

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Мошарев Павел Александрович

**Эффекты нелинейной электродинамики
с дилатоном и аксионом**

Специальность 01.04.16
«Физика атомного ядра и элементарных частиц»

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва-2021

Общая характеристика работы

В настоящей работе изучались нелинейные модели электродинамики, включающие дополнительные скалярные и псевдоскалярные поля. Наиболее популярными среди таких моделей в настоящее время являются электродинамика Максвелла с дилатоном и электродинамика Максвелла с аксионом. Разработано несколько методов построения точных решений полевых уравнений указанных моделей в случае стационарных полей и представлены несколько классов полученных точных решений. В первом порядке теории возмущений вычислено дифференциальное сечение рассеяния пробных электрически заряженных частиц в найденных полях.

Актуальность темы исследования и степень её разработанности. Главной целью теоретической физики на протяжении последнего столетия является построение единой теории поля, которая включила бы в рамки единого описания все четыре фундаментальных взаимодействия и все поля материи [1]. На сегодняшний день материальные частицы и три из четырёх фундаментальных взаимодействий - электромагнитное, сильное и слабое - описываются так называемой Стандартной моделью физики элементарных частиц, а гравитационное поле независимо от них описывается Общей Теорией Относительности (ОТО). Открытие в 2012 году бозона Хиггса [2], [3] завершило построение Стандартной модели, решив вопрос о механизмах формирования массы элементарных частиц. Также открытие бозона Хиггса - частицы с нулевым спином - указывает на существование в природе фундаментальных скалярных полей. В настоящее время в экспериментах активно ведётся поиск свидетельств о так называемой «новой физике» - частицах и взаимодействиях, не описываемых Стандартной моделью. Существует несколько аргументов в пользу необходимости таких поисков. Первый аргумент можно назвать философским: человечеству свойственно любопытство и жажда познания, люди обычно не удовлетворяются имеющимся знанием и стремятся расширить его границы. Второй аргумент связан с необходимостью объяснения результатов экспериментов, которые не имеют объяснения в Стандартной модели и требуют её расширения. Наиболее важными среди таких ре-

зультатов являются наблюдение нейтринных осцилляций, свидетельствующее о наличии у нейтрино ненулевой массы, и наблюдение тёмной материи, свидетельствующее о присутствии во Вселенной гигантских масс вещества, присутствие которого на сегодняшний день удалось установить только посредством гравитационного взаимодействия с обычным веществом [4]. Ни массы нейтрино, ни гипотетические частицы тёмной материи не описываются Стандартной моделью, хотя для описания тех и других есть несколько в разной степени привлекательных теорий. Третий аргумент в пользу необходимости расширения Стандартной модели связан с её внутренним несовершенством: слишком большим количеством свободных параметров, величины которых не объясняются внутри самой теории, отсутствием понимания того, почему те или иные разделы теории выглядят именно таким образом, а также с тем, что она описывает не все фундаментальные взаимодействия.

В качестве единой теории, позволяющей описывать гравитацию вместе со всеми остальными фундаментальными взаимодействиями, в разное время предлагались теория Калуцы-Клейна, теория суперструн, петлевая квантовая гравитация и другие [5], [6], [7]. В настоящее время в научном сообществе нет общепринятого представления о том, каким образом должна быть устроена единая теория, а её поиски активно ведутся в различных, часто взаимоисключающих направлениях [8].

Одними из главных кандидатов на роль тёмной материи в настоящее время являются аксионы - лёгкие псевдоскалярные частицы, которые появляются в Стандартной модели в рамках одного из возможных решений «сильной CP-проблемы» квантовой хромодинамики. Большинство экспериментов по поиску аксионов основаны на наблюдении фотонов, в которые они могут конвертироваться в сильных неоднородных магнитных полях [9], [10]. Таким образом, важнейшим параметром в теории аксионов и в формулировании экспериментальных предсказаний является константа аксион-Максвелловской связи, характеризующая величину влияния аксионного поля на поля классической электродинамики и вероятность взаимодействия аксионов с фотонами. Аксионы естественным образом возни-

кают в различных вариантах теории струн, благодаря чему в этих теориях может сразу решаться и проблема тёмной материи, и проблема несохранения CP-чётности [11]. Наряду с аксионом, дилатон является одним из самых распространённых дополнительных полей, взаимодействующих с полями классической электродинамики согласно предсказаниям различных вариантов теорий Великого Объединения. Существуют предположения о том, что посредством дилатона может осуществляться взаимодействие частиц Стандартной модели с частицами тёмной материи [12].

Лагранжиан взаимодействия дилатона и аксиона с полями классической электродинамики представляет собой нелинейную модель электродинамики, одну из многих, активно изучаемых в настоящее время. Её исследование важно, по крайней мере, с трёх точек зрения. Во-первых, полезно понимать, каким образом принятие той или иной теории Великого Объединения через предсказанные дополнительные поля и взаимодействия модифицирует классические результаты теорий, общепринятых в современной физике. Во-вторых, остаётся актуальным вопрос теоретического предсказания эффектов, которые в случае экспериментального наблюдения позволят сделать вывод о природе частиц тёмной материи или о том, какой из вариантов теорий Великого Объединения является предпочтительным. Наконец, поиск точных аналитических решений уравнений любой нелинейной теории имеет самостоятельную ценность как чисто математическая проблема.

Цель. Целью настоящей работы было исследование электродинамики Максвелла с дилатоном и аксионом в стационарном случае методами классической теории поля. Особое внимание уделялось разработке новых методов поиска точных решений, поиску точных решений и формулированию на их основании проверяемых следствий теории.

Задачи. Для достижения поставленных целей было необходимо решить следующие задачи:

1. Проанализировать существующие нелинейные модели теории поля, подобные электродинамике с аксионом и дилатоном по происхождению или по структуре, и изучить известные результаты, полученные другими

авторами при исследовании этой или подобных моделей.

2. Осуществить поиск и изучение точных решений уравнений электродинамики Максвелла с аксионом и дилатоном методами классической теории дифференциальных уравнений.

3. Исследовать возможность применения нестандартных методов построения точных решений. В их числе метод симметрий и метод переноса решений из дуальной теории.

4. Спрогнозировать на основании построенных точных решений новые наблюдаемые эффекты, которые могут быть использованы для изучения дилатон-аксионной электродинамики в реальном или гипотетическом эксперименте.

Объект и предмет исследования Объектом исследования в настоящей работе являлись нелинейные модели классической электродинамики Максвелла с дополнительными дилатонным и аксионным полями. Предметом исследования были точные решения уравнений указанных теорий и возможные экспериментальные следствия, выводимые из этих решений.

Методология исследования В работе использованы различные методы математической физики, теории дифференциальных уравнений и теории групп. Для вычисления дифференциальных сечений рассеяния в пятой главе работы использованы методы теории возмущений.

Научная новизна. В работе впервые построены общие гармонические решения уравнений электродинамики Максвелла с дилатоном и электродинамики Максвелла с аксионом в стационарном случае, обобщающие ранее известные результаты других авторов. Впервые найдена дуальность между стационарной аксиально-симметричной ОТО в вакууме и статической электродинамикой Максвелла с дилатоном при дополнительном условии равенства нулю магнитного или электрического поля. На основании данной дуальности разработано несколько методов построения точных решений в электродинамике с дилатоном. Первый из них использует известные симметрии лагранжиана ОТО, второй заключается в прямом переносе известных решений ОТО в электродинамику с дилатоном. С использованием указанных методов найден общий вид электростатического

и дилатонного полей в центрально-симметричном случае, а также найдено решение, дуальное решению Керра-НУТ и исследованы его частные случаи.

Положения, выносимые на защиту.

1. Общее гармоническое решение уравнений электродинамики Максвелла с дилатоном содержит подклассы, описывающие поле гипотетической частицы, обладающей всеми тремя типами заряда - дилатонным, электрическим и магнитным. Независимо от величин остальных параметров, магнитное поле точечной частицы, обладающей, в том числе, магнитным зарядом, имеет кулоновский вид.

2. Лагранжиан электродинамики Максвелла с дилатоном в статическом случае имеет дуальность с лагранжианом стационарной аксиально-симметричной ОТО при параметризации метрики, предложенной Ф. Эрнстом. В этом случае использование нормированного преобразования Элерса позволяет получать новые точные решения уравнений ДМЭ.

3. Взаимодействие пробной электрически заряженной частицы с полями центрального источника в дилатон - максвелловской электродинамике может быть описано эффективным потенциалом, имеющим конечную глубину во всём пространстве.

4. Решение электростатики с дилатоном, соответствующее решению Керра-НУТ ОТО, обладает нетривиальной поверхностью, имеющей свойство «горизонта событий».

5. Общее гармоническое решение уравнений электродинамики Максвелла с аксионом описывает поле гипотетической частицы, имеющей три типа заряда: аксионный, магнитный и электрический. Магнитное поле такой частицы имеет кулоновский вид независимо от величины параметров теории. В единственном случае, когда магнитное поле отсутствует, электрическое и аксионное поля не взаимодействуют друг с другом и имеют кулоновский вид.

Теоретическая и практическая значимость. Полученные в работе точные решения не привязаны к конкретным значениям констант-параметров теории, поэтому могут быть использованы для проверки след-

ствий из различных вариантов теорий Великого Объединения. Найденная в работе дуальность между статической электродинамикой с дилатоном и стационарной аксиально-симметричной ОТО в вакууме имеет большой потенциал развития для поиска новых статических решений.

Достоверность. Достоверность результатов работы, в первую очередь, обеспечивается строгостью использованных математических методов. Также в пользу достоверности полученных результатов говорит факт соответствия полученных общих решений частным случаям, рассмотренным в работах других авторов.

Личный вклад автора Личный вклад автора в работы, вошедшие в диссертацию, составляет не менее 50 % от основного содержания работ.

Апробация. Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

1. XVI межвузовская научная школа молодых специалистов «Концентрированные потоки энергии в космической технике, электронике, экологии и медицине», Москва, Россия, 24-25 ноября 2015.

2. «Ломоносовские чтения - 2019». Секция «Ядерная физика», Москва, МГУ, Россия, 15-25 апреля 2019.

Публикации. Основные результаты работы опубликованы в 6 статьях:

I. В рецензируемых журналах, индексируемых Web of science или SCOPUS:

1. Kechkin O. V., Mosharev P. A. Structures of general relativity in dilaton-maxwell electrodynamics // International Journal of Modern Physics A. — 2016. — Vol. 31, no. 23. — P. 1650127 (Импакт-фактор журнала 1.203; объём 0,56 печатного листа; личный вклад автора 50 % или 0,28 печатного листа)

2. Kechkin O. V., Mosharev P. A. Singularity-free interaction in dilaton-maxwell electrodynamics // Modern Physics Letters A. — 2016. — Vol. 31, no. 31. — P. 1650169 (Импакт-фактор журнала 1.145; объём 0,35 печатного листа; личный вклад автора 50 % или 0,17 печатного листа)

3. Кечкин О. В., Мошарев П. А. Симметрии и общее гармоническое решение уравнений электродинамики Максвелла с аксионом // Вестник

Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 2020. — № 3. — С. 12–17.

Kechkin O. V., Mosharev P. A. The symmetries and the general harmonic solution to equations of maxwell electrodynamics with an axion // Moscow University Physics Bulletin. — 2020. — Vol. 75, no. 3. — P. 192–197. (Импакт-фактор журнала 0,652; объём 0,55 печатного листа; личный вклад автора 50 % или 0,27 печатного листа)

4. Кечкин О. В., Мошарев П. А. Общее гармоническое решение в электродинамике с дилатоном: точное выражение для полей и обобщённая сила Лоренца // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 2020. — № 5. — С. 46–52.

Kechkin O. V., Mosharev P. A. A general harmonic solution in dilaton electrodynamics: An exact expression for the fields and the generalized lorentz force // Moscow University Physics Bulletin. — 2020. — Vol. 75, no. 5. — P. 427–433. (Импакт-фактор журнала 0,652; объём 0,54 печатного листа; личный вклад автора 50 % или 0,27 печатного листа)

II. В журналах, входящих в перечень ВАК:

5. Кечкин О. В., Денисова И. П., Мошарев П. А. Генерация статических решений в нелинейной электродинамике с дилатоном из стационарных решений Общей Теории Относительности в вакууме // Ученые Записки Физического Факультета МГУ. — 2019. — № 3. — С. 1930406–1–4 (Импакт-фактор журнала 0,062; объём 0,28 печатного листа ; личный вклад автора 33 % или 0,09 печатного листа)

6. Кечкин О. В., Мошарев П. А. Общее гармоническое решение уравнений электродинамики Максвелла с дилатоном // Учёные записки физического факультета МГУ. — 2019. — № 6. — С. 1960102–1–5. (Импакт-фактор журнала 0,062; объём 0,34 печатного листа; личный вклад автора 50 % или 0,17 печатного листа)

Объём и структура диссертации Диссертационная работа состоит из Введения, 5 глав и Заключения, изложена на 95 страницах и содержит 2 рисунка, 0 таблиц и 60 библиографических ссылок.

Содержание работы

Введение содержит обоснование актуальности темы диссертации, цели и задачи исследования, обоснование научной новизны, достоверности и значимости результатов работы. Также во введении приведён перечень выносимых на защиту положений и список публикаций автора по теме диссертации.

Глава 1 представляет собой обзор моделей теории поля, имеющих отношение к представленной работе. В первом разделе рассмотрена классическая электродинамика Максвелла. Являясь хорошо изученной теоретически и проверенной экспериментально, она выступает в качестве базы для введения любых теоретических модификаций и эталона для сравнения полученных результатов. Далее приведён исторический обзор моделей нелинейной электродинамики и дано несколько ссылок на современные работы в этом направлении. Показана мотивация к построению подобных моделей и дан обзор проблем классической электродинамики, которые находят решение в нелинейных теориях. После этого подробно обсуждается Общая Теория Относительности Эйнштейна. Она не изучалась в диссертационной работе непосредственно, но, являясь нелинейной теорией, выступала в качестве источника идей и методов поиска точных решений для исследованных моделей электродинамики с дополнительными полями. Поэтому особое внимание в обзоре ОТО уделено методу симметрий и аксиально-симметричным точным решениям. В четвертом разделе первой главы обсуждается теория Калуцы-Клейна как один из самых простых примеров Теории Великого Объединения, предсказывающих наличие дополнительных фундаментальных скалярных полей, не зарегистрированных на сегодняшний день в эксперименте. Показано, каким образом при рассмотрении гравитации в пяти измерениях возникает теория Максвелла с дилатоном. После этого приведён исторический обзор предпосылок, приводящих к предсказанию аксионов - фундаментальных псевдоскалярных частиц, не описываемых Стандартной моделью. Дан обзор экспериментальных попыток регистрации аксионов и приведён лагранжиан взаимодействия аксионов с фотонами, который являлся предметом исследования в четвертой главе диссертации. Наконец, в ше-

стом разделе первой главы рассмотрен общий вид дилатон-аксионного обобщения классической электродинамики Максвелла и выведен эффективный лагранжиан этой теории в стационарном случае.

Глава 2 содержит результаты исследования электродинамики Максвелла с дилатоном (дилатон-Максвелловская электродинамика, ДМЭ) классическими методами математического анализа и теории дифференциальных уравнений. Предметом исследования была модель с одним дополнительным скалярным полем ϕ (дилатоном), описываемая лагранжианом следующего вида:

$$L_4 = 2\partial_\nu\phi\partial^\nu\phi - \frac{1}{4}e^{-2\alpha\phi}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1)$$

где $F_{\mu\nu}$ - определённый обычным образом тензор электромагнитного поля. Показано, что в стационарном случае можно ввести скалярный потенциал магнитного поля согласно выражению

$$\nabla u = -e^{-2\alpha\phi}\nabla \times \vec{A}, \quad (2)$$

после чего уравнения стационарной ДМЭ могут быть выведены из принципа стационарного действия с плотностью лагранжиана следующего вида:

$$\tilde{L}_3 = 2(\nabla\phi)^2 + \frac{1}{2} [e^{-2\alpha\phi}(\nabla v)^2 + e^{2\alpha\phi}(\nabla u)^2], \quad (3)$$

где $v \equiv A_0$ - потенциал электрического поля. Далее в работе в качестве базового объекта исследования использовался этот эффективный трехмерный лагранжиан. Оставшуюся часть второй главы занимает вычисление и обсуждение общего гармонического решения уравнений стационарной ДМЭ. Показано, что в особом случае, когда все поля зависят от пространственных координат не произвольным образом, а посредством некоторой гармонической функции λ , индукция магнитного поля всегда пропорциональна градиенту этой функции. В то же время, дилатон и потенциал электрического поля могут быть выражены через эллиптические функции Якоби и эллиптические интегралы Лежандра второго рода

с аргументом в виде линейной функции от λ . В диссертации по отдельности рассмотрены три различных подпространства свободных параметров теории, в которых выражения для полей имеют различный вид. Для практического использования особый интерес представляют центрально-симметричные решения, обобщающие потенциал Кулона классической электродинамики Максвелла. Эти решения выписаны отдельно, и для них вычислены эффективные заряды путём разложения в ряд по степеням $\frac{1}{r}$, где r - расстояние от начала координат. Также во второй половине второй главы рассмотрены частные случаи найденного решения при тех значениях параметров, при которых оно выражается через элементарные функции.

Глава 3 посвящена изложению более сложных методов получения точных решений ДМЭ. В начале этой главы установлена дуальность между электро- и магнитостатикой ДМЭ и аксиально-симметричной стационарной ОТО в вакууме. Показано, что при введении следующих обозначений: $f = e^{\pm\alpha\phi}$, $\chi = \frac{\alpha}{2}A$ (A - потенциал электрического или магнитного поля) и та, и другая теории описываются лагранжианом следующего вида:

$$\tilde{L}_{GR} = \frac{1}{2}f^{-2} [(\nabla f)^2 + (\nabla\chi)^2]. \quad (4)$$

Далее излагается метод генерации точных решений ДМЭ с использованием известных преобразований симметрии данного лагранжиана. Этот метод основан на том, что преобразование полей

$$\mathcal{E} \rightarrow \frac{\mathcal{E} + i\Lambda}{1 + i\Lambda\mathcal{E}}, \quad (5)$$

где $\mathcal{E} = f + i\chi$, сохраняет неизменной форму лагранжиана. Это позволяет получать из простых и очевидных точных решений более сложные. Так, стартуя с системы, в которой отсутствует электромагнитный сектор, а дилатонное поле является гармоническим $\Delta\phi_0 = 0$, и применяя указанное

преобразование, мы можем получить решение следующего вида:

$$A = \frac{2}{\alpha} \Lambda \frac{1 - e^{2\phi_0}}{1 + \Lambda^2 e^{2\phi_0}}, \quad (6)$$

$$e^{-\alpha\phi} = \frac{[1 + \Lambda^2] e^{\alpha\phi_0}}{1 + \Lambda^2 e^{2\alpha\phi_0}}. \quad (7)$$

Это решение является гармоническим, и следовательно, представляет собой частный случай решения, найденного в предыдущей главе.

Далее в диссертации показано, что в случае центральной симметрии (при $\phi_0 = \frac{q}{r}$) это решение является общим решением уравнений электростатики ДМЭ, обладающим этим свойством. Для исследования его свойств предложено модифицированное выражение силы Лоренца, обладающее теми же свойствами симметрии, что и лагранжиан теории. Показано, что движение пробной частицы с зарядом Q под действием введённой таким образом силы Лоренца в центрально-симметричных электростатическом и дилатонном полях является потенциальным с эффективным потенциалом

$$U = -\frac{4Q}{\alpha} \left[\arctg \left(e^{\alpha \frac{q}{r}} \Lambda \right) - \arctg \Lambda \right]. \quad (8)$$

Данный потенциал регулярен и всюду имеет конечную величину, а на больших расстояниях от центра имеет кулоновскую асимптотику. Важным результатом этой главы является вычисление энергии полей тремя разными способами: во-первых, путём интегрирования нулевой компоненты тензора энергии-импульса, связанного с лагранжианом теории, во-вторых, в предположении, что эксперимент позволяет регистрировать только электрическое поле, оставляя дилатонное поле невидимым, путём интегрирования энергии электрического поля, и в-третьих, в предположении, что приведённый выше потенциал создаётся классическим электростатическим полем, путём интегрирования плотности этого предполагаемого поля. Показано, что энергия видимых в эксперименте полей может составлять только долю от энергии реальных полей. Этот факт со-

гласуется с представлением о существовании тёмной материи: несоответствием массы материи во Вселенной, видимой в электромагнитном спектре, и полной гравитационной массы.

Далее в третьей главе разработан метод прямого переноса решений из ОТО в ДМЭ, возможный благодаря установленной дуальности между этими двумя теориями. Использование этого метода продемонстрировано в процессе построения точного решения ДМЭ, дуального известному решению Керра-НУТ ОТО. В случае аксиальной симметрии общее выражение для метрики четырехмерного пространства-времени может быть параметризовано в следующем виде:

$$ds_4^2 = f(dt + \omega_\varphi d\varphi)^2 - f^{-1}[e^{2\gamma}(dz^2 + d\rho^2) + \rho^2 d\varphi^2], \quad (9)$$

Функция f здесь соответствует той, что входит в определение лагранжиана (4), а самая большая сложность состоит в вычислении функции χ , связанной с функцией ω_φ соотношением $f^{-2}\nabla\chi = -\rho^{-1}\vec{n}_\varphi \times \nabla\omega_\varphi$. После выполнения всех преобразований решение, соответствующее решению Керра-НУТ, запишется в следующем виде:

$$e^{\pm\alpha\phi} = -\frac{(m^2 - a^2 + b^2)(1 - \sigma^2) + a^2(1 - \tau^2)}{(\sigma\sqrt{m^2 - a^2 + b^2} + m)^2 + (b - a\tau)^2}, \quad (10)$$

$$A = \frac{4}{\alpha} \frac{\sigma b\sqrt{m^2 - a^2 + b^2} + m a \tau}{(\sigma\sqrt{m^2 - a^2 + b^2} + m)^2 + (b - a\tau)^2}. \quad (11)$$

При его записи использованы вытянутые сфероидальные координаты (σ, τ, φ) . Константы m, a и b являются, соответственно, массой Шварцшильда, параметрами Керра и НУТ. Путём разложения полученных потенциалов по степеням $\frac{1}{R}$, где R - расстояние от центра поля, можно вычислить эффективные заряды и дипольные моменты, которыми обладают найденные поля. В диссертации показано, что дилатонный заряд связан с параметром m : $q_\phi = \pm \frac{2m}{\alpha}$, электрический/магнитный заряды пропорциональны параметру b : $q_{e/m} = \frac{4b}{\alpha}$, а дипольный электрический/магнитный момент пропорционален произведению ma : $d_{e,m} = \frac{4ma}{\alpha}$. В то же время,

все эти величины связаны обратной пропорциональностью с константой дилатон-Максвелловской связи α .

В диссертации отдельно рассмотрены случаи полей, соответствующих решению Керра, решению Тауба-НУТ и решению Шварцшильда, которые получаются из общего решения Керра-НУТ при особом выборе значений входящих в него констант. В случае решения Шварцшильда ненулевым остаётся только дилатонное поле, а электромагнитный сектор отсутствует. Поскольку исходные решения в ОТО описывают метрику чёрных дыр, закономерным становится вопрос о наличии у полученных решений аналога «горизонта событий», поверхности, для достижения которой пробной частице понадобилось бы обладать бесконечной кинетической энергией. Конечно, так как электродинамика с дилатоном рассматривалась нами на плоском фоне, здесь не будут проявляться эффекты замедления времени, и аналогия не будет полной. Путём рассмотрения интеграла движения типа энергии, который был найден в работе [13], было установлено, что поверхность, обладающая таким свойством, имеет следующую форму:

$$\sigma^2 = \frac{m^2 + b^2 - a^2\tau^2}{m^2 + b^2 - a^2}. \quad (12)$$

В случае решения Шварцшильда и решения Тауба-НУТ эта поверхность вырождается в точку, расположенную в начале координат. В общем случае поверхность, за которую пробная частица, движущаяся в полях ДМЭ, не может проникнуть, обладая конечной энергией, выглядит довольно сложным образом.

Глава 4 посвящена изложению результатов, полученных при исследовании электродинамики Максвелла с аксионом. Это модель, описываемая плотностью лагранжиана следующего вида:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \gamma\kappa\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}) + \frac{1}{2}\partial^\mu\kappa\partial_\mu\kappa, \quad (13)$$

где κ - аксион, γ - константа, которая в рамках настоящей работы считается произвольной. В работе показано, что в стационарном случае после

введения скалярного потенциала магнитного поля согласно выражению

$$\nabla u = -\nabla \times \vec{A} + \gamma \varkappa \nabla A_0. \quad (14)$$

динамика полей модели может быть описана эффективным трехмерным лагранжианом следующего вида:

$$\mathcal{L}_3 = \frac{1}{2}(\nabla \varkappa)^2 - \frac{1}{2}[(\nabla u - \gamma \varkappa \nabla v)^2 + (\nabla v)^2]. \quad (15)$$

Далее в диссертации найдена полная группа преобразований симметрии этого эффективного лагранжиана. Она имеет следующие генераторы:

$$\begin{aligned} X_1 &= v \frac{\partial}{\partial \varkappa} + \varkappa \frac{\partial}{\partial v} + \frac{\gamma}{2}(\varkappa^2 + v^2) \frac{\partial}{\partial u}, \\ X_2 &= \frac{\partial}{\partial \varkappa} + \gamma v \frac{\partial}{\partial u}, \\ X_3 &= \frac{\partial}{\partial v}, \\ X_4 &= \frac{\partial}{\partial u}. \end{aligned} \quad (16)$$

Этим генераторам соответствуют преобразования симметрии лагранжи-

ана, определяемые формулами следующего вида:

$$\begin{cases} v = \varkappa_0 \operatorname{sh}(\lambda) + v_0 \operatorname{ch}(\lambda), \\ \varkappa = \varkappa_0 \operatorname{ch}(\lambda) + v_0 \operatorname{sh}(\lambda), \\ u = u_0 + \frac{\gamma}{4} \left[(\varkappa_0^2 + v_0^2) \operatorname{sh}(2\lambda) + 4\varkappa_0 v_0 \operatorname{sh}^2(\lambda) \right]; \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \varkappa = \varkappa_0 + \lambda, \\ u = u_0 + \gamma v_0 \lambda, \\ v = v_0; \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} v = v_0 + \lambda, \\ u = u_0, \\ \varkappa = \varkappa_0; \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} u = u_0 + \lambda, \\ v = v_0, \\ \varkappa = \varkappa_0. \end{cases} \quad (20)$$

Первое из этих преобразований представляет собой так называемую заряжающую подгруппу и может быть использовано в процедуре генерации новых точных решений уравнений теории.

Далее в четвертой главе диссертации построено общее гармоническое решение уравнений электродинамики Максвелла с аксионом. Показано, что в частном случае, когда все поля зависят от одной гармонической функции λ , $\Delta\lambda = 0$, магнитное поле пропорционально градиенту этой функции, а аксион и скалярный потенциал электрического поля можно найти путём решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. В результате получаются выражения следующего вида:

$$\varkappa = Ae^{\gamma C_1 \lambda} + Be^{-\gamma C_1 \lambda} - \frac{C_2}{\gamma C_1}, \quad (21)$$

$$v = Ae^{\gamma C_1 \lambda} - Be^{-\gamma C_1 \lambda} + D, \quad (22)$$

где A, B, C_1, C_2, D - произвольные константы. Также в диссертации пока-

зано, что в особом случае $D = \frac{C_2}{\gamma C_1}$ аксион и электрическое поле имеют конечную величину во всём пространстве (при условии, что функция λ имеет нулевую асимптотику на бесконечности).

Глава 5 демонстрирует способы, которыми полученные выше результаты могут быть использованы для непосредственной экспериментальной проверки изученных теорий. Эта глава имеет два подраздела. В первом из них исследовано рассеяние точечных заряженных частиц на эффективном потенциале, который был получен в главе 3. Так как на большом расстоянии от центра потенциал имеет кулоновскую асимптотику, было принято решение вычислить дифференциальное сечение рассеяния в виде поправки ко классической формуле Резерфорда. Полученный результат в первом порядке теории возмущений выглядит следующим образом:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{mq q_e}{2p^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \left(\frac{\theta}{2} \right)} + \frac{\alpha\pi}{4\hbar} \frac{m^2 q^2 q_e^2 q_d}{p^3} \frac{1}{\sin^3 \left(\frac{\theta}{2} \right)}. \quad (23)$$

Здесь первое слагаемое - формула Резерфорда, а второе, пропорциональное первой степени малого параметра α , представляет собой поправку к ней. Необходимо отметить, что данное выражение правильно описывает динамику пробных частиц только в приближении рассеяния на малые углы.

Во втором разделе пятой главы исследовано рассеяние пробных частиц на дионе - частице, обладающей как электрическим, так и магнитным зарядами. В главе 4 было показано, что общее гармоническое решение уравнений электродинамики Максвелла с аксионом описывает поля, создаваемые именно такой частицей, если дополнительно предположить, что аксионное поле не наблюдается в эксперименте. В диссертации вычислена зависимость азимутального угла рассеяния от прицельного параметра налетающей частицы. Эта информация является ключевой в описании процесса рассеяния. Указанная зависимость описывается двумя формулами, справедливыми при различных значениях момента импульса налета-

тающей частицы. При $\tilde{L}^2 > -m\gamma q_m q_\varkappa$

$$\varphi|_{r \rightarrow \infty} = \frac{1}{\cos(\theta) \sqrt{\frac{\gamma m q_\varkappa}{q_m} + \text{tg}^2(\theta)}} \cdot \text{arctg} \sqrt{\frac{2E q_m^2}{m q_e^2} \left(\frac{\gamma m q_\varkappa}{q_m} + \text{tg}^2(\theta) \right)}, \quad (24)$$

при $\tilde{L}^2 < -m\gamma q_e q_m$

$$\varphi|_{r \rightarrow \infty} = \frac{-1}{2 \cos(\theta) \sqrt{-\left(\frac{\gamma m q_\varkappa}{q_m} + \text{tg}^2(\theta) \right)}} \cdot \ln \left| \frac{1 - \sqrt{-\frac{2E q_m^2}{m q_e^2} \left(\frac{\gamma m q_\varkappa}{q_m} + \text{tg}^2(\theta) \right)}}{1 + \sqrt{-\frac{2E q_m^2}{m q_e^2} \left(\frac{\gamma m q_\varkappa}{q_m} + \text{tg}^2(\theta) \right)}} \right|. \quad (25)$$

Здесь приведены значения на бесконечном расстоянии от центра, существенные для решения рассматриваемой задачи. Угол θ связан с прицельным параметром формулой

$$ctg(\theta) = \frac{q_m}{mbv_0}, \quad (26)$$

при этом углы θ и φ связаны с углом рассеяния Θ следующим уравнением:

$$\cos\left(\frac{\Theta}{2}\right) = \sin(\theta) \sin(\varphi|_{r \rightarrow \infty}). \quad (27)$$

Дифференциальное сечение рассеяния вычисляется путём подстановки приведённых выражений в формулу

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_{\theta_i} \left(\frac{q_m}{mv} \right)^2 \frac{1}{2 \cos^4 \theta} \left| \frac{\sin 2\theta}{\sin \Theta} \frac{d\theta}{d\Theta} \right|, \quad (28)$$

где суммирование ведётся по всем значениям угла θ , соответствующим рассеянию на данный угол Θ . Практически расчёты должны выполняться численными методами, на ЭВМ.

В диссертации показано, что в предельном случае, при равном нулю

магнитном заряде, дифференциальное сечение вычисляется по формуле Резерфорда, а при рассмотрении рассеяния только на малые углы дифференциальное сечение соответствует рассеянию на классическом кулоновском дионе.

Заключение содержит перечень основных результатов работы:

1. Найдено общее гармоническое решение уравнений нелинейной электродинамики с дилатоном. Для этого решена задача компактификации полного лагранжиана модели сначала на три измерения путём введения скалярного потенциала магнитного поля. Показано, что гармонические поля подчиняются системе обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которых может быть найдено в терминах эллиптических функций Якоби и эллиптических интегралов Лежандра второго рода. Показано, что центрально-симметричное магнитное поле всегда имеет кулоновский вид. Отдельно рассмотрены частные случаи, в которых поля могут быть выражены в элементарных функциях.

2. Установлена дуальность между статической электродинамикой Максвелла с дилатоном и стационарной Общей Теорией Относительности в вакууме. На основании данной дуальности разработан метод применения известных симметрий лагранжиана ОТО для построения точных решений электродинамики с дилатоном. Построено общее центрально-симметричное решение электростатики и магнитостатики, включающих дилатонное поле.

3. На основании принципа симметрии предложено модифицированное выражение для силы Лоренца, действующей на заряженную частицу в полях дилатон-Максвелловской электродинамики. Показано, что движение под действием этой силы в найденных ранее в работе полях является потенциальным и выведено выражение для эффективного потенциала. Показано, что наблюдаемая полная энергия полей зависит от того, какой вариант теории использовался для вычисления её величины на основании характера движения пробных частиц.

4. Разработан метод построения точных решений электродинамики с дилатоном путём переноса известных решений ОТО. Применение это-

го метода проиллюстрировано в процессе построения решения, соответствующего решению Керра-НУТ ОТО. Для этого решения и его важных частных случаев вычислены эффективные заряды и установлена форма поверхности, обладающей свойством «горизонта событий».

5. Найден эффективный лагранжиан, описывающий динамику полей электродинамики Максвелла с аксионом в стационарном случае. Для этого лагранжиана найдена полная группа преобразований симметрии, включающая одно «скрытое» преобразование, которое может быть использовано в процедуре построения новых точных решений.

Найдено общее гармоническое решение уравнений электродинамики Максвелла с аксионом. Показано, что магнитное поле в центрально-симметричном случае всегда имеет кулоновский вид, в то время, как аксион и потенциал электрического поля сложным образом распределены в пространстве. При особом выборе параметров решения поля могут иметь конечную величину во всём пространстве.

6. Вычислена поправка к формуле Резерфорда для дифференциального сечения рассеяния точечных заряженных частиц на эффективном потенциале взаимодействия в электродинамике с дилатоном.

Найдено дифференциальное сечение рассеяния пробных частиц на дилоне, обладающем аксионным зарядом.

Список литературы

- [1] С. Вайнберг, Мечты об окончательной теории: Физика в поисках самых фундаментальных законов природы. Пер. с англ., М.: УРСС, (2008).
- [2] CMS collaboration, Physics Letters B, V.716, 1, (2012)
- [3] ATLAS collaboration, Physics Letters B, V.716, 1, (2012)
- [4] L. Papantonopoulos (ed.), The invisible matter. Dark matter and dark energy, Springer, (2007).
- [5] J.M. Overduin, P.S. Wesson, Phys. Rept. 283, 303 (1997).
- [6] М.Грин, Дж. Шварц, Э.Виттен, Теория суперструн. М.: Мир, 1990.
- [7] О.В. Кечкин, Гравитирующие сигма-модели в теории струн, ЭЧАЯ, т.35, вып. 3, стр. 709-762, 2004.
- [8] L. Smolin. The trouble with physics: the rise of string theory, the fall of a science and what comes next. Houghton Mifflin Company, New York. (2006).
- [9] P. Sikivie, Phys. Rev. Letters, V. 51, N. 16 (1983)
- [10] L. J. Rosenberg, Axions 2010 - Proceedings of the International Conference, (2010)
- [11] P. Svrcek, E. Witten, JHEP06, 051 (2006)
- [12] Y. Bai, M. Carena, J. Lykken, Phys. Rev. Lett. 103, 261803 (2009)
- [13] I. P. Denisova, O. V. Kechkin, Phys.Part.Nucl.Lett. 15, N 5. (2018).