

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ОТЗЫВ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

студента 3 курса Граумана Владислава Александровича

Руководитель: д.ф.-м.н., профессор Панов Тарас Евгеньевич

Тема: **Гомологии петель момент-угол-комплексов, соответствующих флаговым комплексам**

Курсовая работа Владислава Граумана посвящена задаче описания соотношений алгебрах Понтрягина (гомологиях петель) момент-угол-комплексов $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$. Момент-угол-комплекс $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}} = (D^2, S^1)^{\mathcal{K}}$ представляет собой клеточный комплекс с действием тора, сопоставляемый симплицциальному комплексу K , и изучается в торической топологии и теории гомотопий как важнейший пример полиэдрального произведения $(X, A)^{\mathcal{K}}$.

С алгебраической точки зрения алгебра Понтрягина $H_*(\Omega \mathcal{Z}_{\mathcal{K}}; \mathbb{Q})$ представляет интерес, так как в случае флагового комплекса $\mathcal{K}$ алгебра $H_*(\Omega \mathcal{Z}_{\mathcal{K}}; \mathbb{Q})$ является коммутаторной подалгеброй ассоциативной граф-алгебры — фактор алгебры свободной ассоциативной алгебры с m образующими, соответствующими вершинам $\mathcal{K}$ по коммутационным соотношениям, соответствующих рёбрам в $\mathcal{K}$. С топологической точки зрения представляют интерес алгебры Понтрягина $H_*(\Omega \mathcal{Z}_{\mathcal{K}}; \mathbb{Q})$ момент-угол-комплексов $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$, не являющихся формальными пространствами в смысле рациональной теории гомотопий. Известно, что алгебра Понтрягина $H_*(\Omega X; \mathbb{Q})$ и рациональная гомотопическая алгебра Ли $\pi_*(\Omega X) \otimes \mathbb{Q}$ формального пространства X являются квадратичными, т. е. факторалгебрами свободных алгебр по квадратичным соотношениям. Наличие кубических соотношений и соотношений более высокого порядка в алгебре $H_*(\Omega X; \mathbb{Q})$ свидетельствует о неформальности пространства X . Также препятствием к формальности является наличие нетривиальных высших произведений Масси в когомологиях $H^*(X; \mathbb{Q})$.

В работах Баскакова, Денама–Сучю и Грбич–Линтон были построены семейства неформальных момент-угол-комплексов $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$ с нетривиальными тройными произведениями Масси трёхмерных классов когомологий, а также получен полный список из 8 «препятствующих» графов, наличие которых в качестве подграфов в одномерном остове $\mathcal{K}^1$ влечёт наличие нетривиальных тройных произведений Масси классов из $H^3(\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}; \mathbb{Q})$.

В курсовой работе В. Граумана описаны соотношения в алгебре Понтрягина $H_*(\Omega \mathcal{Z}_{\mathcal{K}}; \mathbb{Q})$ момент-угол-комплекса K , получаемого флагизацией каждого из 8 «препятствующих» графов. В каждом случае подтверждено наличие кубических соотношений. Для описания соотношений, наряду с теоретико-гомотопическими и алгебраическими методами, был использован пакет программ SuperLie для Wolfram Mathematica.

Результаты курсовой работы В. Граумана представляют несомненный интерес в теории гомотопий полиэдральных произведений.

Курсовая работа В. А. Граумана защищена на оценку «**отлично**».

Д.ф.-м.н., профессор

27 мая 2021 г.

Т. Е. Панов