

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации

Корчемкиной Татьяны Александровны «Асимптотические и качественные свойства решений дифференциальных уравнений с нелинейностями общего вида» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертация Корчемкиной Т.А. посвящена глубокому исследованию обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, нелинейных относительно неизвестной функции и её первой производной. В центре внимания находятся качественные свойства решений рассматриваемых уравнений в зависимости от значений показателей нелинейности, а также асимптотическое поведение всех возможных типов решений. В работе использованы как методы, разработанные ранее профессором И.В. Астаховой, так и их модификации, а также новые методы, разработанные автором диссертации для рассматриваемой задачи.

Целью работы является получение полной качественной и асимптотической классификации решений уравнений второго порядка со степенными нелинейностями и потенциалом, зависящим от всех фазовых переменных. Упомянутые вопросы довольно давно привлекают внимание исследователей. Истоки этой тематики восходят к классическим работам, посвященным исследованиям уравнения Эмдена-Фаулера. Из более современных работ отметим, в частности, работы В.А. Кондратьева, В.М. Евтухова, М.А. Белозеровой, А.М. Клопота, в которых исследовались уравнения

второго и третьего порядков с нелинейностями общего вида; уравнения со степенными нелинейностями были исследованы в случае потенциала, зависящего только от независимой переменной. Для рассматриваемых уравнений были найдены условия существования некоторых отдельных типов решений и для них получены результаты об асимптотическом поведении. Качественные свойства решений уравнений со степенной нелинейностью относительно неизвестной функции, а также вопрос о полной асимптотической классификации решений ставились и изучались И.В. Астаховой, И.Т. Кигурадзе и Т.А. Чантурией для уравнений второго, третьего и более высоких порядков.

Задача получения полной классификации решений в случае потенциала, зависящего от всех фазовых переменных, для уравнения, нелинейного относительно решения и его первой производной, поставлена впервые. Отметим, что значение результатов для общего случая потенциала определяются еще и тем обстоятельством, что они позволяют существенно расширить класс моделей реальных процессов, к которым применимы полученные в диссертации результаты. Таким образом, *актуальность* проведенного автором исследования не вызывает сомнений.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка цитируемой литературы, содержащего 136 наименований. Материал работы изложен на 107 страницах.

Остановимся кратко на содержании основных разделов работы.

Во введении автором дан обзор исследований качественных свойств и асимптотического поведения решений нелинейных дифференциальных уравнений второго, третьего и высоких порядков, а также обоснована актуальность задачи, определены цели исследований и перечислены положения, выносимые на защиту. Дано представление о полноте опубликования основных

результатов. Имея в виду, что часть работ опубликована в соавторстве, отметим, что все защищаемые положения получены автором лично, а авторский вклад в совместных публикациях описан точно, детально и не вызывает вопросов.

В первой главе диссертации исследовано качественное поведение и свойства решений уравнения второго порядка со степенными нелинейностями и знакопостоянным потенциалом - коэффициентом при произведении положительных степеней решения и его производной - в зависимости от значений этих степеней. В первом параграфе (с. 25-30) изучены общие свойства решений рассматриваемого уравнения, а также показано, что все максимально продолженные единственным образом решения рассматриваемого уравнения монотонны. Также приведены результаты о возможных типах решений в зависимости от знака потенциала. Во втором параграфе (с. 31-38) полностью изучен вопрос о существовании решений каждого из упомянутых типов. Третий параграф (с. 39-42) посвящён исследованию качественных свойств возрастающих максимально продолженных единственным образом решений. Здесь получены оценка расстояния до конечных границ области определения и оценка предела ограниченных возрастающих решений. В четвёртом параграфе (с. 43-49) изучены качественные свойства убывающих максимально продолженных единственным образом решений, показано, в каких случаях они являются ограниченными, и для этих случаев получены оценки верхних и нижних граней решений. В пятом параграфе (с. 50-52) доказана непрерывная зависимость конечных границ областей определения и горизонтальных асимптот решений от начальных данных.

Во второй главе исследуется асимптотическое поведение решений всех описанных в первой главе типов вблизи границ их областей определения. В первом параграфе (с. 53-74) получены результаты о поведении решений, неограниченных вблизи границ области определения, как в случае постоянного

потенциала, так и в случае потенциала общего вида. Во втором параграфе (с. 75-78) исследовано асимптотическое поведение максимально продолженных единственным образом решений, стремящихся к нулю вблизи границы области определения. В третьем параграфе (с. 79-83) изучено асимптотическое поведение решений, имеющих ненулевой предел вблизи границы области определения. Таким образом, для каждого из возможных типов решений уравнения второго порядка со степенными нелинейностями получены результаты об асимптотическом поведении решения и его первой производной.

В третьей главе диссертации проводится сравнительный анализ полученных в диссертации результатов о поведении решений уравнений второго порядка с нелинейностями общего вида и полученных ранее результаты о качественном и асимптотическом поведении решений уравнений типа Эмдена-Фаулера второго порядка. Автор обращает внимание на свойства, характерные для решений обоих типов уравнений, а также указывает на взаимосвязь поведения отдельных типов решений двух сравниваемых типов уравнений.

В заключении подводятся итоги исследования и кратко описываются перспективы дальнейших исследований.

Отметим следующие результаты, обладающие *научной новизной*:

1. Установлены свойства монотонности решений для случая потенциала общего вида.
2. Получены условия существования знакопостоянных решений.
3. Найден критерий существования у рассматриваемых решений вертикальной асимптоты; для решений, имеющих конечный предел при стремлении к границе области их определения, получены двусторонние оценки предельного значения.

4. Описаны все возможные типы решений в зависимости от показателя степени производной решения. Установлен степенной характер асимптотического поведения решений и их первых производных.

Диссертация выполнена на высоком научном уровне. Результаты носят теоретический характер и могут быть использованы в исследованиях качественного и асимптотического поведения решений нелинейных дифференциальных уравнений, а также как основа специальных курсов для студентов и аспирантов, специализирующихся на исследовании нелинейных дифференциальных уравнений.

Полученные в диссертации результаты являются *новыми*, носят теоретический характер и вносят существенный вклад в качественную теорию обыкновенных дифференциальных уравнений.

Все полученные в диссертации результаты сформулированы в виде теорем, доказательства которых проведены на современном уровне строгости и не вызывают сомнений. По теме диссертации опубликовано 42 работы, из них 12 статей в журналах из списка изданий, рекомендованных ВАК. Результаты, приведённые в диссертации, докладывались на конференциях и научных семинарах всероссийского и международного уровня.

Замечания.

1. Термин «нелинейности общего вида» относится только к виду коэффициента, называемого потенциалом, а не к правой части уравнения в целом. Следовало бы в тексте более точно использовать этот термин.
2. В теореме 1.14 (с. 43) неравенства для предельных значений решения лучше включить в формулировку, а не отсылать читателя к формуле, приведенной во введении.

3. Вряд ли стоило включать используемые ранее известные теоремы (теоремы 1.1-1.4, принадлежащие И.В. Астаховой) в общую систему нумерации, принятую в диссертации.
4. Нумерация теорем п. 2.2 совпадает с нумерацией теорем п. 2.1, что затрудняет понимание некоторых ссылок в последующей части текста.
5. В тексте диссертации имеются опечатки и незначительные погрешности стиля. Ограничимся списком соответствующих страниц: 34, 37, 59, 66, 68, 76, 102.

Заключение. Сделанные замечания носят технический характер и не оказывают влияния на положительную оценку работы в целом. Диссертация Т.А. Корчемкиной представляет собой законченную самостоятельно выполненную научно-квалификационную работу. Материал диссертации изложен подробно, в логической последовательности и не содержит заимствований без соответствующих ссылок. Актуальность темы сомнений не вызывает. Автореферат диссертации соответствует своему назначению и правильно отражает ее содержание. Все выносимые на защиту результаты опубликованы с достаточной полнотой в профильных научных журналах и доступны специалистам. Личный вклад автора в совместных публикациях описан с исчерпывающей полнотой и не вызывает вопросов.

Диссертация Т.А. Корчемкиной отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова по отношению к кандидатским диссертациям. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, ее оформление соответствует

приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

На основании вышеизложенного считаю, что Корчемкина Татьяна Александровна, несомненно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,

профессор кафедры информационных систем и математических методов в экономике ФГАОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет»

Максимов Владимир Петрович

✓ «07» 12 2021г.

Контактные данные:

тел.: +7(342) 239-68-48, e-mail: maksimov@econ.psu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация:
01.01.02 - Дифференциальные и интегральные уравнения

Адрес места работы:

614068, г. Пермь, ул. Букирева, д. 15,

ФГАОУ ВО «Пермский государственный
национальный исследовательский университет»

Тел: +7(342) 239-64-35, e-mail: info@psu.ru

Подпись сотрудника ФГАОУ ВО «Пермский государственный национальный исследовательский университет» В.П. Максимова удостоверяю:

«07» 12 2021 г.

Ученый секретарь
Е.А. [подпись]

