

# ОЦЕНИВАНИЕ АНОМАЛИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ПО ДАННЫМ АЭРОГРАВИМЕТРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СФЕРИЧЕСКОГО ВЕЙВЛЕТ-РАЗЛОЖЕНИЯ

Болотин Ю. В., Вязьмин В.С.

*Лаборатория управления и навигации, кафедра прикладной механики и управления механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова*

Рассматривается задача оценивания аномалии силы тяжести по данным аэрогравиметрии в районе съемок. Задача часто включает трансформации поля силы тяжести (такие как продолжение аномалии на поверхность референц-эллипсоида, вычисление потенциала аномального поля, уклонения отвесной линии, высот геоида и пр.). Для корректности трансформаций требуется нелокальная информация о поле тяжести, в связи с чем данные аэрогравиметрии обычно комбинируют с данными глобальной модели поля (EIGEN-6C2, EGM2008 или др.), задаваемыми разложением в ряд по сферическим (шаровым) функциям. Применение такого разложения в рассматриваемой задаче часто оказывается технически сложным и не всегда корректным вследствие бесконечности носителя сферических функций. Сравнительно новые подходы к определению аномалии силы тяжести в локальной области основаны на использовании разложения по сферическим вейвлет-функциям, обладающим пространственной локализацией. Важным свойством такого разложения является многомасштабный анализ, благодаря чему возникает возможность комбинирования данных аэрогравиметрии и глобальной модели гравитационного поля за счет выделения в них общего частотного диапазона на сфере.

В докладе предложена разработанная методика определения аномалии силы тяжести в свободном воздухе в районе съемки по совместной обработке данных аэрогравиметрии и глобальной модели поля [1]. В качестве математического аппарата используется техника сферического вейвлет-разложения [2], основу которого составляет набор «базисных» функций специального вида на сфере (скейлинг-функции разных уровней детализации). Скейлинг-функция уровня детализации  $j$  определяется формулой:

$$\Phi_j(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_j(n) \frac{2n+1}{4\pi R^2} P_n(\xi^T \eta)$$

где  $x, y \in \Omega_R$ ,  $\Omega_R$  - сфера радиуса  $R$ ,  $\xi = x/R$ ,  $\eta = y/R$ ,  $P_n(\xi^T \eta)$  - многочлен Лежандра степени  $n$ ,  $\varphi_j(n)$  - так называемый символ скейлинг-функции. В данной работе используется скейлинг-функция Абея - Пуассона с символом  $\varphi_j(n) = \exp(-n/2^j)$ , имеющая гармоническое продолжение во внешнее пространство сферы и представляемая в виде элементарной функции:

$$\Phi_j(x, y) = \frac{1}{4\pi R} \frac{|x|^2 - b_j^2 R^2}{(|x|^2 + b_j^2 R^2 - 2b_j R |x| \xi^T \eta)^{3/2}}, \quad b_j = \exp(-2^{-j}),$$

где  $x, y \in \mathbf{R}^3$ ,  $|x| > R$ ,  $y \in \Omega_R$ .

Разработанная методика определения аномалии силы тяжести в районе съемки включает четыре этапа: 1) оценивание коэффициентов разложения аномалии по скейлинг-функциям Абея - Пуассона (скейлинг-коэффициентов) по данным аэрогравиметрии на максимальном уровне детализации; 2) вычисление вейвлет-коэффициентов на разных уровнях детализации по оцененным на первом этапе

скейлинг-коэффициентам; 3) вычисление вейвлет-коэффициентов по данным глобальной модели гравитационного поля Земли на разных уровнях детализации; 4) комбинирование вейвлет-коэффициентов данных аэрогравиметрии и глобальной модели поля на общих уровнях детализации.

Исходными данными в задаче этапа 1 являются оцененные аномалии в свободном воздухе, полученные сглаживанием «сырых» авиаизмерений на траектории полета с помощью гравиметрического фильтра [3]. Погрешность измерения аномалии на галсе как функция полетного времени предполагается случайным процессом с известными статистическими характеристиками (определяемыми из погрешностей «сырых» измерений и свойств фильтра). Погрешности на разных галсах не коррелированы. Истинная аномалия в районе съемки предполагается детерминированной гладкой функцией, аппроксимируемой скейлинг-функциями Абея – Пуассона на некотором максимальном уровне детализации. Ставится задача оптимального оценивания коэффициентов аппроксимации (скейлинг-коэффициентов) по данным аэрогравиметрии по критерию минимума дисперсии ошибки оценки. Задача решается с помощью рекуррентного метода наименьших квадратов (МНК) с шагом рекурсии по номеру галса, который позволяет учесть специфичность данных аэрогравиметрии, в частности некоррелированность ошибок измерений на разных галсах. В силу плохой обусловленности задачи применена информационная форма МНК с регуляризацией информационной матрицы оценки скейлинг-коэффициентов на последнем шаге рекурсии.

Задача комбинирования вейвлет-коэффициентов данных аэрогравиметрии и глобальной модели гравитационного поля (последний этап методики) решена в следующей постановке. Предполагается, что погрешности вейвлет-коэффициентов являются случайными величинами с известными статистическими характеристиками, определенными из авиационных и глобальных данных. Задача комбинирования вейвлет-коэффициентов ставится как задача оптимального оценивания по критерию минимума дисперсии ошибки и решается по алгоритму МНК в ковариационной форме.

В докладе обсуждаются результаты применения разработанной методики к обработке данных аэрогравиметрической съемки в районе Карского моря [4] и глобальной модели EGM2008.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-01-00604-а) и при частичной поддержке Программы Президиума РАН 44П "Поисковые фундаментальные научные исследования в интересах развития Арктической зоны Российской Федерации" (проект "Аэрогравиметрическая съемка в высоких широтах Арктики").

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Болотин Ю.В., Вязьмин В.С. Локальное многомасштабное оценивание силы тяжести по данным аэрогравиметрии // Геофизические исследования. - 2014. - № 3. - С.38-49.
- [2] Freedon W., Michel V. Multiscale Potential Theory (With Applications to Geoscience). Birkhäuser Verlag. 2004.
- [3] Bolotin Y.V., Yurist S.S. Suboptimal smoothing filter for the marine gravimeter GT-2M. (2011) Gyroscopy and Navigation, 2 (3), pp. 152-155.

[4] Болотин Ю.В., Голован А.А., Конешов В.Н. и др. Использование аэрогравиметра GT2A в полярных областях // Труды Симпозиума Международной ассоциации по геодезии (IAG): Наземная, морская и аэрогравиметрия: измерения на неподвижных и подвижных основаниях. Санкт-Петербург. 2013. С.21-23.