философии постмодерна. / Перев. с англ. Анны Костиковой и Дмитрия Кралечкина. Предисловие С.П. Капицы. М.: «Дом интеллектуальной книги», 2002. С. 20.

¹²⁴ Там же.

жонглируют фразами, лишёнными смысла»¹²⁵.

Существуют критические отзывы, направленные в адрес и куда менее эпатажных и притом математически достаточно компетентных философов. Кантор критикует Канта за то, что тот «без серьёзной предварительной критической работы оперирует понятием бесконечности <...>, лишь благодаря смутному неотчётливому употреблению понятия бесконечности этому автору удалось вызвать серьёзное отношение к его антиномиям и к тому же только у тех лиц, которые, подобно ему, предпочитают уклоняться от основательного математического рассмотрения подобных вопросов»¹²⁶. О Гегеле Кантор пишет, что когда тот говорит о бесконечности, «всё темно, туманно и противоречиво»¹²⁷. Рассел называет фрагмент «Науки логики», связанный с исчислением бесконечно малых, «бессмысленной неразберихой»¹²⁸.

Лузин пишет о Флоренском: «Как только он показал свои работы по математике – опять старое зашевелилось во мне мнение: все его работы не имеют цены в области математики. Намёки, красивые сравнения – что-то упивающее и обещающее, дразнящее, манящее и безрезультативное. И под конец я перестал понимать, что же такое Флоренский? Или это предвестник нового, буревестник, или способный человек с подсознательным адским себялюбием, который из-за желания быть всех лучше удалился сюда»¹²⁹.

Гёдель в одном из писем сообщает, что Витгенштейн не понял его теорему: «Что касается моей теоремы о неразрешимых утверждениях, то из процитированных тобой фрагментов, несомненно: Витгенштейн её не понял

¹²⁵ Там же. С. 19.

¹²⁶ Кантор Г. О различных точках зрения на актуальную бесконечность // Кантор Г. Труды по теории множеств. М., 1985. С. 266.

¹²⁷ Там же. С. 280.

¹²⁸ Russell B. My mental development. Dans: The Philosophy of Bertrand Russell, édité par Paul Arthur Schilpp. New York: Tudor, 1951. P. 11.

¹²⁹ Лузин Н.Н., Флоренский П.А. Переписка Н.Н. Лузина с П.А. Флоренским (1904-1922) // Публикация и примечания С. Демидова, А.Н. Паршина, С.М. Половинкина и П.В. Флоренского // Историко-математические исследования, XXXI, М.: Наука, 1989. С. 150.

(или притворился что не понял). Он интерпретировал её как вид логического парадокса, в то время как, наоборот, она представляет собой математическую теорему внутри абсолютно бесспорной части математики (теория финитных чисел или комбинаторика)»¹³⁰. Хинтиikka отмечает, что «комментарии Витгенштейна по поводу логики и математики в поздний период его творчества показывают, что он мало что понял из того, что делали математики и логики. Не удивительно, что эти комментарии не очень-то помогают тем, кто работает в этих областях»¹³¹.

Приведённые здесь цитаты свидетельствуют о том, что их авторы исходят из убеждения в наличии оснований и необходимости выявления или установления границ, отделяющих математически грамотные применения ресурсов математики от вольно (или невольно) математически безграмотных. Однако это убеждение может быть проблематизировано. Нередко и среди самих математиков нет единого мнения по поводу того, какое применение ресурсов математики является корректным. Интересен и показателен пример великого математика Эйлера, распространявшего правила перемножения корней из положительных чисел на перемножение корней из чисел отрицательных¹³².

Кант, несмотря на критическое отношение к его работе с математическими понятиями со стороны Кантора, оказывает существенное влияние на крупнейших математиков прошлого столетия (Гильберта, Брауэра, Гёделя) и на развитие математики в целом. Не будет ли более основательным и продуктивным, как в знаменитом пари Паскаля, ставить на то, что и в случае, когда корректность применения ресурсов математики вызывает сомнения, в рассматриваемом тексте содержится нечто ценное и заслуживающее

¹³⁰ Wang H. Reflections on Kurt Godel. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1987. P. 49.

¹³¹ Хинтиikka Я. О Витгенштейне; Витгенштейн Л. Из «лекций» и «заметок» / Сост., ред. и пер. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: «Канон+» РООИ «Реабилитация», 2013. С. 85.

¹³² См.: Клайн М. Математика. Утрата определённости. М.: РИМИС, 2007. С. 209.

внимания¹³³?

С другой стороны, в пространстве философской литературы продолжают появляться тексты, где математика применяется исключительно в качестве амулета, который должен не только украшать, но и предоставлять какие-то гарантии. Авторы такого рода текстов¹³⁴ и не пытаются идти вслед за Платоном и требовать от своих читателей понимания математики. Здесь «негеометрам» рады больше, чем «геометрам»: «негеометры» не уличат в шарлатанстве. Ссылка на математику, как на авторитет надёжного и достоверного знания,

¹³³ Всерьёз следует относиться и к переводам философских текстов, где применяются ресурсы математики. Математические термины, используемые Делёзом в «Логике смысла», переведены на русский язык некорректно. В пятнадцатой серии («сингулярности») в переводе 2010 года (см.: Делёз Ж. Логика смысла. М.: Акад. проект, 2011. С. 142) в скобках перечислены типы сингулярных (особых) точек: узкие места, узлы, очаги, центры. В переводе 1998 года (см.: Делёз Ж. Логика смысла. М.: Раритет; Екатеринбург: Деловая кн., 1998. С. 146): узкие места, узлы, преддверия, центры. В математике общепринятыми русскими названиями таких точек являются: седло, узел, фокус, центр (см. классические учебные пособия по дифференциальным уравнениям: Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. С. 98. и Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Учебник для физ. спец. ун-тов. Под ред. А.Н.Тихонова, В.А.Ильина, А.Г.Свешникова. 2-е изд., стер. М.: Наука, 1969. С. 58-59). В тексте на французском языке (см.: Deleuze G. Logique du sens. P.: Minuit, 1969. P. 127) перечисляются следующие типы сингулярных (особых) точек: cols, noeuds, foyers, centres. Слова «cols» и «foyers» можно переводить и как «седло» и «фокус», соответственно. Некорректный перевод используется и теми, кто пытается осмыслить этот фрагмент из «Логики смысла». Гиренок в философском манифесте Московской Антропологической Школы заявляет: «Делёз пытался объяснить нам, что такое сингулярность. Спасибо ему за это. Он говорит, что сингулярность – "это поворотные пункты и точки сгибов: узкие места, узлы, преддверия и центры <...>". Мы слушаем и недоумеваем. Почему он не сказал главного? Делёз забыл про сновидения» (цитируется фрагмент манифеста, публично зачитанного Ф.И. Гиренком 19.03.2019). Справедливости ради стоит заметить, что такого рода неаккуратность присутствует и в русском переводе критики Делёза. Слова «continu», «denombrable» и фамилия американского математика «Cohen» (см.: Sokal A., Brimont J. Impostures intellectuelles. P.: Odile Jacob, 1997. P. 82) переводятся не «континуум», «счётное» и «Коэн» (как принято в русской математической традиции), а, соответственно: «непрерывность», «исчислимое» и «Коген» (см.: Сокал А., Брикмон Ж. Интеллектуальные уловки. Критика философии постмодерна / Перев. с англ. Анны Костиковой и Дмитрия Кралечкина. Предисловие С.П. Капицы. М.: «Дом интеллектуальной книги», 2002. С. 149).

¹³⁴ См., например статью: Жук М.О. Субъект в цифровой философии: критический анализ на основе «не-философского» подхода Гэллоуэя // ШАГИ / STEPS. 2017. Т. 3. № 2. С. 205-217. В этой работе, в частности, говорится о том, что «дигитальное обозначает дискретное и дифференцируемое», а дифференциация, в свою очередь, «проявляется на двух уровнях: как дифференциация атомарных элементов и как различие между Единым и Множественным» (там же. С. 207) и «означает, что дигитальное мышление производит мир, требующий совершения выбора или принятия решения» (там же. С. 208). Все эти определения не имеют никакого отношения к тому, как дифференцирование понимается в математике. Какого бы то ни было внятного отличного от математического понимания этого термина не предлагается. Дифференцируемое дигитальное противопоставляется в статье аналоговому, которое представлено другим набором используемых без достаточной строгости математических терминов: «противоположный дигитальному способ мышления – аналоговый – представляет мир гладкий, недифференцированный и непрерывный» (там же). Дифференциация в данной статье это и не неаккуратная замена для слов «дробление» или «разделение», так как все эти слова чуть ниже перечисляются через запятую: «дигитализация – это процесс дробления, разделения и дифференциации Реального / Единого с целью сделать его доступным для аналитического постижения» (там же).

напоминает здесь обязательные в своё время дежурные ссылки на авторитет Библии или на «всесильность» учения Маркса.

В любом случае, можно констатировать, что отношение к математике как пропедевтике ушло в прошлое. На примере работ Бадью, одного из наиболее известных и влиятельных современных философов, видно, что знание математики не требуется не только от философов вообще, но и даже от тех, кто, так или иначе, использует в своих текстах математику, а также и от тех, кто читает и критикует их работы. Тексты с непрочитанной математической или математикообразной частью, а также с явно некорректным применением ресурсов математики свободно существуют и активно распространяются в современном интеллектуальном поле.

Глава 2. Математика как метод

2.1. Математика в философии Декарта

О необходимости применения методов математики в философии¹³⁵ говорит Птолемей, когда излагает философские и методологические принципы, лежащие в основе его астрономической системы¹³⁶. Относя вслед за Аристотелем¹³⁷ к области теоретических наук математику¹³⁸, физику и теологию (первую философию или метафизику), он постулирует примат математики над другими формами познания. Если у Платона математика – это подготовка к постижению высших истин, а физика¹³⁹ вообще не имеет отношения к получению достоверного знания, то у Птолемея лишь математика вправе претендовать на надёжность получаемых результатов, тогда как два других раздела теоретических наук «скорее можно назвать как бы гаданием, а не научным познанием; теологическую – потому что она трактует о вещах невидимых и не могущих быть воспринятыми, физическую же – вследствие неустойчивости и неясности материальных форм»¹⁴⁰. «Нельзя даже надеяться, – продолжает Птолемей, – что относительно этих предметов можно будет

¹³⁵ Как и Аристотель, Птолемей использует здесь слово «теология».

¹³⁶ См.: Птолемей К. Альмагест: Математическое сочинение в тринадцати книгах: Пер. с древнегреч. И.Н. Веселовского / Ин-т истории естествознания и техники РАН; Науч. ред. Г.Е. Куртик. М.: Наука. Физматлит, 1998. С. 5.

¹³⁷ Аристотель. Метафизика. VI, 1, 1026 a, 18-20.

¹³⁸ Аристотель говорит о частных математических науках, «занимающихся отдельными областями сущего», и об «общей математике», имеющей «одинаковое отношение ко всем» (см.: там же. XI, 7, 1064 b, 8-9 и VI, 1, 1026a, 26-27). Птолемей, принимая во внимание, что «математикой» именуют и некоторые практические науки, подчёркивает, что имеет в виду именно «математику в узком смысле этого слова» (см.: Птолемей К. Альмагест: Математическое сочинение в тринадцати книгах: Пер. с древнегреч. И.Н. Веселовского / Ин-т истории естествознания и техники РАН; Науч. ред. Г.Е. Куртик. М.: Наука. Физматлит, 1998. С. 5).

¹³⁹ Собственно о «физике» Платон не говорит. У него речь идёт об учении о природе, об описании чувственно постигаемого материального мира. Об этом мире не может быть знания. Платон называет такое учение всего лишь правдоподобным описанием (см.: Платон. Тимей. 29 d). Невозможность создания точного научного описания материального мира объясняется спецификой описываемых предметов, представляющих собой лишь копии идей. «О том [же], что лишь воспроизводит первообраз и являет собой лишь подобие настоящего образа, – пишет Платон, – и говорить можно не более как правдоподобно» (там же. 29 c).

¹⁴⁰ Птолемей К. Альмагест: Математическое сочинение в тринадцати книгах: Пер. с древнегреч. И.Н. Веселовского / Ин-т истории естествознания и техники РАН; Науч. ред. Г.Е. Куртик. М.: Наука. Физматлит, 1998. С. 6.

добиться согласия между философами»¹⁴¹.

«Одна только математическая часть, – пишет Птолемей, – доставляет занимающимся ею прочное и надёжное знание, ибо она даёт доказательства, идя двумя путями, с которых невозможно сбиться: арифметическим и геометрическим»¹⁴². Вместе с тем, математика может и должна использоваться в других теоретических науках. Она «может лучше всего подготовить путь для понимания богословских предметов, так как только она одна в состоянии успешно судить о неподвижной и обособленной от материи движущей силе вследствие своей близости к вещам, которые хотя и чувственны, подвижны и движущи, но вместе с тем – вечные неизменные субстанции в отношении течения и упорядоченности движений»¹⁴³. Так же, по словам Птолемея, математика важна и для физики, так как «почти всем материальным субстанциям свойственно выражать свои особенности при помощи движений, сопровождающихся изменениями места»¹⁴⁴.

Птолемей говорит о математике как об образце для подражания. Лишь применение её методов может гарантировать теологии и физике достоверность получаемых в них знаний и дать надёжную опору для становления и развития этих областей знания. Однако математике не удаётся занять то привилегированное положение, о котором говорит Птолемей.

В христианизированном (а позже, и в исламизированном) мире теология выходит на передний план¹⁴⁵. И это уже теология конкретного Бога, вступающая в очень сложные отношения с предшествующими ей и продолжающими существовать параллельно теологиями (учениями, именуемыми теперь

¹⁴¹ Там же.

¹⁴² Там же.

¹⁴³ Там же.

¹⁴⁴ Там же.

¹⁴⁵ Впрочем, подобные тенденции можно обнаружить и в неоплатонизме (см.: Плотин. Эннеады. Шестая Эннеада: Трактаты: VI-IX. СПб.: Абышко, 2005. С. 302).

философией). В отличие от Платона и следующей за ним традиции философски настроенные христианские и исламские мыслители¹⁴⁶ сталкиваются с необходимостью согласовывать философские истины с истинами своих куда более догматизированных в сравнении с традиционными греческими верованиями религиозных учений. Апостолы и Святые Отцы либо отвергают античную философию¹⁴⁷, либо воспринимают её лишь как источник терминов и способов рассуждения для выражения истин христианского вероучения.

«Философы только стремятся к истине, весьма стеснённой в этом веке, а христиане владеют ею»¹⁴⁸ – говорит Тертуллиан. «Философия, – пишет Климент Александрийский, – содержит части вечной истины, полученные <...> благодаря благословию вечного Логоса»¹⁴⁹. Августин отрицает возможность человека самостоятельно прийти к истине: «Никто из людей не может сказать, что истинно, если только он не иллюминирован Тем, Кто не может лгать»¹⁵⁰. Слово «истина» понимается в святоотеческой литературе в двух значениях: постижение того, что ведёт ко спасению, и верное знание о предметах и отношениях дольного мира. Истина во втором значении – относительна и открывается человеку лишь в свете истины в первом её значении.

В Средние века многие католические философы выступают против занятий, не направленных на постижение божественных истин¹⁵¹. Согласно Фоме

¹⁴⁶ Попытки согласовать библейские истины с концепциями греческих философов предпринимаются и в иудаизме. Филон Александрийский предлагает уйти от буквального понимания того, что не согласуется с учением греческих философов (см.: Филон Александрийский. Толкования Ветхого Завета / Пер. и коммент. А.В. Вдовиченко, М.Г. и В.Е. Витковских, О.Л. Левинской, вступ. ст. Е.Д. Матусовой. М.: Греко-латинский кабинет М.Ю. Шичалина, 2000). Этому посвящён и «Путеводитель растерянных» Маймонида (см.: Моше бен Маймон (Маймонид). Путеводитель растерянных. Издательство: «Гешарим/Мосты культуры», Москва; «Маханаим», Иерусалим, 2010).

¹⁴⁷ Апостол Павел говорит: «Смотрите, братия, чтобы кто не увлёк вас философиею и пустым обольщением» (см.: Библия. Синодальный перевод. Кол 2:8).

¹⁴⁸ Тертуллиан. Апология. М.: ООО «Издательство АСТ», СПб.: «Северо-Запад Пресс», 2004. С. 150.

¹⁴⁹ Климент Александрийский. Строматы. Т. 1 (Книги 1-3). СПб.: «Издательство Олега Абышко», 2003. С. 110.

¹⁵⁰ Гроссетест Р. Сочинения. УРСС, М., 2003. С. 185.

¹⁵¹ «Ни Скотт Эриугена, ни св. Ансельм, ни даже Абельяр, – пишет Жильсон, – не считали законным упражнение разума, не только враждебное содержанию Откровения, но даже просто безразличное к нему» (см.: Жильсон Э. Дух средневековой философии. М.: Институт философии, теологии и истории св. Фомы, 2011. С. 11-12).

Аквинскому, философия должна быть подчинена теологии. «Опираясь на божественное Откровение, дающее ей первые начала, она являет собой отдельную науку»¹⁵². Философские истины, обладая методологической автономией в процессе выведения, в результате всегда должны быть совместимы с истинами теологии. Несовместимость означает ошибку в процессе получения философских истин. Согласно Ансельму Кентерберийскому, существует только одна высшая истина¹⁵³. Григорий Палама, вопрошая: «Какой здравомыслящий человек <...> не возмутится, услышав, что боготворящая премудрость Духа вполне совместима с философией внешних наук?»¹⁵⁴, различает две истины: «Одна истина "бездетна и бесплодна", не даёт после долгих родовых мук никаких плодов, не ведёт к свету богопознания, тогда как духовная изобильна и многоплодна»¹⁵⁵.

Линию, в соответствии с которой теология составляет высшее в сравнении с другими теоретическими науками знание, продолжает Кузанский. Если, согласно Платону, физика¹⁵⁶ не производит достоверного знания, а согласно Птолемею, она может претендовать на надёжность, только используя методы математики, то Кузанский уравнивает в правах математику и физику. Обе они дают не более чем предположительное знание. Тем самым Кузанский устраняет существовавшее в античности разделение между знаниями, полученными при помощи умозрения, и знаниями, добытыми из опыта. Это позволяет ему и следующим поколениям исследователей более свободно применять математические методы в физике и физические – в математике. Кузанский

¹⁵² Там же. С. 12.

¹⁵³ Ансельм Кентерберийский. Сочинения / Перевод, послесловие и комментарии И.В. Купреевой. М.: Канон, 1996. С. 193-197.

¹⁵⁴ Григорий Палама. Триады в защиту священнобезмолствующих. М., 1995. С.119.

¹⁵⁵ Там же. С.119-120.

¹⁵⁶ См.: прим. 139.

пытается дать опытное ¹⁵⁷ обоснование геометрии. Приблизительность результатов, полученных при взвешивании или измерении вещественных моделей, не смущает его по той причине, что и математические методы не обладают у него абсолютной надёжностью.

Так Кузанский делает важный шаг от разделённых на основании исследуемых предметов и используемых методов наук в направлении к созданию более общей, универсальной науки. С другой стороны, эти науки всё сильнее отрываются от теологии и выходят на дорогу самостоятельного, независимого от неё развития. Сам Кузанский в своих философских построениях обращается к математике, активно пользуется математическими понятиями и метафорами, но не использует математические методы. Как и в ситуации с использованием Платоном отношения «единое-многое», Кузанский, говоря о минимуме и максимуме и актуальной бесконечности, использует ресурсы, которые не используются математиками его времени, а станут математическими значительно позже.

Так постепенно возникает ситуация, в которой ставится и начинает решаться вопрос о единстве науки, метода и языка. Образцом становятся в первую очередь математика, её язык и её методы. Кеплер говорит, что «главной целью всех исследований внешнего мира должно быть открытие рационального порядка и гармонии, которые Бог ниспослал миру и открыл нам на языке математики»¹⁵⁸. Галилей устраняет существовавшее со времён Аристотеля¹⁵⁹ различие между математикой как учением о неподвижных объектах и физикой как наукой, объясняющей причины движения. На место традиционного представления о математике как о науке, занимающейся неизменными

¹⁵⁷ Николай Кузанский. Сочинения в 2-х т. Т.1: Перевод / Общ. ред. и вступит. статья З.А. Тажурзиной, М.: Мысль, 1979. С. 460.

¹⁵⁸ Цит. по: Клайн М. Математика. Утрата определённости. М.: РИМИС, 2007. С. 50.

¹⁵⁹ См.: Аристотель. Метафизика. XI, 7, 1064 a, 30 – 1064 b, 5.

сущностями, приходит новое, в соответствии с которым математика позволяет описывать движение. Введение в математику принципа движения и исключение из исследуемой природы «жизненных начал» делают возможными и анализ бесконечно малых в математике, и физику в виде экспериментально-математического естествознания. Постепенно декларируется и всё более решительное увеличение области применения ресурсов математики.

Устами Галилея провозглашается претензия математики на получение абсолютно достоверного знания: «Человеческий разум познает некоторые истины столь совершенно и с такой абсолютной достоверностью, какую имеет сама природа; таковы чистые математические науки, геометрия и арифметика; хотя божественный разум знает в них бесконечно больше истин <...>, но в тех немногих, которые постиг человеческий разум, я думаю, его познание по объективной достоверности равно божественному, ибо оно приходит к пониманию их необходимости, а высшей степени достоверности не существует»¹⁶⁰.

Декарт продолжает развивать проект сближения и объединения наук. Отказываясь от противопоставления естественного, созданного Богом, искусственному, созданному человеком, он делает механику частью физики, поле исследования и инструментарий которой существенно расширяются. Продолжая сближение математики с физикой и с логистикой как техникой вычисления, Декарт рассматривает математику как теоретическую и методологическую базу для всех областей знания. «Ищущие прямой путь к истине, – говорит Декарт, – не должны заниматься никаким предметом, относительно которого они не могут обладать достоверностью, равной достоверности арифметических и геометрических доказательств <...>. Арифметика и геометрия пребывают гораздо более достоверными, чем другие

¹⁶⁰ Галилей. Избранные труды: В 2 т. М., 1964, Т 1. С. 201.

дисциплины, а именно поскольку лишь они одни занимаются предметом столь очевидным и простым, что не предполагают совершенно ничего из того, что опыт привнёс бы недостоверного, но целиком состоят в разумно выводимых заключениях»¹⁶¹.

Математика становится первой из наук и даёт им образец надёжного метода. Однако Декарт обращается не к античной математике, а к той, которая создаётся в его время и при его активном участии. Эта новая математика абстрагируется от лежавших в основе античной математики содержательных определений и составлявших специфику её отдельных ветвей¹⁶². Декарт критикует античную математику за беспорядочность и случайность совершаемых в ней открытий, и за отсутствие сознательно и регулярно применяемого метода.

Понимая математику как формальную науку, он не придерживается принципиального для античности различия между величиной и числом¹⁶³. «Само понятие о числе, – пишет в этой связи Юшкевич, – под которым ранее понималось обычно положительное рациональное, Декарт – опять-таки, если и не явно, то фактически – распространил на всю область вещественных чисел: без этого немислимо было аналитическое изучение непрерывных пространственных фигур, их взаимосвязей и движения. Тем самым Декарт порывал с восходившей к античности традицией, считавшей разнородными объекты арифметики и геометрии, дискретное число и непрерывную

¹⁶¹ Декарт Р. Сочинения в двух томах. Т.1. М.: Мысль, 1989. С. 82

¹⁶² «Для традиционной математики, – пишет Кассирер, – характерно обособление и разделение проблем; Декарт стремится преодолеть это обособление» (см.: Cassirer E. Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit: 2 Bde. B., 1906-1907. S. 386).

¹⁶³ «В аналитической геометрии Декарта, – пишет Гайденко, – существенно преобразуются прежняя арифметика и геометрия: геометрические образования сами получают здесь характер алгебраических чисел и, напротив, числа могут выступать в роли величин. Непрерывное (величина, с которой раньше имела дело геометрия) и дискретное (число, предмет арифметики) утрачивают теперь свою специфику; только в таком виде они превращаются в универсальную математику, выполняющую роль метода при создании новой науки» (см.: Гайденко П.П. История новоевропейской философии в ее связи с наукой. М.: ПЕР СЭ; СПб.: Университетская книга, 2000. С. 143-144).

протяжённую величину и придерживавшейся того правила, что нельзя переносить доказательства из одного рода в другой»¹⁶⁴.

«К математике, – пишет Декарт, – относятся лишь все те вещи, в которых исследуются какой-либо порядок или мера, и не важно¹⁶⁵, в числах ли, или фигурах, или звёздах, или звуках, в любом ли другом предмете придётся отыскивать такую меру; а потому должна существовать некая общая наука, которая, не будучи зависимой ни от какого частного предмета, объясняла бы всё то, что может быть обнаружено в связи с порядком и мерой, и эта самая наука должна называться не заимствованным именем, а уже сделавшимся старым, но вновь вошедшим в употребление именем всеобщей математики, ибо в ней содержится всё то, благодаря чему другие науки и называются частями математики»¹⁶⁶.

В качестве идеала такой математики Декарт рассматривает алгебру, которой он стремится в некотором смысле уподобить другие разделы математики. Вводя метод координат, Декарт устанавливает связь между алгеброй и геометрией и закладывает тем самым начала аналитической геометрии. Так он объединяет классические разделы математики в рамках единой науки о порядке и мере. От универсальной математики как науки, включающей в себя все разделы математики, Декарт предлагает сделать шаг в сторону создания универсальной математики, которая включала бы в себя вообще все науки, независимо от специфики их предметных областей. И для этой универсальной математики в широком смысле слова универсальная математика в узком смысле слова становится источником инструментов и инструкций, а математический метод¹⁶⁷

¹⁶⁴ Юшкевич А.П. О «Геометрии» Декарта // Декарт Р. Рассуждение о методе. М., 1953. С. 526.

¹⁶⁵ «Если нет налицо какой-либо определенной единицы измерения, – пишет Декарт, – то мы при решении задачи можем взять взамен её или одну из данных уже величин, или любую иную, которая и будет общей мерой для всех остальных» (см.: Декарт. Избранные произведения. М., 1950. С. 152).

¹⁶⁶ Декарт Р. Сочинения в двух томах. Т.1. М.: Мысль, 1989. С. 90.

¹⁶⁷ Декарт, впрочем, как и Платон, говорит о математике и как о практике, подготовляющей ум к постижению

представляет собой идеальный образец для буквального подражания.

Понятие «универсальная математика», как указывает Конрад Дасиподий в «*Protheoria mathematica*», вводит Прокл, говоря, что «существует некая всеобщая математическая наука, которая охватывает сразу все математические науки и которая, будучи первой из всех, с полным основанием превосходит прочие дисциплины и даёт им свои начала»¹⁶⁸. Название «*mathesis universalis*» употребляет бельгийский математик Адриан ван Ромен, «излагая идеи некой всеобщей математики, называемой первой математикой»¹⁶⁹. Росселин и Бомбелли «отождествляют "универсальную науку" с алгеброй, которую они рассматривают как общую аналитическую дисциплину»¹⁷⁰.

Декарт пытается «изложить совершенно новую науку, которая позволила бы общим образом разрешить все проблемы»¹⁷¹. «Все науки, – пишет Декарт, – являются не чем иным, как человеческой мудростью, которая всегда пребывает одной и той же, на какие бы различные предметы она ни была направлена»¹⁷². Принимая математический метод в качестве руководства к действию и строго следуя его правилам, исследователь может рассчитывать и в философии найти основание, позволяющее двигаться уверенно, и обнадеживающее, что результат будет получен, и ничто при этом не будет упущено.

философии («Для того, чтобы культивировать ум, требуется математическое знание <...>. Необходимо изучать математику для нахождения новых истин как в математике, так и в философии» (см.: Декарт Р. Сочинения в двух томах. Т.2. М.: Мысль, 1994. С. 485)). Однако Декарт говорит именно об освоении математического метода и о его применении к философии, возможного в силу совпадения способов рассуждений в математике и философии: «Математика приучает нас к познанию истины, поскольку в ней содержатся точные рассуждения, кои не встречаются нигде за её пределами. А посему тот, кто однажды приучит свой ум к математическим рассуждениям, сделает его также способным к исследованию других истин: ведь способ рассуждения всюду один и тот же» (см.: там же). Тот метод, который следует применять в философии, даёт математика. Она «приучает наш ум также к распознаванию истинных и доказательных рассуждений и отличению их от вероятностных (*probabiles*) и ложных <...>. Когда же философы не упражняются в математических доказательствах, они не умеют в философии и физике отличать доказательства от вероятностных аргументов» (см.: Декарт Р. Сочинения в двух томах. Т.2. М.: Мысль, 1994. С. 485-486).

¹⁶⁸ Цит. по: Декарт Р. Сочинения в двух томах. Т.1. М.: Мысль, 1989. С. 625.

¹⁶⁹ Цит. по: там же.

¹⁷⁰ См.: Гайденок П.П. История новоевропейской философии в ее связи с наукой. М.: ПЕР СЭ; СПб.: Университетская книга, 2000. С. 140.

¹⁷¹ Декарт Р. Сочинения в двух томах. Т.1. М.: Мысль, 1989. С. 582.

¹⁷² Там же. С. 78.

Математика у Декарта становится рациональным формальным методом, пользуясь которым наука будет производить новые открытия на регулярной основе. Совокупность научных знаний должна будет представлять собой уже не кучку отдельных открытий, но систему, заполнение которой происходит сплошным потоком без каких либо лакун или пропущенных звеньев. Наличие систематически и планомерно производящего знания метода обесценивает отдельные спорадические открытия, как бы ни были они сами по себе остроумны и глубоки. На прежнюю науку Декарт смотрит как на древний город с узкими кривыми улицами и внеплановыми постройками¹⁷³. На месте этого города необходимо возвести новый: по общему плану и при помощи единого метода. Пересобирая на новом фундаменте замечательные сооружения прошлого, Декарт задаёт план и для строительства новых зданий.

Под методом Декарт понимает «точные и простые правила, строгое соблюдение которых всегда препятствует принятию ложного за истинное и, без излишней траты умственных сил, но постепенно и непрерывно увеличивая знания, способствует тому, что ум достигает истинного познания того, что ему недоступно»¹⁷⁴. Следуя картезианскому методу, необходимо начинать с простого и очевидного, которое «можно интуитивно постичь с первого взгляда и через самих себя непосредственно, не через посредство каких-либо других, но с помощью опыта над ними самими или некоего присущего нам света»¹⁷⁵. Из этих простых начал дедуктивно и при сохранении непрерывности цепочки

¹⁷³ «Мы видим, – начинает свою метафору Декарт, – что здания, задуманные и завершённые одним архитектором, обычно красивее и стройнее тех, над перестройкой которых трудились многие, используя при этом старые стены, построенные для других целей. Так, старые города, бывшие когда-то лишь небольшими поселениями и с течением времени ставшие большими городами, обычно скверно распланированы по сравнению с теми правильными площадями, которые инженер по своему усмотрению строит на равнине. Хотя, рассматривая здания старых городов, каждое в отдельности, часто можно найти в них столько же и даже больше искусства, чем в зданиях других городов, тем не менее, глядя на общее расположение этих зданий – больших и маленьких, попеременно, что делает улицы кривыми и неровными, – скажешь, что это скорее дело случая, чем сознательной воли людей, применяющих разум» (см.: Декарт. Избранные произведения. М., 1950. С. 267).

¹⁷⁴ Там же. С. 89.

¹⁷⁵ Там же. С. 98.

умозаключений выводятся все остальные утверждения, составляющие содержание знания.

В качестве образца, демонстрирующего работу метода, Декарт предлагает математику: «Например, заметив, что число 6 есть удвоенное 3, я буду затем искать удвоенное 6, то есть 12, и далее, если это мне окажется нужным, удвоенное 12, то есть 24, потом удвоенное 24, то есть 48 и так далее и так далее. Из этого я без труда сделаю вывод, что между числами 3 и 6 существует то же отношение, что и между 6 и 12, между 12 и 24 и т.д., и, следовательно, числа 3, 6, 12, 24, 48 и другие последовательно пропорциональны. Отсюда, хотя бы это было настолько просто, что казалось бы детской забавой, тщательно обдумав, я узнаю, в чём заключаются все вопросы, касающиеся связей или соотношений вещей, и в каком порядке их нужно исследовать»¹⁷⁶.

Методологические установки Декарта берёт на вооружение Спиноза. По лекалам «Начал» Евклида он пишет свой основной философский текст: «Этика, доказанная в геометрическом порядке и разделённая на пять частей». Вначале Спиноза вводит определения и формулирует аксиомы. Затем он формулирует теоремы, которые доказывает, демонстрируя, что они являются следствиями из принятых определений и аксиом, а также доказанных ранее теорем. Однако здесь Спиноза скорее демонстрирует подражание каким-то внешним характеристикам математических рассуждений и доказательств. Его конструкции математические лишь по форме.

Сам же Декарт не предлагает буквальной реализации своего проекта применения методов математики в философии. У него, как ранее у Птолемея, есть лишь разговор об этом. Вместе с тем, Декарт оказывает колоссальное влияние на развитие, как математики, так и философии. Его занятия в каждой из этих сфер тесно переплетены, и в этом смысле его нереализованные проекты

¹⁷⁶ Там же. С. 99.

имеют большое значение. Декарт открывает или создаёт новые возможности одновременно и для математиков, и для философов.

2.2. Математика в философии Лейбница

Под влиянием картезианства стремление к отысканию метода и внесение света математики в философию обнаруживаются и у Лейбница. Особый интерес в этой связи Лейбниц проявляет к идее создания универсального языка. Декарт пишет, что «подобно тому, как можно в один день научиться на каком-нибудь неизвестном языке называть и писать все числа до бесконечности, <...> таким же образом должна быть найдена возможность сконструировать все слова, необходимые для выражения всего, что происходит и может прийти в человеческий ум»¹⁷⁷. Декарт поясняет, что должен представлять собой такой более совершенный, точный и прозрачный язык: «Такой язык имел бы только один способ спряжения, склонения и построения слов. Он вовсе не имел бы форм неполных и неправильных, возникающих вследствие привычки к искажению»¹⁷⁸.

Лейбниц, также считая математиков «единственными людьми, которые считают должным доказывать то, что они утверждают»¹⁷⁹, уже не видит неразложимых первоначал в опирающихся не только на разум, но и на воображение¹⁸⁰ аксиомах геометрии, которые в силу этого не являются чисто аналитическими предложениями и не могут претендовать на абсолютную достоверность. «Евклид, – пишет Лейбниц, – отнёс к числу аксиом положение, что две прямые могут пересечься только один раз. Воображение, опирающееся на чувственный опыт, не позволяет нам представить более одного пересечения двух прямых; но не на этом следует строить науку, и если кто-нибудь думает, что воображение даёт связь отчётливых идей, то это показывает, что он

¹⁷⁷ Цит. по: Березин Ф.М. История лингвистических учений. Учебник для филол. спец. вузов. 2-е изд., испр. и доп. М.: Высш. шк., 1984. С. 26.

¹⁷⁸ Там же.

¹⁷⁹ Виндельбанд В. История новой философии в ее связи с общей культурой и отдельными науками: Т.1: От Возрождения до Просвещения. Пер. с нем. под ред. А. Введенского М.: «Гиперборея», «Кучково поле», 2007. С. 475.

¹⁸⁰ Здесь Лейбниц идёт за Платоном, считавшим геометрию наукой, опирающейся не только на разум, но и на воображение, и ставившим в этой связи её после арифметики, опирающейся только на понятия ума.

недостаточно осведомлён относительно источника истин, и множество предложений, доказываемых посредством других, предшествующих им предложений, должны им считаться непосредственными»¹⁸¹.

Лейбниц обращается не к геометрии, а к комбинаторике¹⁸², которая у него включает в себя и логику. Лейбниц продолжает линию, начатую Луллием. Тот в своём сочинении «Великое и последнее искусство»¹⁸³ предлагает метод моделирования логических операций посредством механического сочетания таких предельно общих понятий как «Бог» и «благо», «ангел» и «человек», «небо» и «величина», «деятельность» и «знание» и других. Предлагаемый механизм состоит из нескольких подвижных концентрических кругов, разбитых на отделения или места для тех самых общих понятий, комбинации которых при вращении кругов предлагают новые истины.

Они, по задумке автора, должны в своей совокупности обнимать всю область возможного знания. Работа Луллия оказывает сильное влияние на некоторых философов Возрождения, в особенности на Бруно¹⁸⁴, который предпринимает попытки создать механизм, позволяющий автоматически совершать изобретения и новые открытия. Отрицательное отношение Декарта к подходу Луллия связано с его общим отношением к схоластической методологии, формализмы которой не подкреплялись конкретно-научным материалом и не открывали новых предметных истин¹⁸⁵.

Лейбницу, в отличие от Декарта, удаётся оценить по достоинству значение работы Луллия и развить в своих работах его идеи¹⁸⁶. Вместе с тем идеи Лейбница созвучны и английской традиции, в частности Ф. Бэкону, который, как

¹⁸¹ Лейбниц Г.В. Соч. М., 1983. Т. 2. С. 463.

¹⁸² Термин «комбинаторика» вводит в математический оборот Лейбниц.

¹⁸³ Lull Ramon. *Ars Brevis // Doctor Illuminatus/ A Ramon Lull Reader* / Ed. by Anthony Bonner. Princeton: Princeton University Press, 1985. P. 303.

¹⁸⁴ См. об этом: Декарт Р. Сочинения в двух томах. Т.1. М.: Мысль, 1989. С. 632.

¹⁸⁵ См.: там же.

¹⁸⁶ См.: там же.

и Декарт, видит причину плачевного состояния современной ему науки в случайном характере научных открытий, в отсутствии универсального метода. Бэкон обращает внимание на язык. В своём учении об идолах он говорит о помехах, не позволяющих правильно выражать результаты мышления, о «колдовском характере слова, способного всячески сбивать мысль с правильного пути, совершая некое насилие над интеллектом, и, подобно татарским лучникам, обратно направлять против интеллекта стрелы, пущенные им же самим»¹⁸⁷.

Английский лингвист Дальгарно публикует в 1661 году трактат «*Ars signorum vulgo character universalis et lingua philosophica*», где пытается свести все языковые данные к незначительному числу исходных единиц, построенных в соответствии с предлагаемой им классификацией. Все понятия разбиваются системой классов и подклассов так, что на каждой ступени такой иерархии принадлежность к подклассу фиксируется присвоением некоторой соответствующей ему греческой или латинской буквы. Так создаётся словарь универсального языка. Каждая из составляющих слово букв означает здесь некоторое конкретное свойство предмета.

Спустя семь лет Уилкинс в «Опыте о подлинной символической и философской системе» предлагает классификацию, основанную на тех же принципах, что и система Дальгарно, но отличающуюся от последней не только более подробной детализацией, но и переходом от имеющих национальную и культурно-историческую специфику буквенных символов к более универсальным иероглифическим знакам. Проблемой универсального языка занимаются и многие другие крупные исследователи того времени¹⁸⁸. Все эти проекты предлагают априорные искусственные языки, созданные вне зависимости от опыта естественных языков. Слова здесь являются в то же время

¹⁸⁷ Бэкон Ф. Сочинения. В 2-х томах. Т. I. М.: «Мысль» (Философское наследие), 1971. С. 325.

¹⁸⁸ См., например, работы Беккера («*Character pro notitia linguarum universalis*», 1661), Кирхера («*Paligraephia nova et universalis*», 1663) и Ньютона («О всеобщем языке», 1661-1662).

определениями понятий, поскольку они образованы по тому же принципу, что и определения – через родо-видовое отличие (движение от последней буквы слова к первой представляет движение от вида к роду и от частных признаков предмета к более общим).

Особое место среди исследователей, предпринимавших в семнадцатом веке попытки построить универсальный язык, по праву занимает Лейбниц, которого, по словам Виндельбанда, с ранней юности «постоянно согревала надежда, что он в конце-концов всё-таки откроет такое искусство»¹⁸⁹. «И здесь, – продолжает Виндельбанд, – как и относительно Бруно, удивительно, что человек с таким оригинальным умом, с таким живым пониманием значения индивидуальности, мог даже только думать о возможности когда-либо механизировать таким образом самую высшую деятельность духа. Он даже не отступил перед выводом, что если когда-либо этот метод будет найден, то для отыскания новых истин станет необходимым только упражнение и умелое применение его; и таким образом человек, воплощавший самоё гениальность, работал над тем, чтобы сделать гений излишним»¹⁹⁰.

Лейбниц интересуется возможностью создания универсального языка уже в студенческие годы, в 1666 году публикуется его сочинение «О комбинаторном искусстве». Изучая различные лингвистические проекты своего времени, Лейбниц констатирует наличие недостатков в естественных языках, стихийные возникновение и развитие которых ведут к случайности отдельных языковых конструкций и неустойчивости их значений. Как и Ньютон, в проблеме создания универсального языка Лейбниц возлагает свои надежды на математику, за отсутствие которой он критикует не только Дальгарна и Уилкинса, но и Бэкона,

¹⁸⁹ Виндельбанд В. История новой философии в ее связи с общей культурой и отдельными науками: Т.1: От Возрождения до Просвещения. Пер. с нем. под ред. А. Введенского М.: «Гиперборея», «Кучково поле», 2007. С. 478.

¹⁹⁰ Там же.

чьим проектом «великого восстановления наук» он вдохновлён с юности¹⁹¹.

Виндельбанд называет Лейбница «натурой примиряющей»¹⁹². В сфере религии он пытается примирить различные вероисповедания на основании общих для всех них догматов. Вместе с тем, он стремится сгладить противоречия, существующие между разными философскими учениями и привести такую более совершенную философию в согласие с единой религией¹⁹³. В продолжение всего своего творческого пути Лейбниц «постоянно стремился разрешить все споры, которые волновали его современников, — помирить веру и разум, откровение и философию, католичество и протестантство, возвысить науку над границами национальных особенностей и даже создать всемирный язык»¹⁹⁴.

Параллельно с составлением широкого плана соединения всех христианских исповеданий Лейбниц работает над объединением всех современных ему научных знаний в одну систему. Идею каталогизации человеческих мыслей и синтеза нового знания на основе комбинаторики простых элементов мышления Лейбниц впервые высказывает в трактате «О комбинаторном искусстве»¹⁹⁵. В числе тех своих предшественников, кто видел необходимость универсальных научных энциклопедий, Лейбниц называет Полициано, Альштеда, Юнга и Глэнвилля¹⁹⁶. Однако именно Лейбниц первым указывает путь осуществления этих проектов и предлагает конкретные примеры их реализации.

Он говорит о необходимости объединения для этой цели сил учёных всего мира (его идея создания «республики учёных»), составляет для просвещённых

¹⁹¹ См.: Лейбниц Г.В. Труды по философии науки. М.: URSS: ЛИБРОКОМ, 2013. С. 36.

¹⁹² Там же. С. 474.

¹⁹³ См.: там же.

¹⁹⁴ Лопатин Л.М. Философские характеристики и речи. М.: Academia, 1995. С. 41.

¹⁹⁵ Лейбниц Г.В. Труды по философии науки. М.: URSS: ЛИБРОКОМ, 2013. С. 16.

¹⁹⁶ Там же. С. 36.

монархов проекты академий и систем образования¹⁹⁷. Опасения Лейбница связаны с бурным ростом объёма научной и околonaучной литературы, в пучине которой тонут крупницы реального знания¹⁹⁸. Призывая к ясности и компактности, он говорит, что «чем совершеннее наука, тем менее она нуждается в толстых книгах»¹⁹⁹. Как и его предшественники, Лейбниц говорит о возможности при введении столь же удачных обозначений, что и в математике, сведения мышления к исчислению и правильности в мысли к правильности в счёте²⁰⁰. Он ждёт упразднения школьных философских споров после (и в результате) того, как станет возможным указывать логическую ошибку с такой же ясностью и несомненностью, как ошибку в счёте²⁰¹.

В универсальном языке науки, согласно Лейбницу, нет необходимости в том, чтобы выражающее было подобно выражаемому. Нужно лишь, чтобы сохранялась определённая аналогия в свойствах, чтобы лишь из рассмотрения свойств выражения можно было прийти к познанию соответствующих свойств выражаемой вещи²⁰². Так схема устройства машины выражает саму машину, графическое изображение внешнего вида предмета на плоскости выражает протяжённое тело, алгебраическое выражение – геометрический объект.

От теоретических конструкций Лейбниц переходит к практической реализации своей концепции. Исходя из того, что как все делимые числа являются произведениями неделимых, так и каждое сложное понятие является

¹⁹⁷ По почину Лейбница основана академия наук в Берлине, где сам он становится первым президентом. Лейбниц же хлопочет об обосновании подобных академий в Дрездене и Вене. В своих неоднократных свиданиях с Петром Великим он беседует с ним о распространении наук и просвещения в России и даёт первый толчок к основанию Петербургской академии наук (см.: Лопатин Л.М. Философские характеристики и речи. М.: Academia, 1995. С. 41).

¹⁹⁸ Теперь, три столетия спустя, опасения Лейбница становятся всё более актуальными.

¹⁹⁹ Лейбниц Г.В. Труды по философии науки. М.: URSS: ЛИБРОКОМ, 2013. С. 39.

²⁰⁰ См.: Лопатин Л.М. Философские характеристики и речи. М.: Academia, 1995. С. 41.

²⁰¹ Виндельбанд В. История новой философии в ее связи с общей культурой и отдельными науками: Т.1: От Возрождения до Просвещения. Пер. с нем. под ред. А. Введенского М.: «Гиперборея», «Кучково поле», 2007. С. 475.

²⁰² Лейбниц Г.В. Труды по философии науки. М.: URSS: ЛИБРОКОМ, 2013. С. 42.

комбинацией простых, Лейбниц предлагает математику в качестве инструмента, с помощью которого может быть построен универсальный язык, где идеи соединяются аналогично арифметической операции умножения. Здесь, правда, как ранее у Луллия, Дальгарно и Уилкинса, опять-таки речь идёт не о применении того, что уже используется в математике, а скорее о подготовке ресурсов для последующего расширения математики на новые области. Попытки использования комбинаторных методов при построении философского языка представляют собой применение ресурсов той математики, которая ещё только создаётся.

Если бы замысел Лейбница удалось реализовать, человечество, как он надеется, не только избавилось бы от споров научных школ и устранило неудобства, связанные с различием языков у разных народов, но и получило метод отыскания новых истин. Лейбниц настаивает на том, что «наряду с методом доказательства (*methode de la certitude*) должен существовать метод изобретения (*art d'inventer*) <...>. Наука должна не только указывать, каким путём доказываются отдельные суждения, но прежде всего также, каким образом находятся новые суждения. Логика должна развивать не только метод доказательства, но и метод исследования»²⁰³.

В работе «Искусство комбинаторики» Лейбниц одновременно закладывает начала нового раздела математики, комбинаторики, и делает важные шаги в направлении создания и развития символической логики. Логическое вычисление истинности высказываний, записанных на специальном языке, он намеревается применить в философии в связи со своим проектом универсальной науки и универсального языка. На пересечении проблем логики,

²⁰³ Виндельбанд В. История новой философии в ее связи с общей культурой и отдельными науками: Т.1: От Возрождения до Просвещения. Пер. с нем. под ред. А. Введенского М.: «Гиперборея», «Кучково поле», 2007. С. 476.

математики и языка²⁰⁴ возникает тот ресурс, который Лейбниц хочет применять в философии. Здесь возникает то, что можно было бы задним числом назвать использованием методов математики в философии. Хотя, конечно, те методы, о которых идёт речь, ещё не математические. Что-то из них войдёт в математику и логику, однако, во-первых, буквального продуктивного применения здесь не происходит, всё остаётся на уровне деклараций, планов, предварительных разработок. Во-вторых, Лейбниц намеревается использовать те ресурсы, которые только ещё входят в математику или войдут в неё позже.

На том же проблемном поле, образованном пересечением развивающихся направлений в рамках математики и символической логики, а также разработками в проектах универсальной науки и универсального языка, работает Гёдель. Он предлагает реализацию лейбницевского подхода к построению универсального языка для математики («гёделевская нумерация»). Ему удаётся свести формализованную в определённом исчислении математику к арифметике натуральных чисел²⁰⁵, где каждому символу, каждой формуле и каждому доказательству в соответствие ставятся некоторые натуральные числа, однозначно, с точностью до перестановки, раскладываемые на простые множители, количество единиц которых определяет символ, формулу или предложение языка, а порядок (или степень) – их место в данном тексте.

Гёдель интересуется проблемами языка и в более широком контексте. В течение нескольких лет он работает над статьёй «Является ли математика

²⁰⁴ О важности связи математики и проблем языка свидетельствует интерес крупнейших математиков к проблемам лингвистики, а лингвистов – к ресурсам математики. Якобсон, будучи «одним из главных докладчиков на симпозиуме Американского Математического Общества, посвящённом связям языкознания и математики» (Якобсон Р.О. Избранные работы по лингвистике. Пер.с англ., нем., фр.яз. Благовещенск: Благовещ. гуманитар. колледж им. И.А. Бодуэна де Куртенэ, 1998. С. 16.), «обращал особое внимание на то, что количественные методы значительно менее важны, чем выработанные в новейшей математике способы описания структур» (там же), а Колмогоров и его ученики в работах по математической лингвистике предлагали отличную от предложенной Якобсоном точку зрения на падежи, к которой Якобсон отнёсся с энтузиазмом (см.: там же. С. 22).

²⁰⁵ Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1976. С. 151-152.

синтаксисом языка», где, возражая Карнапу, доказывает, что математика таким синтаксисом не является. Статью Гёдель так и не опубликует. В письме к редактору Шильппу он пишет: «На самом деле, я закончил несколько различных версий, но ни одна из них не удовлетворила меня. Легко приписать моим взглядам очень веские и убедительные аргументы, но полное объяснение ситуации оказалось более трудным, чем я ожидал, что, без сомнения, является следствием того факта, что предмет близко соотносится и частично тождественен основным проблемам философии, а именно вопросу об объективной реальности концепций и их отношений. С другой стороны, ввиду широко распространённых предрассудков представляется, что публикация работы, сделанной наполовину, принесёт больше вреда, чем пользы»²⁰⁶.

Интерес Гёделя к проблемам языка связан с его посещениями собраний Венского кружка, представители которого пытаются реализовать стремление Лейбница избавить язык от неточности и двусмысленности. Они говорят о необходимости создания унифицированного языка науки, способного обеспечить единство научного знания. Их усилия направляются на классификацию наук и создание общей методологии, а в конечном итоге, на разработку метатеории. Автор манифеста Венского кружка и один из лидеров движения за единство науки, Нейрат, выдвигает проект многотомного издания международной энциклопедии унифицированной науки. Для решения философских проблем, для анализа языка науки и рассмотрения структуры научного знания, представители Венского кружка используют аппарат математической логики, который помогает доказывать или опровергать научные теории.

Здесь они существенным образом опираются на идеи и разработки Фреге в

²⁰⁶ Цит. по: Целищев В.В. Философия Курта Гёделя // Хинтика Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014. С. 221.

области математической логики, распространяемые ими на эпистемологию²⁰⁷. Фреге оказывает прямое влияние на Карнапа и опосредованное, через Рассела и Витгенштейна, на других представителей Венского кружка. Одним из учеников Фреге в Йенском университете в 1910-1914 годах становится Карнап. В это же время Витгенштейн приезжает к нему за советами относительно выбора своего интеллектуального пути и затем, во время работы над «Логико-философским трактатом», ведёт с ним активную переписку²⁰⁸.

Фреге начинает новую эпоху в истории логики. Он предлагает логическое обоснование арифметики, где пытается показать, что натуральные числа можно свести к логическим конструкциям, а законы арифметики вывести при помощи нескольких аксиом логики. Фреге изобретает и аксиоматизирует логику предикатов, вводя кванторы и предметные переменные. В 1879 году выходит одна из основополагающих работ Фреге: «Исчисление понятий, или подражающий арифметике формальный язык чистого мышления», где он разрабатывает логический язык, который затем развивает в двухтомном труде «Основные законы арифметики». Гёдель также испытывает влияние Фреге. В своей теореме о полноте он устанавливает связь между логической истинностью высказывания и его выводимостью в логике первого порядка.

Рассел развивает и популяризирует идеи Фреге и, вместе с ним²⁰⁹, оказывает сильное влияние и на Витгенштейна, и на Венский кружок. Рассел

²⁰⁷ См.: Коллинз Р. Социология философий. Глобальная теория интеллектуального изменения / Перевод Н.С. Розова. Издательство: Новосибирск: Сибирский хронограф, 2002. С. 912.

²⁰⁸ См.: там же. С. 939.

²⁰⁹ Коллинз пишет, что «Фреге открыл путь Витгенштейну и сделал возможным признание того, что язык или символическая система содержит множество уровней. Фреге заставляет нас видеть, что вся наша интеллектуальная деятельность происходит в языке, он показывает путаницу между различными уровнями внутри языка и тем, о чем на данном языке говорится. Одна ветвь этих рассуждений состояла в трактовке философских проблем просто как подобных ошибок, причем ошибок такого рода, что они могут быть полностью вычищены с помощью внимательного анализа. В конце концов, как в позитивистском, так и в аналитическом движении было обнаружено, что от данных материй так просто не избавиться. Этот результат уже был предвосхищен у Фреге. Мир сложнее, чем видится в субъектах и предикатах или в различении между царством фактуальноэмпирического и царством логико-концептуального» (см.: там же. С. 912).

разрабатывает принципы, на основе которых должен быть построен логически совершенный язык, где каждый знак будет соответствовать компоненте определённого факта, и для каждого простого объекта будет не более одного слова, что позволит избежать двусмысленности и возникновения парадоксов. Свою теорию Рассел называет «логическим атомизмом»: из атомарных предложений образуются молекулярные предложения, истинность которых есть функция от истинности атомарных.

Схожих установок придерживается в «Логико-философском трактате» и Витгенштейн. Основной единицей реальности он, как и Рассел, видит факт, а не вещь. Мир, таким образом, понимается как совокупность фактов, а не предметов. Кроме того, Витгенштейн говорит о необходимости устранения омонимии, встречающейся в естественных языках: «В повседневном языке нередко бывает, что одно и то же слово осуществляет обозначение по-разному – следовательно, принадлежит к разным символам – либо же что два слова, обозначающихся по-разному, внешне употребляются в предложении одинаково»²¹⁰. Вследствие этой многозначности зачастую происходят фундаментальные подмены одного понятия другим (чем, по его мнению, грешит вся философия). Постулируя ошибочность всей прежней философии, её оперирования с бессмысленными предложениями, Витгенштейн предлагает своё понимание философии как «критики языка»: «Мы владеем правильным логическим пониманием, если только всё правильно в нашей символике»²¹¹.

Итак, начатые Лейбницем на стыке развивающихся течений в рамках математики и логики проекты универсальной науки и универсального языка, замысленные, в том числе, с целью преобразования философии, были продолжены представителями Венского кружка и другими более или менее

²¹⁰ Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. М: Канон + РООИ «Реабилитация», 2017. С. 64.

²¹¹ Там же. С. 92.

связанными с ними исследователями. Эти проекты не были реализованы в том виде, в каком они были задуманы. Поэтому можно говорить лишь о попытках применения здесь методов и, более широко, ресурсов математики. Причём, использовались ресурсы не традиционной, устоявшейся к моменту использования математики, а той, которая только создавалась, в том числе, самими участниками этих проектов.

2.3. Применимость методов математики в философии

Активная критика проектов и конкретных попыток использования методов математики в философии возникает достаточно рано. Уже в эпоху Просвещения острой критике подвергаются метафизические рационалистические системы Декарта, Спинозы и Лейбница. Эта критика берёт свои начала в протестантизме, акцентирующим внимание на невозможности постижения божественного посредством разума. Лютер резко критикует схоластику за попытки рационального обоснования доступных только вере истин откровения. Характерное для протестантизма разделение знания и веры приводит к сознательному стремлению ограничить сферу применения разума миром «земных вещей», практически ориентированным познанием природы²¹².

В восемнадцатом веке метафизика всё чаще понимается не как универсальная наука, как её видели многие крупные философы семнадцатого века, но лишь как служебная, систематизирующая задним числом принципы и понятия других областей знания. «На место всей той туманной метафизики, – говорит д'Аламбер о рационалистических системах семнадцатого века, – мы должны поставить метафизику, применение которой имеет место в естественных науках, и прежде всего в геометрии и в различных областях математики. Ибо, строго говоря, нет науки, которая не имела бы своей метафизики, если под этим понимать всеобщие принципы, на которых строится определённое учение, и которые являются зародышами всех истин, содержащихся в этом учении и излагаемых им»²¹³.

Близкое д'Аламберовскому определение метафизики и её задач предлагает в своей критике «Космологии» Х. Вольфа Эйлер: «Хотя я с лёгкостью, несмотря на его исключительную трудность, принял бы учение об элементах, требующее,

²¹² См.: Гайденок П.П. История новоевропейской философии в ее связи с наукой. М.: ПЕР СЭ; СПб.: Университетская книга, 2000. С. 159-160.

²¹³ Цит. по: там же. С. 251.

чтобы метафизическая часть была тщательно отделена от физической, однако метафизическое учение должно основываться на физике, то есть должно путём абстракции выводиться из явлений сложных субстанций; поэтому, сколько бы мы ни отделяли метафизические абстракции от физических, все же они ни в коем случае не могут противоречить друг другу»²¹⁴. При этом Эйлер не отказывается и от гипотез, называя их «единственным способом, в результате которого можно прийти к достоверному познанию физических причин»²¹⁵.

О границах, отделяющих метафизику от других наук, говорит Кант. Он специально и детально рассматривает вопрос о применимости в ней метода математики. Математикам, по словам Канта, удалось обрести свой собственный метод тогда, когда они поняли, что достоверное априорное знание можно получить лишь в том случае, если вещи приписывается только с необходимостью следующее из вложенного в неё самим исследователем сообразно его понятию. Задача, следовательно, состоит не в исследовании усматриваемого в фигуре или в одном лишь её понятии, в прочитанных в ней её свойствах, а в создании фигуры посредством того, что вкладывает в неё а priori, сообразно понятиям сам исследователь и показывает путём построения²¹⁶. Метафизике же до сих пор не удалось обрести свой собственный метод²¹⁷.

В «Критике чистого разума» и в «Пролегоменах ко всякой будущей метафизике» Кант выступает против распространения метода, успешно применяющегося в одной науке, на исследовательскую область другой. Он говорит о заразительности примера применения чистого разума, успешно расширяющегося без помощи опыта²¹⁸ в математике²¹⁹: «Чистый разум

²¹⁴ Эйлер Л. Письма к учёным. М.; Л., 1963. С. 16.

²¹⁵ Там же.

²¹⁶ См.: Кант И. Критика чистого разума. СПб.: Наука, 2008. С. 13-14.

²¹⁷ Там же. С. 15.

²¹⁸ См.: там же. С. 434.

²¹⁹ См.: там же.

надеется в трансцендентальном применении столь же удачно и основательно расширяться, как это ему удалось в математике, в особенности, если он применит тот же метод, который принёс столь очевидную пользу в математике»²²⁰. «Огромные успехи, достигаемые разумом посредством математики, – пишет Кант, – естественно, возбуждают надежду, что если не сама математика, то во всяком случае её метод достигнет успеха также и вне области величин, так как она сводит все свои понятия к созерцаниям, которые она может дать a priori»²²¹.

Поэтому Кант считает важным «узнать, тождествен ли метод достижения аподиктической достоверности, называемый математическим, с тем методом, при помощи которого философия старается достигнуть той же достоверности и который должен называться в ней догматическим»²²². Кант вводит строгое различие между философским познанием и математическим. В первом случае разум познаёт посредством понятий, во втором – посредством конструирования понятий или демонстрации a priori соответствующих им созерцаний²²³. Конструируемое понятие при этом «выражает в представлении общезначимость для всех возможных созерцаний, подходящих под одно и то же понятие»²²⁴.

Отсюда Кант заключает, что философия рассматривает частное только в общем²²⁵, а математика рассматривает общее в частном и даже в единичном²²⁶,

²²⁰ Там же.

²²¹ Там же. С. 440-441.

²²² Там же. с. 434.

²²³ См.: там же.

²²⁴ Там же. С. 435.

²²⁵ Философскому познанию, по словам Канта, «приходится рассматривать общее всегда in abstracto (посредством понятий)» (см.: там же. С. 446).

²²⁶ Кант приводит такой пример: «Я конструирую треугольник, показывая предмет, соответствующий этому понятию, или при помощи одного лишь воображения в чистом созерцании, или вслед за этим также на бумаге в эмпирическом созерцании, но и в том и в другом случае совершенно a priori, не заимствуя для этого образцов ни из какого опыта. Единичная нарисованная фигура эмпирична, но, тем не менее, служит для выражения понятия без ущерба для его всеобщности, так как в этом эмпирическом созерцании я всегда имею в виду только действие по конструированию понятия, для которого многие определения, например величины сторон и углов, совершенно безразличны, и потому я отвлекаюсь от этих разных [определений], не изменяющих понятия треугольника» (см.: там же. С. 435).

но а priori и посредством разума: как единичное «определено при некоторых общих условиях конструирования, так и предмет понятия, которому это единичное соответствует лишь в качестве его схемы, должен мыслиться в общей определённой форме»²²⁷. Кант видит различие между двумя типами познания разума в их форме, а не на основании различия материй или предметов. Направленность математического познания на количества следует именно из его формы²²⁸. Конструировать, представлять а priori в созерцании можно только понятия величины, а качества невозможно показать вне эмпирического созерцания²²⁹. Следовательно, их познание разумом возможно лишь посредством понятий²³⁰.

Математика и философия, по Канту, могут иметь и общий предмет: философия может заниматься количеством (целокупностью, бесконечностью), а математика — качеством (различием между линиями и плоскостями, непрерывностью протяжённости). Однако этот общий предмет рассматривается в философии и в математике различно. Если философия держится только общих понятий, то математика посредством одних лишь понятий ничего добиться не может и спешит обратиться к созерцанию. Здесь она рассматривает понятие *in concreto*, но не эмпирически, а только в таком созерцании, которое она показывает а priori, то есть в конструируемом созерцании, где следующее из общих условий конструирования должно быть приложимо и к объекту конструируемого понятия²³¹.

Кант заключает, что математика и философия «совершенно отличны друг

²²⁷ Там же.

²²⁸ См.: там же.

²²⁹ Кант приводит такой пример: «Коническую фигуру мы можем сделать наглядной просто на основании понятия, без всякой помощи опыта, но цвет этого конуса должен быть дан заранее в каком-нибудь опыте» (см.: там же).

²³⁰ См.: там же.

²³¹ См.: там же.

от друга и потому не могут копировать методы друг у друга»²³². Используя математический метод, по словам Канта, можно «строить в философии лишь карточные домики»²³³. Это может разве что открыть собственные недостатки и ограниченность самого метода²³⁴. Кант говорит, что философии не следует украшать себя титулами и знаками отличия математики, источники познания которой заключены исключительно в принципах разума и, следовательно, не могут быть получены из какого-то иного источника, что делает невозможным их оспаривание. Применение метода математики в философии невозможно, а пустые и неосуществимые притязания скорее мешают её развитию²³⁵.

Не менее категоричен в отношении к применимости метода математики в философии Гегель. Он говорит, что философия не может «заимствовать свой метод у такой подчинённой науки, как математика»²³⁶. Гегель считает бесплодными желание видеть в математике идеал для философии как науки и стремление достичь этого идеала посредством применения методов математики²³⁷. Философии не удалось достичь достаточного уровня достоверности именно потому, что она, с завистью глядя на систематичность математики, пыталась заимствовать её метод²³⁸. «В своих конкретных науках, – пишет Гегель, – философия должна почерпнуть логическое из логики, а не из математики»²³⁹.

Гегель исходит из того, что философия и математика – качественно различные области научного знания. «Заимствование математических категорий с целью что-то определить для метода или содержания философской науки»²⁴⁰

²³² Там же. С. 441.

²³³ Там же. С. 442.

²³⁴ См.: там же. С. 441.

²³⁵ См.: там же. С. 446.

²³⁶ Гегель Г.В.Ф. Наука логики. М. 1970. Т. 1. С. 78.

²³⁷ См.: Гегель Г.В.Ф. Феноменология духа. Сочинения. М., 1959. Т. 4. С. 20.

²³⁸ См.: Гегель Г.В.Ф. Наука логики. М. 1970. Т. 1. С. 107.

²³⁹ Там же. С. 291.

²⁴⁰ Там же.

Гегель называет «превратным». Математические понятия и значения математических формул предварительно должны быть определены и обоснованы в философии. Именно и только она может дать настоящее обоснование основным положениям математики. Значимость философии в становлении и развитии математики Гегель показывает на примере дифференциального и интегрального исчислений.

Итак, о необходимости применения методов математики в философии говорит уже Птолемей. Декарт и Лейбниц, будучи одновременно выдающимися математиками и философами, пытаются запустить процесс построения использующей методы математики универсальной науки. Несмотря на большое количество деклараций о необходимости применения в философии математических методов, проектов, где эти устремления были бы реализованы (если не считать скорее курьёзной попытки, предпринятой Спинозой), нет.

Ни рационалистические метафизические системы шестнадцатого и семнадцатого веков, ни разработки членов Венского кружка не представляют собой примеры систем, где работали бы математические методы. После кантовской критики предпринимались лишь попытки использования математики при построении универсального языка, которые не увенчались успехом. Называть использование в философских работах дедуктивного метода, аналогий и законов логики применением в философии метода математики было бы неверно. Строго говоря, несмотря на многочисленные декларации и попытки, методы математики в философии в подлинном смысле не применяются и не применялись.

Глава 3. Проблема оснований в математике и философии

3.1. Вопрос об основаниях

С вопросом о методе тесно связан вопрос об основании, как о наиболее существенной части метода, обеспечивающей надёжность и возможность развития, сохраняющей надёжность в условиях изменений. В том или ином виде возникавший на стыке философии и математике вопрос об основаниях лишь к рубежу девятнадцатого и двадцатого веков приобретает тот вид, когда философы обращаются к основаниям математики, являющимся собственно математическими, а не отсылающим к чему-то внешнему по отношению к самой математике. Это происходит в тот момент, когда внутри математики решается вопрос о её собственных, не обусловленных извне основаниях.

Вопрос об основаниях математики выходит на передний план и становится действительно значимым только в середине девятнадцатого века. К этому приводит ряд существенных изменений в разных разделах математики. В начале девятнадцатого века математические исследования очень тесно переплетаются с исследованиями в области физики. К числу крупных специалистов в математической физике принадлежат такие выдающиеся математики как Гаусс, Коши и Фурье. Гаусс, не будучи профессором математики, более пятидесяти лет состоит профессором астрономии и директором Гёттингенской обсерватории. Он вычисляет орбиты движения небесных тел, производит топографическую съёмку местности, занимается проблемами оптики и магнетизма²⁴¹.

Получаемые им и многими другими математиками того времени результаты дают всё больше подтверждений, что математические закономерности описывают истинные законы природы. Но именно в девятнадцатом столетии возникают результаты, наносящие серьёзный удар по

²⁴¹ См.: Клайн М. Математика. Утрата определённости. М.: РИМИС, 2007. С. 116-118.

связи математики и физики и ставящие вопрос о том, что гарантирует надёжность математических результатов в условиях разрыва этой связи.

В геометрии, традиционно считавшейся надёжным разделом научного знания²⁴², уверенность в безупречной доказательности рассуждений не вызывала вопросов. Основания такой уверенности заключались, в первую очередь, в очевидной корреляции между математическими конструкциями и отношениями реального мира, которая по умолчанию гарантировала истинность получаемых результатов. В этом смысле крупнейшие математики начала девятнадцатого века отнюдь не были кантианцами. Для Канта пространство – это не «эмпирическое понятие, выводимое из внешнего опыта»²⁴³, но «необходимое априорное представление, лежащее в основе всех внешних созерцаний»²⁴⁴. Следовательно, представление о пространстве, согласно Канту, не может заимствоваться посредством опыта из отношений внешних явлений²⁴⁵. Гаусс же говорит, что «пространство – это реальность, лежащая вне нашего разума, которой мы не можем предписывать свои законы»²⁴⁶.

Однако и кантовская, и гауссовская позиции сталкиваются с серьёзным вызовом: созданием неевклидовых геометрий²⁴⁷. Лобачевский создаёт столь же не противоречащую законам разума, что и евклидова, модель геометрии. Отсюда следует, что геометрия Евклида – это отнюдь не врождённое знание. Позже будет показано, что, принципиально отличаясь одна от другой, обе геометрии могут в равной степени выступать моделями отношений реального мира, и, следовательно, ни одна из них не может получить предпочтения в

²⁴² Паскаль связывает с геометрией все доступные человеку знания: «Всё, что превышает геометрию, превосходит и нас» (цит. по: Стрельцова Г.Я. Паскаль и европейская культура. М.: Республика, 1994. С. 29).

²⁴³ Кант И. Критика чистого разума. СПб.: Наука, 2008. С. 51.

²⁴⁴ Там же. С. 52.

²⁴⁵ См.: там же.

²⁴⁶ Цит. по: Клайн М. Математика. Утрата определённости. М.: РИМИС, 2007. С. 149.

²⁴⁷ Сам Гаусс внёс существенный вклад в создание неевклидовых геометрий. Его неопубликованные при жизни работы сохраняют за собой пальму первенства в данном вопросе.

результате экспериментальной проверки²⁴⁸, на основании соответствия физической реальности.

Расширение границ математики приводит в девятнадцатом веке к результатам, бьющим и по казавшимся незыблемыми законам арифметических операций. К продолжающимся спорам о том, как обращаться с отрицательными, иррациональными и мнимыми числами, добавляются алгебраические структуры, в которых не работают некоторые из законов, казавшихся ранее естественными. Так, устанавливается, что умножение матриц и кватернионов, вообще говоря, некоммутативно. Следовательно, правила работы с целыми положительными числами не универсальны. Они выполняются лишь в некоторых очень конкретных случаях²⁴⁹. Именно «появление неевклидовой геометрии и кватернионов, которые заставили математику отказаться от многовековых претензий на владение абсолютной истиной, – пишет Клайн, – побудило большинство математиков обратить внимание на проблемы в логике математических исследований»²⁵⁰.

Наряду с этим в математике продолжает существовать проблема бесконечности. Запрет на работу с актуальной бесконечностью возникает в античности. Не вдаваясь в детали истории сложных отношений математиков к понятиям потенциальной и актуальной бесконечностей и возможности работы с ними, можно зафиксировать, что магистральным было направление, не принимающее работу с актуальной бесконечностью²⁵¹, а достаточно адекватной,

²⁴⁸ Гаусс говорит, что «геометрию надлежит помещать <...> в один класс с механикой, истины которой требуют экспериментальной проверки» (цит. по: Клайн М. Математика. Утрата определённости. М.: РИМИС, 2007. С. 149).

²⁴⁹ Ещё Пикок и Де Морган «отрицают возможность любых иных форм алгебры, кроме алгебры, основанной на законах, которые управляют положительными целыми числами». Образцом для них выступает «эмпирическая наука, и они не придают никакого истинностного значения самой по себе абстрактной математике» (см.: Коллинз Р. Социология философий. Глобальная теория интеллектуального изменения / Перевод Н.С. Розова. Издательство: Новосибирск: Сибирский хронограф, 2002. С. 915).

²⁵⁰ Клайн М. Математика. Утрата определённости. М.: РИМИС, 2007. С. 171.

²⁵¹ Гаусс говорит: «Прежде всего я протестую против пользования бесконечной величиной в качестве законченной, каковое пользование в математике никогда не допускается. Бесконечное является лишь *façon de*

принимаемой математиками теории, описывающей работу с актуальной бесконечностью, вплоть до конца девятнадцатого века не было. При этом существует и активно развивается математический анализ, где в дифференциальном и интегральном исчислениях используются бесконечно малые величины. Это в начале восемнадцатого века снова актуализирует вопрос о том, как работать с бесконечностью в ситуации, когда отказ от такой работы может означать отказ от очень большого и значимого раздела математики.

Новые результаты и целые разделы математики не вписываются в те рамки, в которых привыкла существовать прежняя математика. Ни корреляция с отношениями физической реальности, ни соответствие универсальным априорным законам человеческого мышления больше не в силах обосновать всё богатство математики. В этой связи остро ощущается необходимость избавиться от ветхих мехов и предложить некоторые адекватные для новой математики основания, не строящиеся ни на связи с физикой, ни на вере в универсальные априорные законы.

Всё это происходит на фоне институционализации математики, усиления конкуренции научных журналов и научных школ. Важными становятся вопросы приоритета и доказательности публикуемых результатов. В итоге, ближе к середине и особенно ко второй половине девятнадцатого века математики, сосредотачиваясь на собственных операциях и структурах аргументации, выходят на новый уровень интеллектуальной рефлексии²⁵². Постепенно центральное место занимает вопрос об основаниях. С одной стороны, необходимо обосновать новые разделы математики. С другой, возникает

parole [способом выражения], между тем как речь идёт собственно о пределах, к которым известные отношения приближаются произвольно близко, тогда как другим представляется возражать без ограничения ... конечный человек не отважится рассматривать бесконечное, как нечто данное и доступное его первичной интуиции» (цит. по: Богомолов С.А. Актуальная бесконечность. Зенон Элейский и Георг Кантор. Пб.: Academia, 1923. С. 15).

²⁵² См.: Коллинз Р. Социология философий. Глобальная теория интеллектуального изменения / Перевод Н.С. Розова. Издательство: Новосибирск: Сибирский хронограф, 2002. С. 901.

претензия на самодостаточность, возможность для всей математики предложить основания, не отсылающие ни к Богу, ни к человеку, ни к законам природы.

3.2. Теория множеств Кантора

За реализацию такого подхода, предполагающего установление оснований силами самой математики и при этом соответствующего самым высоким требованиям строгости, так или иначе, принимается целый ряд крупных математиков. В попытках строгого обоснования анализа бесконечно малых Коши вводит в качестве основополагающего понятия «предел», а Вейерштрасс предлагает классическое определение этого понятия на языке эпсилон-дельта. Недостаток этих ходов заключён в том, что в определении предела используется понятие бесконечности²⁵³. Необходимую теорию, определяющую и описывающую работу с бесконечностями, предлагает Кантор. Наряду с Дедекиндом и Гильбертом, Пеано и Фреге он стремительно идёт по пути к этому новому идеалу основательности и строгости математического знания.

Знаменитый кризис оснований математики рубежа девятнадцатого и двадцатого веков возникает в связи с обнаружением в теории множеств Кантора парадоксов. Первым на уязвимые места теории указывает её создатель. Кантор говорит, что предположение о существовании множества всех множеств приводит к противоречию. Цермело и Рассел независимо формулируют парадокс, возникающий при рассмотрении вопроса о том, содержит ли себя множество всех не содержащих себя множеств. Обнаружение парадоксальных, формально противоречивых положений внутри теории, претендующей на надёжные основания математики, становится серьёзной проблемой не только для математиков, но и для всех тех, кто видит или хочет видеть в математике образец надёжного знания, имеющего незыблемые основания.

Провозглашённый внутри математики идеал строгости, имеющей абсолютные, неэмпирические и небожественные основания, начинает

²⁵³ Католик Коши (см.: Cauchy A. *Considérations sur les ordres religieux adressées aux amis des sciences*, 1850. p. 7.) говорит только о потенциальной бесконечности, оставляя актуальную бесконечность как исключительный атрибут Бога.

распространяться и на философию. Свой авторитет надёжного основания для всех областей знания математика приобрела не сразу. Об этом уже шла речь в предыдущей главе, особенно в связи с системами Декарта и Лейбница. Статус гаранта надёжности математика приобретает постепенно, располагаясь на освобождающемся от фигуры Бога и авторитета Священного Писания месте. Если слова Ньютона о желании и стремлении, чтобы его «Математические начала натуральной философии» «были бы совместимы с верой людей в Бога»²⁵⁴ выглядели для семнадцатого века общим местом, то слова Коши, говорившего в середине девятнадцатого века, что он «без всяких колебаний отвергнет любую гипотезу, противоречащую истинам божественного откровения»²⁵⁵, воспринимаются уже скорее как неожиданность.

На фоне успешного развития математики всё больше крепнет уверенность в том, что она – то самое основание, стоя на котором можно уверенно выстраивать систему знания. К рубежу девятнадцатого и двадцатого веков ситуация становится таковой, что все равняются на математику, которая, в свою очередь, не равняется ни на кого и горделиво заявляет о своей самодостаточности. Пуанкаре в полушутливой манере заявляет, что математические истины «ставят рамки произволу Творца»²⁵⁶. Гильберт говорит, что для обоснования математики не нуждается в Господе Боге²⁵⁷. «Мы должны знать – мы будем знать!» – уверенно заключает он.

Тем сильней оказывается удар, и тем большим разочарование, возникшие в результате обнаружения проблем в основаниях математики. В первой трети двадцатого века предпринимаются активные попытки преодолеть кризис. Возникают несколько принципиально различающихся подходов. Логицисты

²⁵⁴ Клайн М. Математика. Утрата определённости. М.: РИМИС, 2007. С. 100.

²⁵⁵ Клайн М. Математика. Поиск истины. М.: РИМИС, 2007. С. 334.

²⁵⁶ Пуанкаре А. Наука и гипотеза. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2014. С. 5.

²⁵⁷ См.: Клайн М. Математика. Утрата определённости. М.: РИМИС, 2007. С. 425.

пытаются обосновать математику посредством логики. Сторонники теории типов – уйти от приводящей к парадоксам самореференции путём введения различия между отношениями множеств, принадлежащих различным классам. Интуиционистское направление отказывается от работы с актуальной бесконечностью, принимая лишь конструктивные доказательства, отказываясь тем самым от значительной части математических результатов. Брауэр, лидер этого направления, говорит, что математика – это безъязыковая деятельность ума²⁵⁸.

Противоположной точки зрения придерживается основатель и идейный вдохновитель математического формализма Гильберт, для которого математика – это язык. Проблемы математики будут решены, когда этот язык будет приведён в порядок. Гильберт не готов, в отличие от представителей других подходов, отказываться ни от полученных результатов, ни от используемых методов. «Никто не изгонит нас из рая, созданного Кантором»²⁵⁹, – с оптимизмом провозглашает Гильберт. На его взгляд, проблема заключается лишь в том, что предыдущие поколения исследователей не всегда были достаточно аккуратны при формулировке и доказательстве своих результатов. Необходимо навести порядок: аксиоматизировать все разделы математики и аккуратно переписать всю математику строгим формальным языком, что позволит обнаружить и устранить имеющиеся изъяны.

Гильберт не готов и вслед за логицистами подчинить математику логике: «Кое-что уже дано в нашем представлении в качестве предварительного условия для применения логических выводов и для выполнения логических операций: определённые внелогические конкретные объекты, которые имеются

²⁵⁸ См.: Brouwer L. Intuitionism and formalism. Inaugural address at the University of Amsterdam, read October 14. 1912.

²⁵⁹ Клайн М. Математика. Утрата определённости. М.: РИМИС, 2007. С. 351.

в созерцании до всякого мышления»²⁶⁰. «Для того, чтобы логические выводы были надёжны, – продолжает Гильберт, – эти объекты должны быть обозримы полностью во всех частях, их свойства, их отличие, их следование, расположение одного из них наряду с другим даётся непосредственно наглядно, одновременно с самими объектами <...>. Это – та основная философская установка, которую я считаю обязательной как для математики, так и для всякого научного мышления, понимания и общения и без которой совершенно невозможна умственная деятельность»²⁶¹.

Интересно, что в своей критике логицизма Гильберт существенно опирается на идеи и подход Канта: «Уже Кант учил – и это составляет существенную часть его учения, – что математика обладает не зависящим от всякой логики устойчивым содержанием, и поэтому она никогда не может быть обоснована только с помощью логики, вследствие чего, между прочим, стремления Дедекинда и Фреге должны были потерпеть крушение»²⁶². Проект Гильберта становится крупнейшим шагом по направлению к созданию системы, позволяющей автоматически и систематически получать новые результаты в области математики. Он заключается в создании полной и непротиворечивой формализованной аксиоматической системы. В её рамках все истинные предложения должны быть доказуемыми.

Несмотря на усилия многих сильнейших математиков того времени грандиозная программа Гильберта, равно как и логицистский подход, не реализуются в том виде, в каком они были сформулированы. Гёдель доказывает теорему о неполноте, согласно которой любая достаточно богатая непротиворечивая формализованная система аксиом, где выражима арифметика

²⁶⁰ Гильберт Д. Основания геометрии. Перевод с седьмого немецкого издания. М.; Л.: ОГИЗ, Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948. С. 351.

²⁶¹ Там же.

²⁶² Там же. С. 350-351.

натуральных чисел, является неполной. Он доказывает необходимость существования утверждений, недоказуемых в заданной аксиоматике: «Для любой формальной системы можно сконструировать предложение – а на самом деле предложение арифметики целых чисел, – которое является определённо истинным, если система свободна от противоречия, но которое не может быть доказано в данной системе»²⁶³.

«Самым знаменитым примером утверждения такого рода была континуум-гипотеза Кантора»²⁶⁴, занимающая первое место в предложенном Гильбертом списке из двадцати трёх ключевых проблем, нерешённых математиками к началу двадцатого века. Гипотеза состоит в том, что не существует бесконечного подмножества континуального множества, не являющегося ни счётным, ни континуальным. Несмотря на то, что многие сильнейшие математики занимаются этой гипотезой, ни в наивной теории множеств, ни в аксиоматике Цермело и Френкеля решить первую проблему Гильберта не удаётся: невыводимость её отрицания в аксиоматике Цермело-Френкеля доказывает Гёдель, а невыводимость её утверждения – Коэн²⁶⁵.

В доказательстве теоремы о неполноте Гёдель показывает ограниченность формализма его же (формализма) методами. Формализованное доказательство заключается в переходе от аксиом к доказываемому утверждению посредством последовательного применения правил вывода. Если на очередном шаге доказательства получается искомое утверждение – его истинность доказана, если же получается отрицание этого утверждения, то доказана его ложность.

²⁶³ Гёдель К. Современное положение дел в основаниях математики (1933) // Хинтиikka Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014. С. 114.

²⁶⁴ Беклемишев Л. Д. Теоремы Гёделя о неполноте и границы их применимости. i // Успехи математических наук. 2010. Т. 65, № 5(395). С. 61-106. С. 98.

²⁶⁵ Хинтиikka Я. О Гёделе // Хинтиikka Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014. С. 82.

Для полной системы аксиом либо одна, либо другая возможность обязательно имеет место. И если эта система непротиворечива, то обе возможности никогда не могут быть реализованы одновременно. Процедура всегда прерывается на некотором шаге и представляет собой универсальный алгоритм для доказательства истинности или ложности всех утверждений системы. Из теоремы Гёделя о неполноте следует, что построить такую систему доказательств невозможно. Итак, надежды Гильберта не оправдались. Иллюзии рассеялись. Изгнание из «рая Кантора» произошло, и вернуться туда не удаётся.

Теория множеств Кантора не оправдала возложенных на неё её сторонниками надежд и не стала надёжными и безусловными основаниями математики. Предпринятая Гильбертом попытка выйти из кризиса оснований, сохранив статус-кво, не увенчалась успехом. Однако теория множеств продолжает привлекать внимание философов. Её идеи и понятийный аппарат активно используются в философских построениях с момента её возникновения в конце девятнадцатого века и вплоть до наших дней.

Предельная абстрактность и универсальность позволяют применять её ресурсы в онтогносеологических построениях. Характерно, что к теории множеств обращаются именно те, кто пытаются в философии найти и показать некое надёжное основание. Их внимание привлекает претензия канторовской теории на основательность и надёжность. Первым проявляет такой интерес Гуссерль. «Совершенно новые тогда идеи Кантора [он] подхватывает и переносит на почву философского анализа»²⁶⁶. «Теория множеств, – пишет Мотрошилова, – создавалась в том же месте и в то же время, где и когда дух Эдмунда Гуссерля рождал выдающееся философское открытие»²⁶⁷.

Гуссерль начинает свои исследования во время активного противоборства

²⁶⁶ Мотрошилова Н.В. Г. Кантор и Э. Гуссерль: взаимодействие идей // Horizon. Феноменологические исследования. 2013. № 2 (1). С. 14.

²⁶⁷ Там же. С. 13.

относительно оснований математики, будучи «лично знаком с большинством наиболее ярких персонажей этого драматического действия»²⁶⁸. Во время учёбы в Берлине он подпадает под влияние своих учителей: пытающегося свести математику к основанию в виде натуральных чисел Кронекера и проводящего арифметизацию математического анализа Вейерштрасса. Диссертация Гуссерля 1889 года представляет собой пример такого двойного влияния. В «Философии арифметики» Гуссерль придерживается психологистских позиций. За это он подвергается критике со стороны Фреге, что приводит к переписке двух исследователей и переходу Гуссерля в лагерь антипсихологистов²⁶⁹. Переехав в Галле, он знакомится с Кантором и принимает его учение о трансфинитах и теорию множеств.

В «Философии арифметики»²⁷⁰ Гуссерль называет своего друга и коллегу Кантора гениальным математиком и цитирует его «Основы общего учения о многообразиях. Математически-философский опыт учения о бесконечности». Такие ключевые для Кантора понятия, как «множество», «многое», «многообразие», «целостность», «совокупность», «число», находятся в центре «Философии арифметики». В ней Гуссерль говорит о числе и различии, вводя понятие «коллективирование», понимаемое как собирание в целое, которое представляет собой множество. Концепция «эйдетических сущностей» фиксируется в «Логических исследованиях», в «Идеях к чистой феноменологии и феноменологической философии» нередко используется понятие «множество»²⁷¹.

Гуссерль берётся за построение строгой науки, имеющей дело с

²⁶⁸ Коллинз Р. Социология философий. Глобальная теория интеллектуального изменения / Перевод Н.С. Розова. Издательство: Новосибирск: Сибирский хронограф, 2002. С. 955.

²⁶⁹ См.: там же.

²⁷⁰ Husserl E. *Philosophy of Arithmetic: Psychological and Logical Investigations - with Supplementary Texts from 1887-1901*. Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003.

²⁷¹ Гуссерль Э. Идеи к чистой феноменологии и феноменологической философии: Кн. 1. Общее введение в чистую феноменологию / Эдмунд Гуссерль; [пер. с нем. А. В. Михайлова]. М.: Акад. проект, 2009. С. 459.

универсальным сознанием. Говоря о феноменологии как об «универсальной конкретной онтологии» и о «тотальной науке a priori»²⁷², он пытается основать её на трансцендентальной intersубъективности, предшествующей всякой объективности и утверждающей её. Гуссерль отказывается от математизации и аксиоматизации в стиле Декарта: «В философии невозможно определять так, как в математике; любое подражание математическим приёмам в этом отношении не только бесплодно, но и превратно, и влечёт за собой лишь самые вредные последствия»²⁷³. «Трансцендентальная феноменология принадлежит к совершенно иному фундаментальному классу эйдетических наук, нежели науки математические»²⁷⁴, – продолжает Гуссерль.

Впрочем, к заключению в скобки математики он приступает в самом конце, после выключения чистого Я и трансцендентного Бога, решаясь на это, лишь взяв предварительно из математических теорий и сохранив некоторые необходимые всеобщие и абсолютные положения. «Весь мир как факт подпадает под выключение, но только не мир как эйдос и не какая-либо иная сущностная сфера»²⁷⁵. «Если мир выключается, то это действительно не означает, что выключается натуральный ряд чисел и относящаяся к нему арифметика»²⁷⁶. «Реальность можно охарактеризовать лишь косвенно, аналогически, посредством математических понятий»²⁷⁷, сохранённых в «феноменологическом остатке, незатронутом феноменологическим выключением»²⁷⁸.

И логику, и математику Гуссерль называет «чистыми науками о

²⁷² Гуссерль Э. Картезианские медитации / Эдмунд Гуссерль; [пер. с нем. В. И. Молчанова]. М.: Акад. проект, 2010. С. 10.

²⁷³ Гуссерль Э. Идеи к чистой феноменологии и феноменологической философии: Кн. 1. Общее введение в чистую феноменологию / Эдмунд Гуссерль; [пер. с нем. А. В. Михайлова]. М.: Акад. проект, 2009. С. 24.

²⁷⁴ Там же. С. 224.

²⁷⁵ Там же. С. 102.

²⁷⁶ Там же.

²⁷⁷ Там же. С. 159.

²⁷⁸ Там же. С. 104.

сущностях»²⁷⁹, говоря о математизации как о «практическом идеале точной эйдетической науки»²⁸⁰. Гуссерль вводит понятие формальной онтологии и говорит о ней как об эйдетической науке, о предметности вообще. Здесь формализация – это абстрагирование, обобщение содержательного в чисто формальное. В этом формальном выделяются и исследуются инвариантные характеристики предметов. «Формальная онтология, – пишет Гуссерль, – скрывает в себе формы всех возможных онтологий вообще <...>, предписывает всем материальным онтологиям общую для всех них формальную устроенность»²⁸¹.

Формальная онтология имеет дело с бессодержательными структурами и отношениями, применимыми лишь в силу своей формы. Здесь Гуссерль близок к тому, как о множествах говорит Кантор. О формальном регионе, «совокупном, принадлежащем к одному конкрету, наивысшем родовом единстве»²⁸², Гуссерль говорит как о «пустой форме региона вообще»²⁸³. Сам Гуссерль поясняет формальные регионы на примере множеств²⁸⁴. Он говорит об арифметическом мире и об арифметической установке, о том, что «любая формальная сущность наделена своим формальным, или "математическим" объёмом»²⁸⁵.

Помимо Кантора, на Гуссерля продолжают оказывать влияние и другие математики. В 1901-1916 годах Гуссерль работает в Гёттингенском университете, продолжающем оставаться центром программ объединения математики. Именно здесь Риман предлагает обобщение неевклидовых геометрий, Клейн – объединение геометрии вокруг теории групп и их

²⁷⁹ Там же. С. 42.

²⁸⁰ Там же. С. 44.

²⁸¹ Там же. С. 49.

²⁸² Там же. С. 61.

²⁸³ Там же. С. 49.

²⁸⁴ Савкин П. Д. Формальная онтология как теория предметов: точки соприкосновения идей Э. Гуссерля и А. Мейнонга // Вестник Московского университета. Серия 7: Философия. — 2012. — № 2. — С. 13–33. С. 19.

²⁸⁵ Гуссерль Э. Идеи к чистой феноменологии и феноменологической философии: Кн. 1. Общее введение в чистую феноменологию / Эдмунд Гуссерль; [пер. с нем. А. В. Михайлова]. М.: Акад. проект, 2009. С. 57.

инвариантов, а Гильберт – проект формализации и объединения на этой основе разных разделов математики. Гуссерль приступает к разработке ещё более широкого объединения наук на самом общем основании²⁸⁶. Он выстраивает своё учение в то самое время, когда Гильберт, Брауэр и Рассел создают свои программы обоснования математики. Так или иначе, испытывая влияние каждой²⁸⁷ из программ, установки ни одной из них он не принимает в полной мере.

Постепенно Гуссерль переходит в ряды противников сциентизма²⁸⁸. Начав свой исследовательский путь в ситуации кризиса оснований математики, он завершает его в ситуации кризиса науки вообще. Не удаётся найти ни оснований для математики, как для частной науки, ни некоторых всеобщих оснований для всего объёма научного знания. Интересна и показательна параллель между кризисом в основаниях математики и кризисом европейской цивилизации. Гуссерль остро чувствует эту связь. Он связывает кризис европейских наук с кризисом европейского человечества²⁸⁹. Будучи австрийским математиком, он живёт в то время, когда прекращает своё существование Австро-Венгерская²⁹⁰ империя, и когда в теории множеств обнаружены парадоксы, вызвавшие кризис оснований математики²⁹¹.

²⁸⁶ См.: Коллинз Р. Социология философий. Глобальная теория интеллектуального изменения / Перевод Н.С. Розова. Издательство: Новосибирск: Сибирский хронограф, 2002. С. 956.

²⁸⁷ Речь идёт и о близости к гильбертовской программе объединения и строгого обоснования математики, и об очевидном влиянии логицистов на создание Гуссерлем «Логических исследований» (см.: там же), и о том, что Гуссерль, по словам Коллинза, «был вдохновлён идеями интуиционистов, особенно когда он в 1920-х гг. стал делать упор на существовании некоего жизненного мира до формализации, внутри которого виделось происхождение геометрии» (см.: там же. С. 941).

²⁸⁸ См.: там же. С. 972.

²⁸⁹ См.: Гуссерль Э. Кризис европейских наук и трансцендентальная феноменология: Введ. в феноменол. философию. / Эдмунд Гуссерль; Пер. с нем. Д.В. Складнева; Фонд «Университет». СПб.: Даль, 2004.

²⁹⁰ Вместе с Австро-Венгрией рушатся Российская, Германская и Османская империи, Франция и Великобритания потеряют свои многочисленные колонии в течение нескольких следующих десятилетий. И Европа и математика более века продолжают существовать в условиях кризиса своих оснований.

²⁹¹ Во время работы Гуссерля над «Кризисом европейских наук и трансцендентальной феноменологией», его соотечественник Музиль пишет роман «Человек без свойств». Оба текста создаются в годы между крушением Австро-Венгерской империи и аншлюсом Австрии, и оба не будут заверены по причине смерти своих авторов. В романе Музиля также показана связь кризиса европейских наук с кризисом европейского человечества: и в том,

Канторовская теория множеств оказывает влияние ещё на одного математика и философа первой трети двадцатого века: на Флоренского, который кроме того опирается ещё и на математические идеи своего учителя, Бугаева, бывшего наряду с Кантором и Гуссерлем учеником Вейерштрасса. Флоренский развивает учение Бугаева об аритмологии²⁹², основанное на идее прерывности и противостоящее господствовавшему в то время аналитическому мировоззрению, претендующему на возможность своими ресурсами объяснить все возможные явления. Бугаев, а вслед за ним и Флоренский, указывают на то, что всё случайное и необычное, представляющееся исключением и выходящим из ряда вон, невозможно описать с аналитических позиций.

Мир развивается не только по эволюционному пути, но и через смену культурно-исторических типов, при помощи революций, переворотов и мировых катастроф. Именно и только аритмология позволяет органично вписать в себя действия конкретных личностей, обладающих целеполаганием и

и в других случаях имеет место кризис оснований. Действие романа разворачивается в Австро-Венгрии в 1913 году – здесь создаётся специальный комитет для разработки к празднованию в 1918 году семидесятилетия правления Франца Иосифа I (Ни император, ни его империя до этого дня не доживут) национальной идеи, способной объединить народы империи на некоем общем основании. В числе прочих в состав комитета, который так и не сможет найти удовлетворительного решения поставленного перед ним вопроса, входит главный герой романа – тридцатидвухлетний математик Ульрих. Именно его называют «человеком без свойств», лишённым определённого содержания. Для всего текста романа характерен антисциентистский тон. Здесь ставится вопрос, каковы основания науки, провозглашённого идеалом достоверного знания, близость к которому по преданию должна придавать основательность и надёжность. Критикуется в первую очередь именно бездумная математизация, начавшаяся во времена Галилея и продолжающаяся по инерции, но не имеющая под собой никаких оснований: «Дело обстоит в точности так, словно старое бездеятельное человечество уснуло на муравейнике, а новое проснулось уже с зудом в руках и с тех пор вынуждено двигаться изо всех сил без возможности стряхнуть с себя это противное чувство животного прилежания <...>. Математика, как демон, вошла во все области нашей жизни <...> в неведении относительно этих опасностей жили, собственно, лишь сами математики и их ученики, естествоиспытатели, ощущавшие все это душой столь же мало как гонимые велосипедисты, усердно нажимающие на педали и ничего на свете не замечающие, кроме заднего колеса того, кто сейчас перед ними» (см.: Музиль Р. Человек без свойств. [роман : в 2 т.] Т.1. СПб.: Амфора: Петроглиф, 2013. С. 44-45). Математика, говорится в тексте романа, «уже сегодня знает о себе так же мало, как будут, наверно, знать люди о лугах, телятах и курах, когда станут питаться не хлебом и мясом, а энергетическими таблетками!» (см.: там же. С. 75).

²⁹² Бугаев выделяет в математике два раздела: математический анализ (теорию непрерывных функций) и аритмологию (теорию прерывных функций). Аритмология, по словам Бугаева, представляющая собой в настоящий момент теорию чисел, постепенно вступает в новую фазу своего развития (см. Бугаев Н.В. «Математика и научно-философское мировоззрение», Матем. сб., 25:2 (1905), 349-369. С. 351-353). Оптимистические прогнозы Бугаева по поводу грядущего развития аритмологии не оправдались.

свободой воли. «Истина анализа, – пишет Бугаев, – отличается общностью и универсальностью, а истины аритмологии носят на себе печать своеобразной индивидуальности»²⁹³, следовательно, «в мире господствует не одна достоверность. В нём имеет силу также и вероятность»²⁹⁴.

Флоренский приводит слова Дедекинда, одного из первых сторонников канторовской теории множеств: «Если вообще пространство имеет реальное бытие, то ему нет надобности быть непрерывным. Бесчисленные его свойства оставались бы теми же, если бы оно было разрывным»²⁹⁵. Развивая аритмологию Бугаева, Флоренский дополняет её понятийным аппаратом теории множеств, позволяющим видеть порядок и в представляющемся хаотичным, и в не являющемся конечным.

Статья Флоренского «О символах бесконечности (Очерк идей Г. Кантора)» становится первым в русской литературе развёрнутым и рассматриваемым в широком философском контексте изложением теории множеств Кантора. Флоренский утверждает, «что все возможные закономерности бытия уже содержатся в чистой математике как первом конкретном, а потому доступном использованию, самообнаружении принципов мышления – то, что можно было бы назвать математическим идеализмом; и в связи с этим убеждением явилась потребность построить философское миропонимание, опирающееся на углублённые основы математического познания»²⁹⁶. Именно в соединении идей аритмологии, монадологии и теории множеств он видит возможность воплощения заложенной Пифагором идеи о создании учения, отражающего все области знания на математической основе.

²⁹³ Там же. С. 353.

²⁹⁴ Там же. С. 365

²⁹⁵ Дедекинд Р. Непрерывность и иррациональные числа / Перевод с немецкого О.С. Шатуновского. Одесса: Матезис, 1923. С. 18.

²⁹⁶ Андроник, игум. (Трубочёв А.С.). К 100-летию со дня рождения священника Павла Флоренского // Богословские труды. Сб. 23. М., 1982. С. 266.

Флоренский говорит о математике как о науке «применимой повсюду, где только функционирует сознание»²⁹⁷. Он обращается к математике для объяснения самых разных положений своей философии: и соотношение простых и сложных монад в эволюционной монадологии Бугаева, и соединение «триипостастности» и «единосущия» в Троице. «И природа, и человек, – пишет Флоренский, – бесконечны; и по бесконечности своей, как равномошные, могут быть частями самих себя, причем части равномошны между собой и с целым»²⁹⁸. Так Флоренский описывает будущее государственное устройство: «Построить разумное государство – это значит сочетать свободу проявления данных сил отдельных людей и групп с необходимостью направлять целое к задачам, неактуальным индивидуальному интересу, стоящим выше и делающим историю»²⁹⁹. Революция также понимается в терминах теории множеств: она содержится всюду, она бесконечна и она не может быть последней в своём роде.

Связь философско-богословских учений с теорией множеств отражена и в работах Лосева, испытавшего влияние не только со стороны Флоренского, но и со стороны крупнейших математиков своего времени, Егорова и Лузина, с которыми он сближается в начале 1920-х годов³⁰⁰. В «Философии имени» Лосев пытается совместить аритмологию Флоренского с феноменологией Гуссерля, сохраняя, впрочем, и прямые отсылки к теории Кантора³⁰¹. «Учение о множествах, – пишет Лосев, – я назвал бы аритмологией»³⁰². Об аритмологии он говорит как о логическом учении об эйдетической схеме, или об идеальном числе³⁰³. Такое учение, по словам Лосева, «уже создано гением Г. Кантора»³⁰⁴,

²⁹⁷ Флоренский П.А. О типах возрастания // Богословский вестник. 1906. Т. 2, № 7. С. 530-568. С. 534.

²⁹⁸ Флоренский П.А. Микрокосм и макрокосм // Богословские труды. М., 1983. Сб. 24. С. 230-241. С. 233.

²⁹⁹ Флоренский П.А. Предполагаемое государственное устройство в будущем: Сборник архивных материалов и статей. М.: Городец, 2009. С. 7.

³⁰⁰ См.: Тахо-Годи А.А. // «История античной эстетики» А.Ф. Лосева как философия культуры // Лосев А.Ф. История античной эстетики. Т.1. Ранняя классика. М.: «АСТ», 2000. С.3-38 (вступительная статья).

³⁰¹ См.: Лосев А.Ф. Философия имени. М.: Изд-во моск. ун-та, 1990. С. 201-202.

³⁰² Там же. С. 202.

³⁰³ См.: там же.

которому и принадлежит это учение об эйдетической схеме, или, как он выражается, о множествах, или об эйдетических числах. Схема и есть эйдетическое число, как бы идеальный контур вещи, рассмотренный с точки зрения взаимоотношения ее частей или элементов, или с точки зрения отношения ее частей или элементов к частям или элементам другой вещи»³⁰⁵.

В статье «Имяславие»³⁰⁶ Лосев пишет о теории множеств как о «сущностно-теоретической опоре имяславия», где «можно найти в высшей степени интересные конструкции таких понятий, как "актуальная бесконечность", "мощность", "тип" множества, а также ряд так называемых "парадоксов". Будучи приложенным к имяславию, всё это даст ясный образ логической структуры имени в его бесконечном и конечном функционировании»³⁰⁷.

Лосев намеревался изложить свои соображения более полно. В его архиве найден листок с планом сочинения, где напротив философско-богословских тезисов об имяславии стоят номера страниц первого в России систематического и подробного изложения теории множеств, осуществлённого Жегалкиным в «Теории трансфинитов», вышедшей в 1908 году. Экземпляр этой книги найден в библиотеке философа³⁰⁸. В задуманной, но не осуществлённой работе Лосев планировал с помощью теории множеств показать содержательную мощь имяславских тезисов.

Спустя век после создания теории множеств Бадью³⁰⁹ снова говорит³¹⁰ о

³⁰⁴ В «Философии имени» Лосев ссылается не прямо на работы Кантора, а на книгу Френкеля «Введение в теорию множеств», изданную в 1919 году в Берлине.

³⁰⁵ Там же. С. 201-202.

³⁰⁶ Лосев А.Ф. Имяславие // Вопросы философии. 1993, № 9. С.52-60. С. 53.

³⁰⁷ Там же.

³⁰⁸ См.: Троицкий В.П. Имяславие и теория множеств (К реконструкции одного замысла А.Ф. Лосева). // "Credo new" теоретический журнал. №1, 2007.

³⁰⁹ Во втором параграфе первой главы уже шла речь об использовании ресурсов теории множеств в философии Бадью и, более подробно, в философских построениях Мейясу.

³¹⁰ В 1988 году выходит его книга «Бытие и событие».

необходимости философии вобрать возможности из математики в её теоретико-множественном представлении. Именно в таком виде математика может и должна стать универсальной онтологией³¹¹. Абстрактность канторовского аппарата позволяет Бадью говорить о математике, политике, искусстве и любви на одном языке³¹², не вводя меж ними различия в пространстве бытия.

Для сохранения категории истины, по словам Бадью, необходимо заявить о единстве множественности. Истина представима лишь особым производством некой множественности. Это множество родовых истин составляют: матема, поэма, политика и любовь. Именно по отношению к ним работает пустотная категория истины. Математическая теорема, стихотворение, политическая акция могут быть событиями одного порядка. Пустое множество, имеющее нулевую мощность, но являющееся элементом любого множества, имеет в философии Бадью особое значение. И в любви, и в искусстве, и в политике, и в науке пустота содержится, но не представлена. Так вводится различие между принадлежностью и включенностью множества. Пустота отрицает, прерывает единое и, определённым образом дополняя, сопротивляется его тотальному подавлению.

Священника Флоренского и атеиста Бадью при столь различных мировоззренческих установках объединяет и приверженность к идеям и терминологическому аппарату канторовской теории, и близость рассматриваемых ими сюжетов. «Один из существенных тезисов у Бадью, – пишет Мейясу, – тот, в котором он утверждает – через свои декларации – что онтологическая значимость теоремы Кантора в том, как она раскрывает

³¹¹ См.: Badiou A. Being and Event. London, New York: Continuum, 2007. P. xiii.

³¹² См.: Бадью А. Манифест философии. СПб.: Machina, 2012. С. 16.

математическую мыслимость детотализации бытия-как-такового»³¹³. Это та самая детотализация, тот разрыв, о которых ранее говорили Бугаев и Флоренский.

Бугаев – крупный математик. Гуссерль и Флоренский имеют математическое образование и формируются как будущие философы в математической среде. Они дружат и беседуют с крупнейшими математиками своего времени. Вполне естественно, что в своих философских построениях они используют слова того языка, на котором говорят в среде их обитания. Язык математических понятий является тем ресурсом, посредством которого они излагают свою философию. Математика не работает у них как строгий метод. Скорее, они обращаются к ней за аналогиями или метафорами, которые позволят им выразить свои философские идеи. Для них математика – это то, во что они более или менее погружены, и что помогает им что-то увидеть и объяснить.

Теория множеств привлекает их своей претензией на основательность и надёжность. Современная математика уже не предлагает проектов, которые могли бы как гильбертовская попытка реабилитации теории множеств претендовать на место абсолютных оснований. Объединяющие, унифицирующие проекты остаются в прошлом. Вопрос об основаниях встаёт скорее в связи с решением некоторых конкретных практических задач. Теперь математика не ищет себе универсальных философских оснований. Математики не идут в философию в поисках решения своих проблем и не остаются там, распространяя возделенный идеал строгости и обоснованности на другие науки и на философию.

³¹³ Мейясу К. После конечности: Эссе о необходимости контингентное / пер. Л. Медведевой. Екатеринбург; Москва: Кабинетный ученый, 2015. С. 152.

3.3. Отказ от претензии на абсолютные основания

Современные разработки в основаниях математики пользуются куда меньшим вниманием и интересом со стороны философов, чем теоретико-множественные основания и в момент своего появления, и дальше, в течение двадцатого века. Причина заключается в том, что в самой математике вопрос об основаниях уже ставится иначе. Теперь речь идёт не об абсолютно надёжных и незыблемых основаниях, а лишь о таких, которые позволят решать некоторые конкретные практические задачи. Так, например, проект универсальных оснований математики Воеводского создаётся в связи с решением конкретных практических задач. В условиях всё возрастающих сложности и абстрактности математических проблем возникает и накапливается большой объём неverified данных. Один математик не всегда может проверить другого, так как без основательного и достаточно долго погружения в некоторые специальные разделы математики к решению или хотя бы к пониманию существующих в них задач даже не подступиться, что, очевидно, усложняет процедуру проверки.

Из несводимости математики ко вполне алгоритмизируемому языку в рамках программ, в некотором усечённом виде пытающихся реализовать замысел Гильберта, следует невозможность не только автоматически получать новые результаты, но и проверять уже полученные. Реализация гильбертовского проекта построения полной формализованной и непротиворечивой системы аксиом должна была бы привести к получению механической процедуры или универсального алгоритма для доказательства истинности или ложности всех возможных утверждений данной математической теории. Из теоремы Гёделя о неполноте и других ограничительных результатов следует невыразимость значительной части математических проблем и попыток их решений непосредственно в виде программного кода.

К числу несводимых к языку компьютерной программы относятся результаты, полученные Воеводским в области мотивной теории гомотопий, за которые он в 2002 году получает Медаль Филдса. Желание иметь быстрый и надёжный способ проверки, освобождающий время и избавляющий от сомнений в правильности проделанных шагов в доказательствах, приводит Воеводского к идее на новых основаниях попытаться перевести на язык, с которым может работать компьютер, все разделы математики. Проект унивалентных оснований математики³¹⁴ претендует, в противоположность основаниям, построенным с помощью стандартных логических методов, на непосредственную реализацию в виде программного кода, позволяющую проверку правильности шагов любого формализованного доказательства. Программа Воеводского предлагает эпистемологическую установку, в соответствии с которой логика не является первичной в процессе формализации и аксиоматизации. Проект унивалентных оснований математики, предлагаемых в качестве альтернативы основаниям теоретико-множественным, опирается на гомотопическую теорию типов (ГТТ) и аксиому унивалентности Воеводского.

ГТТ – это ветвь математики, основанная на связи между теорией типов и теорией гомотопий. Теоретико-типовой подход предлагается Расселом в работах «Принципы математики» и «Математическая логика как основанная на теории типов» для устранения парадоксов в теории множеств. В работе «Формулировка простой теории типов» Чёрч использует теорию типов в качестве возможного способа преодоления парадоксов в своём лямбда-исчислении. Теории типов не удаётся, заняв место канторовской теории, стать официальными основаниями математики, но её приложения довольно активно продолжают применяться, особенно в области информатики и теории

³¹⁴ Voevodsky V. et al. Homotopy Type Theory: Univalent Foundations of Mathematics. Princeton: Institute for Advanced Study, 2013.

языков программирования. Развитие систем компьютерных доказательств начинается в 1950-х годах. Одновременно ведётся работа по созданию семантики языков программирования, позволяющей использовать математические методы для доказательства корректности исходного кода программ³¹⁵.

В 1970-х на основе лямбда исчисления Мартин-Лёф предлагает интуиционистскую теорию типов (ИТТ). Развитие ИТТ и типизированного лямбда-исчисления позволяет создать такие системы интерактивного построения доказательств как Coq, Agda. Это в дальнейшем приводит к созданию ГТТ, представляющей собой интерпретацию ИТТ посредством геометрической теории гомотопий (раздел современной алгебраической топологии)³¹⁶.

В отличие от других вариантов теории типов в ГТТ принимается аксиома унивалентности, устанавливающая гомотопическую эквивалентность равенства гомотопической эквиваленции двух типов. Эта аксиома упрощает работу с математическими структурами, позволяя заменять одну структуру на другую, эквивалентную ей, без изменения всей конструкции³¹⁷. ГТТ представляет собой особого рода логико-геометрическую теорию, где одни и те же символы, символические выражения и синтаксические операции с этими выражениями имеют как геометрическую, так и логическую интерпретации, а изначально только геометрически мотивированная аксиома унивалентности имеет и прозрачный логический смысл, представляя собой обобщение принципа пропозициональной объёмности Чёрча. В ГТТ сама логическая форма теории

³¹⁵ См.: Ламберов Л. Д. Основания математики: теория множеств vs теория типов // Философия науки. 2017. № 1. С. 41–60. С. 44.

³¹⁶ См.: там же. С. 45.

³¹⁷ См.: Ламберов Л. Д. Унивалентность и понятие структуры в философии математики // Сибирский философский журнал. 2018. Т. 16, № 1. С. 20–32. С. 30.

имеет геометрическую природу³¹⁸, что устраняет привычное различие между логической формой и геометрическим содержанием.

В ГТТ речь идёт о пространствах и их непрерывных отображениях с точностью до гомотопии. Гомотопические эквиваленты представляют собой алгебраические инварианты и относятся к одному гомотопическому типу. ГТТ интерпретирует теорию типов с гомотопической точки зрения: типы здесь рассматриваются как пространства в теории гомотопий, что позволяет непосредственно работать с пространствами, не прибегая к созданию точечной топологии или к любой её комбинаторной замене. Таким образом, принадлежность терма к типу соответствует принадлежности точки пространству, а функциональная зависимость интерпретируется посредством непрерывного отображения пространств, которые трактуются не топологически, а именно гомотопически.

В гомотопической теории типов и в связанном с ней проекте унивалентных оснований математики классическая логика и теория множеств сдвигаются на второй план. Опираясь на предшествующую ей интуиционистскую теорию типов Мартина-Лёфа³¹⁹, также построенную на логических и эпистемологических принципах отличных от используемых в аксиоматической теории множеств и других более классических разделах оснований математики и математической логики, ГТТ не использует готовую, предзаданную логику, а интерпретирует свои категориальные единицы и связывающие их отношения как логически, так и геометрически.

Итак, предлагаемый Воеводским проект оснований математики направлен на решение конкретной практической задачи: на создание возможности для

³¹⁸ См.: Родин А.В. Логический и геометрический атоизм от Лейбница до Воеводского // Вопросы философии. 2016. № 6. С. 134-142.

³¹⁹ Martin-Löf P. Intuitionistic Type Theory: Notes by Giovanni Sambin of a series of lectures given in Padua, June 1980. Napoli: Bibliopolis, 1984.

проверки правильности шагов любого формализованного доказательства. Здесь уже нет той амбиции получить абсолютно надёжные и незыблемые основания, как это было в конце девятнадцатого и в первой трети двадцатого веков. Фундаменталистские проекты того времени были связаны с деятельностью конкретных исследователей и исследовательских школ. Эти исследователи постепенно ушли и из математики, и из философии. Пришедшие им на смену новые поколения выросли на иной почве и нацелены на другие идеалы. Мечта, рождённая в конце девятнадцатого века, осталась в истории вместе со своими основными адептами.

Интерес к фундаментальности и универсальности уступил место попыткам как-то справиться с конкретными текущими проблемами. Найти не почву, на которую можно уверенно встать, опереться, но хотя бы спасательный круг, при помощи которого можно держаться на плаву, не встать, но хотя бы сохранить дееспособность. Ушло и поколение философов, пришедшее из математики вместе с идеями универсальных оснований. Современная математика уже не предлагает таких оснований ни для себя, ни для философии. Такая постановка вопроса осталась в прошлом. Во всяком случае, в современной математике таких грандиозных и амбициозных программ не предлагается. Видимо, с этим связано и отсутствие интереса к математике как к основаниям сейчас. Такие попытки если и возникают, то скорее в порядке исключения.

Глава 4. Локальное применение ресурсов математики

4.1. Математика в философии Маркса

Рассмотренный в первых трёх главах вопрос об отношении к математике как к пропедевтике и как к методу философии, а также возникающий на стыке философии и математики вопрос об основаниях объединены наличием некоторой универсалистской амбиции, которая не была реализована и постепенно сошла на нет. Помимо универсалистских проектов были и продолжают возникать ситуации использования ресурсов математики в философии в некоторых более конкретных, часто междисциплинарных, ситуациях. В рамках исследования, ограниченного форматом кандидатской диссертации, все эти ситуации охватить невозможно. К числу наиболее ярких и показательных сюжетов принадлежат, например, тексты Маркса.

Интерес Маркса к математике возникает в связи с его работой над «Капиталом»³²⁰. Начиная с 1846 года, в его рабочих тетрадях появляются специальные записи, математические выкладки и чертежи, свидетельствующие об изучении Марксом коммерческой арифметики, высшей алгебры, аналитической геометрии, тригонометрии и истории математики. С 1858 года таких записей становится особенно много. С 1863 года Маркс приступает к изучению интегральных и дифференциальных исчислений. В 1870-е годы занятия математикой становятся для него основными.

Процесс и результат математических занятий Маркса представляют так называемые «Математические рукописи». Рукописям Маркса с математическим содержанием Энгельс придаёт большое значение и собирается опубликовать их вместе со своими работами по философским вопросам естествознания. Осуществить замысел ему не удаётся. Часть рукописей, содержащая результаты

³²⁰ Об этом он пишет в письме к Энгельсу (см.: Маркс К. И Энгельс Ф. Соч., Т. 29. С. 210).

размышлений Маркса над сущностью дифференциальных исчислений, выйдет в свет к пятидесятилетию со дня смерти Маркса, в 1933 году. Все рукописи, черновики, подготовительные материалы, конспекты, выписки и замечания Маркса о математике выйдут в отдельном издании в 1968 году.

Известны слова Энгельса о том, что Маркс делал самостоятельные открытия в каждой области, которую он исследовал и, в том числе, в математике. Что касается непосредственного вклада Маркса в математику – его нет. Ни первая публикация рукописей в 1933 году, ни вторая (полная) в 1968 не произвели эффекта и не оказали никакого влияния на развитие математики. Гливенко пишет³²¹, что Маркс сказал новое слово в математике: ему удалось открыть новое понятие дифференциала (как оперативного символа). Аналогичная идея высказывается в работах Адамара в связи с обобщением понятий классического анализа на функциональный в 1911 году, за двадцать два года до первой публикации «Математических рукописей» и через двадцать восемь лет после кончины Маркса.

Сейчас среди историков математики утверждение Гливенко считается неверным. В 1830-1860 годы вопросами разработки символического исчисления начинают заниматься английские математики: Пикок, Буль, Кэли и другие. Они применяют символические методы в дифференциальном и интегральном исчислениях, в исчислении конечных разностей, в теории дифференциальных и разностных уравнений. В их работах более глубоко обосновывается возможность применения символики. Сами символы получают более строгое математическое определение.

Маркс в своих математических исследованиях в большей степени ориентируется на учебники, используемые в английских учебных заведениях,

³²¹ См.: Гливенко В.И. Понятие дифференциала у Маркса и Адамара // Под знаменем марксизма 1934 № 5. С.79-85.

где всё ещё сильны сказывавшиеся и на преподавании математики, и на стиле учебников ньютонианские традиции. Характерная для английских математиков того времени изолированность от ключевых тенденций в развитии математического анализа, развивавшихся в континентальной Европе усилиями Коши и Вейештрасса, сказалась и на Марксе, который не был знаком с тем направлением математического анализа, которое развивалось на континенте³²².

Маркс не имел специального математического образования. Он знал только курс коммерческой арифметики, а остальные разделы изучал самостоятельно. Судя по тексту «математических рукописей» и по данным, полученным в библиотеках, где Маркс брал учебники по математике, ему ни непосредственно, ни опосредовано не были известны многие важные при рассмотрении занимавших его вопросов результаты. По всей видимости, такой интерес философа был вызван стремлением применять ресурсы математики в экономических исследованиях. Во время работы над «Капиталом» ему потребовалось знание математики для прогнозирования кризисов в экономике. Для этого на основании таблиц с известными дискретными данными необходимо построить кривую, проходящую через указанные точки в указанном порядке. Это – задача интерполяции, способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений.

Интерес Маркса к математике достаточно закономерен. В Великобритании в 1860-е годы проводится университетская реформа, в результате которой, как пишет Коллинз, «экономика становится академической дисциплиной, которая смешивается со смежными дисциплинами, пересекаясь, таким образом, как с философией, так и с математикой»³²³. Видимо, Маркс не только чувствовал

³²² См.: Кузичева З.А., Рыбников К.А. Математика в научных исследованиях К. Маркса // История и методология естественных наук. Выпуск XXXII. Математика, механика. М.: Изд-во МГУ, 1986. С. 12.

³²³ Коллинз Р. Социология философий. Глобальная теория интеллектуального изменения / Перевод Н.С. Розова. Издательство: Новосибирск: Сибирский хронограф, 2002. С. 920.

возможность, но и предвидел плодотворность применения ресурсов математики в экономических исследованиях. В 1862 году Джевонс представляет свою работу «Об общей математической теории политической экономии». Он широко применяет математические методы в экономике. В рамках заданной им парадигмы, пишет Коллинз, «экономика нашла своё место в университетах в качестве расширения контекста моральной философии, скрещённой с математикой»³²⁴. В 1866 году Джевонс становится заведующим кафедрой логики и политической экономии в Манчестере. Именно он начинает широко применять в экономике математические методы.

Интерес Маркса к математике вызван ещё и тем, что в ней, по словам Лафарга, «он находит диалектическое движение в его наиболее логичной и в то же время простейшей форме»³²⁵. В то время, когда Маркс занимается математическими исследованиями, Энгельс активно работает над «Диалектикой природы», где пытается дать обобщённое видение естественных наук и математики. Оба философа, понимая важность проблем отношения математики к действительности, внутренних закономерностей развития математики как науки и её места в системе наук, уделяют математике особое внимание.

Говоря о воплощении в математическом анализе законов диалектики, Маркс следует за Гегелем, ставившим перед собой задачу раскрыть диалектику математического мышления и демонстрировавшим проявление основных законов диалектики в области анализа бесконечно малых. Так, критикуя Ньютона и других математиков за формализм и пренебрежительное отбрасывание бесконечно малых, Гегель раскрывает диалектическую природу этих величин: «Члены ряда должны рассматриваться здесь не только как части некоторой суммы, но как качественные моменты некоторого понятия как целого.

³²⁴ Там же. С. 921.

³²⁵ Лафарг П. Воспоминания о К. Марксе // Воспоминания о Марксе и Энгельсе, М.: Госполитиздат, 1956. С. 66.

Благодаря этому отбрасывание остальных членов, принадлежащих к дурному бесконечному ряду, имеет смысл, совершенно отличный от отбрасывания их на основании их относительной малости. Решение задачи, данное Ньютоном, оказалось ошибочным не потому, что в нём не принимаются во внимание члены ряда лишь как части некоторой суммы, а потому что не принимается во внимание член, содержащий качественное определение, которое здесь важнее всего»³²⁶.

По Марксу, изучение математики необходимо для диалектико-материалистического понимания природы. Диалектические процессы удобно описывать при помощи переменных величин. С другой стороны, необходимо применять диалектику в самих математических рассуждениях. Маркса не удовлетворяют основания математического анализа, предлагаемые в имеющихся у него в распоряжении книгах. Поэтому он пытается дать свой собственный анализ этих понятий. Сам переход от элементарной математики к математике переменных величин Марксу представляется диалектическим. Маркс пытается выяснить диалектическую сущность символического дифференциального исчисления.

Итак, активный интерес Маркса к математике связан с тем, что он, будучи одновременно и философом, и экономистом, живёт и работает в то время, когда на стыке математики и философии возникает экономика как академическая дисциплина. В этом смысле, то проблемное поле, на котором работает Маркс, тоже можно назвать общим пространством математики и философии, которое как раз в этот момент отделяется и от математики, и от философии. Получаемые им в этом направлении результаты интересны и значимы скорее для экономической теории, чем собственно для философии.

Что касается тех работ Маркса, где он вслед за Гегелем занимается

³²⁶ Гегель Г.В.Ф. Наука логики. М. 1970. Т. 1. С. 348-349.

философскими вопросами математики или находит в математике инструмент для описания диалектических процессов, то здесь речь идёт либо о том, как философия работает в математике, либо о попытках изложить уже выработанный в философии материал посредством ресурсов математики. Маркс не создаёт при помощи математики существенно новых концептов. Используя уже готовые концепты, он ищет в математике лишь подтверждения универсальности диалектической методологии.

4.2. Аргумент Гёделя в современной философии сознания

Пример продолжающего развиваться на общем и пока не разделённом между философией и математикой пространстве представляет собой направление, занимающееся в рамках аналитической философии проблемами сознания. Как философская традиция аналитическая философия возникает в тесной связи с современной ей математикой. Эта связь представлена фигурами: Фреге, Рассела, Витгенштейна и членами Венского кружка. Многие крупные представители следующих поколений аналитических философов сохраняют интерес к новым результатам, получаемым в математической логике, комбинаторике, теории доказательств и теории алгоритмов.

К числу таких результатов принадлежит теорема Гёделя о неполноте³²⁷. К ней обращаются, исследуя вопрос о возможности создания искусственного интеллекта. Сам Гёдель считает, что его теорема показывает ограниченность алгоритмических методов³²⁸ и, следовательно, «человеческий ум (даже в области чистой математики) бесконечно превосходит возможности любой конечной машины, [что] вполне согласуется с мнением некоторых ведущих специалистов в области физиологии мозга и нервной системы, которые решительно отрицают возможность чисто механического объяснения психических и нервных процессов»³²⁹.

Тьюринг, разбирая возражения, направленные против позиции, утверждающей наличие у машин интеллектуальных способностей, среди

³²⁷ Целищев верно отмечает, что «сопровожаемые большим числом искажений и упрощений, философские интерпретации теорем [Гёделя] остаются одной из самых обсуждаемых тем не только собственно в философии математики, но также и в философии сознания и эпистемологии вообще» (см.: Целищев В.В. Рационалистический оптимизм и философия Курта Гёделя // Вопросы философии. 2013. № 8. С. 12–23).

³²⁸ См.: Хинтиikka Я. О Гёделе // Хинтиikka Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014. С. 64.

³²⁹ См.: Гёдель К. Некоторые основные теоремы в основаниях математики и их следствия (1951) // Хинтиikka Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014. С. 177.

результатов математической логики, используемых для доказательства наличия определённых ограничений возможностей машин с дискретными состояниями, особо выделяет теорему Гёделя³³⁰. Упоминая вместе с ней и «другие, в некотором смысле аналогичные, результаты, принадлежащие Чёрчу, Клини, Россеру и Тьюрингу»³³¹, он подробней останавливается на своём собственном ограничительном результате³³² и не высказывается конкретно по поводу теоремы о неполноте³³³.

Нагель из теоремы о неполноте делает вывод, что возможности человеческого мышления не сводятся к полностью формализуемым процедурам³³⁴, они «неизмеримо тоньше и богаче любой из известных пока машин»³³⁵. Лукас, опираясь на гёделевскую теорему, доказывает, «что мыслительные процессы невозможно воспроизвести вычислительными методами»³³⁶. Хинтиikka, говоря, что «результаты Гёделя относятся к ограничениям на компьютеры»³³⁷, утверждает, что «поскольку логика предположительно является посредником человеческого мышления, это предполагает, что человеческий ум способен на большее, чем любой компьютер, и, следовательно, он не может быть компьютером – по крайней мере, он не может быть машиной Тьюринга»³³⁸.

Пенроуз, решительно выступая против мнения, согласно которому нашу

³³⁰ См.: Тьюринг А. Может ли машина мыслить? С приложением статьи Дж. фон Неймана «Общая и логическая теория автоматов». Пер. с англ. / Под ред. и с предисл. С.А. Яновской. Вступ. ст. Б.В. Бирюкова. Изд. 2-е, доп. М.: УРСС: ЛЕНАНД, 2016. С. 35.

³³¹ Там же.

³³² Результат Тьюринга устанавливает, что для цифровой вычислительной машины с неограниченным объёмом памяти, устроенной так, чтобы давать ответы на вопросы, как в «игре в имитацию», найдутся вопросы, на которые она «или даст неверный ответ, или не сможет дать ответа вообще, сколько бы ни было ей предоставлено для этого времени» (там же. С. 35-36).

³³³ См.: там же.

³³⁴ См.: Нагель Э., Ньюмен Д.Р. Теорема Гёделя: Пер. с англ. Изд. 2-е, испр. М.: КРАСАНД, 2010. С. 113.

³³⁵ Там же.

³³⁶ Цит. по: Пенроуз Р. Тени разума: в поисках науки о сознании. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. С. 90.

³³⁷ Хинтиikka Я. О Гёделе // Хинтиikka Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014. С. 101.

³³⁸ Там же.

сознательную мыслительную деятельность можно адекватно описать в рамках вычислительных моделей, тоже «опирается главным образом на результаты теоремы Гёделя»³³⁹. Из неё, по мнению Пенроуза, следует, что «сознание, в его конкретном проявлении человеческого "понимания", делает нечто такое, чего простые вычисления воспроизвести не в состоянии»³⁴⁰. Пенроуз иллюстрирует и дополняет полученные Гёделем результаты своим собственным достижением в области математики, плиткой Пенроуза³⁴¹. Чалмерс пытается оспорить тезис, согласно которому нет оснований считать, что вычислительным системам свойственны ограничения, которых нет у людей³⁴². Он утверждает, что этот тезис не обоснован³⁴³.

На теорему Гёделя, по остроумному замечанию Успенского, «ссылаются всякий раз, когда хотят доказать "всё на свете" – от наличия богов до отсутствия разума»³⁴⁴. Из достаточно конкретного результата, полученного в рамках математической логики, выводят противоречащие друг другу следствия относительно возможностей человеческого мышления. Дискуссия, несмотря на громкость имён участников, часто идёт на том уровне неконкретности и неаккуратности, где сложно бывает определить, кто более последователен и корректен в своей аргументации.

Исследования сознания в рамках аналитической философии – очень влиятельное течение в современной философии. Видимо, своим признанием, в том числе в научной среде, оно пользуется, также и по причине наличия явных

³³⁹ Пенроуз Р. Новый ум короля: О компьютерах, мышлении и законах физики. Пер. с англ. / Под общ. ред. В.О. Малышенко. Предисл. Г.Г. Малинецкого. Изд. 5-е. – М.: УРСС: ЛЕНАНД, 2015. С. 356.

³⁴⁰ Пенроуз Р. Тени разума: в поисках науки о сознании. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. С. 11.

³⁴¹ Способ непериодического замощения плоскости.

³⁴² См.: Чалмерс Д. Сознательный ум: в поисках фундаментальной теории. Пер. с англ. М.: УРСС: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. С. 409.

³⁴³ См.: там же. С. 410.

³⁴⁴ Цит. по: Музыкантский А. Теория противоречивости бытия. 75 лет теореме Гёделя // В мире науки. 2007. № 3. С. 68-75.

связей с математикой и попытками использовать её ресурсы. Если универсалистские проекты ушли в прошлое, возможно, продуктивного применения ресурсов математики в философских текстах, в смысле создания в философии существенно новых концептов, следует ожидать именно от таких более узких, но при этом междисциплинарных проектов. Однако оснований говорить о продуктивности применения ресурсов математики в этом направлении пока нет.

4.3. Математика в философско-религиозных текстах

Исследование об использовании гносеологических и онтологических ресурсов математики в философии будет неполным без специального рассмотрения вопроса о том, как математика работает в философско-религиозных текстах. Здесь так же речь идёт и о тех представлениях о мире и возможности его познания, которые возникают до выделения математики и философии в отдельные области знания, и об использовании ресурсов, черпаемых не только ещё открываемом и не разделённом между математикой и философией исследовательском поле, и о применении уже готовых и устоявшихся математических результатов.

Человек приобретает³⁴⁵ навыки выполнения первичных математических операций в процессе познания окружающего его мира. Он учится различать, упорядочивать, устанавливать соответствия и, наконец, считать. Эти навыки позволяют ему целостно осмыслить и затем упорядоченно выразить полученные представления об окружающем мире и своём месте в нём. Платон говорит о происхождении у человека способности к счёту из наблюдений за сменой дня и ночи, изменениями фаз Луны и циклическими повторениями времён года³⁴⁶. Аристотель, определяя время как «число движения»³⁴⁷, пишет, что «быть во времени – значит быть в числе»³⁴⁸. Кант связывает временные представления с количеством как понятием рассудка³⁴⁹.

Наглядно иллюстрирует эту связь отсутствие временных представлений у не считающих народов, не способных рассказать историю как строгую

³⁴⁵ О генезисе числа у ребёнка см.: Пиаже Ж. Избранные психологические труды: Пер. с англ. и фр. / вступ. статья В.А. Лекторского, В.Н. Садовского, Э.Г. Юдина. М.: Международная педагогическая академия, 1994.

³⁴⁶ Платон. Послезаконие. 978 b-d.

³⁴⁷ Аристотель. Физика. IV, 11, 220 а.

³⁴⁸ Там же. IV, 12, 221 а.

³⁴⁹ Кант И. Критика чистого разума. СПб.: Наука, 2008. С. 128.

последовательность событий без повторений и временных скачков. Иванов³⁵⁰ в статье «К антропологии числа», говоря об «отсутствии или очень слабой роли числительных и счёта в языках и обычаях» некоторых амазонских племён, отмечает, что у них «нет не только мифологических повествований, но нет и связанных историй, для которых было бы важно перечисление отдельных эпизодов»³⁵¹.

Связь способности народов к счёту и вычислениям с наличием у них мифа, с возможностью формирования представлений об окружающем мире отражена в различных мифологических и религиозных текстах, а также в сохранённых народной традицией пословицах, поговорках, загадках и детских считалках. Последние представляют собой почти ритуальное действие и как бы выполняют роль учебных счётных практик. В детских играх и традированных бытовых ритуалах, в религиозных и квазирелигиозных обрядах, в магических заклинаниях и заговорах часто можно обнаружить математическое содержание: счёт и сравнения, последовательности и закономерности, точные количества повторений молитв и поклонов.

В мифологических и религиозных текстах древности числам, измерениям, счёту отведено важное место. Причём речь идёт не только о малых числах (двенадцать подвигов Геракла), но и о больших, которые, в «Илиаде», например, выступают не только в значении «очень много» («словно как девять иль десять бы тысяч воскликнули разом»³⁵²) – в поэме постоянно даются точные количества кораблей и воинов, мер вина и единиц скота.

Книга «Бытие» начинается с рассказа о шести днях творения³⁵³. Сотворив человека, Бог приводит к нему «всех животных полевых и всех птиц небесных,

³⁵⁰ Вяч. Вс. Иванов (1929-2017) русский лингвист.

³⁵¹ Иванов В.В. «К антропологии числа» / Избранные труды... том 7, книга 1, М. 2010.

³⁵² Гомер. Илиада. СПб.: Азбука, 2014. С. 301.

³⁵³ Библия. Синодальный перевод. Быт 1:1-31.

чтобы видеть, как он назовёт их»³⁵⁴. Именуя по воле Бога животных и птиц, Адам устанавливает соответствие между существующим в природе различием животных и возникающим в языке различием имён. Здесь человек прибегает к непосредственно предшествующим счёту практикам: различению и установлению взаимоднозначного соответствия между набором объектов внешнего мира и набором единиц из пространства языка.

Дальше говорится о размерах ковчега³⁵⁵, о количестве взятых на него животных³⁵⁶ и о числе дней, в которые убывает вода³⁵⁷. При перечислении потомков Адама про каждого из них говорится, сколько лет он жил до рождения сына, сколько после, и затем приводится сумма этих двух- (или трёх-) значных чисел³⁵⁸. Примеры умножения трёх- (или даже четырёх-) значных чисел содержатся в другой древней книге Ветхого Завета – книге «Иова», где количества разных видов скота, приведённые в первой главе³⁵⁹, умножаются на два в последней³⁶⁰. Наконец, в «Числах», четвёртой книге Моисея, приведены подробные данные по исчислению народа, отдельных его колен, священнослужителей и прочего.

Сакрально-мифологическое значение чисел и геометрических форм вычитывается и из устройства культовых архитектурных сооружений (египетские и мексиканские пирамиды, греческие и индийские храмы, китайские и японские пагоды, и многое другое). Предшествующие их строительству геометрические расчёты нередко сопровождаются песнопениями, молитвами и религиозными обрядами. Они имеют важный сакральный смысл. Иезекииль, подробно повествуя о том, что было ему открыто и о чём велено

³⁵⁴ Там же. Быт 2:19.

³⁵⁵ Там же. Быт 6:15.

³⁵⁶ Там же. Быт 7:2,3.

³⁵⁷ Там же. Быт 8:5-12.

³⁵⁸ Там же. Быт 5:3-32.

³⁵⁹ Там же. Иов 1:3.

³⁶⁰ Там же. Иов 42:13.

было сообщить дому Израилеву, до мельчайших подробностей описывает точные размеры храма³⁶¹.

В более явном виде применение ресурсов математики в попытках осмыслить устройство мира и возможность его познания обнаруживается у пифагорейцев и Платона, говорящих о структуре космоса на языке арифметики и геометрии своего времени³⁶². Во времена Пифагора математическое, философское и религиозное ещё не отделены друг от друга. Однако и тогда, когда математика становится самостоятельной наукой, нагруженность математического сакральным смыслом в разных философско-религиозных учениях сохраняется.

В условиях возникновения и активного развития математических наук интерес к эзотерическим учениям о мистической связи чисел и геометрических фигур с устройством мира и происходящими в нём процессами не ослабевает. Изобилие примеров представляют: интерес к математическим закономерностям и магии чисел на Древнем Востоке; математический символизм неопифагорейцев, христианских и исламских мистиков; гематрия в Каббале; нумерологический анализ слов, сводящий все имена к числам; гадания на Библии, когда номер главы или стиха определяется числом, полученным преобразованием вопроса с помощью специальных нумерологических таблиц.

Вместе с тем, к математике продолжают обращаться с целью при помощи её ресурсов выразить религиозные догматы, знание об устройстве, началах и причинах мира. Так, например, для раскрытия содержания учения Церкви математику нередко используют христианские богословы. Ресурсы математики исполняют здесь ту же роль, что и доступные пониманию рыбаков и пастухов притчи, посредством которых излагает своё учение Христос. Математика не

³⁶¹ Там же. Иез 40,41.

³⁶² Этот сюжет подробнее рассматривается в первом разделе первой главы диссертации.

выступает тут ни в качестве метода получения истины, ни в качестве гаранта её надёжности. Она нужна как способ представления богоданной Истины. Метафорически она показывает таинственное³⁶³ и в явном виде невыразимое³⁶⁴ содержание.

Посредством геометрических форм и отношений догмат о Троице³⁶⁵ иллюстрирует Николай Кузанский. Он доказывает³⁶⁶, что максимальная линия – это треугольник. Далее, поскольку каждый из углов треугольника представляет собой линию, весь треугольник – тоже линия. Следовательно, эта бесконечная линия троична, а поскольку многих бесконечностей быть не может, троичность есть единство³⁶⁷. На том же математическом материале Кузанский дальше предлагает ещё один способ представления догмата. Из бесконечности всех трёх сторон треугольника следует бесконечность и лежащих напротив каждой из них углов. А поскольку вне бесконечного количества быть не может, эти углы содержат друг друга. Значит, все три угла едины³⁶⁸.

В следующем примере Кузанский использует треугольник и круг, традиционные символы Божества в христианской иконографии. Так, троичность, с одной стороны, и совершенное круговое единство, с другой, явным образом вычитываются в композиционном³⁶⁹ решении «Троицы»

³⁶³ «Мы видим как бы сквозь тусклое стекло, гадательно» (там же. I Кор. 13:12).

³⁶⁴ «Мы отчасти знаем и отчасти пророчествуем» (там же. I Кор. 13:9).

³⁶⁵ Гадамер справедливо называет истолкование догмата о Троице «важнейшей задачей, перед которой стояла христианская мысль Средних веков» (см.: Гадамер Х.-Г. Истина и метод. Основы философской герменевтики. Пер. с нем. М., 1988. С. 486). Кузанский пытается решить продолжающий оставаться актуальным вопрос при помощи ресурсов математики.

³⁶⁶ См.: Николай Кузанский. Сочинения в 2-х т. Т.1: Перевод / Общ. ред. и вступит. статья З.А. Тажуризиной, М.: Мысль, 1979. С. 67-68.

³⁶⁷ См.: там же. С. 78.

³⁶⁸ См.: там же.

³⁶⁹ Выбор круговой композиции, пишет В.Н. Лосский продиктован догматическими соображениями: «Проходя по верхней части нимба среднего ангела и обрезаая частично внизу подножия, круг этот включает в себя все три фигуры <...>. Благодаря этому центральный ангел, хотя и выше других, не подавляет их и не господствует над ними» (см.: Лосский В.Н. Смысл икон / В.Н. Лосский, Л.А. Успенский; пер. с фр. В.А. Решиковой, Л.А. Успенской. М.: Православный Свято-Тихоновский гуманитарный университет: Эксмо, 2014. С. 302).

Андрея Рублёва³⁷⁰, где они символически раскрывают единство и троичность Божества³⁷¹. Кузанский же говорит о том, что максимум одновременно представляет собой и бесконечный треугольник («что можно назвать троичей»³⁷²), и бесконечный круг («что можно назвать единством»³⁷³). Следовательно, продолжает Кузанский, «максимум есть актуально триединая сущность, причём сама эта сущность есть не что иное, как троица, и эта троица не что иное, как единство»³⁷⁴.

В своих рассуждениях Кузанский обращается не только к математике, существующей в его время, но и предвосхищает некоторые новые результаты, говоря, например, об актуальной бесконечности, о минимуме и максимуме. Ресурсы математики нужны ему не для того, чтобы получить истину или удостовериться в ней. К математике Кузанский обращается как к метафоре, позволяющей более ясно и наглядно изложить сложные церковные догматы. Кроме того, математика привлекает его своим авторитетом, славой надёжного и достоверного знания³⁷⁵. Кузанский утверждает, что «самыми надёжными и самыми для нас несомненными оказываются сущности более абстрактные, в которых мы отвлекаемся от чувственных вещей, – сущности, которые и не совсем лишены материальных опор, без чего их было бы нельзя вообразить, и не совсем подвержены текущей возможности. Таковы математические

³⁷⁰ Характерно, что многие художники эпохи Возрождения были математиками. Итальянский живописец Пьеро делла Франческа в работе «Del abaco» рассматривает проблемы арифметики и алгебры. Текст его «Книги о пяти правильных телах» использует математик Лука Пачоли в трактате «О божественной пропорции», где живопись называет практической геометрией (см.: Гайденко П.П. История новоевропейской философии в ее связи с наукой. М.: ПЕР СЭ; СПб.: Университетская книга, 2000. С. 89-90).

³⁷¹ О важности и строгости геометрических пропорций в «Троице» Рублёва и в иконописном каноне вообще см., например: Плугин В.А. Мастер «Святой Троицы». Труды и дни Андрея Рублёва. М.: Издательство объединения «Мосгорархив», 2001; Гусев Н.В. Некоторые приёмы построения композиции в древнерусской живописи XI-XVII веков // ДРИ. Художественная культура Новгорода. М, 1968; Волошинов А.В. Троица Андрея Рублева: геометрия и философия / А.В. Волошинов. Саратов: Саратов. гос. техн. ун-т, 1997.

³⁷² См.: Николай Кузанский. Сочинения в 2-х т. Т.1: Перевод / Общ. ред. и вступит. статья З.А. Тажуризиной, М.: Мысль, 1979. С. 78.

³⁷³ См.: там же.

³⁷⁴ См.: там же. С. 79.

³⁷⁵ Кузанский пишет, что «если приступить к божественному нам дано только через символы, то всего удобнее воспользоваться математическими знаками из-за их непреходящей достоверности» (см.: там же. С. 66).

предметы»³⁷⁶.

Попытки использовать ресурсы математики при рассмотрении религиозно-философских вопросов продолжаются и в наше время. Достаточно распространённым является предложенный Гёделем вариант онтологического доказательства бытия Бога. В гёделевских рукописях действительно содержится датированный 1970 годом формализованный вариант онтологического аргумента³⁷⁷. Доказательство представляет собой страницу формул на языке модальной логики³⁷⁸. Гёдель вводит исходные определения, формулирует аксиомы и выводит ряд утверждений, показывающих, что необходимость объекта, обладающего качеством божественности, доказуема. Доказательство Гёделя представляет собой переформулировку традиционного философского аргумента на языке, использующем гораздо более изощрённые и продуманные логические средства, чем те, которыми располагали Ансельм, Декарт и Лейбниц.

В случае гёделевского доказательства бытия Бога ресурсы математики используются уже не для иллюстрации сложного для понимания догмата веры, а скорее в качестве рационального аргумента в споре о существовании Бога. Значение этого аргумента, по меньшей мере, состоит в том, что положение о необходимости существования объекта с божественными качествами может корректно выводиться на языке современной математической логики и, в этом смысле, оно не противоречит «современной науке».

Итак, гносеологические и онтологические ресурсы математики используются, в том числе, и в философско-религиозных текстах. Здесь они, как правило, применяются для иллюстрации религиозных догматов или для их

³⁷⁶ Там же. С. 64.

³⁷⁷ Во второй половине двадцатого попытки переформулировать онтологический аргумент на языке современной математической логики предпринимает, например, Плантинга (см.: Plantinga A. *God, Freedom, and Evil*. New York, 1974. P. 111–112).

³⁷⁸ См. текст доказательства: Манин Ю.И. *Математика как метафора*. М.: Изд-во МЦНМО, 2008. С. 88.

защиты от рационалистической критики³⁷⁹, когда пытаются показать, что выразимость отстаиваемых положений на языке математики гарантирует, что они не противоречат современной науке.

³⁷⁹ Фуко верно отмечает, что «применение математики в той или иной форме всегда было самым простым способом придать позитивному знанию о человеке научный стиль, форму и обоснование» (см.: Фуко М. Слова и вещи. Археология гуманитарных наук. Пер. с фр. В.П. Визгина, Н.С. Автономовой. Вступительная статья Н.С. Автономовой, СПб., А-сэд, 1994. С. 370).

Заключение

В истории развития европейской философии математика играет значительную роль и оказывает влияние на становление таких выдающихся учений, как учения Платона, Декарта, Лейбница и Канта. Эти мыслители стремятся объяснить саму возможность внеэмпирического необходимого достоверного знания, образом которого является математика. Однако обращение к математике и её ресурсам в европейской философии и, даже шире, культуре не сводится к построению объяснений возможности математического знания, о чём уже написано огромное количество работ. Они гораздо шире и многозначнее. В данной работе рассматривается вопрос о том, как гносеологические и онтологические ресурсы математики работают в философских текстах.

Для решения поставленных в исследовании задач уточняется понятие гносеологических и онтологических ресурсов математики. Ими здесь называется не только то, что уже содержится в математике, но и то, что возникает и вырабатывается на новом и ещё не разделённом между математикой и философией пространстве. Разбиение на главы позволяет структурировать работу так, чтобы уместить тот обширный материал, который предполагается темой, в формат диссертации.

В рамках исследования выделены и рассмотрены некоторые важные и репрезентативные сюжеты. Сравнивается, как математика работает в философии Платона и Бадью. Отдельно и более подробно показано, как математика работает у Николая Кузанского, Декарта, Лейбница, Маркса, Гуссерля, Флоренского, Лосева и Мейясу. Рассмотрены вопросы о применимости ресурсов математики в философии, о компетентности и добросовестности использующих их исследователей.

В диссертации показано, что история развития математики и философии представляет собой сложный процесс взаимных влияний. В этом процессе выделено влияние математики на философию. Успех применения ресурсов математики в философии определяется содержащимся в математике философским потенциалом. Это приводит к созданию в философии существенно новых концептов, что, как правило, обусловлено уровнем математической компетенции использующего ресурсы математики философа.

Ресурсы математики продуктивно применяются в философии тогда, когда взаимовлияние философии и математики находит своё выражение в расширении предметных областей математики. В диссертации делается вывод, что условием продуктивного применения ресурсов математики в философии являются существенные изменения, происходящие (или не так давно произошедшие) и в математике, и в философии, когда обращаются к некоему общему (для математики и философии) источнику проблем, которые потом каждая из них будет определять по-своему.

В диссертации критически рассмотрены примеры применения ресурсов математики в конкретных философских текстах. Показано, что декларация использования ресурсов математики не означает их реального применения. Делается вывод, что методы математики в философии в подлинном смысле не применялись и не применяются. Отмечается, что и в математике, и в философии в настоящее время имеет место отказ от универсалистских проектов обоснований.

Список литературы

1. Андроник, игум. (Трубачев А.С.). К 100-летию со дня рождения священника Павла Флоренского // Богословские труды. Сб. 23. М., 1982.
2. Ансельм Кентерберийский. Сочинения / Перевод, послесловие и комментарии И.В. Купреевой. М.: Канон, 1996.
3. Аристотель. Метафизика. Пер. А.В. Кубицкого. М.: изд-во Эксмо, 2006.
4. Арнольд В.И. «О преподавании математики», УМН, 53:1 (319) (1998), 229–234; Russian Math. Surveys, 53:1 (1998), 229–236.
5. Арнольд В.И. Что такое математика? М.: МЦНМО, 2002. С. 14.
6. Бадью А. Манифест философии. СПб.: Machina, 2012.
7. Беклемишев Л. Д. Теоремы Гёделя о неполноте и границы их применимости. i // Успехи математических наук. 2010. Т. 65, № 5(395). С. 61-106.
8. Березин Ф.М. История лингвистических учений. Учебник для филол. спец. вузов. 2-е изд., испр. и доп. М.: Высш. шк., 1984.
9. Библия. Синодальный перевод.
10. Богомолов С.А. Актуальная бесконечность. Зенон Элейский и Георг Кантор. Пб.: Academia, 1923. Бэкон Ф. Великое Восстановление Наук // Соч.: В 2 т. М., 1971.
11. Бэкон Ф. Сочинения. В 2-х томах. Т. I. М.: «Мысль» (Философское наследие), 1971.
12. Бугаевъ Н.В. «Математика и научно-философское міросозерцаніе», Матем. сб., 25:2 (1905), 349-369.
13. Виндельбанд В. История новой философии в ее связи с общей культурой и отдельными науками: Т.1: От Возрождения до Просвещения. Пер. с нем. под ред. А. Введенского М.: «Гиперборея», «Кучково поле», 2007.

14. Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. М: Канон + РООИ «Реабилитация», 2017.
15. Волошинов А.В. Троица Андрея Рублева: геометрия и философия / А.В. Волошинов. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 1997.
16. Гадамер Х.-Г. Истина и метод. Основы философской герменевтики. Пер. с нем. М., 1988.
17. Гайденко П.П. История греческой философии в ее связи с наукой. Изд. 3-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012.
18. Гайденко П.П. История новоевропейской философии в ее связи с наукой. М.: ПЕР СЭ; СПб.: Университетская книга, 2000.
19. Галилей. Избранные труды: В 2 т. Т 1. М., 1964.
20. Гегель Г.В.Ф. Феноменология духа. Сочинения. М., 1959. Т. 4.
21. Гегель Г.В.Ф. Наука логики. М. 1970. Т. 1.
22. Герцен А.И. Избранные философские произведения. Т.1. М.: ОГИЗ, 1948.
23. Гёдель К. Некоторые основные теоремы в основаниях математики и их следствия (1951) // Хинтиikka Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014.
24. Гёдель К. Современное положение дел в основаниях математики (1933) // Хинтиikka Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014.
25. Гильберт Д. Избранные труды Т.1. Теория инвариантов. Теория чисел. Алгебра. Геометрия. Основания математики. М.: Факториал, 1998.
26. Гильберт Д. Основания геометрии. Перевод с седьмого немецкого издания. М.; Л.: ОГИЗ, Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948.

27. Гливенко В.И. Понятие дифференциала у Маркса и Адамара // Под знаменем марксизма 1934 № 5. С.79-85.
28. Гомер. Илиада. СПб.: Азбука, 2014. С. 301.
29. Григорий Палама. Триады в защиту священнобезмолствующих. М., 1995.
30. Гроссетест Р. Сочинения. УРСС, М., 2003.
31. Гусев Н.В. Некоторые приёмы построения композиции в древнерусской живописи XI-XVII веков // ДРИ. Художественная культура Новгорода. М, 1968
32. Гуссерль Э. Идеи к чистой феноменологии и феноменологической философии: Кн. 1. Общее введение в чистую феноменологию / Эдмунд Гуссерль; [пер. с нем. А. В. Михайлова]. М.: Акад. проект, 2009.
33. Гуссерль Э. Картезианские медитации / Эдмунд Гуссерль; [пер. с нем. В. И. Молчанова]. М.: Акад. проект, 2010.
34. Гуссерль Э. Кризис европейских наук и трансцендентальная феноменология : Введ. в феноменол. философию. / Эдмунд Гуссерль; Пер. с нем. Д.В. Складнева; Фонд «Университет». СПб.: Даль, 2004.
35. Дедекинд Р. Непрерывность и иррациональные числа / Перевод с немецкого О.С. Шатуновского. Одесса: Матезис, 1923.
36. Декарт Р. Избранные произведения. М., 1950.
37. Декарт Р. Сочинения в двух томах. Т.1. М.: Мысль, 1989.
38. Декарт Р. Сочинения в двух томах. Т.2. М.: Мысль, 1994.
39. Делёз Ж. Логика смысла. М.: Раритет; Екатеринбург: Деловая кн., 1998.
40. Делёз Ж. Логика смысла. М.: Акад. проект, 2011.
41. Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов, М., «Мысль», 1979.

42. Евклид. Начала. М., 1949.
43. Жильсон Э. Дух средневековой философии. М.: Институт философии, теологии и истории св. Фомы, 2011.
44. Жук М.О. Субъект в цифровой философии: критический анализ на основе «не-философского» подхода Гэллоуэя // ШАГИ / STEPS. 2017. Т. 3. № 2.
45. Иванов В.В. «К антропологии числа» / Избранные труды... том 7, книга 1, М. 2010.
46. Кант И. Критика чистого разума. СПб.: Наука, 2008.
47. Кантор Г. О бесконечных линейных точечных многообразиях // Кантор Г. Труды по теории множеств. М., 1985.
48. Кантор Г. О различных точках зрения на актуальную бесконечность // Кантор Г. Труды по теории множеств. М., 1985.
49. Кантор Г. Принципы теории порядковых типов // Кантор Г. Труды по теории множеств. М., 1985.
50. Капица С.П. Предисловие // Сокал А., Брикмон Ж. Интеллектуальные уловки. Критика философии постмодерна. / Перев. с англ. Анны Костиковой и Дмитрия Кралечкина. Предисловие С.П. Капицы. М.: «Дом интеллектуальной книги», 2002.
51. Карамышев И.С. Теория множеств как философское событие // Философия и общество. 2017. № 4. С. 117–133.
52. Карамышев И.С. Смерть математика? // Вестник Московского университета. Серия 7. Философия. 2019. № 1. С. 95-108.
53. Карамышев И.С. В чужой монастырь со своим уставом: ресурсы математики в текстах Хармса // Философия и общество. 2019. №1. С. 39-56.
54. Карамышев И.С. Математика как европейский феномен // Философия хозяйства. 2019. № 1. С. 129-140.
55. Клайн М. Математика. Поиск истины. М.: РИМИС, 2007.

56. Клайн М. Математика. Утрата определённости. М.: РИМИС, 2007.
57. Климент Александрийский. Строматы. Т. 1 (Книги 1-3). СПб.: «Издательство Олега Абышко», 2003.
58. Койре А. Очерки истории философской мысли. М., 1954.
59. Коллинз Р. Социология философий. Глобальная теория интеллектуального изменения / Перевод Н.С. Розова. Издательство: Новосибирск: Сибирский хронограф, 2002.
60. Колмогоров А.Н. Математика в её историческом развитии. М.: URSS: Изд-во ЛКИ, 2007.
61. Коэн П. Дж. Теория множеств и континуум-гипотеза. М.: Мир, 1969.
62. Кузичева З.А., Рыбников К.А. Математика в научных исследованиях К. Маркса // История и методология естественных наук. Выпуск XXXII. Математика, механика. М.: Изд-во МГУ, 1986.
63. Ламберов Л.Д. Основания математики: теория множеств vs теория типов // Философия науки. 2017. № 1. С. 41–60.
64. Ламберов Л.Д. Унивалентность и понятие структуры в философии математики // Сибирский философский журнал. 2018. Т. 16, № 1. С. 20-32.
65. Лафарг П. Воспоминания о К. Марксе // Воспоминания о Марксе и Энгельсе, М.: Госполитиздат, 1956.
66. Лейбниц Г.В. Соч. Т. 2. М., 1983.
67. Лейбниц Г.В. Труды по философии науки. М.: URSS: ЛИБРОКОМ, 2013.
68. Лопатин Л.М. Философские характеристики и речи. М.: Academia, 1995.
69. Лосев А.Ф. Хаос и структура / Сост. А.А. Тахо-Годи и В.П. Троицкого, общ. ред. А.А. Тахо-Годи и В.П. Троицкого. М.: Мысль, 1997.
70. Лосев А.Ф. Имяславие // Вопросы философии. 1993, № 9. С.52-60.

71. Лосев А.Ф. Философия имени. М.: Изд-во моск. ун-та, 1990.
72. Лосский В.Н. Смысл икон / В.Н. Лосский, Л.А. Успенский; пер. с фр. В.А. Решиковой, Л.А. Успенской. М.: Православный Свято-Тихоновский гуманитарный университет: Эксмо, 2014.
73. Лузин Н.Н., Флоренский П.А. Переписка Н.Н. Лузина с П.А. Флоренским (1904-1922) // Публикация и примечания С. Демидова, А.Н. Паршина, С.М. Половинкина и П.В. Флоренского // Историко-математические исследования, XXXI, М.: Наука, 1989.
74. Маковельский. Досократики. Мн.: Харвест, 1999.
75. Манин Ю.И. Математика как метафора. М.: Изд-во МЦНМО, 2008.
76. Маркс К. И Энгельс Ф. Соч., Т. 29.
77. Мейясу К. После конечности: Эссе о необходимости контингентности / пер. Л. Медведевой. Екатеринбург; Москва: Кабинетный ученый, 2015.
78. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1976.
79. Мотрошилова Н.В. Г. Кантор и Э. Гуссерль: взаимодействие идей // Horizon. Феноменологические исследования. 2013. № 2 (1).
80. Моше бен Маймон (Маймонид). Путеводитель растерянных. Издательство: «Гешарим/Мосты культуры», Москва; «Маханаим», Иерусалим, 2010
81. Музиль Р. Человек без свойств. [роман : в 2 т.] Т.1. СПб.: Амфора: Петроглиф, 2013.
82. Музыкантский А. Теория противоречивости бытия. 75 лет теореме Геделя // В мире науки. 2007. № 3. С. 68-75.
83. Нагель Э., Ньюмен Д.Р. Теорема Гёделя: Пер. с англ. Изд. 2-е, испр. М.: КРАСАНД, 2010.
84. Николай Кузанский. Сочинения в 2-х т. Т.1: Перевод / Общ. ред. и

вступит. статья З.А. Тажуризиной, М.: Мысль, 1979.

85. Никомах Геразский. Введение в арифметику. Пер., вступит. статья и комм. А. И. Щетникова. // ΣΧΟΛΗ Философское антиковедение и классическая традиция 2009. Том 3. Выпуск 1. Тема номера: Неопифагорейцы. Издательство: Новосибирск: Ред.-изд. центр Новосибирского гос. университета. 2009.

86. Ньютон И. Математические начала натуральной философии // Собр. Трудов Академика А.Н. Крылова. М.; Л., 1936. Т. VII.

87. Пенроуз Р. Новый ум короля: О компьютерах, мышлении и законах физики. Пер. с англ. / Под общ. ред. В.О. Малышенко. Предисл. Г.Г. Малинецкого. Изд. 5-е. – М.: УРСС: ЛЕНАНД, 2015.

88. Пенроуз Р. Тени разума: в поисках науки о сознании. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.

89. Пиаже Ж. Избранные психологические труды: Пер. с англ. и фр. / вступ. статья В.А. Лекторского, В.Н. Садовского, Э.Г. Юдина. М.: Международная педагогическая академия, 1994.

90. Платон. Государство. // Платон. Собрание сочинений в 4 т.: Т.3 / Пер. с древнегреч.; Общ. редакция А.Ф. Лосева, В.Ф. Асмуса, А.А. Тахо-Годи; Автор вступительной статьи и ст. в примеч. А.Ф. Лосев; Примеч. А.А. Тахо-Годи. М.: Мысль, 1994.

91. Платон. Парменид. // Платон. Собрание сочинений в 4 т.: Т.2 / Общ. редакция А.Ф. Лосева, В.Ф. Асмуса, А.А. Тахо-Годи; Примеч. А.Ф. Лосева и А.А. Тахо-Годи; Пер. с древнегреч. М.: Мысль, 1993.

92. Платон. Послезаконие. // Платон. Собрание сочинений в 4 т.: Т.4 / Пер. с древнегреч.; Общ. редакция А.Ф. Лосева, В.Ф. Асмуса, А.А. Тахо-Годи; Автор вступительной статьи и ст. в примеч. А.Ф. Лосев; Примеч. А.А. Тахо-Годи. М.: Мысль, 1994.

93. Платон. Теэтет. // Платон. Собрание сочинений в 4 т.: Т.2 / Общ.

редакция А.Ф. Лосева, В.Ф. Асмуса, А.А. Тахо-Годи; Примеч. А.Ф. Лосева и А.А. Тахо-Годи; Пер. с древнегреч. М.: Мысль, 1993.

94. Платон. Тимей. // Платон. Собрание сочинений в 4 т.: Т.3 / Пер. с древнегреч.; Общ. редакция А.Ф. Лосева, В.Ф. Асмуса, А.А. Тахо-Годи; Автор вступительной статьи и ст. в примеч. А.Ф. Лосев; Примеч. А.А. Тахо-Годи. М.: Мысль, 1994.

95. Платон. Филеб. // Платон. Собрание сочинений в 4 т.: Т.3 / Пер. с древнегреч.; Общ. редакция А.Ф. Лосева, В.Ф. Асмуса, А.А. Тахо-Годи; Автор вступительной статьи и ст. в примеч. А.Ф. Лосев; Примеч. А.А. Тахо-Годи. М.: Мысль, 1994.

96. Плотин. Эннеады. Шестая Эннеада: Трактаты: VI-IX. СПб.: Абышко, 2005.

97. Плугин В.А. Мастер «Святой Троицы». Труды и дни Андрея Рублёва. М.: Издательство объединения «Мосгорархив», 2001.

98. Прокл Диадох. Комментарий к первой книге «Начал» Евклида (перевод А.И. Щетникова). М.: Русский Фонд Содействия Образованию и Науке, 2013.

99. Птолемей К. Альмагест: Математическое сочинение в тринадцати книгах: Пер. с древнегреч. И.Н. Веселовского / Ин-т истории естествознания и техники РАН; Науч. ред. Г.Е. Куртик. М.: Наука. Физматлит, 1998. С. 5.

100. Пуанкаре А. Наука и гипотеза. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2014.

101. Родин А.В. Логический и геометрический атомизм от Лейбница до Воеводского // Вопросы философии. 2016. № 6. С. 134-142.

102. Савкин П. Д. Формальная онтология как теория предметов: точки соприкосновения идей Э. Гуссерля и А. Мейнонга // Вестник Московского университета. Серия 7: Философия. 2012. № 2. С. 13–33.

103. Сокал А., Брикмон Ж. Интеллектуальные уловки. Критика философии постмодерна. / Перев. с англ. Анны Костиковой и Дмитрия Кралечкина. Предисловие С.П. Капицы. М.: «Дом интеллектуальной книги», 2002.
104. Стрельцова Г.Я. Паскаль и европейская культура. М.: Республика, 1994.
105. Тахо-Годи А.А. // «История античной эстетики» А.Ф.Лосева как философия культуры // Лосев А.Ф. История античной эстетики. Т.1. Ранняя классика. М.: «АСТ», 2000. С.3-38 (вступительная статья).
106. Тахо-Годи А.А. Примечания. // Платон. Собрание сочинений в 4 т.: Т.3 / Пер. с древнегреч.; Общ. редакция А.Ф. Лосева, В.Ф. Асмуса, А.А. Тахо-Годи; Автор вступительной статьи и ст. в примеч. А.Ф. Лосев; Примеч. А.А. Тахо-Годи. М.: Мысль, 1994.
107. Тертуллиан. Апология. М.: ООО «Издательство АСТ», СПб.: «Северо-Запад Пресс», 2004.
108. Троицкий В.П. Имяславие и теория множеств (К реконструкции одного замысла А.Ф. Лосева). // "Credo new" теоретический журнал. №1, 2007.
109. Тьюринг А. Может ли машина мыслить? С приложением статьи Дж. фон Неймана «Общая и логическая теория автоматов». Пер. с англ. / Под ред. и с предисл. С.А. Яновской. Вступ. ст. Б.В. Бирюкова. Изд. 2-е, доп. М.: УРСС: ЛЕНАНД, 2016.
110. Уайтхед А.Н. Избранные работы по философии. Пер с англ. М.: Прогресс, 1990.
111. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.
112. Филон Александрийский. Толкования Ветхого Завета / Пер. и коммент. А.В. Вдовиченко, М.Г. и В.Е. Витковских, О.Л. Левинской, вступ. ст.

Е.Д. Матусовой. — М.: Греко-латинский кабинет М.Ю. Шичалина, 2000.

113. Флоренский П.А. Микрокосм и макрокосм // Богословские труды. М., 1983.

114. Флоренский П.А. О типах возрастания // Богословский вестник. 1906. Т. 2, № 7. С. 530-568.

115. Флоренский П.А. Предполагаемое государственное устройство в будущем: Сборник архивных материалов и статей. М.: Городец, 2009.

116. Фрагменты ранних греческих философов. Часть I. От эпических теокосмогоний до возникновения атомистики. М.: Наука, 1989.

117. Френкель А. и Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. Перевод с англ. Ю.А. Гастева. Под ред. А.С. Есенина-Вольпина. М.: «Мир», 1966.

118. Фуко М. Слова и вещи. Археология гуманитарных наук. Пер. с фр. В.П. Визгина, Н.С. Автономовой. Вступительная статья Н.С. Автономовой, СПб., А-сэд, 1994.

119. Хинтиikka Я. О Витгенштейне // Хинтиikka Я. О Витгенштейне; Витгенштейн Л. Из «лекций» и «заметок» / Сост., ред. и пер. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: «Канон+» РООИ «Реабилитация», 2013.

120. Хинтиikka Я. О Гёделе // Хинтиikka Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014.

121. Целищев В.В. Рационалистический оптимизм и философия Курта Гёделя // Вопросы философии. 2013. № 8. С. 12–23.

122. Целищев В.В. Философия Курта Гёделя // Хинтиikka Я. О Гёделе. Гёдель К. Статьи / сост., ред. и перев. В. В. Целищева, В. А. Суровцева. М.: Канон+, РООИ «Реабилитация», 2014.

123. Чалмерс Д. Сознательный ум: в поисках фундаментальной теории. Пер. с англ. М.: УРСС: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013.

124. Черняков А.Г. Онтология как математика: Бадью, Гуссерль, Плотин. // Сущность и слово. Сборник научных статей к юбилею проф. Н.В. Мотрошиловой. М.: Феноменология-Герменевтика, 2009.
125. Чжуан-цзы: Даосские каноны / Пер., вступит. Ст., коммент. В.В. Малявина. М.: ООО «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ», 2002.
126. Шпенглер О. Закат Европы. Очерки мифологии мировой истории. 1. Гештальт и действительность / Пер. с нем., вступ. Ст. и примеч. К.А. Свасьяна. М.: Мысль, 1998.
127. Эйлер Л. Письма к учёным. М.; Л., 1963.
128. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Учебник для физ. спец. ун-тов. Под ред. А.Н. Тихонова, В.А. Ильина, А.Г. Свешникова. 2-е изд., стер. М.: Наука, 1969.
129. Юшкевич А.П. О «Геометрии» Декарта // Декарт Р. Рассуждение о методе. М., 1953.
130. Якобсон Р.О. Избранные работы по лингвистике. Пер. с англ., нем., фр. яз. Благовещенск: Благовещ. гуманитар. колледж им. И.А. Бодуэна де Куртенэ, 1998.
131. Badiou A. Being and Event. London, New York: Continuum, 2007.
132. Baulnois O. Métaphysiques rebelles : genèse et structures d'une science au Moyen Âge, Paris, PUF, 2013.
133. Brouwer L. Intuitionism and formalism. Inaugural address at the University of Amsterdam, read October 14. 1912.
134. Cassirer E. Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit: 2 Bde. B., 1906-1907.
135. Cauchy A. Considérations sur les ordres religieux adressées aux amis des sciences, 1850. p. 7.
136. Deleuze G. Logique du sens. P.: Minuit, 1969.

137. Husserl E. Philosophy of Arithmetic: Psychological and Logical Investigations – with Supplementary Texts from 1887-1901. Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003.
138. Lull Ramon. *Ars Brevis // Doctor Illuminatus/ A Ramon Lull Reader* / Ed. by Anthony Bonner. Princeton: Princeton University Press, 1985.
139. Martin-Löf P. Intuitionistic Type Theory: Notes by Giovanni Sambin of a series of lectures given in Padua, June 1980. Napoli: Bibliopolis, 1984.
140. Plantinga A. God, Freedom, and Evil. New York, 1974. P. 111–112.
141. Russell B. My mental development. Dans: *The Philosophy of Bertrand Russell*, édité par Paul Arthur Schilpp. New York: Tudor, 1951.
142. Sokal A., Bricmont J. *Impostures intellectuelles*. P.: Odile Jacob, 1997.
143. Voevodsky V. et al. *Homotopy Type Theory: Univalent Foundations of Mathematics*. Princeton: Institute for Advanced Study, 2013.
144. Wang H. *Reflections on Kurt Godel*. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1987.