ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук Букина Дмитрия Борисовича на тему «Задачи Монжа и Канторовича в бесконечномерных пространствах» по специальности 01.01.01 — «вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Диссертация Дмитрия Борисовича Букина посвящена классическим, но вместе с тем актуальным вопросам анализа — задачам Монжа и Канторовича транспортировки вероятностных мер.

Если μ, ν — две вероятностные меры на пространстве X, то в задаче Канторовича требуется минимизировать стоимость переноса $\int c(x,y) d\pi(x,y)$ по всем мерам π на $X \times X$ с проекциями μ, ν; в задаче Монжа тот же минимум ищется по мерам специального вида — сосредоточенным на графиках отображений (x, Tx), где $T^{-1}\mu = \nu$. Существование минимайзера в задаче Монжа является, таким образом, значительно более деликатным вопросом, чем для задачи Канторовича. Этот эффект проявляется даже в случае абсолютно непрерывных по мере Лебега мер на конечномерном евклидовом пространстве. Автор рассматривает задачи в пространстве непрерывных функций с распределениями диффузионных процессов и для гауссовых мер. В последнем случае его результаты о связи функционалов Монжа для оптимальных и для треугольных отображений (тематика, идущая от Мишеля Талаграна), представляют интерес и для конечномерной размерности.

Диссертация состоит из введения, заключения и трёх глав. Во введении приведён хороший обзор состояния дел, из которого, в частности, видны нетривиальность темы и интерес к ней ведущих математиков. Сформулированы основные результаты диссертации.

В первой главе вводятся обозначения и излагаются предварительные сведения.

В главе 2 приводятся результаты о диффузионных процессах. Доказывается, что в широком классе случаев в задаче Канторовича для таких распределений существует только тождественный план транспортировки. В доказательстве используются методы теории вероятностей (закон повторного логарифма) и теории функций.

Глава 3 посвящена гауссовым мерам. Сначала устанавливается линейность оптимального и канонического треугольного отображений между двумя гауссовыми мерами на $\mathbb{R}^n$. Это вытекает из единственности градиента выпуклой функции, переводящей одну меру в другую, и того что оптимальное отображение существует и имеет соответствующий вид. Далее сравниваются значения стоимости плана для треугольного и оптимального отображений в терминах собственных чисел оптимального отображения. Из этого делается вывод для бесконечномерных гауссовых мер, получаемых одна из другой действием оператора, который отличается от тождественного на оператор класса Гильберта – Шмидта.

В заключении кратко резюмировано содержание диссертации и предложены пути дальнейших исследований по её теме.

Диссертация написано аккуратно и легко читается. Имеется несколько незначительных неточностей:

стр. 7, строка 1 снизу — пропущена запятая после «ней»;

стр. 12, строка 10 сверху — не марганлами, а маргиналами;

стр. 15, строка 8 снизу — пропущена запятая после «энтропию»;

стр. 17, строка 6 снизу — пропущена запятая (или квантор всеобщности) после закрывающей фигурной скобки;

стр. 21, строка 5 сверху — название «расстояние Канторовича – Рубинштейна» (писать, кстати, надо через тире, а не через дефис) относится к функции стоимости $d(x, y)$ (метрика, а не её квадрат), и в этом случае расстояние порождается нормой.

стр. 29, начиная со строки 6 снизу — непонятно, какое отношение приведённый аргумент имеет к следующему за ним неравенству. Видимо, его следовало привести чуть позже. А вообще то, что из (2.1.3) следует равенство на строке 6 страницы 30, не нуждается в пояснениях.

стр. 39, доказательство леммы 3.1 — из (почти всюду) единственности оптимального отображения и возможности представить его в виде градиента выпуклой функции не следует единственность выпуклой функции, градиент которой отображает одну меру на другую. Вероятно, известно именно последнее, — тогда так и стоило сказать.

стр. 41, строка 9 снизу — почему не просто «собственные числа отображения T_0»?

Вместе с тем, указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Результаты диссертации надлежащим образом опубликованы, представляют интерес для специалистов по анализу, дифференциальным уравнениям и теории вероятностей. Они надлежащим образом опубликованы в 4 работах.

Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации полностью соответствует паспорту специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1–2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Таким образом, соискатель Д. Б. Букин заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, профессор факультета математики и компьютерных наук Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»

Петров Федор Владимирович подпись

Дата подписания

Контактные данные: тел.:

e-mail:

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация: 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Адрес места работы: 199178, г. Санкт-Петербург, 14-ая линия Васильевского острова, дом 29 СПБГУ, факультет математики и компьютерных наук Тел.: +7 (812)3636871; e-mail: math-cs@spbu.ru, сайт https://math-cs.spbu.ru

Подпись сотрудника факультета математики и компьютерных наук Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» Ф. В. Петрова удостоверяю: