

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА

На правах рукописи

Липатов Артем Владимирович

ЖЕСТКИЕ ПРОЦЕССЫ КХД ЗА РАМКАМИ КОЛЛИНЕАРНОГО
ПРИБЛИЖЕНИЯ

Специальность 1.3.15 – «Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий» (01.04.23 – «Физика высоких энергий»)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва — 2022

Работа выполнена в Отделе теоретической физики высоких энергий
Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Мо-
сковского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Официальные оппоненты

Снигирев Александр Михайлович,
доктор физико-математических наук,
МГУ имени М.В. Ломоносова,
НИИЯФ имени Д.В. Скобельцына,
отдел экспериментальной физики
высоких энергий,
ведущий научный сотрудник

Слабоспицкий Сергей Ростиславович,
доктор физико-математических наук,
НИЦ «Курчатовский институт»
Институт физики высоких энергий
имени А.А. Логунова,
ведущий научный сотрудник

Ким Виктор Тимофеевич,
доктор физико-математических наук,
НИЦ «Курчатовский институт»
Петербургский институт ядерной
физики имени Б.П. Константинова,
заместитель руководителя
отделения физики высоких энергий

Защита диссертации состоится «25» марта 2022 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета МГУ.013.2 (МГУ.01.11) Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, Россия, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 5 (19-й корпус Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына МГУ имени М.В. Ломоносова), аудитория 2-15.

Диссертация находится на хранении в отделе диссертаций научной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова (Ломоносовский просп., д. 27). Со сведениями о регистрации участия в защите в удаленном интерактивном режиме и с диссертацией в электронном виде можно ознакомиться, перейдя на страницу диссертационного совета по ссылкам:

<https://istina.msu.ru/dissertations/416401752/>
<https://www.msu.ru/science/dis-sov-msu.html>

Автореферат разослан " _____ " 2022 г.
Телефон совета для справок: +7 916 8717750
E-mail: galan_lidiya@mail.ru

Учёный секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук



Л.И. Галанина

Общая характеристика работы

Диссертация посвящена развитию нового направления современной физики высоких энергий — исследованию различных жестких процессов квантовой хромодинамики (КХД) за рамками стандартного (коллинеарного) приближения с учетом ненулевого поперечного импульса начальных взаимодействующих глюонов и кварков. Изучаются процессы одиночного и парного рождения тяжелых (s , b или t) кварков, связанных состояний s и b кварков — S - и P -волновых чармониев, боттомониев и B_c мезонов, исследуются их поляризационные свойства. Рассматриваются процессы инклюзивного и ассоциативного (в сопровождении одной или нескольких адронных струй) рождения прямых фотонов, калибровочных бозонов и бозонов Хиггса (наблюдаемого в различных модах распада) при высоких энергиях. Предложены новые функции распределения глюонов и кварков в протоне, зависящие от их поперечного импульса — неинтегрированные, или Transverse Momentum Dependent (TMD) партонные распределения. Разработан Монте-Карло генератор событий PEGASUS, позволяющий в автоматическом режиме производить вычисления сечений широкого ряда процессов КХД с учетом TMD динамики распределений глюонов в протоне.

Актуальность темы и степень ее разработанности

Одну из ключевых ролей во всех аспектах физической программы Большого Адронного Коллайдера (Large Hadron Collider, или ЛHC) играет калибровочная теория сильного взаимодействия — квантовая хромодинамика (КХД), поскольку одним из основных объектов исследований на ЛHC являются жесткие процессы, происходящие в столкновениях протонов высоких энергий. В таких процессах присутствуют два или более характерных энергетических масштаба взаимодействия — ”мягкий” адронный масштаб, определяемый величиной порядка Λ_{QCD} , и ”жесткий” масштаб, который задается переданным во время взаимодействия импульсом. Типичными примерами являются процессы рождения тяжелых (s или b) кварков, их связанных состояний (кваркониев), инклюзивного или ассоциативного рождения калибровочных бозонов, хиггсовских частиц, струй адронов с большим поперечным импульсом и других. Наличие ”жесткого” масштаба μ^2 позволяет отделить динамику взаимодействия на малых расстояниях от эффектов физики больших расстояний, поскольку в области $\Lambda_{\text{QCD}} \ll \mu$ бегущая константа связи КХД $\alpha_s(\mu^2)$ становится достаточно малой (явление асимптотической свободы в КХД). Последнее дает возможность применять хорошо известные методы теории возмущений для описания жесткого подпроцесса партонного рассеяния. Непертурбативная часть процесса, связанная с динамикой взаимодействия на больших расстояниях, присутствует в виде партонных (кварковых и/или глюонных) функций распределения в протоне и предполагается универсальной — она может быть определена в одном процессе и в дальнейшем ис-

пользоваться для анализа других.

Для отделения (факторизации) пертурбативной части процесса от непертурбативной применяются так называемые теоремы о факторизации (см., например, [1]), согласно которым сечения рассматриваемого процесса могут быть представлены в виде свертки сечения соответствующего жесткого подпроцесса партонного рассеяния, вычисленного в рамках теории возмущений КХД, и функций распределения партонов в сталкивающихся протонах. Наиболее часто в расчетах используется так называемая коллинеарная схема факторизации. Так, сечение процесса инклюзивного рождения частицы H в столкновениях двух протонов может быть представлено в виде

$$\sigma(pp \rightarrow H + X) = \sum_{a,b} f_a(x_1, \mu_F^2) f_b(x_2, \mu_F^2) \otimes \hat{\sigma}_{ab}(x_1, x_2, \mu_R^2, \mu_F^2), \quad (1)$$

где μ_R^2 и μ_F^2 — ренормализационный и факторизационный масштабы процесса; при этом учитываются вклады от всех возможных взаимодействий партонов типа a и b ($a, b = q, \bar{q}$ или g). Как функции распределения партонов $f_a(x_1, \mu_F^2)$ и $f_b(x_2, \mu_F^2)$, так и сечения партонных подпроцессов $\hat{\sigma}_{ab}(x_1, x_2, \mu_R^2, \mu_F^2)$ зависят от долей x_1 и x_2 продольных импульсов начальных протонов, а поперечными импульсами взаимодействующих частиц пренебрегают. Зависимость партонных распределений от энергетического масштаба может быть рассчитана согласно теории возмущений и выражена в форме уравнений эволюции Докшицера-Грибова-Липатова-Альтарелли-Паризи (DGLAP) [2–5].

Впечатляющие результаты, полученные в рамках коллинеарной факторизации КХД с учетом вкладов высших порядков теории возмущений — а именно, следующего за ведущим (NLO) и даже, в некоторых случаях, двух последующих (NNLO и N³LO) — хорошо известны. Тем не менее, достаточно часто возникают существенные трудности (главным образом, технического характера) при вычислении сечений ряда процессов, когда становится необходимо принимать во внимание вклады еще более высоких порядков теории возмущений КХД. Действительно, по мере увеличения порядка количество фейнмановских диаграмм, которые должны быть учтены в расчетах, возрастает многократно, что, в свою очередь, приводит к весьма и весьма трудоемким расчетам. Один из методов учета поправок высших порядков сводится к следующему. Было замечено, что вклады различных диаграмм в сечение неодинаковы: некоторые из них оказываются усилены большими логарифмическими коэффициентами определенного вида, которые определяют поведение сечений в той или иной кинематической области. Например, в области небольших поперечных импульсов p_T главную роль играют судаковские вклады, пропорциональные $\alpha_s^n \ln^n m/p_T$ (где m — масса конечного состояния); в области высоких энергий $\sqrt{s}$ основной вклад в сечение дают члены, пропорциональные $\alpha_s^n \ln^n s/\Lambda_{\text{QCD}}^2 \sim \alpha_s^n \ln^n 1/x$. Вклады диаграмм, усиленных большими логарифмическими коэффициентами, могут быть просумми-

рованы во всех порядках теории возмущений с помощью соответствующих уравнений эволюции. Так, учет судаковских логарифмов может быть произведен в рамках подхода CSS (Collins-Soper-Sterman) [6, 7] (см. также [1]), а учет вкладов, пропорциональных $\alpha_s^n \ln^n 1/x$ — с помощью уравнений Балицкого-Фадина-Кураева-Липатова (BFKL) [8–10] или Катани-Чиафалони-Фиорани-Марчезини (CCFM) [11–14]. В обоих случаях факторизация сечений партонных подпроцессов рассеяния и функций распределения партонов обобщается за коллинеарное приближение:

$$\sigma(pp \rightarrow H + X) = \sum_{a,b} f_a(x_1, \mathbf{k}_{1T}^2, \mu_F^2) f_b(x_2, \mathbf{k}_{2T}^2, \mu_F^2) \otimes \hat{\sigma}_{ab}^*(x_1, x_2, \mathbf{k}_{1T}^2, \mathbf{k}_{2T}^2, \mu_R^2, \mu_F^2), \quad (2)$$

где $f_a(x_1, \mathbf{k}_{1T}^2, \mu_F^2)$ и $f_b(x_2, \mathbf{k}_{2T}^2, \mu_F^2)$ — функции распределения кварков и/или глюонов в протоне, зависящие от их поперечных импульсов $\mathbf{k}_{1T}^2$ и $\mathbf{k}_{2T}^2$ — неинтегрированные, или TMD (Transverse Momentum Dependent) партонные распределения. Такую обобщенную факторизацию обычно называют TMD-факторизацией (главным образом, в случае подхода CSS) или k_T -факторизацией (факторизацией при высоких энергиях, high energy factorization) [15–18].

Теоретическое обоснование факторизации вида (2) было проведено для ряда процессов (таких, как процессы полуинклюзивного глубоконеупругого рассеяния, процессы рождения лептонных пар Дрелла-Яна в столкновениях адронов и процессы рождения адронов и струй в противоположных направлениях в e^+e^- -аннигиляции). Подход k_T -факторизации основан на работах [15–18], в которых рассматривались процессы рождения тяжелых (c и b) кварков в фотон-протонных, электрон-протонных и протон-протонных столкновениях. В настоящее время он достаточно широко применяется в феноменологических расчетах. Несомненное преимущество этого подхода связано с удобством учета значительной части поправок следующих порядков теории возмущений КХД в форме TMD функций распределения глюонов и/или кварков в протоне. Кроме того, в отличие от коллинеарного приближения, учет поперечного импульса начальных кварков и глюонов в рамках факторизации (2) позволяет точно воспроизвести кинематику жестких подпроцессов уже в ведущем приближении. Отметим также, что в расчетах становится необходимо принимать во внимание зависимость амплитуд партонных подпроцессов от виртуальностей взаимодействующих партонов. Такие вычисления могут быть выполнены в рамках формализма, основанного на калибровочно-инвариантной эффективной теории поля [19–21], что обеспечивает калибровочную инвариантность рассчитанных амплитуд во всех порядках теории возмущений. Калибровочно-инвариантное определение TMD функций распределения партонов было предложено и обсуждается в ряде работ [22–27].

К сожалению, в настоящее время подавляющее большинство расчетов сечений партонных подпроцессов рассеяния в рамках k_T -факторизационного подхода ограничены лидирующим порядком (LO) по константе связи КХД. Действительно, учет поперечного импульса взаимодействующих партонов как в жестком подпроцессе, так

и в уравнениях эволюции немедленно приводит к опасности двойного счета — один и тот же вклад может быть учтен дважды под разными именами. Такая проблема не возникает в рамках обычного коллинеарного приближения ввиду отсутствия поперечного импульса у t -канальных партонов во время эволюции партонного каскада (в соответствии с уравнениями DGLAP). Тем не менее, некоторые методы вычислений в следующем за ведущим порядке (NLO) теории возмущений с помощью факторизации вида (2) были предложены недавно и обсуждаются в литературе (см., например, [28–30]).

В последние годы TMD функции распределения партонов (и, в частности, глюонов) в протоне являются предметом активных исследований. От величины и формы этих распределений существенно зависят сечения многих процессов КХД, которые изучаются или будут изучаться как на современных коллайдерах (LHC), так и на коллайдерах следующего поколения (NICA, FCC, EicC, EicC). Как уже было отмечено выше, теория не позволяет получить однозначные предсказания для распределений партонов в непертурбативной области. Поэтому на основе доступных экспериментальных данных и (возможно) некоторых дополнительных модельных предположений должны быть получены начальные партонные плотности, а затем с помощью решения соответствующих уравнений эволюции TMD распределения могут быть рассчитаны для любой кинематической области, даже еще не доступной экспериментально. Аналогичная процедура широко применяется различными группами при вычислении обычных (коллинеарных) кварковых и глюонных плотностей. Тем более актуальным представляется изучение в рамках k_T -факторизационного подхода особого ряда жестких процессов КХД, сечения которых определяются главным образом подпроцессами глюон-глюонного слияния и которые, следовательно, являются наиболее чувствительными к функциям распределения глюонов в протоне. Использование экспериментальных данных для таких процессов с целью определения и/или уточнения параметров начальных TMD распределений важно дальнейшего развития k_T -факторизационного подхода — в частности, для уменьшения неопределенностей теоретических предсказаний.

Конечно, получение реалистичных оценок сечений различных процессов КХД с учетом вкладов высших порядков теории возмущений необходимо для планирования и постановки будущих экспериментов. Подобные оценки, а также понимание структуры высших поправок к ним важны для поиска эффектов новой физики за пределами Стандартной Модели. В этом свете значительный интерес представляет развитие методов вычислений в рамках k_T -факторизационного подхода КХД и их непосредственное применение в феноменологических расчетах сечений и иных наблюдаемых широкого ряда процессов. В свою очередь, сопоставление большого количества уже полученных экспериментальных данных с соответствующими теоретическими предсказаниями предоставит возможность дальнейшей проверки КХД (точнее, нашего ее понимания) — причем как ее пертурбативного аспекта, так и, в случае процессов

рождения связанных состояний, различных основанных на КХД непертурбативных моделей их образования.

Действительно, следует отметить, что достаточно часто результаты расчетов оказываются в неожиданном противоречии с экспериментальными данными. Так, например, уже в первых экспериментах на коллайдере Tevatron было обнаружено, что предсказанные сечения рождения J/ψ мезонов более чем на порядок ниже измеренных. Этот факт привел к интенсивным теоретическим исследованиям процессов инклюзивного рождения чармониев и боттомониев. Так, например, в рамках нерелятивистской КХД (NRQCD) [31–33] постулируется существование дополнительных (октетных) механизмов перехода пары тяжелых кварков в кварконий. Если в рамках обычной модели цветовых синглетов [34–37] эта пара кварков в результате глюон-глюонного слияния рождается в синглетном по цвету состоянии с квантовыми числами наблюдаемого кваркония (за счет испускания жесткого глюона), то в модели цветовых октетов в партонном подпроцессе рождается пара тяжелых кварков, которая изначально может находиться как в синглетном, так и в октетном по цвету состоянии. Затем с помощью испускания мягкого глюона октетная пара кварков переходит в синглетное по цвету состояние, которое соответствует конечному кварконию. Расчеты в рамках NLO приближения NRQCD позволяют достичь хорошего согласия с экспериментальными данными для распределений по поперечному импульсу кваркониев. Это согласие достигается путем подбора значений так называемых непертурбативных матричных элементов (Nonperturbative Matrix Element, NME, или Long Distance Matrix Element, LDME), которые играют роль свободных параметров и описывают вероятность перехода октетной пары тяжелых кварков в наблюдаемое связанное состояние. Однако одной из ключевых проблем данного подхода является проблема описания поляризационных свойств наблюдаемых частиц. Если, как ожидается, доминирующий вклад в сечение определяется фрагментацией глюонов в октетные пары тяжелых кварков (точнее, в состояние $^3S_1^{(8)}$ с квантовыми числами глюона), то конечные кварконии должны быть преимущественно поперечно-поляризованными в области средних и больших поперечных импульсов. Последнее не согласуется с экспериментальными данными ЛНС для J/ψ и ψ' мезонов, которые указывают на неполяризованные частицы. К их деполяризации может приводить наличие большого вклада от состояния $^1S_0^{(8)}$ (см., например, [38]); однако это предположение противоречит данным коллаборации LHCb для сечений процесса инклюзивного рождения η_c мезонов. Дело в том, что непертурбативные матричные элементы J/ψ и η_c мезонов связаны между собой соотношениями, следующими из принципа спиновой симметрии тяжелых кварков, и поэтому должны быть одновременно определены из экспериментальных данных. Такая процедура представляется невозможной в рамках NRQCD [39, 40]. Аналогичная ситуация складывается в секторе боттомониев, несмотря на лучшее согласие с данными ЛНС для поляризационных параметров $\Upsilon(nS)$ мезонов — действительно, для описания их распределений по по-

перечному импульсу требуется несколько меньшая доля октетных вкладов. Таким образом, проблема одновременного описания как распределений по поперечному импульсу, так и поляризационных наблюдаемых в процессах рождения тяжелых кваркониев при высоких энергиях все еще остается открытой, несмотря на многолетние исследования, ведущиеся в этой области. Возможное решение этой проблемы, связанное со специальным механизмом перехода промежуточного октетного состояния пары тяжелых кварков в наблюдаемое синглетное было предложено в работе [41].

Долгое время значительным лимитирующим фактором при использовании k_T -факторизационного подхода КХД для вычисления сечений процессов ассоциативного рождения частиц и струй адронов была практическая сложность правильного учета кинематики струй, образующихся в результате излучения кварков и глюонов в начальном состоянии. Недавно эта проблема получила решение благодаря новой версии Монте-Карло генератора событий CASCADE [42], с помощью которого вычисления на партонном уровне могут быть дополнены моделированием вкладов TMD партонных ливней. Это открывает новые возможности для изучения таких процессов, как процессы ассоциативного рождения прямых фотонов, бозонов Хиггса или лептонных пар Дрелла-Яна и адронных струй, что тем самым существенно расширяет область применимости k_T -факторизационного подхода КХД.

Предложенные в диссертации подходы и методы позволяют быстро интерпретировать и осмыслить поток непрерывно поступающих новых экспериментальных данных для широкого ряда жестких процессов, в том числе процессов одиночного и парного рождения тяжелых кварков, их связанных состояний, процессов инклюзивного и ассоциативного (в сопровождении одной или нескольких адронных струй) рождения прямых фотонов, тяжелых калибровочных бозонов и бозонов Хиггса (наблюдаемого в различных модах распада) при высоких энергиях.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования диссертационной работы являются жесткие процессы КХД при высоких энергиях. В качестве предмета исследования были рассмотрены разнообразные характеристики (полные и дифференциальные сечения, отношения сечений, поляризационные наблюдаемые) процессов одиночного и парного рождения тяжелых кварков, их связанных состояний, процессов инклюзивного и ассоциативного рождения прямых фотонов, тяжелых калибровочных бозонов и хиггсовских частиц при высоких энергиях.

Цели и задачи

Целью работы является улучшение понимания динамики адронных взаимодействий и развитие методов вычислений сечений жестких процессов КХД за рамками стандартного (коллинеарного) приближения с учетом ненулевого поперечного им-

пульса начальных взаимодействующих глюонов и кварков. Были решены следующие задачи:

1. Вывод нескольких новых TMD функций распределения глюонов и кварков в протоне (в лидирующем приближении). Применение различных подходов для получения этих распределений, в частности, метода, основанного на численном решении уравнения эволюции CCFM. Определение численных значений ряда феноменологических параметров соответствующих начальных TMD функций распределений с помощью подгонки ("фита") теоретических предсказаний к экспериментальным данным для некоторых процессов, полученным на коллайдерах HERA, Tevatron, LHC и RHIC.
2. Изучение вкладов тяжелых (c и b) кварков в структурные функции протона $F_2(x, Q^2)$ и $F_L(x, Q^2)$ в рамках k_T -факторизационного подхода КХД. Сравнение результатов расчетов с последними экспериментальными данными, полученными коллаборациями H1 и ZEUS на коллайдере HERA для этих наблюдаемых, а также для сечений $\sigma_{\text{red}}^c(x, Q^2)$ и $\sigma_{\text{red}}^b(x, Q^2)$ в широком диапазоне изменения значений x и Q^2 .
3. Вычисление сечений рождения струй b -кварков в протон-протонных столкновениях при энергиях коллайдера LHC. Изучение различных корреляций между импульсами двух лидирующих струй с целью поиска наблюдаемых, наиболее чувствительных к динамике TMD распределений глюонов в протоне. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными коллабораций CMS и ATLAS.
4. Вычисление сечений одиночного и парного рождения чармониев (ψ' и J/ψ мезонов), возникающих из распадов b -адронов на коллайдере LHC с помощью фрагментационного механизма. Моделирование эффектов, связанных с учетом партонных ливней в начальном и/или конечном состоянии. Выяснение роли механизма двойного партонного рассеяния. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными коллабораций CMS, ATLAS и LHCb, полученными в различных кинематических областях при энергиях $\sqrt{s} = 7, 8$ и 13 ТэВ.
5. Исследование процесса одиночного рождения t -кварков в протон-протонных столкновениях на коллайдере LHC. Вычисление амплитуды вне массовой поверхности соответствующего партонного подпроцесса с учетом виртуальностей как начального глюона, так и кварка. Изучение чувствительности рассчитанных полных и дифференциальных сечений к TMD распределениям партонов в протоне в области промежуточных и больших значений переменной x . Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными, полученными коллаборациями CMS и ATLAS при энергиях $\sqrt{s} = 8$ и 13 ТэВ.

6. Исследование процессов инклюзивного прямого рождения S - и P -волновых чармониев (η_c , J/ψ , ψ' и χ_c мезонов) в столкновениях протонов на коллайдере ЛHC. Использование специальной модели [41], основанной на классической теории мультипольного разложения излучения для описания перехода октетных пар очарованных кварков в наблюдаемый чармоний (при вычислении амплитуд вне массовой поверхности соответствующих подпроцессов). Определение значений непертурбативных матричных элементов всего семейства чармониев из экспериментальных данных различных энергий ($\sqrt{s} = 7, 8$ и 13 ТэВ) коллабораций CMS и ATLAS для распределений по поперечному импульсу. Изучение поляризационных свойств ψ' и J/ψ мезонов. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными ЛHC.
7. Исследование процессов инклюзивного рождения S - и P -волновых боттомониев — $\Upsilon(nS)$ и $\chi_b(mP)$ мезонов — в столкновениях протонов на коллайдере ЛHC. Использование специальной модели [41], основанной на классической теории мультипольного разложения излучения для описания перехода октетных пар b -кварков в наблюдаемый боттомоний. Определение значений непертурбативных матричных элементов боттомониев из экспериментальных данных, полученных коллаборациями CMS и ATLAS при энергиях $\sqrt{s} = 7, 8$ и 13 ТэВ. Изучение поляризационных свойств $\Upsilon(nS)$ мезонов. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными ЛHC.
8. Вычисление сечений процессов инклюзивного рождения псевдоскалярных и векторных B_c мезонов в протон-протонных и протон-антипротонных столкновениях высоких энергий в рамках k_T -факторизационного подхода КХД. Определение значения волновой функции B_c мезонов с помощью экспериментальных данных коллабораций CDF и LHCb.
9. Исследование процессов ассоциативного рождения прямых фотонов и струй адронов (в том числе струй тяжелых кварков) в протон-протонных столкновениях на коллайдере ЛHC в рамках k_T -факторизационного подхода КХД. Использование Монте-Карло генератора CASCADE для точного определения кинематики адронных струй. Изучение зависимости рассчитанных сечений от выбора TMD глюонных плотностей в протоне. Сравнение полученных результатов как с предсказаниями, полученными в рамках стандартной (коллинеарной) факторизации КХД (в NLO приближении), так и с экспериментальными данными коллабораций CMS и ATLAS.
10. Вычисление сечений процессов ассоциативного рождения Z бозонов и одной или двух струй тяжелых (c или b) кварков в рамках k_T -факторизационного подхода КХД. Изучение различных корреляций между импульсами конечных частиц в таких процессах. Оценка вклада механизма двойного партонного рассеяния. Выяснение связи между динамикой TMD распределений глюонов, описы-

ваемых уравнением эволюции CCFM, и динамикой партонных распределений в протоне, полученных в рамках подхода PB (Parton Branching Approach) [43, 44] с учетом необходимой в последнем случае процедуры вычитания двойного счета между вкладами реальных излучений в подпроцессах $2 \rightarrow 3$ и вкладами подпроцессов $2 \rightarrow 2$. Сравнение результатов расчетов с предсказаниями, полученными с помощью коллинеарной факторизации КХД (в LO и NLO приближениях), а также с экспериментальными данными коллабораций CMS и ATLAS.

11. Вычисление сечений процессов инклюзивного и ассоциативного (в сопровождении струй адронов) рождения бозонов Хиггса на коллайдере LHC с его последующим распадом по различным модам: $H \rightarrow \gamma\gamma$, $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$ и $H \rightarrow W^+W^- \rightarrow e^\pm \mu^\mp \nu \bar{\nu}$. Численное моделирование кинематики адронных струй с помощью Монте-Карло генератора CASCADE. Изучение различных корреляций между импульсами конечных частиц с целью поиска наблюдаемых, наиболее чувствительных к динамике TMD распределений глюонов в протоне. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными, полученными коллаборациями CMS и ATLAS при энергиях $\sqrt{s} = 8$ и 13 ТэВ.
12. Разработка нового общедоступного Монте-Карло генератора событий, позволяющего производить расчеты сечений рассмотренных выше (и некоторых других) процессов, происходящих при столкновениях протонов (или протона и антипротона) с учетом TMD динамики распределений глюонов и кварков. В состав генератора должна входить библиотека, включающая в себя значительное число амплитуд вне массовой поверхности различных подпроцессов взаимодействия кварков и глюонов, в том числе таких, которые отсутствуют в других генераторах — CASCADE [42] и KATIE [45], а также набор TMD функций распределения партонов в протоне, которые наиболее часто применяются в феноменологических исследованиях в настоящее время. Разработка удобного и интуитивно понятного графического интерфейса, который позволит проводить моделирование событий пользователю, даже не обладающему специальными навыками программирования и/или опытом работы с другими генераторами. Результаты вычислений по желанию пользователя должны быть записаны в выходной файл в общепринятом формате Les Houches Event (*.lhe) для их дальнейшего анализа и обработки.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Использование в расчетах двух предложенных TMD функций распределения глюонов в протоне приводит к лучшему согласию предсказаний (по сравнению с глюонными распределениями, полученными недавно другими группами) с экспериментальными данными для сечений ряда жестких процессов, изучаемых на коллайдерах HERA и LHC.

2. Подход k_T -факторизации в КХД позволяет достичь одновременного описания экспериментальных данных ЛНС для сечений процессов рождения одной или двух b -струй и процессов одиночного и парного рождения ψ' и J/ψ мезонов, возникающих из распадов b -адронов. Распределения по разности азимутальных углов между импульсами конечных частиц, разности их быстрот, расстоянию между этими частицами в плоскости азимутальных углов и быстрот, а также распределения по инвариантной массе и поперечному импульсу конечного состояния наиболее чувствительны к выбору TMD глюонной плотности в протоне. Вклад механизма двойного партонного рассеяния в сечения рассматриваемых процессов весьма мал и составляет около 2%.
3. Использование специальной модели, основанной на теории мультипольного разложения излучения для описания перехода промежуточных октетных состояний пары очарованных кварков в наблюдаемое синглетное позволяет достичь самосогласованного описания полного набора экспериментальных данных (как для распределений по поперечному импульсу, так и для поляризационных наблюдаемых, а также различных отношений сечений) процессов инклюзивного рождения S - и P -волновых чармониев и боттомониев (J/ψ , ψ' , η_c , χ_c , $\Upsilon(nS)$ и $\chi_b(mP)$ мезонов) полученных на коллайдерах Tevatron и ЛНС.
4. Предсказания k_T -факторизационного подхода КХД (с учетом вычисленных в рамках коллинеарного приближения вкладов подпроцессов, включающих кварки в начальном состоянии) находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными ЛНС для широкого ряда процессов высоких энергий: процессов рождения фотонов или калибровочных бозонов в сопровождении адронных струй или тяжелых (c или b) кварков, процессов одиночного рождения t -кварков, процессов инклюзивного и ассоциативного (в сопровождении струй адронов) рождения бозонов Хиггса, наблюдаемых в различных модах распада. Наиболее чувствительны к выбору TMD глюонной плотности в протоне наблюдаемые, связанные с кинематикой адронных струй (такие, как, например, распределения по разности быстрот конечной частицы и лидирующей струи, инвариантной массе этой системы, разности быстрот двух лидирующих струй).
5. Новый общедоступный Монте-Карло генератор событий PEGASUS позволяет в автоматическом режиме вычислять сечения различных жестких процессов КХД с учетом TMD динамики глюонных распределений в протоне. Отличительными особенностями генератора являются обширная библиотека амплитуд вне массовой поверхности партонных подпроцессов (многие из которых отсутствуют в других генераторах) и исключительная простота использования.

Научная новизна

Научная новизна состоит в применении k_T -факторизационного подхода КХД к

теоретическому описанию новых экспериментальных данных для широкого ряда жестких процессов КХД при энергиях современных коллайдеров. Некоторые из этих процессов (например, процессы ассоциативного рождения калибровочных бозонов и струй тяжелых кварков) только недавно стали доступны для экспериментального анализа. Выделен спектр наблюдаемых, которые могут быть использованы для проверки эволюционной динамики партонных распределений в протоне. Впервые установлено взаимное соответствие между результатами вычислений с использованием различных уравнений КХД эволюции (CCFM и PB) для глюонных и кварковых распределений в протоне.

Предложены две новые TMD функции распределения глюонов, которые обеспечивают лучшее согласие результатов расчетов с экспериментальными данными для ряда процессов (по сравнению с глюонными плотностями, полученными другими группами).

Впервые было достигнуто одновременное и самосогласованное описание данных LHC для распределений по поперечному импульсу семейства чармониев — в частности, J/ψ и η_c мезонов. Предложен метод определения значений непертурбативных матричных элементов S - и P -волновых боттомониев с использованием только экспериментальных данных для распределений $\Upsilon(nS)$ мезонов по поперечному импульсу и различных отношений сечений рождения $\Upsilon(nS)$ и $\chi_b(mP)$ частиц. Впервые модель формирования связанных состояний тяжелых кварков, основанная на классической теории разложения излучения по мультиполям, была успешно применена для описания экспериментальных данных для поляризационных параметров ψ' , J/ψ , χ_c и $\Upsilon(nS)$ мезонов. Тем самым предложено возможное решение известной проблемы одновременного описания как данных для распределений по поперечному импульсу, так и поляризационных свойств тяжелых кваркониев. Эта проблема долгое время оставалась нерешенной в КХД.

Предложен метод определения значения волновой функции B_c мезонов с помощью экспериментальных данных для отношений сечений процессов инклюзивного рождения B_c и B^+ мезонов.

Разработанный новый Монте-Карло генератор событий PEGASUS [46], позволяющий проводить вычисления как в рамках k_T -факторизационного подхода, так и в рамках стандартной (коллинеарной) факторизации КХД (в ведущем порядке теории возмущений) включает в себя значительное количество амплитуд вне массовой поверхности партонных подпроцессов, отсутствующих в других генераторах. Последнее существенно выделяет его из ряда аналогичных инструментов.

Теоретическая и практическая значимость

Полученные в работе результаты были использованы коллаборациями D0 и CDF при анализе экспериментальных данных для процессов ассоциативного рождения прямых фотонов и струй тяжелых кварков на коллайдере Tevatron. Предложенные

новые TMD функции распределения глюонов в протоне были включены в состав общедоступной библиотеки TMDLIB [47]. Эта библиотека обеспечивает удобный интерфейс к различным TMD распределениям партонных и широко используется при расчетах с помощью Монте-Карло генераторов событий CASCADE и KATIE. Вычисленные амплитуды вне массовой поверхности различных партонных подпроцессов были включены в состав генераторов CASCADE и PEGASUS. Предложенные методы определения значений непертурбативных матричных элементов и волновых функций различных связанных состояний тяжелых кварков — чармониев, боттомониев, дважды тяжелых (B_c) мезонов — могут быть использованы для дальнейшего анализа экспериментальных данных, полученных как на современных коллайдерах, так и на коллайдерах следующего поколения. Генератор PEGASUS, несмотря на то, что был разработан достаточно недавно, уже был использован коллаборацией ALICE в анализе экспериментальных данных для сечений процесса инклюзивного рождения J/ψ мезонов в протон-протонных столкновениях на коллайдере LHC при энергиях $\sqrt{s} = 5.02$ и 13 ТэВ [48, 49]. Конечно, он может также применяться для различных феноменологических исследований как теоретическими, так и экспериментальными группами в НИИЯФ МГУ, ОИЯИ, ФИАНе и других международных научных центрах, а также в студенческих курсах.

Методология и методы исследования

Для вычисления сечений различных жестких подпроцессов рассеяния используется k_T -факторизационный подход КХД, основанный на уравнениях глюонной эволюции типа BFKL. Одним из преимуществ этого подхода связано с удобством учета значительной части поправок следующих порядков теории возмущений КХД в форме TMD функций распределения партонных в протоне. В расчётах применяются несколько различных партонных распределений, полученных как с помощью численного решения уравнения эволюции CCFM, так и в рамках формализма KMR. Описание формирования связанных состояний тяжелых кварков (в рамках нерелятивистского приближения КХД) производится с использованием модели [41], основанной на классической теории разложения излучения по мультиполям. Для реконструкции кинематики адронных струй проводится моделирование процессов излучения глюонов в начальном состоянии с помощью алгоритма TMD генерации партонных линий (в соответствии с уравнением CCFM) Монте-Карло генератора CASCADE. Программный код разработанного генератора событий PEGASUS написан на языке C++ с использованием ряда подпрограмм, написанных на языке Фортран. Интерфейс к некоторым функциям распределения партонных в протоне обеспечивается с помощью свободно распространяемых программ группы MMHT и коллаборации STEQ, которые включены в состав генератора. Для выполнения численного интегрирования методом Монте-Карло применяется программа VEGAS.

Личный вклад автора

Все представленные результаты были получены либо самим автором, либо при его определяющем участии.

Достоверность

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгостью используемых методов квантовой теории поля, применением современной системы символьных вычислений FORM, сравнением с известными результатами вычислений других авторов, а также поэтапным сравнением предсказаний с различными экспериментальными данными, многие из которых являются критичными к основным характеристикам k_T -факторизационного подхода.

Апробация работы

Основные результаты работы были опубликованы в 42 статьях в высокорейтинговых реферируемых научных журналах, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus. Они также докладывались на семинарах отдела теоретической физики высоких энергий НИИЯФ МГУ, сектора элементарных частиц лаборатории ядерных проблем ОИЯИ, группы DESY CMS QCD (Hamburg, Германия), группы теоретической физики института современной физики академии наук КНР (IMP CAS, Lanzhou, Китай) и были представлены автором или соавторами на различных международных конференциях и симпозиумах: "Resummation, Evolution, Factorization" (REF'2020, online, Англия), "XXXII International Workshop on High Energy Physics: Hot Problems of Strong Interactions" (online, Россия), "XXIV International Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory" (QFTHEP'2019, Сочи, Россия), "Resummation, Evolution, Factorization" (REF'2018, Krakow, Польша), "XXIV International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems" (Дубна, Россия), "XXIII International Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory" (QFTHEP'2017, Ярославль, Россия), "Resummation, Evolution, Factorization" (REF'2015, Hamburg, Германия), "XXII International Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory" (QFTHEP'2015, Самара, Россия), "VI International Workshop on Multiple Partonic Interactions at the LHC" (MPI@LHC'2014, Krakow, Польша), "V International Workshop on Multiple Partonic Interactions at the LHC" (MPI@LHC'2013, Antwerp, Бельгия), "International Workshop on Diffraction in High-Energy Physics" (Diffraction'2012, Puerto del Carmen, Испания), "XXI International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems" (Дубна, Россия), "III International Workshop on Multiple Partonic Interactions at the LHC" (MPI@LHC'2011, Hamburg, Германия), "International Workshop on Diffraction in High Energy Physics" (Diffraction'2010, Otranto, Италия), "XVII International Workshop on Deep Inelastic Scattering and Related Topics" (DIS'2009, Madrid, Испания), "XXXIX International Symposium on Multiparticle Dynamics" (IS-

MD'2009, Гомель, Белоруссия), "XVI International Workshop on Deep Inelastic Scattering" (DIS'2008, London, Англия).

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, 6 глав, заключения и списка цитированной литературы. Объем диссертации составляет 259 страниц, включая 115 рисунков и 11 таблиц. Список литературы содержит 448 наименований.

Содержание диссертации

Введение содержит краткую характеристику темы, формулировку целей и задач работы, описание структуры диссертации. Представлены основные положения, выносимые на защиту, изложена научная новизна, практическая значимость и достоверность полученных результатов, отмечен личный вклад автора, представлена апробация диссертации.

В первой главе излагаются основные положения k_T -факторизационного подхода КХД. Обсуждаются различные методы вычисления амплитуд партонных подпроцессов вне массовой поверхности. Приводится явный вид некоторых уравнений эволюции глюонных распределений: DGLAP, BFKL, CCFM и PB; обсуждаются условия их применимости. Рассматриваются ключевые особенности некоторых наиболее часто используемых TMD распределений глюонов в протоне $f_g(x, \mathbf{k}_T^2, \mu^2)$ — функций A0, B0, JH'2013 set 1 и set 2, а также предложенных в работах автора функций MD'2018 и KSLZ'2020.

В отличие от других распределений, поведение начального выражения для TMD плотности глюонов MD'2018 было определено в ряде работ [50–53] на основе модели кварк-глюонных струн (см. [54]) с учетом эффектов насыщения глюонной плотности:

$$f_g^{(0)}(x, \mathbf{k}_T^2) = f_g(x, \mathbf{k}_T^2) + \lambda(x, \mathbf{k}_T^2, q_0^2) \tilde{f}_g(x, \mathbf{k}_T^2), \quad (3)$$

где

$$f_g(x, \mathbf{k}_T^2) = \frac{3\sigma_0}{4\pi^2\alpha_s} c_1 (1-x)^{b_g} (R_0^2(x) \mathbf{k}_T^2 + c_2(R_0(x)|\mathbf{k}_T|)^a) \times \\ \times \exp(-R_0^2(x) \mathbf{k}_T^2 - d(R_0(x)|\mathbf{k}_T|)^3), \quad (4)$$

$$\lambda(x, \mathbf{k}_T^2, q_0^2) = \frac{3\sigma_0}{4\pi^2\alpha_s} \left(\frac{x}{x_0}\right)^\gamma \exp\left[-q_0^2 \frac{R_0(x)}{|\mathbf{k}_T|}\right]. \quad (5)$$

В этих выражениях $Q_0 R_0(x) = (x/x_0)^{\lambda/2}$, $\sigma_0 = 29.12$ мбн, $\lambda = 0.277$, $\alpha_s = 0.2$, $Q_0 = 1$ ГэВ и $x_0 = 4.1 \cdot 10^{-5}$. Функция $\tilde{f}_g(x, \mathbf{k}_T^2)$ является решением линейного уравнения

BFKL в асимптотической области $|\mathbf{k}_T| \ll \Lambda_{\text{QCD}}(1/x)^\delta$ [55]:

$$\tilde{f}_g(x, \mathbf{k}_T^2) = \alpha_s^2 x^{-\Delta} t^{-1/2} \frac{1}{v} \exp \left[-\frac{\pi \ln^2 v}{t} \right], \quad (6)$$

где $\Delta = 4\alpha_s N_c \ln 2/\pi$, $t = 14\alpha_s N_c \ln(1/x)\zeta(3)$, $\delta = \alpha_s N_c$, $v = |\mathbf{k}_T|/\Lambda_{\text{QCD}}$ и $k_0 = 1$ ГэВ. Значения феноменологических параметров были получены из условия одновременного описания экспериментальных данных для сечений рождения заряженных частиц как в столкновениях протонов, так и в столкновениях тяжелых ядер (Pb + Pb, Au + Au) на коллайдерах LHC и RHIC: $a = 0.3$, $c_1 = 0.3295$, $c_2 = 2.3$ и $\gamma = 0.81$; при этом величина $\chi^2/d.o.f.$ составляет 0.9. Для определения значений параметров $b_g = 10$ и $d = 0.4$, которые определяют глюонную плотность (3) — (6) в области промежуточных и больших x , были использованы экспериментальные данные LHC для распределений по поперечному импульсу и быстроте t -кварков в процессах парного рождения $t\bar{t}$ в столкновениях протонов при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Выражения (3) — (6) были использованы в качестве начальных условий для уравнения эволюции CCFM. С помощью программы UPDFEVOLVE [56] это уравнение было решено численно, что позволило определить TMD функцию распределения глюонов в протоне $f_g(x, \mathbf{k}_T^2, \mu^2)$ в широкой области изменения переменных x , $\mathbf{k}_T^2$ и μ^2 . Было продемонстрировано, что предложенный подход, при котором различные параметры начального глюонного распределения определяются в соответствующих кинематических областях, позволяет существенно уменьшить теоретические неопределенности рассчитанной в конечном итоге глюонной плотности (MD'2018) по сравнению с другими методами, используемыми при вычислении функций распределения A0, B0 и JH'2013.

Аналитические выражения для TMD функций распределения морских кварков и глюонов в протоне KLSZ'2020 были получены в рамках формализма KMR (Kimber-Martin-Ryskin) в ведущем порядке. В качестве начальных условий использовались коллинеарные партонные плотности [57–59], вычисленные в так называемом приближении двойного скейлинга КХД (Double Asymptotic Scaling Approximation, или DAS). Приближение DAS основано на свойствах асимптотического поведения решений уравнений эволюции DGLAP при $x \rightarrow 0$, при этом функции распределения партонов при начальном масштабе $\mu_0^2 \sim 1$ ГэВ² предполагаются плоскими (независящими от x). Численные значения феноменологических параметров TMD функции распределения KLSZ'2020 были определены из экспериментальных данных HERA для структурной функции протона $F_2(x, Q^2)$, а также из условия наилучшего описания экспериментальных данных LHC для процессов инклюзивного рождения струй b -кварков в протон-протонных столкновениях при энергии $\sqrt{s} = 7$ ТэВ.

Предложенные TMD функции распределения глюонов MD'2018 и KLSZ'2020 были включены в состав общедоступной библиотеки TMDLIB.

Во второй главе k_T -факторизационный подход применяется для исследова-

ния процессов рождения тяжелых (c и b) кварков в протон-протонных и электрон-протонных столкновениях при высоких энергиях. Вычисляются вклады c и b кварков в структурные функции протона $F_2(x, Q^2)$ и $F_L(x, Q^2)$ в широком диапазоне изменения значений x и Q^2 . Изучаются процессы инклюзивного рождения b -струй и одиночного рождения t -кварков в протон-протонных столкновениях на коллайдере ЛНС. Кроме того, с помощью фрагментационного механизма рассчитываются полные и дифференциальные сечения процессов одиночного и парного рождения ψ' и J/ψ мезонов, возникающих из распада b -адронов при энергиях $\sqrt{s} = 7, 8$ и 13 ТэВ. Все эти процессы позволяют непосредственно получать информацию о функции распределения глюонов в протоне, поскольку в рамках теории возмущений КХД тяжелые кварки рождаются в основном через фундаментальный подпроцесс фотон-глюонного или глюон-глюонного слияния.

В соответствии с общим выражением (2) сечение процесса рождения тяжелых кварков Q в столкновениях протонов при энергии $\sqrt{s}$ может быть представлено в виде

$$\sigma(pp \rightarrow Q\bar{Q} + X) = \int \frac{1}{16\pi(x_1 x_2 s)^2} |\bar{\mathcal{A}}(g^* + g^* \rightarrow Q + \bar{Q})|^2 \times \\ \times f_g(x_1, \mathbf{k}_{1T}^2, \mu^2) f_g(x_2, \mathbf{k}_{2T}^2, \mu^2) \frac{d\mathbf{k}_{1T}^2}{\mathbf{k}_{1T}^2} \frac{d\mathbf{k}_{2T}^2}{\mathbf{k}_{2T}^2} d\mathbf{p}_{1T}^2 dy_1 dy_2 \frac{d\phi_1}{2\pi} \frac{d\phi_2}{2\pi} \frac{d\psi_1}{2\pi}, \quad (7)$$

где $\mathbf{k}_{1T}$, $\mathbf{k}_{2T}$, $\mathbf{p}_{1T}$ и ϕ_1 , ϕ_2 , ψ_1 — поперечные импульсы и азимутальные углы начальных виртуальных глюонов и конечного кварка, y_1 и y_2 — быстроты тяжелых кварков в с.ц.м. сталкивающихся частиц. Выражение для квадрата амплитуды все массовой поверхности $|\bar{\mathcal{A}}(g^* + g^* \rightarrow Q + \bar{Q})|^2$ было вычислено в работе [60]. Полагая, что b -кварк, возникающий в конечном состоянии, определяет кинематику соответствующей b -струи, выражение (7) было использовано для вычисления сечений процессов инклюзивного рождения одной или двух лидирующих b -струй (струй, обладающих наибольшим поперечным импульсом), а также для процессов рождения ψ' и J/ψ мезонов, возникающих из распада b -адронов. Для описания перехода b -кварков в b -адроны и их последующего распада используется фрагментационный подход. Так, фрагментация b -кварков в b -адроны производится с помощью функции Петерсона с обычным (для b -кварков) значением параметра $\epsilon = 0.0126$. Функции фрагментации b -адрона в ψ' , χ_c или J/ψ мезоны были вычислены [61–63] в рамках нерелятивистского приближения КХД (в ведущем порядке разложения по константе связи α_s и скорости v_c относительного движения очарованных кварков, составляющих конечный чармоний). Численные значения всех параметров (масса b -кварка, массы чармониев, относительные вероятности их распадов и др.) выбирались в соответствии с данными [64].

Было показано, что предсказания, полученные с помощью аналитической функции KLSZ'2020, хорошо согласуются с экспериментальными данными ЛНС для распределений по поперечному импульсу лидирующей b -струи как по форме, так и по

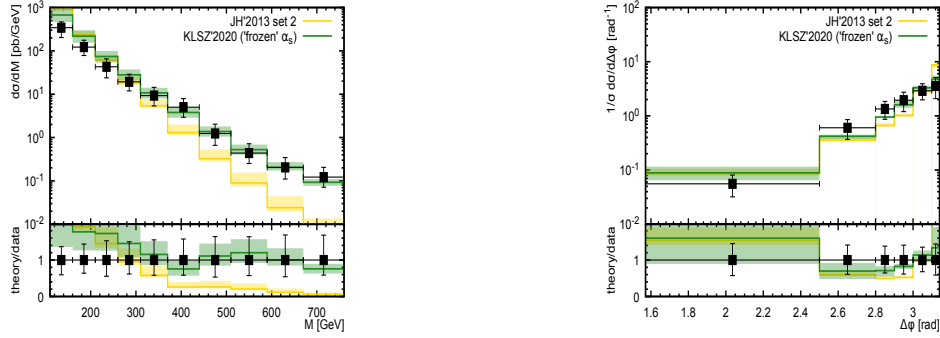


Рис. 1: Распределения по инвариантной массе M двух лидирующих b -струй и разности азимутальных углов между их импульсами $\Delta\phi$, рассчитанные в области $p_T(b) > 40$ ГэВ, $|y(b)| < 2.1$ и $110 < M < 760$ ГэВ при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ. Закрашенные области отвечают оценкам теоретических неопределенностей вычислений, которые связаны главным образом с выбором ренормализационного и факторизационного масштабов. Экспериментальные данные коллаборации ATLAS.

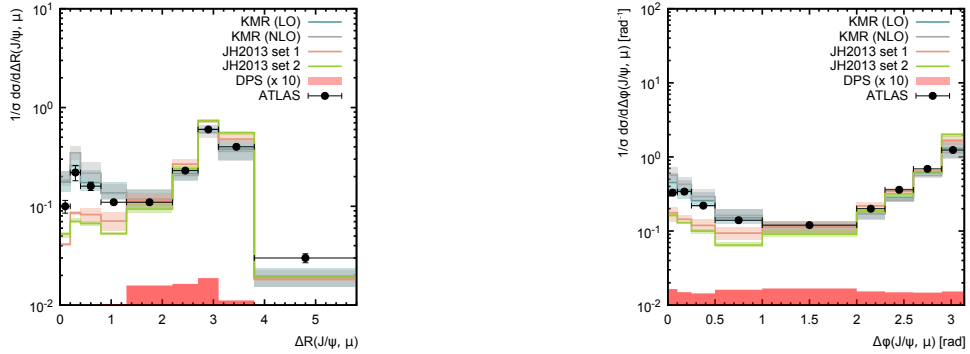


Рис. 2: Нормированные распределения по $\Delta R(J/\psi, \mu)$ и $\Delta\phi(J/\psi, \mu)$ рассчитанные в области $p_T > 6$ ГэВ, $|\eta| < 2.3$ (для мюонов, образующихся в результате распада J/ψ мезона) и $|\eta| < 2.5$ (для мюона, возникающего из распада b -адрона) при энергии $\sqrt{s} = 8$ ТэВ. Закрашенные области соответствуют оценкам теоретических неопределенностей вычислений. Экспериментальные данные коллаборации ATLAS.

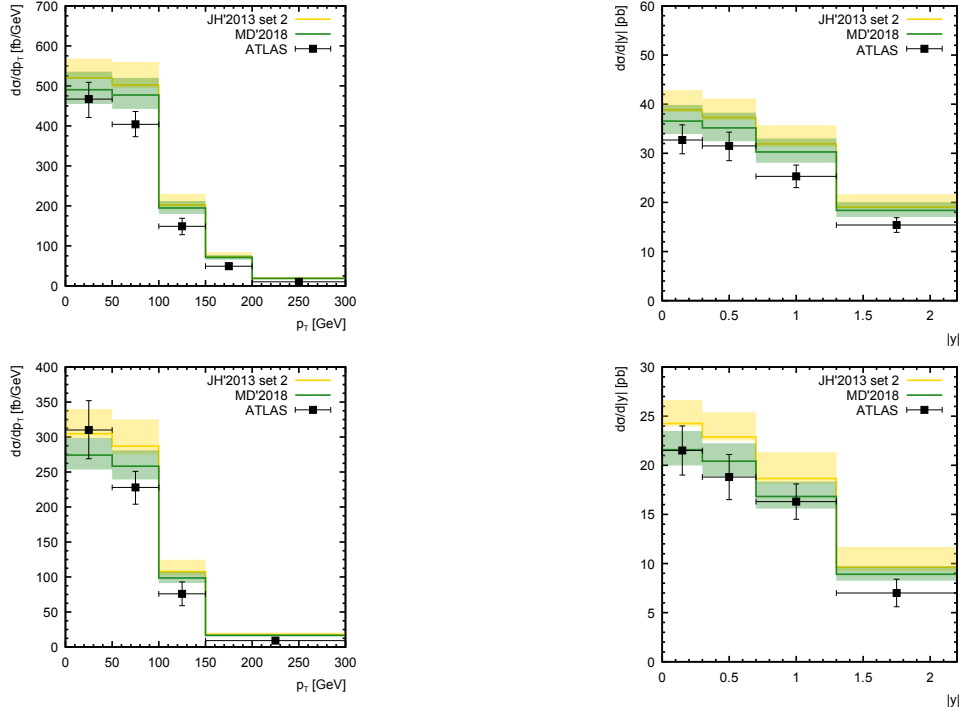


Рис. 3: Дифференциальные сечения процесса одиночного рождения t -кварков (вверху) и антикварков (внизу) в протон-протонных столкновениях при энергии $\sqrt{s} = 8$ ТэВ в зависимости от их поперечного импульса и быстроты. Экспериментальные данные коллаборации ATLAS.

абсолютной величине в широком диапазоне изменения значений быстроты струи и поперечного импульса. Продемонстрировано, что наблюдаемые, связанные с кинематикой двух лидирующих струй, лучше описываются функцией распределения KLSZ'2020. Действительно, использование функции JH'2013 set 2 приводит к значительной недооценке измеренных сечений в области больших инвариантных масс $M \geq 400$ ГэВ. Экспериментальные данные для распределения по разности азимутальных углов между импульсами b -струй также лучше воспроизводятся функцией KLSZ'2020 (см. рис. 1). Кроме того, было показано, что предсказания k_T -факторизационного подхода хорошо согласуются с данными коллабораций CMS, ATLAS и LHCb для процессов одиночного и парного рождения ψ' и J/ψ мезонов, возникающих из распада b -адронов. Форма различных корреляций между импульсами конечных частиц — например, между импульсами J/ψ мезонов и мюонов в процессах парного рождения b -адронов с последующими распадами $B \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu^+\mu^-) + X$ и $B \rightarrow \mu + X$ — чувствительны к выбору TMD функций распределения глюонов (см. рис. 2). С помощью генератора CASCADE была изучена роль эффектов, связанных с учетом партонных ливней в начальном или конечном состоянии. Расчеты показывают, что эти эффекты проявляются только при $\Delta\phi \sim 0$ в области передних быстрот. Проведена оценка вклада механизма двойного партонного рассеяния в сечения рассматриваемых процессов. Как видно из рис. 2, он оказался пренебрежимо мал, около 2% как в центральной, так и в передней кинематических областях.

Вклад тяжелых кварков в структурные функции протона может быть вычислен как

$$F_k^Q(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \int \frac{d\mathbf{k}_T^2}{\mathbf{k}_T^2} C_k\left(\frac{x}{z}, \mathbf{k}_T^2, m_Q^2, Q^2, \mu^2\right) f_g(x, \mathbf{k}_T^2, \mu^2), \quad (8)$$

где $k = 2, L$. Выражения для коэффициентных функций $C_k(x, \mathbf{k}_T^2, m_Q^2, Q^2, \mu^2)$ были получены [65] с учетом их зависимости от виртуальности начального глюона. Сравнение предсказаний k_T -факторизационного подхода и последних экспериментальных данных коллабораций H1 и ZEUS для структурных функций $F_2^c(x, Q^2)$, $F_2^b(x, Q^2)$ и сечений $\sigma_{\text{red}}^c(x, Q^2)$, $\sigma_{\text{red}}^b(x, Q^2)$ показывает, что результаты наших расчетов хорошо согласуются с данными как по форме, так и по абсолютной величине в пределах экспериментальных и теоретических неопределенностей. Вклад от продольных структурных функций $F_L^c(x, Q^2)$ и $F_L^b(x, Q^2)$ становится заметен только в области достаточно малых x . Тем не менее, достигнутая точность измерений не позволяет сделать однозначных выводов в пользу той или иной TMD глюонной плотности в протоне.

Полное и дифференциальные сечения процесса рождения одиночного t -кварка были вычислены в рамках схемы 4FS; при этом основной вклад определяется подпроцессом кварк-глюонного взаимодействия $q^* + g^* \rightarrow q' + \bar{b} + t$. В соответствии с общей формулой (2) сечение этого процесса в рамках k_T -факторизационного подхода может быть записано в следующем виде:

$$\sigma(pp \rightarrow t + X) = \sum_q \int \frac{1}{256\pi^3(x_1 x_2 s)^2} |\mathcal{A}(q^* + g^* \rightarrow q' + \bar{b} + t)|^2 \times \\ \times f_q(x_1, \mathbf{k}_{1T}^2, \mu^2) f_g(x_2, \mathbf{k}_{2T}^2, \mu^2) d\mathbf{k}_{1T}^2 d\mathbf{k}_{2T}^2 d\mathbf{p}_{1T}^2 d\mathbf{p}_{2T}^2 dy_1 dy_2 \frac{d\phi_1}{2\pi} \frac{d\phi_2}{2\pi} \frac{d\psi_1}{2\pi} \frac{d\psi_2}{2\pi}, \quad (9)$$

где y — быстрота конечного t -кварка, ϕ_1 и ϕ_2 — азимутальные углы начальных партонов, $\mathbf{p}_{1T}$, $\mathbf{p}_{2T}$, y_1 , y_2 , ψ_1 и ψ_2 — поперечные импульсы, быстроты и азимутальные углы конечных кварков q' и $\bar{b}$. Квадрат амплитуды все массовой поверхности подпроцесса $|\mathcal{A}(q^* + g^* \rightarrow q' + \bar{b} + t)|^2$ был получен [53] с использованием эффективных вершин взаимодействия начальных виртуальных (реджезованных) частиц [66], что обеспечивает калибровочную инвариантность полученного выражения. При вычислении TMD распределения кварков в протоне использовалось приближение, в котором морские кварки рождаются главным образом в результате глюонного расщепления на последнем шаге эволюции CCFM, при этом принималась во внимание зависимость соответствующей функции расщепления от поперечного импульса. Распределения (TMD) валентных кварков были получены с помощью программы UPDFEVOLVE. Выполненные расчеты показывают, что предсказания k_T -факторизационного подхода достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными LHC. Наилучшее описание данных достигается с помощью TMD функции распределения глюонов MD'2018 (см. рис. 3), что связано со специальными предположениями о форме начальной

глюонной плотности и использованным алгоритмом определения значений соответствующих феноменологических параметров из данных HERA и LHC в широкой кинематической области. Таким образом, показано, что процессы с участием t -кварков в конечном состоянии, наряду с другими рассмотренными выше процессами, обеспечивают возможность проверки динамики глюонных распределений в протоне и, в частности, представляют интерес в свете более точного определения начальных параметров различных TMD распределений глюонов.

В третьей главе исследуются процессы инклюзивного рождения связанных состояний пар тяжелых (c и b) кварков при высоких энергиях — S - и P -волновых чармониев и боттомониев, а также B_c мезонов. Вычисляются соответствующие полные и дифференциальные сечения и исследуются поляризационные свойства этих частиц. Из анализа экспериментальных данных, полученных на коллайдерах Tevatron и LHC в последние годы, получена оценка значения волновой функции B_c мезонов.

Для описания процесса образования связанных состояний тяжелых кварков обычно используется эффективная теоретико-полевая модель, основанная на разложении ряда теории возмущений по степеням скорости относительного движения кварков v_Q (в системе покоя кваркония) и константы связи КХД α_s — нерелятивистская КХД (NRQCD) [31–33]. В рамках нерелятивистской КХД сечение процесса рождения тяжелого кваркония в столкновении партонов $a + b \rightarrow Q + X$ может быть представлено в виде

$$d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow Q + X) = \sum_n d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[n] + X) \langle \mathcal{O}^Q[n] \rangle, \quad (10)$$

где через a и b обозначены начальные взаимодействующие кварки и/или глюоны. Сечение рождения пары тяжелых кварков $Q\bar{Q}$ в Фоковском состоянии $n = {}^{2S+1}L_J^{(a)}$ (индекс a обозначает цветовое представление: синглетное, $a = 1$, или октетное, $a = 8$) при энергетическом масштабе $\mu \sim m_Q$ описывается обычными методами теории возмущений КХД. Непертурбативный процесс перехода пары кварков в наблюдаемый кварконий Q , происходящий с испусканием одного или нескольких мягких глюонов, описывается с помощью непертурбативных матричных элементов $\langle \mathcal{O}^Q[n] \rangle$. Последние подчиняются определенной иерархии при разложении волновой функции кваркония по степеням скорости v_Q . Кроме того, они предполагаются универсальными, т.е. не зависящими как от рассматриваемого процесса, так и от энергии, не предсказываются теорией и должны быть определены из экспериментальных данных. Соотношения симметрии между состояниями с различным спином в нерелятивистской КХД (соотношения HQSS), справедливые с точностью до $O(v_Q^2)$, позволяют значительно уменьшить число независимых непертурбативных матричных элементов, необходимых для описания процессов рождения и распада тяжелых кваркониев. Более того, из некоторых таких соотношений, в частности, следует, что определение значений непертурбативных матричных элементов J/ψ и η_c мезонов должно быть

проведено в рамках одной и той же процедуры (фита).

В основе наших расчетов сечений процессов рождения чармониев и боттомониев лежат подпроцессы глюон-глюонного слияния $g^* + g^* \rightarrow Q\bar{Q}[{}^1P_1^{(1)}, {}^3S_1^{(1)}] + g$ и $g^* + g^* \rightarrow Q\bar{Q}[{}^1S_0^{(1,8)}, {}^1P_1^{(8)}, {}^3S_1^{(8)}, {}^3P_J^{(1,8)}]$, где в квадратных перечислены все Фоковские состояния пары тяжелых кварков, которые учитывались при вычислении соответствующих амплитуд вне массовой поверхности. Амплитуда рождения тяжелого кваркония Q может быть получена из амплитуды рождения пары кварков с помощью интегрирования произведения этой амплитуды и соответствующей волновой функции связанного состояния $\Psi(q)$ по импульсу относительного движения кварков q . Следует подчеркнуть, что при проведении расчетов в рамках NRQCD обычно предполагается, что импульс глюона(ов), испускаемых в процессе перехода пары $Q\bar{Q}$ из октетного состояния в синглетное, соответствующее квантовым числам конечного кваркония, пренебрежимо мал. Это предположение явно противоречит принципу конфайнмента в КХД, который запрещает излучение цветных частиц с бесконечно малым импульсом. Поэтому процесс испускания одного или нескольких мягких глюонов во время формирования связанного состояния тяжелых кварков должен происходить в результате некоторого взаимодействия между ними с заметной передачей импульса порядка $m_Q v_Q^2 \sim \Lambda_{\text{QCD}}$. Пренебрежение этим фактом приводит к предсказанной в рамках нерелятивистской КХД значительной поляризации S -волновых кваркониев (J/ψ , ψ' мезонов) в области средних и больших поперечных импульсов, что противоречит экспериментальным данным, которые указывают на неполяризованные частицы. Поэтому для описания процесса перехода пары тяжелых кварков $Q\bar{Q}$ из октетных состояний в наблюдаемые синглетные был использован механизм [41], который основан на классической теории мультипольного разложения. Так, предполагается, что испускание парой кварков глюона с энергией $E \sim \Lambda_{\text{QCD}}$ во время перехода $Q\bar{Q}[{}^3P_J^{(8)}] \rightarrow Q\bar{Q}[{}^3S_1^{(1)}] + g$ осуществляется с помощью доминирующего дипольного ($E1$) хромо-электрического механизма. В этом случае амплитуды перехода могут быть записаны в виде [67]:

$$\mathcal{A}(Q\bar{Q}[{}^3P_0^{(8)}] \rightarrow Q\bar{Q}[{}^3S_1^{(1)}] + g) \sim q_\mu p^\mu \epsilon_\nu(k) \epsilon^\nu(q), \quad (11)$$

$$\mathcal{A}(Q\bar{Q}[{}^3P_1^{(8)}] \rightarrow Q\bar{Q}[{}^3S_1^{(1)}] + g) \sim e^{\mu\nu\alpha\beta} q_\mu \epsilon_\nu(p) \epsilon_\alpha(k) \epsilon_\beta(q), \quad (12)$$

$$\mathcal{A}(Q\bar{Q}[{}^3P_2^{(8)}] \rightarrow Q\bar{Q}[{}^3S_1^{(1)}] + g) \sim p^\mu \epsilon^{\alpha\beta}(p) \epsilon_\alpha(k) [q_\mu \epsilon_\beta(q) - q_\beta \epsilon_\mu(q)], \quad (13)$$

где p , k и $q = p - k$ — 4-импульсы начального ${}^3P_J^{(8)}$, конечного ${}^3S_1^{(1)}$ состояний и испущенного глюона, $\epsilon(p)$, $\epsilon(k)$ и $\epsilon(q)$ — их 4-векторы поляризации соответственно и $e^{\mu\nu\alpha\beta}$ — полностью антисимметричный тензор Леви-Чивиты. Переход октетного S -волнового состояния в S -волновое синглетное состояние рассматривается как два последовательных процесса: $Q\bar{Q}[{}^3S_1^{(8)}] \rightarrow Q\bar{Q}[{}^3P_J^{(8)}] + g$, $Q\bar{Q}[{}^3P_J^{(8)}] \rightarrow Q\bar{Q}[{}^3S_1^{(1)}] + g'$ с участием всех трех P -волновых состояний с $J = 0, 1$ и 2 . Ключевое предположе-

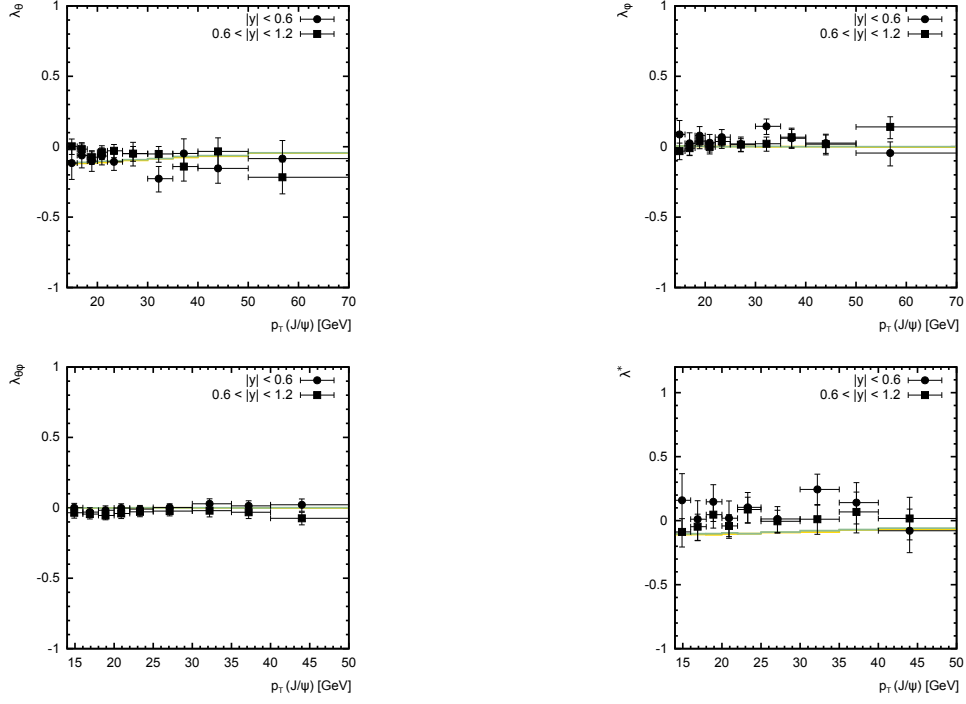


Рис. 4: Зависимость поляризационных параметров λ_θ , λ_ϕ , $\lambda_{\theta\phi}$ и $\tilde{\lambda}$ от поперечного импульса в системе Коллинза-Сопера, рассчитанная для J/ψ мезонов при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ. Желтые, голубые и зеленые гистограммы отвечают предсказаниям, полученным в области $|y| < 0.6$, $0.6 < |y| < 1.2$ и $1.2 < |y| < 1.5$. Экспериментальные данные коллаборации CMS.

ние [41] заключается в том, что время жизни промежуточных октетных состояний пары тяжелых кварков является достаточным для того, чтобы они могли рассматриваться как физические состояния, обладающие определенными полным моментом J и его проекцией J_z . Это приводит к несохранению проекций спина S_z и орбитального момента L_z во время дипольного ($E1$) хромо-электрического перехода октетной пары кварков в наблюдаемое синглетное состояние и тем самым к отсутствию значительной степени поляризации конечного кваркония. Калибровочно-инвариантные амплитуды вне массовой поверхности для всех рассматриваемых подпроцессов были вычислены с использованием модели [41] с помощью системы аналитических вычислений FORM.

Непертурбативные матричные элементы чармониев и боттомониев были определены из условия наилучшего описания экспериментальных данных LHC для соответствующих распределений по поперечному импульсу, полученных в pp столкновениях при энергиях $\sqrt{s} = 7, 8$ и 13 ТэВ. В случае χ_c мезонов были использованы также данные для отношений сечений $\sigma(\chi_{c2})/\sigma(\chi_{c1})$, а также результаты недавних измерений поляризационных параметров этих частиц, выполненных коллаборацией CMS при $\sqrt{s} = 8$ ТэВ. Для определения значений непертурбативных матричных элементов семейства боттомониев был предложен метод, основанный на использовании экспериментальных данных для распределений по поперечному импульсу $\Upsilon(nS)$ мезонов

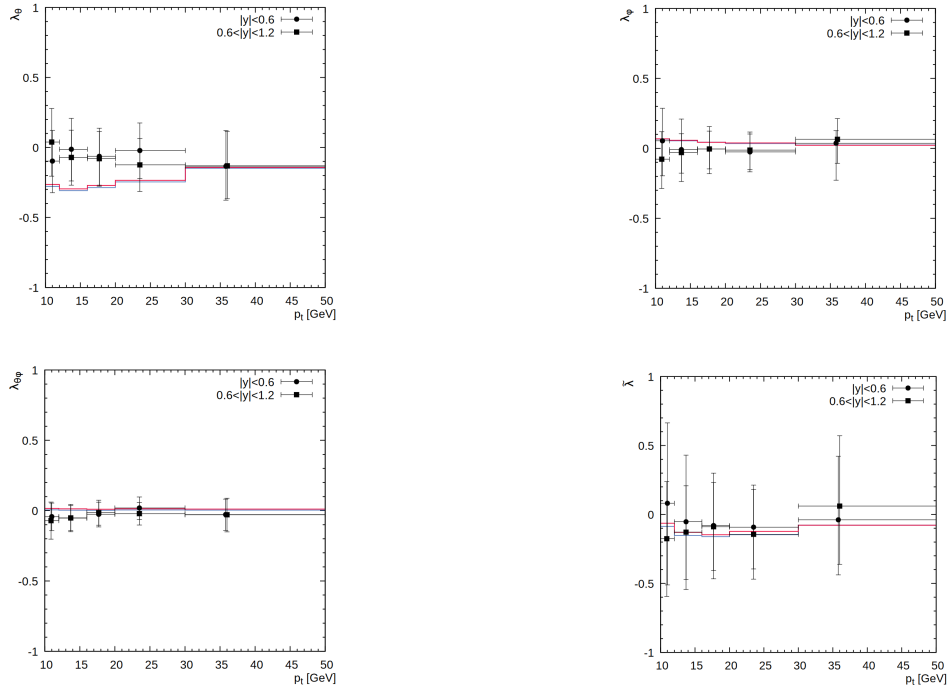


Рис. 5: Зависимость поляризационных параметров λ_θ , λ_ϕ , $\lambda_{\theta\phi}$ и $\tilde{\lambda}$ от поперечного импульса в системе Коллинза-Сопера, рассчитанная для $\Upsilon(1S)$ мезонов при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ. Синие и красные гистограммы отвечают предсказаниям, полученным в области $|y| < 0.6$ и $0.6 < |y| < 1.2$. Экспериментальные данные коллаборации CMS.

и различных отношений сечений $\Upsilon(nS)$ и $\chi_b(mP)$ мезонов. Для уменьшения влияния случайных ошибок процедура определения матричных элементов была проведена во всех интервалах по быстроте кваркониев, в которых были измерены распределения по поперечному импульсу, при этом каждое из полученных значений рассматривалось как результат независимого "измерения". В качестве окончательного результата принималось их среднее значение. Оценка соответствующих погрешностей производилась с помощью распределения Стюдента. Было показано, что полученные значения непертурбативных матричных элементов позволяют достичь одновременного согласия с экспериментальными данными ЛНС для всех частиц (включая J/ψ и η_c мезоны) во всех интервалах быстрот при разных энергиях. Кроме того, эти значения были использованы для вычисления зависимости поляризационных параметров λ_θ , λ_ϕ и $\lambda_{\theta\phi}$ (а также параметра $\tilde{\lambda}$, который не зависит от выбора системы отсчета) от поперечного импульса кваркониев в различных системах отсчета — системе Коллинза-Сопера (CS), спиральной и перпендикулярной спиральной. Было продемонстрировано, что использование в расчетах модели [41] приводит к отсутствию значительной степени поляризации конечных частиц, см. рис 4 и 5. Достигнутое одновременное и самосогласованное описание полного набора экспериментальных данных для чармониев и боттомониев — распределений по поперечному импульсу тяжелых кваркониев и их поляризационных наблюдаемых — позволяет говорить о возможном решении одной из важных проблем современной физики высоких энергий.

Формализм нерелятивистской КХД и k_T -факторизационный подход также были применены для изучения процессов рождения связанных состояний тяжелых кварков разных ароматов, а именно — псевдоскалярных (B_c) и векторных (B_c^*) мезонов. Расчеты сечений этих процессов основаны на амплитуде вне массовой поверхности подпроцесса глюонного слияния $g^* + g^* \rightarrow B_c^{(*)} + b + \bar{c}$, вычисленной в работе [68]. Предложен метод определения волновой функции B_c мезонов $|\mathcal{R}(0)|^2$ из экспериментальных данных для отношений сечений $\sigma(B_c)/\sigma(B^+)$, измеренных в зависимости от поперечного импульса при энергиях $\sqrt{s} = 1.8, 1.96, 7$ и 8 ТэВ. С помощью этого метода была получена оценка $|\mathcal{R}(0)|^2 = 5.88 \pm 1.07 \text{ ГэВ}^3$. Найденное значение существенно выше, чем предсказания потенциальных моделей, $|\mathcal{R}(0)|^2 \sim 1.508 - 3.102 \text{ ГэВ}^3$ в зависимости от выбора потенциала. Такое отличие может быть связано с тем, что характерный масштаб жесткого подпроцесса рассеяния несколько ниже, чем тот, который обычно используется в расчетах (поперечная масса B_c мезона). С другой стороны, это отличие также может служить указанием на значительную величину радиационных поправок к предсказаниям потенциальных моделей. Такие поправки, как известно, являются весьма существенными — например, в случае J/ψ мезонов они составляют порядка 100%.

Четвертая глава посвящена исследованию процессов рождения прямых фотонов или тяжелых калибровочных бозонов в сопровождении струй адронов при высоких энергиях. Такие (полуинклюзивные) процессы чувствительны к динамике эволюции глюонов и кварков в протоне и поэтому представляют существенный интерес. Выделение определенного класса струй (например, струй только c или b кварков) позволяет проводить более четкое соответствие между экспериментальными данными и теоретическими предсказаниями.

Вычисление сечений таких процессов в рамках k_T -факторизационного подхода КХД основано на учете доминирующего вклада от подпроцесса глюон-глюонного слияния вне массовой поверхности $g^* + g^* \rightarrow \gamma^*/Z/W^\pm + q + \bar{q}'$, при этом эффективно учитывается вклад в сечение от подпроцесса $q + g^* \rightarrow \gamma^*/Z/W^\pm + q$ с помощью излучения глюона в начальном состоянии. Калибровочно-инвариантное выражение было получено в работах [69, 70]. Существенной частью математических вычислений являлось разложение амплитуды вне массовой поверхности по подходящему набору базисных векторов (метод ортогональных амплитуд) [71], что позволяет значительно сократить объем и время компьютерных расчетов. Кроме вклада указанного выше подпроцесса глюон-глюонного слияния, учитывались также вклады некоторых подпроцессов, происходящих с участием кварков в начальном состоянии: $q + q' \rightarrow \gamma^*/Z/W^\pm + q + q'$ и $q + \bar{q} \rightarrow \gamma^*/Z/W^\pm + q' + \bar{q}'$. Эти процессы играют существенную роль в области больших значений поперечных импульсов (или, что эквивалентно, в области больших значений переменной $x \sim m_T/\sqrt{s}$), поскольку при значениях $x \sim 0.1$ и выше плотность кварковой материи в протоне сравнима с глюонной плотностью или даже превосходит ее. В этом случае величиной поперечного

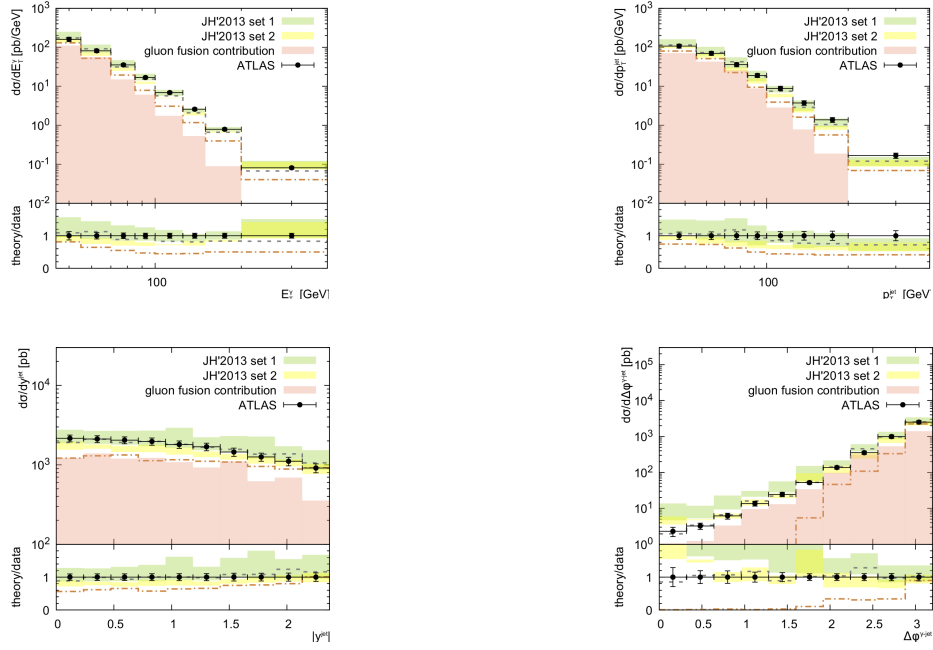


Рис. 6: Дифференциальные сечения процесса ассоциативного рождения прямых фотонов и адронных струй в pp столкновениях в области $E_T^\gamma > 25$ ГэВ, $p_T^{\text{jet}} > 20$ ГэВ, $|\eta^\gamma| < 1.37$ и $|\eta^{\text{jet}}| < 4.4$ при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ. Штриховые гистограммы соответствуют результатам, полученным с учетом партонных ливней только в начальном состоянии. Штрих-пунктирные гистограммы соответствуют приближению [72]. Экспериментальные данные коллаборации ATLAS.

импульса начальных партонов (кварков) можно пренебречь и проводить расчеты в рамках обычного коллинеарного приближения КХД в соответствии с (1). Такой комбинированный подход позволяет использовать различную динамику партонных распределений (CCFM или DGLAP) в соответствующих кинематических режимах для описания экспериментальных данных как в области малых, так и больших значений переменной x .

Было показано, что результаты вычислений для сечений рождения прямых фотонов в сопровождении струй тяжелых (c или b) кварков в столкновениях протонов на коллайдере ЛHC находятся в хорошем согласии как с экспериментальными данными, так и с предсказаниями, полученными в рамках коллинеарной факторизации (в NLO приближении). Продемонстрирована чувствительность сечений процессов ассоциативного рождения фотонов и c -струй к функции распределения очарованных кварков. Из анализа данных коллаборации ATLAS получены верхние оценки вероятности обнаружения "экзотического" состояния внутреннего чарма в протоне: $w_{\text{IC}}^{\text{u.l.}} = 2.91\%$ при использовании k_T -факторизационного подхода и 1.93% при использовании NLO приближения коллинеарной теории возмущений. Последняя оценка представляется более реалистичной ввиду учета эффектов от партонных ливней и дополнительных диаграмм в NLO вычислениях, выполненных с помощью Монте-Карло генератора SHERPA. Конечно, она может быть в дальнейшем улучшена по ме-

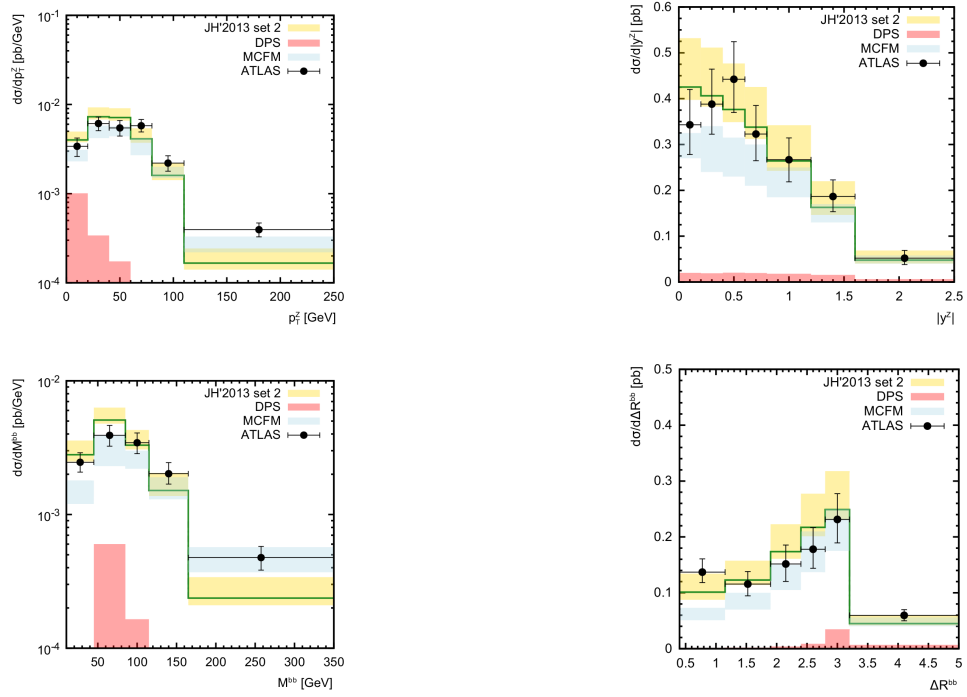


Рис. 7: Дифференциальные сечения процесса ассоциативного рождения Z бозонов и двух b -струй в pp столкновениях в области $p_T^b > 20$ ГэВ, $|\eta^b| < 2.4$ и энергии $\sqrt{s} = 7$ ТэВ. Поперечные импульсы и псевдобыстроты лептонов, возникающих от распада Z бозонов, удовлетворяют условиям $p_T^l > 20$ ГэВ, $|\eta^l| < 2.4$, а их инвариантная масса лежит в интервале $76 < M^{ll} < 106$ ГэВ. Данные коллаборации ATLAS.

ре накопления и появления новых экспериментальных данных, увеличения точности измерений и уменьшения неопределенностей теоретических предсказаний.

Наиболее ярко принципиальные отличия между рассматриваемыми теоретическими подходами проявляются при вычислении сечений процессов, происходящих с образованием струй адронов в конечном состоянии. Действительно, в рамках коллинеарного приближения КХД для описания сечений процессов с образованием N струй необходимо вычислить матричный элемент как минимум N -частичного конечного состояния, что, вообще говоря, представляет собой весьма серьезную задачу в случае достаточно большого N . При использовании k_T -факторизационного подхода значительное число струй адронов формируется в процессе эволюции начального глюонного каскада, что позволяет при вычислении матричного элемента партонного взаимодействия ограничиться только ведущим порядком. В этом случае кинематические свойства адронных струй описываются с помощью соответствующего уравнения глюонной эволюции, тогда как в обычной теории возмущений КХД они определяются только амплитудой партонного рассеяния. Для моделирования процессов излучения глюонов в начальном состоянии в соответствии с уравнением SCFM используется алгоритм генерации TMD партонных ливней Монте-Карло генератора CASCADE, при этом вычисление полных и дифференциальных сечений выполняется в два этапа. Так, события, отвечающие процессам рождения прямых фотонов, запи-

сываются в файл формата `*.lhe` (Les Houches Event [73]). На следующем этапе этот `*.lhe` файл используется для численной реконструкции цепочки эволюции CCFM глюонных распределений (а также для учета эффектов от партонных ливней в конечном состоянии), что позволяет вести дальнейший отбор событий с любым числом адронных струй в соответствии с критериями экспериментального анализа. Расчеты показывают, что используемый метод позволяет достичь хорошего согласия с экспериментальными данными ЛНС (см. рис. 6). Отдельно следует подчеркнуть достигнутое хорошее описание угловых корреляций между импульсами фотона и адронной струи, которые достаточно чувствительны к механизму образования конечного состояния. Учет подпроцессов с участием кварков в начальном состоянии необходим для описания экспериментальных данных во всей кинематической области.

Было получено хорошее описание экспериментальных данных ЛНС для процессов рождения Z бозонов в сопровождении струй b -кварков, включая различные корреляционные наблюдаемые (см. рис. 7). Изучен вклад механизма двойного партонного рассеяния и показано, что этот механизм оказывает лишь небольшое влияние в области малых значений поперечного импульса. В области средних и больших p_T^Z его вклад в сечения пренебрежимо мал. Продемонстрировано, что предсказания k_T -факторизационного подхода для сечений таких процессов достаточно близки к результатам, полученным в рамках NLO приближения с помощью Монте-Карло генератора MCFM. Кроме того, на примере процесса ассоциативного рождения Z бозонов и одной b -струи показано, что при соответствующем выборе партонных подпроцессов и проведении необходимой процедуры устранения двойного счета может быть установлено взаимное соответствие между результатами вычислений, в которых используются различные уравнения КХД эволюции (CCFM и PB) для TMD распределений кварков и/или глюонов в протоне.

В пятой главе k_T -факторизационный подход применяется для исследования процессов инклюзивного и ассоциативного (в сопровождении адронных струй) рождения бозонов Хиггса (наблюдаемых в различных модах распада, а именно $H \rightarrow \gamma\gamma$, $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$ и $H \rightarrow W^+W^- \rightarrow e^\pm\mu^\mp\nu\bar{\nu}$) при высоких энергиях. Расчеты основаны на подпроцессах слияния глюонов вне массовой поверхности $g^* + g^* \rightarrow H \rightarrow \gamma/W^\pm/Z + \gamma/W^\mp/Z$, вычисленных в пределе бесконечной массы t -кварка с использованием известного эффективного лагранжиана взаимодействия поля Хиггса с полями глюонов. Согласно общей формуле (2), сечения таких процессов определяются сверткой TMD функций распределения глюонов в протоне и амплитуд вне массовой поверхности. В области больших значений поперечного импульса (или больших значений x) существенный вклад дают подпроцессы с участием векторных ($W^\pm$ и Z) бозонов в начальном (Vector Boson Fusion, VBF) и конечном (VH) состояниях, а также от процессов ассоциативного рождения бозона H и пары кварков $t\bar{t}$. Эти вклады были учтены в рамках коллинеарного приближения КХД. Как и в случае процессов ассоциативного рождения прямых фотонов и струй, моделирование со-

бытий рождения хиггсовских частиц в сопровождении струй адронов выполнялось в два этапа. События, отвечающие процессам рождения бозонов Хиггса, записывались в выходной файл формата *.lhe, после чего полученный файл был использован для численной реконструкции цепочки эволюции SCFM (с помощью Монте-Карло генератора CASCADE) и отбора струй в соответствии с критериями экспериментального анализа.

Было показано, что предсказания k_T -факторизационного подхода КХД хорошо согласуются с данными ЛНС для сечений процессов инклюзивного рождения хиггсовских частиц как по форме, так и по абсолютной величине в пределах экспериментальных и теоретических неопределенностей. В то же время обнаружена существенная зависимость полученных результатов от TMD функций распределения глюонов в протоне, связанная с различным поведением последних в области малых k_T^2 . Действительно, различное поведение глюонных распределений в этой области влияет на форму рассчитанных распределений бозонов Хиггса по поперечному импульсу при малых p_T и, как следствие, на абсолютную нормировку распределений по другим кинематическим переменным (см. рис. 8). Таким образом, экспериментальные данные для процессов инклюзивного рождения бозонов Хиггса могут быть использованы для уточнения параметров TMD функций распределения глюонов.

Проведенные расчеты показывают, что предсказания k_T -факторизационного подхода также достаточно хорошо описывают экспериментальные данные ЛНС для сечений процессов ассоциативного рождения хиггсовских частиц и адронных струй, полученные при разных энергиях (хотя использование функции распределения глюонов A_0 приводит к некоторой недооценке измеренных сечений). Было показано, что чувствительность полученных предсказаний к выбору TMD глюонной плотности наиболее ярко проявляется для наблюдаемых, связанных с кинематикой струй: в дифотонной моде распада — для распределений по разности быстрот бозона Хиггса и лидирующей адронной струи и/или разности их азимутальных углов; в моде распада $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$ такими характерными наблюдаемыми являются распределения по разности быстрот бозона Хиггса и лидирующей струи, разности быстрот лидирующей и следующей за ней струй, а также распределения по инвариантным массам бозона Хиггса и лидирующей струи и/или бозона Хиггса и системы двух струй. Однако достигнутая точность измерения таких сечений не позволяет сделать определенных выводов о предпочтительности той или иной TMD функции распределения глюонов в протоне (см. рис. 9 и 10). Тем не менее, в будущем указанные наблюдаемые могут быть использованы для уточнения параметров TMD глюонных распределений с использованием более точных экспериментальных данных.

Полученные предсказания k_T -факторизационного подхода для всех наблюдаемых близки (конечно, в пределах теоретических неопределенностей) к результатам расчетов в рамках NNLO + NNLL приближения теории возмущений КХД, несмотря на принципиальное отличие этих подходов к способу построения событий, содержа-

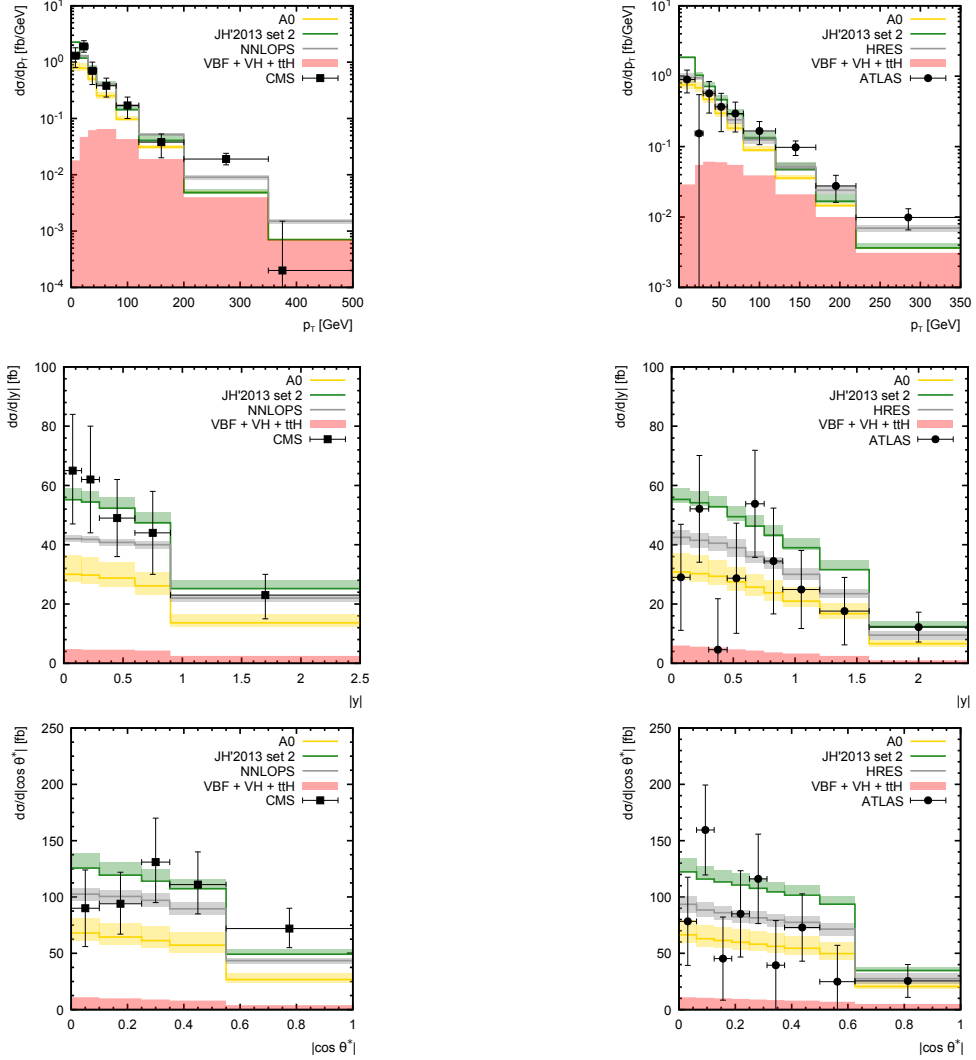


Рис. 8: Дифференциальные сечения процесса инклюзивного рождения бозонов Хиггса при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ (в дифотонной моде распада) в области $|\eta^{\gamma_1}| < 2.5$, $|\eta^{\gamma_2}| < 2.5$, $p_T^{\gamma_1}/m^{\gamma\gamma} > 1/3$, $p_T^{\gamma_2}/m^{\gamma\gamma} > 1/4$, $m^{\gamma\gamma} > 90$ ГэВ (данные CMS) и $|\eta^{\gamma_1}| < 2.37$, $|\eta^{\gamma_2}| < 2.37$, $p_T^{\gamma_1}/m^{\gamma\gamma} > 0.35$, $p_T^{\gamma_2}/m^{\gamma\gamma} > 0.25$, $105 < m^{\gamma\gamma} < 160$ ГэВ (данные ATLAS). Результаты NNLO + NNLL вычислений (генераторы HRES и NNLOPS), вклады подпроцессов с участием векторных бозонов и/или t -кварков взяты из экспериментальных работ.

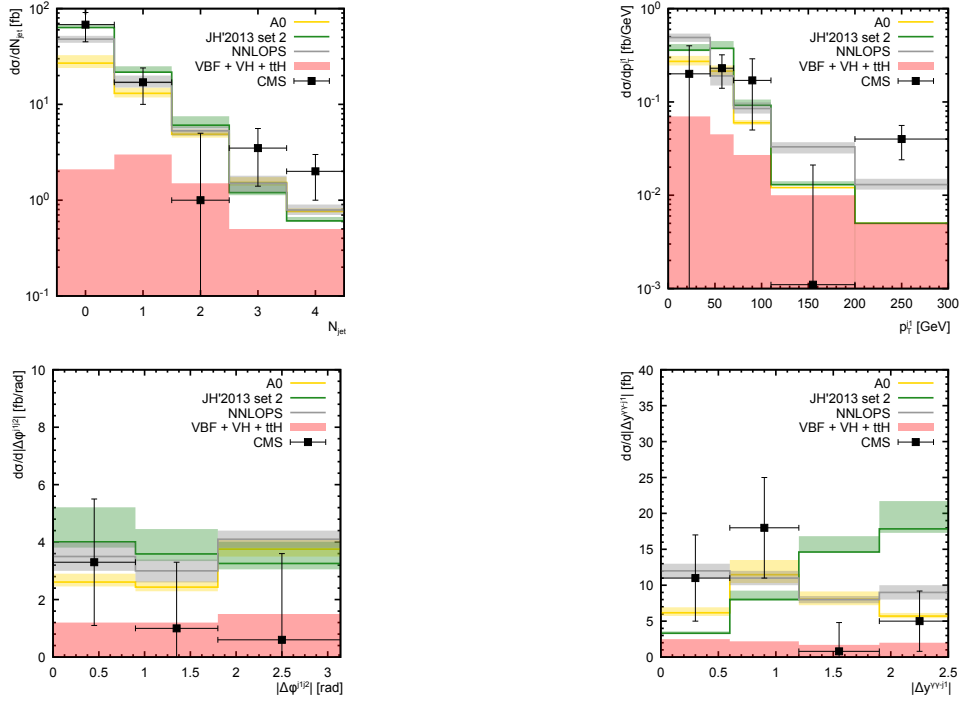


Рис. 9: Некоторые дифференциальные сечения процесса ассоциативного рождения бозонов Хиггса и адронных струй (в дифотонной моде распада) в pp столкновениях в области $|\eta^{\gamma_1}| < 2.5$, $|\eta^{\gamma_2}| < 2.5$, $p_T^{\gamma_1}/m^{\gamma\gamma} > 1/3$, $p_T^{\gamma_2}/m^{\gamma\gamma} > 1/4$, $|\eta^{\text{jet}}| < 4.7$ и $m^{\gamma\gamma} > 90$ ГэВ при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Результаты NNLO + NNLL вычислений (генератор NNLOPS), вклады подпроцессов с участием векторных бозонов и/или t -кварков взяты из экспериментальной работы CMS.

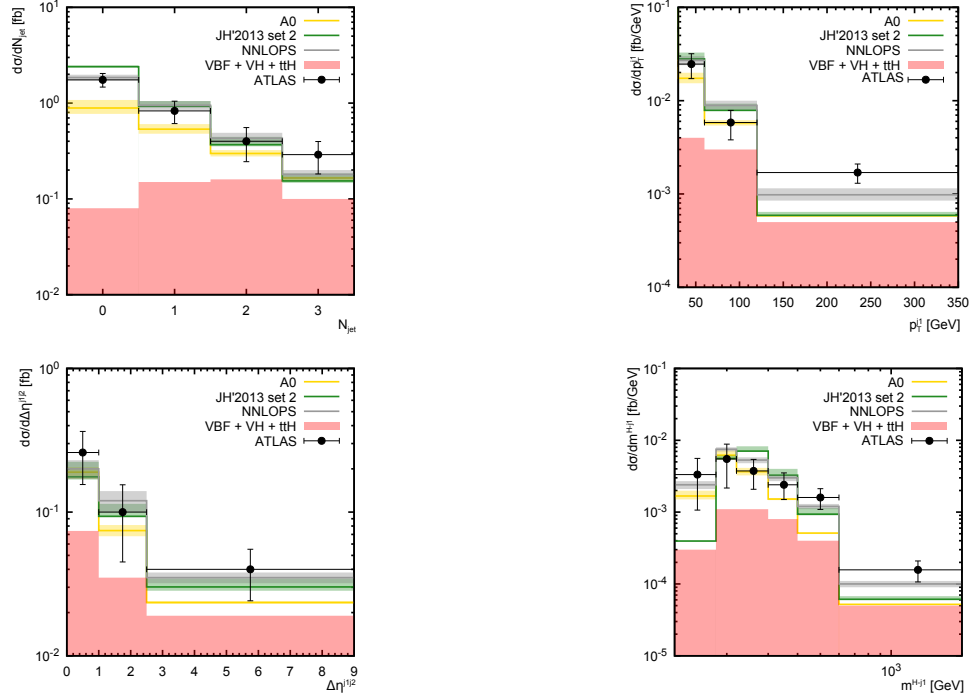


Рис. 10: Некоторые дифференциальные сечения процесса ассоциативного рождения бозонов Хиггса и адронных струй (в режиме распада $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$) в pp столкновениях в области $p_T^{l_1} > 20$ ГэВ, $p_T^{l_2} > 15$ ГэВ, $p_T^{l_3} > 10$ ГэВ, $p_T^{l_4} > 6$ ГэВ, $50 < m_{12} < 106$ ГэВ, $12 < m_{34} < 115$ ГэВ, $118 < m_{4l} < 129$ ГэВ, $|\eta^l| < 2.47$ и $|\eta^{\text{jet}}| < 4.4$ при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Результаты NNLO + NNLL вычислений (генератор NNLOPS), вклады подпроцессов с участием векторных бозонов и/или t -кварков взяты из экспериментальной работы ATLAS.

щих струи адронов в конечном состоянии. Таким образом, продемонстрировано, что использование уравнения эволюции CCFM позволяет воспроизвести традиционные, значительно более трудоемкие вычисления с учетом поправок высших порядков теории возмущений КХД.

Шестая глава посвящена описанию основных возможностей Монте-Карло генератора событий PEGASUS (Particle Event Generator: A Simple-in-Use System) [46], недавно разработанного автором и его коллегами (свидетельство о государственной регистрации №2019616238 от 21 мая 2019 года). Этот генератор предназначен для проведения расчетов сечений широкого ряда процессов КХД в протон-протонных или протон-антипротонных столкновениях высоких энергий с учетом TMD динамики партонных распределений.

В состав PEGASUS входит библиотека, включающая в себя значительное число амплитуд вне массовой поверхности различных подпроцессов глюон-глюонного слияния, а именно:

- $g^* + g^* \rightarrow Q + \bar{Q}$, где $Q = c$ или b
- $g^* + g^* \rightarrow Q + b + \bar{c}$, где $Q = B_c$ или B_c^*
- $g^* + g^* \rightarrow Q + \bar{Q} + \bar{Q}'$, где $Q = (QQ')_0$ или $(QQ')_1$ и $Q = c$ или b
- $g^* + g^* \rightarrow Q\bar{Q} \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + g \rightarrow Q + g$, где $Q = \psi'$, J/ψ или $\Upsilon(nS)$
- $g^* + g^* \rightarrow Q\bar{Q} \left[{}^1S_0^{(8)}, {}^3S_1^{(8)}, {}^3P_J^{(8)} \right] \rightarrow Q$, где $Q = \psi'$, J/ψ или $\Upsilon(nS)$
- $g^* + g^* \rightarrow Q\bar{Q} \left[{}^3P_J^{(1)}, {}^3S_1^{(8)}, {}^1P_1^{(8)} \right] \rightarrow Q$, где $Q = \chi_{cJ}(1P)$ или $\chi_{bJ}(mP)$
- $g^* + g^* \rightarrow Q\bar{Q} \left[{}^1S_0^{(1)}, {}^1S_0^{(8)}, {}^3S_1^{(8)}, {}^1P_1^{(8)} \right] \rightarrow Q$, где $Q = \eta_c(1S)$, $\eta_c(2S)$ или $\eta_b(nS)$
- $g^* + g^* \rightarrow Q\bar{Q} \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + Q\bar{Q} \left[{}^3S_1^{(1)} \right] \rightarrow Q + Q$, где $Q = \psi'$, J/ψ или $\Upsilon(nS)$
- $g^* + g^* \rightarrow H^0 \rightarrow \gamma\gamma$
- $g^* + g^* \rightarrow H^0 \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$
- $g^* + g^* \rightarrow H^0 \rightarrow W^+W^- \rightarrow e^\pm \mu^\mp \nu \bar{\nu}$
- $g^* + g^* \rightarrow V + Q + \bar{Q}$, где $V = \gamma$ или Z/γ^* и $Q = c$ или b

Кроме того, в состав генератора входят амплитуды ряда подпроцессов с участием кварков в начальном состоянии (а также некоторых подпроцессов глюон-глюонного слияния), вычисленные на массовой поверхности.

В отличие от других Монте-Карло генераторов, которые для доступа к функциям распределения партонов используют сторонние библиотеки (такие, как LHAPDF или TMDLIB), генератор PEGASUS уже включает в себя набор TMD распределений глюонов в протоне, которые в настоящее время наиболее часто применяются в расчетах.

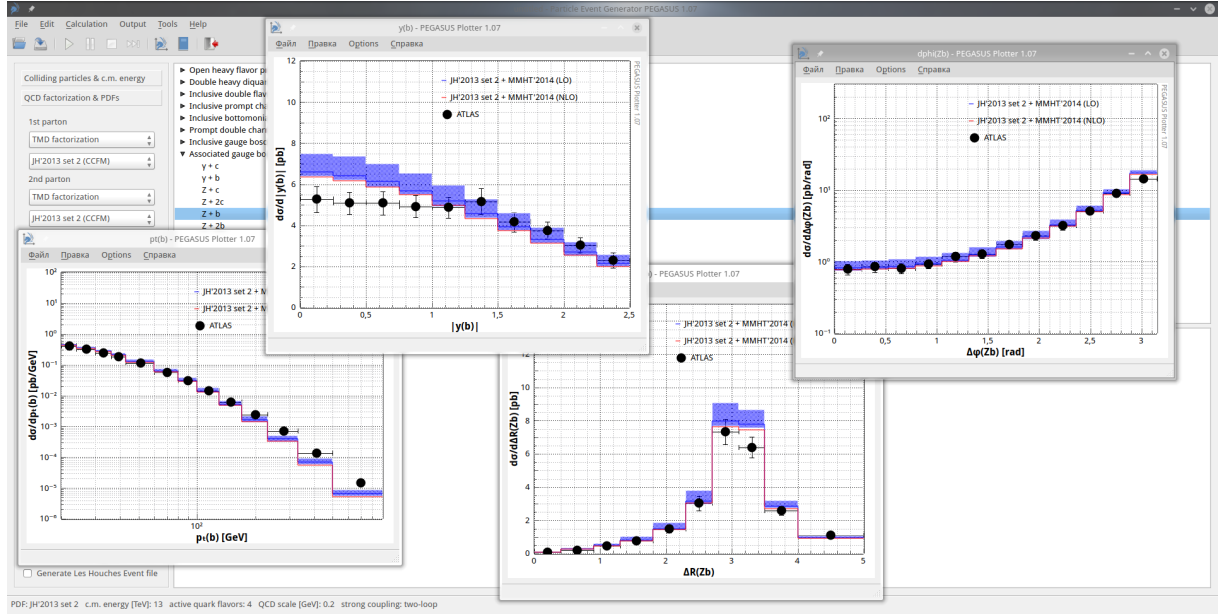


Рис. 11: Некоторые дифференциальные сечения процесса ассоциативного рождения Z бозонов и струй b -кварков в протон-протонных столкновениях при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, рассчитанные с помощью генератора PEGASUS. Экспериментальные данные коллаборации ATLAS.

PEGASUS является первым и (пока) единственным Монте-Карло генератором событий, в котором используется удобный и интуитивно понятный графический интерфейс (см. рис. 11) для задания различных параметров численных расчетов, таких, например, как массы частиц, относительные вероятности их распадов и др. Встроенный инструмент PEGASUS PLOTTER позволяет отображать (и даже использовать) результаты расчетов непосредственно во время набора статистики. Предусмотрена возможность работы с генератором из командной строки (в терминале), что может быть удобно в случае необходимости накопления достаточно большого числа событий. Сгенерированные события (взвешенные или невзвешенные) могут быть записаны в выходной файл в формате Les Houches Event для их дальнейшей обработки.

Генератор PEGASUS не требует специальной процедуры установки и свободно распространяется в виде исполняемого файла (вместе с несколькими необходимыми библиотеками) для компьютеров под управлением операционной системой Linux. Стабильная работа PEGASUS была протестирована на компьютерах под управлением операционных систем Ubuntu Linux 20.04, OpenSUSE 15.1, Rosa Linux R8.1, R11.1.

Эти отличительные особенности, а также отсутствие необходимости для пользователя обладать специальными навыками программирования и/или опытом работы с другими генераторами, выгодно выделяют PEGASUS из ряда аналогичных программных средств. Несмотря на то, что PEGASUS был разработан относительно недавно, он уже был использован коллаборацией ALICE при анализе последних экспериментальных данных для сечений процесса инклюзивного рождения J/ψ мезонов в протон-протонных столкновениях на коллайдере LHC при энергиях $\sqrt{s} = 5.02$ и

13 ТэВ [48, 49].

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертации. Они сводятся к следующим:

1. Предложены две новые TMD функции распределения глюонов в протоне. Первая из них была получена с помощью численного решения уравнения эволюции CCFM, при этом выражение для соответствующего начального распределения было вычислено в рамках модели кварк-глюонных струн с учетом эффектов насыщения глюонной плотности. Вторая функция была получена аналитически в рамках подхода KMR (в ведущем порядке) с использованием в качестве начальных условий партонных плотностей, вычисленных в приближении двойного скейлинга. Соответствующие феноменологические параметры определены с помощью экспериментальных данных HERA, LHC и RHIC. Показано, что использование в расчетах этих глюонных плотностей приводит к лучшему согласию предсказаний (по сравнению с TMD распределениями, полученными недавно другими группами) с экспериментальными данными для сечений ряда жестких процессов, изучаемых на коллайдерах HERA и LHC.
2. Впервые в рамках k_T -факторизационного подхода КХД достигнуто одновременное описание экспериментальных данных LHC для сечений процессов рождения одной или двух b -струй и процессов одиночного и парного рождения ψ' и J/ψ мезонов, возникающих из распадов b -адронов. Продемонстрировано, что распределения по разности азимутальных углов между импульсами конечных частиц, разности их быстрот, расстоянию между этими частицами в плоскости азимутальных углов и быстрот, а также распределения по инвариантной массе и поперечному импульсу конечного состояния наиболее чувствительны к выбору TMD глюонной плотности в протоне. Вклад механизма двойного партонного рассеяния в сечения рассматриваемых процессов весьма мал и составляет около 2%.
3. Определены значения непертурбативных матричных элементов η_c , ψ' , J/ψ и χ_c мезонов из экспериментальных данных LHC для некоторых TMD функций распределения глюонов. Показано, что использование специальной модели (основанной на теории мультипольного разложения излучения) для описания перехода промежуточных октетных состояний пары очарованных кварков в наблюдаемое синглетное позволяет достичь самосогласованного описания как распределений по поперечному импульсу всего семейства чармониев, так и их поляризационных наблюдаемых.
4. Впервые достигнуто хорошее согласие предсказаний k_T -факторизационного подхода КХД и полного набора экспериментальных данных (включая отношения сечений и поляризационные характеристики) для процессов инклюзивного рож-

дения различных S - и P -волновых боттомониев, полученных на коллайдерах Tevatron и LHC.

5. Показано, что предсказания k_T -факторизационного подхода КХД (с учетом вычисленных в рамках коллинеарного приближения вкладов подпроцессов, включающих кварки в начальном состоянии) находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными LHC для широкого ряда процессов высоких энергий: процессов рождения фотонов или калибровочных бозонов в сопровождении адронных струй или тяжелых (c или b) кварков, процессов одиночного рождения t -кварков, процессов инклюзивного и ассоциативного (в сопровождении струй адронов) рождения бозонов Хиггса, наблюдаемых в различных модах распада. Продemonстрировано, что наиболее чувствительны к выбору TMD глюонной плотности в протоне наблюдаемые, связанные с кинематикой адронных струй (такие, как, например, распределения по разности быстрот конечной частицы и лидирующей струи, инвариантной массе этой системы, разности быстрот двух лидирующих струй).
6. Разработан новый общедоступный Монте-Карло генератор событий PEGASUS, который позволяет в автоматическом режиме вычислять сечения различных жестких процессов КХД с учетом TMD динамики глюонных распределений в протоне. Отличительными особенностями генератора являются обширная библиотека амплитуд вне массовой поверхности партонных подпроцессов (многие из которых отсутствуют в других генераторах) и исключительная простота использования.

Публикации автора по теме диссертации

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах, индексируемых в базах данных Web of Science и/или Scopus:

1. A.V. Kotikov, A.V. Lipatov, P. Zhang, "Transverse momentum dependent parton densities in processes with heavy quark generations", Phys. Rev. D 104, 054042 (2021); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
2. A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, "Associated Higgs + jet(s) production at the LHC and CCFM gluon dynamics in a proton", Phys. Rev. D 103, 094021 (2021); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
3. N.A. Abdulov, A. Bacchetta, S.P. Baranov, A. Bermudez Martinez, V. Bertone, C. Bissolotti, V. Candellise, L.I. Estevez Banos, M. Bury, P.L.S. Connor, L. Favart, F. Guzman, F. Hautmann, M. Hentschinski, H. Jung, L. Keersmaekers, A.V. Kotikov, A. Kusina, K. Kutak, A. Lelek, J. Lidrych, A.V. Lipatov, G.I. Lykasov,

- M.A. Malyshev, M. Mendizabal, S. Prestel, S. Sadeghi Barzani, S. Sapeta, M. Schmitz, A. Signori, G. Sorrentino, S. Taheri Monfared, A. van Hameren, A.M. van Kampen, M. Vanden Bemden, A. Vladimirov, Q. Wang, H. Yang, "TMDLIB2 and TMDPLOTTER: a platform for 3D hadron structure studies", Eur. Phys. J. C 81, 752 (2021); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
4. S.J. Brodsky, G.I. Lykasov, A.V. Lipatov, J. Smiesko, "Novel Heavy-Quark Physics Phenomena", Prog. Part. Nucl. Phys. 114, 103802 (2020); импакт-фактор журнала 16.281 (Scopus, 2020).
 5. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, " χ_{c1} and χ_{c2} polarization as a probe of color octet channel", Eur. Phys. J. C 80, 1022 (2020); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
 6. A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, S.P. Baranov, "Particle Event Generator: A Simple-in-Use System PEGASUS version 1.0", Eur. Phys. J. C 80, 330 (2020); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
 7. A.V. Kotikov, A.V. Lipatov, B.G. Shaikhatdenov, P. Zhang, "Transverse momentum dependent parton densities in a proton from the generalized DAS approach", JHEP 02, 028 (2020); импакт-фактор журнала 5.810 (Scopus, 2020).
 8. A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, H. Jung, "Relation between the parton branching approach and Catani-Ciafaloni-Fiorani-Marchesini evolution", Phys. Rev. D 101, 034022 (2020); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
 9. N.A. Abdulov, A.V. Lipatov, "Bottomonia production and polarization in the NR-QCD with k_T -factorization. III: $\Upsilon(1S)$ and $\chi_b(1P)$ mesons", Eur. Phys. J. C 81, 1085 (2021); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
 10. N.A. Abdulov, A.V. Lipatov, "Bottomonia production and polarization in the NR-QCD with k_T -factorization. II: $\Upsilon(2S)$ and $\chi_b(2P)$ mesons", Eur. Phys. J. C 80, 486 (2020); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
 11. N.A. Abdulov, A.V. Lipatov, "Bottomonia production and polarization in the NR-QCD with k_T -factorization. I: $\Upsilon(3S)$ and $\chi_b(3P)$ mesons", Eur. Phys. J. C 79, 830 (2019); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
 12. A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, H. Jung, "TMD parton shower effects in associated $\gamma + jet$ production at LHC", Phys. Rev. D 100, 034028 (2019); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
 13. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, "Are there any challenges in the charmonia production and polarization at the LHC?", Phys. Rev. D 100, 114021 (2019); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).

14. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, "Prompt η_c meson production at the LHC in the NR-QCD with k_T -factorization", Eur. Phys. J. C 79, 621 (2019); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
15. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, "Associated non-prompt $J/\psi + \mu$ and $J/\psi + J/\psi$ production at LHC as a test for TMD gluon density", Eur. Phys. J. C 78, 820 (2018); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
16. N.A. Abdulov, H. Jung, A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, M.A. Malyshev, "Employing RHIC and LHC data to determine TMD gluon density in a proton", Phys. Rev. D 98, 054010 (2018); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
17. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, "First estimates of the B_c wave function from the data on the B_c production cross section", Phys. Lett. B 785, 338 (2018); импакт-фактор журнала 4.771 (Scopus, 2020).
18. V.A. Bednyakov, S.J. Brodsky, A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, M.A. Malyshev, J. Smiesko, S. Tokar, "Constraints on the intrinsic charm content of the proton from recent ATLAS data", Eur. Phys. J. C 79, 92 (2019); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
19. A.V. Lipatov, S.P. Baranov, H. Jung, M.A. Malyshev, "Charmonia production from b -hadron decays at LHC with k_T -factorization: J/ψ , $\psi(2S)$ and $J/\psi + Z$ ", Eur. Phys. J. C 78, 2 (2018); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
20. S.P. Baranov, H. Jung, A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, "Associated production of Z bosons and b -jets at the LHC in the combined k_T + collinear QCD factorization approach", Eur. Phys. J. C 77, 772 (2017); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
21. N.A. Abdulov, A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, "Inclusive Higgs boson production at the LHC in the k_T -factorization approach", Phys. Rev. D 97, 054017 (2018); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
22. S.P. Baranov, H. Jung, A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, "Testing the parton evolution with the use of two-body final states", Eur. Phys. J. C 77, 2 (2017); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
23. A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, Yu.Yu. Stepanenko, V.A. Bednyakov, "Probing proton intrinsic charm in photon or Z boson production accompanied by heavy jets at LHC", Phys. Rev. D 94, 053011 (2016); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
24. A.A. Grinyuk, A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, N.P. Zotov, "Significance of non-perturbative input to TMD gluon density for hard processes at LHC", Phys. Rev. D 93, 014035 (2016); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).

25. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, "Prompt charmonia production and polarization at LHC in the NRQCD with k_T -factorization. Part III: J/ψ meson", Phys. Rev. D 96, 034019 (2017); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
26. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, N.P. Zotov, "Prompt charmonia production and polarization at LHC in the NRQCD with k_T -factorization. Part II: χ_c mesons", Phys. Rev. D 93, 094012 (2016); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
27. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, N.P. Zotov, "Prompt charmonia production and polarization at LHC in the NRQCD with k_T -factorization. Part I: $\psi(2S)$ meson", Eur. Phys. J. C 75, 455 (2015); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
28. A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, N.P. Zotov, "Phenomenology of k_T -factorization for inclusive Higgs boson production at LHC", Phys. Lett. B 735, 79 (2014); импакт-фактор журнала 4.771 (Scopus, 2020).
29. A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, N.P. Zotov, "LHC soft physics and transverse momentum dependent gluon density at low x ", Phys. Rev. D 89, 014001 (2014); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
30. A.A. Grinyuk, A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, N.P. Zotov, "Transition between soft physics at LHC and low- x physics at HERA", Phys. Rev. D 87, 074017 (2013); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
31. A.V. Lipatov, M.A. Malyshev, N.P. Zotov, "Prompt photon and associated heavy quark production at hadron colliders with k_T -factorization", JHEP 05, 104 (2012); импакт-фактор журнала 5.810 (Scopus, 2020).
32. H. Jung, M. Krämer, A.V. Lipatov, N.P. Zotov, "Investigation of beauty production and parton shower effects at LHC", Phys. Rev. D 85, 034035 (2012); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
33. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, N.P. Zotov, "Prompt J/ψ production at LHC: new evidence for the k_T -factorization", Phys. Rev. D 85, 014034 (2012); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
34. A.V. Lipatov, N.P. Zotov, "Phenomenology of k_T -factorization for inclusive top quark pair production at hadron colliders", Phys. Lett. B 704, 189 (2011); импакт-фактор журнала 4.771 (Scopus, 2020).
35. H. Jung, M. Krämer, A.V. Lipatov, N.P. Zotov, "Heavy Flavour Production at Tevatron and Parton Shower Effects", JHEP 01, 085 (2011); импакт-фактор журнала 5.810 (Scopus, 2020).

36. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, N.P. Zotov, "Production of electroweak gauge bosons in off-shell gluon-gluon fusion", Phys. Rev. D 78, 014025 (2008); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
37. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, N.P. Zotov, "Associated production of prompt photons and heavy quarks in off-shell gluon-gluon fusion", Eur. Phys. J. C 56, 371 (2008); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
38. S.P. Baranov, A.V. Lipatov, N.P. Zotov, "Prompt photon hadroproduction at high energies in off-shell gluon-gluon fusion", Phys. Rev. D 77, 074024 (2008); импакт-фактор журнала 5.296 (Scopus, 2020).
39. A.V. Lipatov, N.P. Zotov, "Higgs boson production at hadron colliders in the k_T -factorization approach", Eur. Phys. J. C 44, 559 (2005); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
40. Н.П. Зотов, А.В. Липатов, В.А. Салеев, "Процессы рождения тяжелых кварков на коллайдере Tevatron в рамках полужесткого подхода КХД и неинтегрированные распределения глюонов", ЯФ 66, 786 (2003);
N.P. Zotov, A.V. Lipatov, V.A. Saleev, "Heavy-quark production in $p\bar{p}$ collisions and unintegrated gluon distributions", Phys. Atom. Nucl. 66, 755 (2003); импакт-фактор журнала 0.420 (Scopus, 2020).
41. A.V. Kotikov, A.V. Lipatov, N.P. Zotov, "The contribution of off-shell gluons to the longitudinal structure function F_L ", Eur. Phys. J. C 27, 219 (2003); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).
42. A.V. Kotikov, A.V. Lipatov, G. Parente, N.P. Zotov, "The contribution of off-shell gluons to the structure functions F_2^c and F_L^c and the unintegrated gluon distributions", Eur. Phys. J. C 26, 51 (2002); импакт-фактор журнала 4.590 (Scopus, 2020).

Список литературы

- [1] Collins J.C. Foundations of perturbative QCD. — 2011.
- [2] Грибов В.Н., Липатов Л.Н. Глубоконеупругое ep -рассеяние в теории возмущений // Ядерная физика. — 1972. — Vol. 15. — Рр. 781–807.
- [3] Грибов В.Н., Липатов Л.Н. Аннигиляция e^+e^- -пар и глубоконеупругое ep -рассеяние в теории возмущений // Ядерная физика. — 1972. — Vol. 15. — Рр. 1218–1237.
- [4] Altarelli G., Parisi G. Asymptotic freedom in parton language // Nuclear Physics B. — 1977. — Vol. 126, no. 2. — Рр. 298–318. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321377903844>.

- [5] Докшицер Ю.Л. Вычисление структурных функций для глубоконеупругого рассеяния и e^+e^- аннигиляции в теории возмущений квантовой хромодинамики // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 1977. — Vol. 73. — Pp. 1216–1241.
- [6] Collins J.C., Soper D.E. Parton distribution and decay functions // *Nuclear Physics B*. — 1982. — Vol. 194, no. 3. — Pp. 445–492. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321382900219>.
- [7] Collins J.C., Soper D.E., Sterman G. Transverse momentum distribution in Drell-Yan pair and W and Z boson production // *Nuclear Physics B*. — 1985. — Vol. 250, no. 1. — Pp. 199–224. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321385904791>.
- [8] Кураев Э.А., Липатов Л.Н., Фадин В.С. Мульти-реджевские процессы в теории Янга-Миллса // *Журнал теоретической и экспериментальной физики*. — 1976. — Vol. 71. — Pp. 840–855.
- [9] Кураев Э.А., Липатов Л.Н., Фадин В.С. Особенность Померанчука в неабелевых калибровочных теориях // *Журнал теоретической и экспериментальной физики*. — 1977. — Vol. 72. — Pp. 377–389.
- [10] Балицкий Я.Я., Липатов Л.Н. О Померанчуковской особенности в квантовой хромодинамике // *Ядерная физика*. — 1978. — Vol. 28. — Pp. 1597–1611.
- [11] Ciafaloni M. Coherence effects in initial jets at small Q^2/s // *Nuclear Physics B*. — 1988. — Vol. 296, no. 1. — Pp. 49–74. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/055032138890380X>.
- [12] Catani S., Fiorani F., Marchesini G. QCD coherence in initial state radiation // *Physics Letters B*. — 1990. — Vol. 234, no. 3. — Pp. 339–345. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269390919388>.
- [13] Catani S., Fiorani F., Marchesini G. Small- x behaviour of initial state radiation in perturbative QCD // *Nuclear Physics B*. — 1990. — Vol. 336, no. 1. — Pp. 18–85. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/055032139090342B>.
- [14] Marchesini G. QCD coherence in the structure function and associated distributions at small x // *Nuclear Physics B*. — 1995. — Jul. — Vol. 445, no. 1. — Pp. 49–78. — URL: [http://dx.doi.org/10.1016/0550-3213\(95\)00149-M](http://dx.doi.org/10.1016/0550-3213(95)00149-M).
- [15] Gribov L.V., Levin E.M., Ryskin M.G. Semihard processes in QCD // *Physics Reports*. — 1983. — Vol. 100, no. 1. — Pp. 1–150. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157383900224>.

- [16] Рождение тяжелых кварков в полужестких взаимодействиях нуклонов / Е.М. Левин, М.Г. Рыскин, А.Г. Шуваев, Ю.М. Шабельский // *Ядерная физика*. — 1991. — Vol. 53. — Pp. 1059–1077.
- [17] *Catani S., Ciafaloni M., Hautmann F.* High energy factorization and small- x heavy flavour production // *Nuclear Physics B*. — 1991. — Vol. 366, no. 1. — Pp. 135–188. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321391900553>.
- [18] *Collins J.C., Ellis R.K.* Heavy-quark production in very high energy hadron collisions // *Nuclear Physics B*. — 1991. — Vol. 360, no. 1. — Pp. 3–30. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321391902889>.
- [19] *Lipatov L.N.* Gauge invariant effective action for high energy processes in QCD // *Nuclear Physics B*. — 1995. — Vol. 452, no. 1. — Pp. 369–397. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/055032139500390E>.
- [20] *Lipatov L.N., Vyazovsky M.I.* Quasi-multi-Regge processes with a quark exchange in the t -channel // *Nuclear Physics B*. — 2001. — Vol. 597, no. 1. — Pp. 399–409. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321300007094>.
- [21] *Lipatov L.N.* Small- x physics in perturbative QCD // *Physics Reports*. — 1997. — Jul. — Vol. 286, no. 3. — Pp. 131–198. — URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573\(96\)00045-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0370-1573(96)00045-2).
- [22] *Mulders P.J., Rodrigues J.* Transverse momentum dependence in gluon distribution and fragmentation functions // *Physical Review D*. — 2001. — Apr. — Vol. 63. — P. 094021. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.63.094021>.
- [23] QCD evolution of (un)polarized gluon TMDPDFs and the Higgs q_T -distribution / M.G. Echevarria, T. Kasemets, P.J. Mulders, C. Pisano // *Journal of High Energy Physics*. — 2015. — Jul. — Vol. 2015, no. 7. — P. 158. — URL: [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP07\(2015\)158](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP07(2015)158).
- [24] *Sun P., Xiao B.-W., Yuan F.* Gluon distribution functions and Higgs boson production at moderate transverse momentum // *Physical Review D*. — 2011. — Nov. — Vol. 84. — P. 094005. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.84.094005>.
- [25] *Meissner S., Metz A., Goeke K.* Relations between generalized and transverse momentum dependent parton distributions // *Physical Review D*. — 2007. — Aug. — Vol. 76. — P. 034002. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.76.034002>.
- [26] Universality of unintegrated gluon distributions at small x / F. Dominguez, C. Marquet, B.-W. Xiao, F. Yuan // *Physical Review D*. — 2011. — May. — Vol. 83. — P. 105005. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.83.105005>.

- [27] On the small- x evolution of the color quadrupole and the Weizsäcker-Williams gluon distribution / F. Dominguez, A.H. Mueller, S. Munier, B.-W. Xiao // *Physics Letters B*. — 2011. — Vol. 705, no. 1. — Pp. 106–111. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269311012044>.
- [28] *Hentschinski M.* Transverse momentum dependent gluon distribution within high energy factorization at next-to-leading order // *Physical Review D*. — 2021. — Sep. — Vol. 104. — P. 054014. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.104.054014>.
- [29] *Maciula R., Szczurek A.* Consistent treatment of charm production in higher-orders at tree-level within k_T -factorization approach // *Physical Review D*. — 2019. — Sep. — Vol. 100. — P. 054001. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.100.054001>.
- [30] *Karpishkov A.V., Nefedov M.A., Saleev V.A.* $B\bar{B}$ angular correlations at the LHC in the parton Reggeization approach merged with higher-order matrix elements // *Physical Review D*. — 2017. — Nov. — Vol. 96. — P. 096019. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.96.096019>.
- [31] *Cho P., Leibovich A.K.* Color-octet quarkonia production // *Physical Review D*. — 1996. — Jan. — Vol. 53, no. 1. — Pp. 150–162. — URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.53.150>.
- [32] *Cho P., Leibovich A.K.* Color-octet quarkonia production. II // *Physical Review D*. — 1996. — Jun. — Vol. 53, no. 11. — Pp. 6203–6217. — URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.53.6203>.
- [33] *Bodwin G.T., Braaten E., Lepage G.P.* Rigorous QCD analysis of inclusive annihilation and production of heavy quarkonium // *Physical Review D*. — 1995. — Vol. 51. — Pp. 1125–1171. — [Erratum: *Physical Review D* 55, 5853 (1997)].
- [34] *Chang C.-H.* Hadronic production of J/ψ associated with a gluon // *Nuclear Physics B*. — 1980. — Vol. 172. — Pp. 425–434. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321380901753>.
- [35] *Berger E.L., Jones D.* Inelastic photoproduction of J/ψ and Υ by gluons // *Physical Review D*. — 1981. — Apr. — Vol. 23. — Pp. 1521–1530. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.23.1521>.
- [36] *Baier R., Rückl R.* Hadronic production of J/ψ and Υ : transverse momentum distributions // *Physics Letters B*. — 1981. — Vol. 102, no. 5. — Pp. 364–370. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269381906365>.
- [37] *Герштейн С.С., Лиходед А.К., Слабоспицкий С.Р.* Инклюзивные спектры очарованных частиц в процессах фоторождения // *Ядерная физика*. — 1981. — Vol. 34. — P. 227.

- [38] *Ma Y.-Q., Wang K., Chao K.-T.* J/ψ (ψ') production at the Tevatron and LHC at $O(\alpha_s^4 v^4)$ in nonrelativistic QCD // *Physical Review Letters*. — 2011. — Jan. — Vol. 106. — P. 042002. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.042002>.
- [39] *Butenschoen M., He Z.-G., Kniehl B.A.* η_c production at the LHC challenges nonrelativistic QCD factorization // *Physical Review Letters*. — 2015. — Mar. — Vol. 114. — P. 092004. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.092004>.
- [40] Impact of η_c Hadroproduction Data on Charmonium Production and Polarization within the Nonrelativistic QCD Framework / H.-F. Zhang, Z. Sun, W.-L. Sang, R. Li // *Physical Review Letters*. — 2015. — Mar. — Vol. 114. — P. 092006. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.092006>.
- [41] *Baranov S.P.* Possible solution of the quarkonium polarization problem // *Physical Review D*. — 2016. — Mar. — Vol. 93. — P. 054037. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.93.054037>.
- [42] The CCFM Monte Carlo generator CASCADE version 2.2.03 / H. Jung, S. Baranov, M. Deak et al. // *European Physical Journal C*. — 2010. — Vol. 70. — Pp. 1237–1249.
- [43] Soft-gluon resolution scale in QCD evolution equations / F. Hautmann, H. Jung, A. Lelek et al. // *Physics Letters B*. — 2017. — Vol. 772. — Pp. 446–451.
- [44] Collinear and TMD Quark and Gluon Densities from Parton Branching Solution of QCD Evolution Equations / F. Hautmann, H. Jung, A. Lelek et al. // *Journal of High Energy Physics*. — 2018. — Vol. 01. — P. 070.
- [45] *van Hameren A.* KATIE : For parton-level event generation with k_T -dependent initial states // *Computer Physics Communications*. — 2018. — Vol. 224. — Pp. 371–380.
- [46] *Lipatov A.V., Malyshev M.A., Baranov S.P.* Particle Event Generator: A Simple-in-Use System PEGASUS version 1.0 // *European Physical Journal C*. — 2020. — Vol. 80, no. 4. — P. 330.
- [47] TMDlib2 and TMDplotter: a platform for 3D hadron structure studies / N.A. Abdulov, A. Bacchetta, S.P. Baranov et al. // *European Physical Journal C*. — 2021. — Vol. 81. — P. 752.
- [48] Inclusive J/ψ production at midrapidity in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV / S. Acharya, D. Adamova, A. Adler et al. — 2021. — 8.
- [49] Prompt and non-prompt J/ψ production cross sections at midrapidity in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 5.02$ and 13 TeV / S. Acharya, D. Adamova, A. Adler et al. — 2021. — 8.

- [50] Transition between soft physics at the LHC and low- x physics at HERA / A.A. Grinyuk, A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, N.P. Zotov // *Physical Review D*. — 2013. — Apr. — Vol. 87, no. 7. — P. 074017. — URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.87.074017>.
- [51] *Lipatov A.V., Lykasov G.I., Zotov N.P.* LHC soft physics and transverse momentum dependent gluon density at low x // *Physical Review D*. — 2014. — Jan. — Vol. 89. — P. 014001. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.89.014001>.
- [52] Significance of nonperturbative input to the transverse momentum dependent gluon density for hard processes at the LHC / A.A. Grinyuk, A.V. Lipatov, G.I. Lykasov, N.P. Zotov // *Physical Review D*. — 2016. — Jan. — Vol. 93, no. 1. — P. 014035. — URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.93.014035>.
- [53] Employing RHIC and LHC data to determine the transverse momentum dependent gluon density in a proton / N.A. Abdulov, H. Jung, A.V. Lipatov et al. // *Physical Review D*. — 2018. — Sep. — Vol. 98. — P. 054010. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.98.054010>.
- [54] Role of Gluons in Soft and Semi-Hard Multiple Hadron Production in pp Collisions at LHC / V.A. Bednyakov, A.A. Grinyuk, G.I. Lykasov, M. Poghosyan // *International Journal of Modern Physics A*. — 2012. — Vol. 27. — P. 1250042.
- [55] *Kovchegov Yu.V.* Unitarization of the BFKL Pomeron on a nucleus // *Physical Review D*. — 2000. — Mar. — Vol. 61. — P. 074018. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.61.074018>.
- [56] *Hautmann F., Jung H., Monfared S. Taheri.* The CCFM uPDF evolution UPDFEVOLV version 1.0.00 // *European Physical Journal C*. — 2014. — Oct. — Vol. 74, no. 10. — P. 3082. — URL: <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-014-3082-1>.
- [57] *Kotikov A.V., Parente G.* Small x behavior of parton distributions with soft initial conditions // *Nuclear Physics B*. — 1999. — May. — Vol. 549, no. 1-2. — Pp. 242–262. — URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0550-3213\(99\)00107-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0550-3213(99)00107-8).
- [58] *Illarionov A.Y., Kotikov A.V., Parente G.* Small x behavior of parton distributions: a study of higher twist effects // *Physics of Particles and Nuclei*. — 2008. — May. — Vol. 39, no. 3. — Pp. 307–347.
- [59] Small- x behavior of the structure function F_2 and its slope $\partial \ln F_2 / \partial \ln(1/x)$ for "frozen" and analytic strong-coupling constants / G. Cvetic, A.Yu. Illarionov, B.A. Kniehl, A.V. Kotikov // *Physics Letters B*. — 2009. — Aug. — Vol. 679, no. 4. — Pp. 350–354. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physletb.2009.07.057>.

- [60] Зотов Н.П., Лунатов А.В., Салеев В.А. Процессы рождения тяжелых кварков на коллайдере Tevatron в рамках полужесткого подхода КХД и неинтегрированные распределения глюонов // *Ядерная физика*. — 2003. — Vol. 66. — P. 786.
- [61] Palmer W.F., Paschos E.A., Soldan P.H. Momentum distribution in the decay $B \rightarrow J/\psi + X$ // *Physical Review D*. — 1997. — Nov. — Vol. 56. — Pp. 5794–5804. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.56.5794>.
- [62] Kniehl B.A., Kramer G. Inclusive J/ψ and $\psi(2S)$ production from B decay in $p\bar{p}$ collisions // *Physical Review D*. — 1999. — May. — Vol. 60. — P. 014006. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.60.014006>.
- [63] Bolzoni P., Kniehl B.A., Kramer G. Inclusive J/ψ and $\psi(2S)$ production from b -hadron decay in $p\bar{p}$ and pp collisions // *Physical Review D*. — 2013. — Oct. — Vol. 88. — P. 074035. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.88.074035>.
- [64] Review of particle physics / M. Tanabashi, K. Hagiwara, K. Hikasa et al. // *Physical Review D*. — 2018. — Aug. — Vol. 98. — P. 030001. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.98.030001>.
- [65] The contribution of off-shell gluons to the structure functions F_2^c and F_L^c and the unintegrated gluon distributions / A.V. Kotikov, A.V. Lipatov, G. Parente, N.P. Zotov // *European Physical Journal C*. — 2002. — Nov. — Vol. 26, no. 1. — Pp. 51–66. — URL: <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s2002-01036-y>.
- [66] Feynman rules for effective Regge action / E.N. Antonov, I.O. Cherednikov, E.A. Kuraev, L.N. Lipatov // *Nuclear Physics B*. — 2005. — Aug. — Vol. 721, no. 1–3. — Pp. 111–135. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2005.05.013>.
- [67] Cho P., Wise M.B., Trivedi S.P. Gluon fragmentation into polarized charmonium // *Physical Review D*. — 1995. — Mar. — Vol. 51. — Pp. R2039–R2043. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.51.R2039>.
- [68] Baranov S.P. Production of doubly flavored baryons in pp , ep and $\gamma\gamma$ collisions // *Physical Review D*. — 1996. — Sep. — Vol. 54. — Pp. 3228–3236. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.54.3228>.
- [69] Baranov S.P., Lipatov A.V., Zotov N.P. Prompt photon hadroproduction at high energies in off-shell gluon-gluon fusion // *Physical Review D*. — 2008. — Apr. — Vol. 77. — P. 074024. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.77.074024>.
- [70] Baranov S.P., Lipatov A.V., Zotov N.P. Production of electroweak gauge bosons in off-shell gluon-gluon fusion // *Physical Review D*. — 2008. — Jul. — Vol. 78. — P. 014025. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.78.014025>.

- [71] *Prange R.E.* Dispersion Relations for Compton Scattering // *Physical Review*. — 1958. — Apr. — Vol. 110. — Pp. 240–252. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.110.240>.
- [72] *Baranov S.P., Zotov N.P.* BFKL gluon dynamics and resolved photon processes in D^* and dijet associated photoproduction at HERA // *Physics Letters B*. — 2000. — Vol. 491, no. 1. — Pp. 111–116. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269300009990>.
- [73] A standard format for Les Houches Event Files / J. Alwall, A. Ballestrero, P. Bartalini et al. // *Computer Physics Communications*. — 2007. — Feb. — Vol. 176, no. 4. — Pp. 300–304. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cpc.2006.11.010>.