

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертационной работе А. А. Лободы «Функциональные интегралы, порождаемые стохастическими уравнениями типа Шрёдингера», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01. 01. 01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Работа посвящена получению и исследованию решений стохастических дифференциальных уравнений с частными производными с помощью функциональных интегралов. Стохастические уравнения типа Шрёдингера и уравнения Белавкина описывают марковскую аппроксимацию динамики открытых квантовых систем. Открытые квантовые системы привлекают значительное внимание специалистов, так как они используются в многочисленных областях квантовых технологий. Возникающие здесь проблемы являются очень интересными с математической точки зрения и в то же время важными для приложений. Таким образом, тема диссертации является вполне актуальной.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Общий объём диссертации составляет более 90 страниц. Введение содержит постановку задач и подробный обзор содержания диссертации.

В первой главе диссертации – её название «Формула Фейнмана-Каца для стохастического уравнения типа теплопроводности» - получены представления решений евклидовых аналогов уравнений типа Шрёдингера и уравнения Белавкина. Основным техническим аппаратом здесь являются формулы Ито и ряд специальных конструкций, в частности, теорема Ферника. По-видимому, сочетание этих двух технических приёмов ранее в литературе не использовалось. В этой же главе автор рассматривает случайные самосопряжённые операторы, что также является серьёзным новшеством. Фактически в этой главе рассмотрены два метода получения представлений решений евклидовых аналогов уравнений Шрёдингера и уравнения Белавкина. Кроме того, в этой главе приведён достаточно подробный вывод уравнения Белавкина. Хотя формально этот результат нельзя считать новым, он представляет интерес. Следует подчеркнуть, что вывод уравнения Белавкина, принадлежащий самому Белавкину, основан на совершенно других идеях, связанных с так называемым квантовым стохастическим исчислением. Отметим, что уравнение Белавкина отличается от стохастического уравнения типа Шрёдингера наличием мнимой единицы перед потенциалом.

Во второй главе диссертации – её название «Представление решения одномерного стохастического уравнения типа Шрёдингера» - получены представления решений задачи Коши для стохастических уравнений типа Шрёдингера, а также для уравнения Белавкина. При этом основным техническим приёмом является использование различных методов аналитического продолжения, применённых к результатам первой главы, относящимся к евклидовым аналогам этих уравнений. В частности, в этой главе решена задача Белавкина о представлении решения задачи Коши для уравнения Белавкина с помощью функциональных интегралов.

Третья глава – её название «Уравнения со знакопеременным гамильтонианом» - начинается с раздела, в котором вводятся определения дифференциальных операторов первого и второго порядков в пространствах функций многомерного {в том числе бесконечномерного} аргумента и описывается связь этих операторов с преобразованием Фурье. Операторы, о которых идет речь, переводят числовые функции снова в числовые функции, тогда как операторы обычного дифференцирования переводят числовые функции в векторные, что неудобно для приложений. В этом же разделе вводится определение меры гамильтоновой Фейнмана и описываются ее применения для определения бесконечномерного преобразования Фурье, переводящего функции в меры, и для представления решений уравнений типа Шрёдингера. Этот первый раздел третьей главы содержит много интересной информации и в будущем вполне мог

бы быть включен в качестве части в книгу по бесконечномерному анализу. В последующих разделах третьей главы полученные в предыдущих главах результаты распространяются на уравнения со знакопеременным гамильтонианом. Такие гамильтонианы могут быть использованы при построении космологических моделей, содержащих тахионы. При подходящей замене переменных эти уравнения превращаются в уравнения с неотрицательным гамильтонианом, что позволяет использовать для исследования уравнений со знакопеременными гамильтонианами полученные ранее в диссертации результаты. Математический интерес представляет использованный здесь приём, состоящий в делении части пространственных переменных наподходящим образом выбранный корень из мнимой единицы и умножении другой части переменных на такой корень. Отметим, что этот приём аналогичен предложенному в монографии О. Г. Смолянова и Е. Т. Шавгулидзе «Континуальные интегралы» (2015) (первое издание вышло в 1990 году) методу получения гамильтоновой меры Фейнмана с помощью аналитического продолжения обычной меры (при этом часть переменных умножается, а другая часть делится на мнимую единицу).

Всё сказанное показывает, что результаты работы А. А. Лободы представляют значительный научный интерес. Эти результаты могут оказаться полезными для специалистов, работающих в научных центрах России, Италии, Германии, Великобритании и других стран. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы, автореферат правильно отражает ее содержание. Диссертационная работа А. А. Лободы удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01. 01. 01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, а её автор Артём Александрович Лобода заслуживает присуждения ему этой степени.

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры теории функций и функционального анализа
механико-математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова,
(119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, МГУ,
механико-математический факультет,
тел. +74959391244, факс +74959392090
email: mmmf@mech.math.msu.ru, сайт <http://www.math.msu.ru/>)
доктор физико-математических наук,
(тел. +74959393680, email: smolyanov@yandex.ru)

О. Г. Смолянов

Подпись профессора О.Г. Смолянова удостоверяю
Декан механико-математического факультета
МГУ им. М.В.Ломоносова,
член.-корр. РАН, профессор

А. И. Шафаревич