## ОТЗЫВ официального оппонента

### о диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук Гришуниной Светланы Алексеевны на тему: «Предельные теоремы для систем обслуживания с различными правилами образования очереди» по специальности 01.01.05 – «теория вероятностей и математическая статистика»

## Актуальность для науки и практики

Объектом исследования диссертационной работы являются многоканальные системы массового обслуживания. Работа, фактически, состоит из двух частей.

В первой части (первые три главы) исследуется система обслуживания, состоящая из m приборов на которую поступает регенерирующий поток требований. Порядок обслуживания требований определяется по принципу: пришёл раньше - начнёшь обслуживаться раньше. Особенностью системы является то, что для обслуживания каждого требования нужно случайное число приборов, и приступить к обслуживанию можно только тогда, когда в системе имеется такое число свободных приборов. В первой главе рассматривается случай, когда времена обслуживания на каждом приборе являются независимыми одинаково распределёнными случайными величинами. Во второй главе рассматривается случай, когда времена обслуживания различных требований тоже независимы и одинаково распределены, но времена обслуживания данного требования на разных приборах, обслуживающих это требование, совпадают. В третьей главе рассматривается случай, когда времена обслуживания на каждом приборе одинаковы и постоянны (без ограничения общности считается, что они равны единице). Для описанных систем обслуживания возможна ситуация, при которой в системе есть свободные приборы, но очередь не пуста, ибо для начала обслуживания требования, которое стоит первым в очереди, нужно больше свободных приборов, чем имеется. Естественно, что в

такой ситуации вопрос о стабильности системы является достаточно сложным. Именно решению этого вопроса посвящена первая часть диссертации. Ясно, что этот вопрос является весьма актуальным как для науки, так и для практики.

Во второй части работы рассматривается обычная ситуация, когда каждое требование обслуживается одним прибором, а времена обслуживания являются независимыми одинаково распределёнными случайными величинами. Но дисциплины обслуживания могут быть разными. Очередь может быть одна, а может быть ситуация, при которой у каждого прибора своя очередь. Могут быть приоритеты в обслуживании и даже прерывания обслуживания данного требования для обслуживания более приоритетного. Рассматриваются несколько разных дисциплин обслуживания, и исследуются, во-первых, стабильность соответствующих систем, во-вторых, сходимость нормированных процессов в условиях большой загрузки, а, в-третьих, сравнение показателей обслуживания для разных дисциплин. Ясно, что исследование этих вопросов также является весьма актуальным как для науки, так и для практики.

# Основные научные результаты, их новизна и значимость для науки

Представленная к защите диссертация состоит из введения с историческим очерком, четырёх глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации 117 страниц, из них 107 страниц текста. Список литературы на 10 страницах включает 63 наименования плюс 14 работ автора, из которых 5 статей опубликованы в рецензируемых научных журналах, входящих в базы данных Web of Science, SCOPUS, RSCI, 4 статьи опубликованы в сборниках трудов международных научных конференций, и 5 тезисов докладов опубликованы в материалах научных конференций.

В первых трёх главах рассматриваются системы, в которых для начала обслуживания каждого требования нужно иметь некоторое (случайное) число свободных приборов. Основная и очень оригинальная идея всех рассмотрений

состоит в том, что нужно сначала рассмотреть некоторую вспомогательную систему обслуживания. Во вспомогательной системе времена обслуживания те же самые, что и в исходной, но в начальный момент времени в системе находится m требований (по числу приборов), некоторые из которых обслуживаются, а некоторые могут стоять в очереди, а входящий поток определяется из условия, что в каждый момент времени в системе будет ровно m требований. В этой системы исходящий поток (полностью обслуженных требований) является регенерирующим и имеет максимально возможную интенсивность. Интуитивно понятно, что для изучения вопроса стабильности системы (когда распределение числа требований в системе стремится с течением времени к некоторому распределению) именно с интенсивностью этого потока нужно сравнивать интенсивность входящего потока. Именно это и делается в первой части диссертации. Для осуществления этой идеи строится синхронизация входящего потока исходной системы и исходящего потока вспомогательной системы, т.е. находятся общие точки регенерации этих потоков. При этом для осуществления синхронизации нужно, чтобы один из потоков был сильно регенерирующим, когда каждый период регенерации представим в виде суммы двух независимых неотрицательных случайных величин, одна из которых имеет экспоненциальное распределение.

Системы обслуживания, в которых для обслуживания требования нужно несколько (случайное число) приборов стали рассматриваться недавно. Но всё ограничивалось простейшим входящим потоком и экспоненциальными временами обслуживания. В диссертационной работе в первых двух главах рассматривается самый общий регенерирующий входящий поток требований, а на времена обслуживания накладываются лишь ограничения, что они имеют гипоэкспоненциальное, либо гиперэкспоненциальное распределение. В этом случае исходящий поток вспомогательной системы оказывается сильно регенерирующим. В третьей главе рассматривается случай, когда все времена об-

служивания равны единице. Тогда исходящий поток вспомогательной системы будет регенерирующим, но не сильно, и приходится требовать, чтобы входящий поток был сильно регенерирующим.

Разработанный подход, безусловно, является новым и очень важным для проведения дальнейших исследований в этой области науки.

Содержание второй части работы (глава 4) было изложено в первой части отзыва. Соответствующие результаты также являются новыми и важными для проведения дальнейших исследований.

### Общие замечания

Стоит отметить, что, в основном, работа написана очень чётко. Уровень строгости доказательств очень хороший. Тем не менее, имеется ряд замечаний.

- 1) Лемма 1 на стр. 22 формулируется для строго регенерирующего входящего потока X(t) и некоторой последовательности сумм  $s_n = \sum_{k=1}^n \gamma_k$ , где  $\{\gamma_k\}_{k=1}^n$  последовательность независимых одинаково распределенных неотрицательных случайных величин. На самом деле в таком виде она используется только в третьей главе. В главах 1 и 2 в роли процесса X(t) выступает исходящий поток для вспомогательной системы, а в роли  $s_n$  выступает последовательность точек регенерации процесса  $s_n$
- 2) В первых трёх главах для исследования системы вводится вспомогательная система. Во второй и третьей главах эта система вводится точно также, как описано выше в отзыве. Вместо того, чтобы в первой главе ввести вспомогательную систему таким же образом, там, почему-то, даётся другое определение, понять которое очень трудно.

- 3) На стр. 19 при формулировке Примера 1 говорится: «Рассмотрим расширения марковского процесса поступлений и марковского модулированного процесса и докажем, что эти процессы являются сильно регенерирующими». На самом деле, нужно было бы сказать: «В этом примере мы рассмотрим поток, частными случаями которого являются марковский процесс поступлений и марковский модулированный процесс и докажем, что этот процесс являются сильно регенерирующим».
- 4) На стр. 25 написано: «... марковский момент относительно фильтрации  $\{\sigma(\gamma_n,\gamma_{n+1},...)\}_{n=1}^{\infty}$ ». Но ведь указанная последовательность убывает. Надо писать  $\{\sigma(\gamma_1,...,\gamma_n)\}_{n=1}^{\infty}$ . Аналогичная ошибка в конце этой страницы.
- 5) Число опечаток невелико, но они имеются (например, на стр. 87 вместо  $R_{+}^{\infty}$  должно быть  $R_{+}^{m}$  .

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования.

#### Заключение

Диссертация безусловно отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.05 — «теория вероятностей и математическая статистика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Гришунина Светлана Алексеевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — «теория вероятностей и математическая статистика».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник ФГБУ ЦЭМИ РАН

Пресман Эрнст Львович

« » апреля 2021г.

Контактные данные:

тел.: 7(903)1280194, e-mail: <u>presman@cemi.rssi.ru</u>

Специальность, по которой официальным оппонентом

защищена диссертация:

01.01.05 – «теория вероятностей и математическая статистика».

Адрес места работы:

117418 Москва, Нахимовский проспект, 47 ФГБУ ЦЭМИ РАН, лаборатория Стохастической оптимизации и теории риска

Тел.: (499)724-24-56; e-mail: <u>presman@cemi.rssi.ru</u>

Подпись сотрудника ЦЭМИ РАН

Пресмана Э. Л. удостоверяю:

« » апреля 2021г

6