

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Таранина Константина Александровича «Значения функции перманента $(0,1)$ -матриц и $(-1,1)$ -матриц», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел)

АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Диссертационная работа Таранина Константина Александровича посвящена разработке методов и решению задач анализа перманентов квадратных $(0,1)$ -матриц и $(-1,1)$ -матриц. В рамках диссертации изучаются реализации значений функции перманента, включая построение границ и оценок количества значений перманента, а также критериев обращения в нуль и делимости перманентов.

Понятие перманента квадратной матрицы было введено в начале XIX века и связано с именами Ж. Ф. М Бине и О. Л. Коши. Интерес к изучению перманентов стал быстро расти во второй половине XX века, в частности, в связи проблемой сложности вычисления перманента, которая привлекла специалистов в области алгоритмической сложности, а также в связи с ростом числа приложений функции перманента как в математике (в алгебре, комбинаторике, теории графов, теории вероятностей), так и в других областях (в квантовой физике, физической химии, экономике, генетике).

В последние десятилетия изучение перманентов осуществлялось в контексте проблемы реализации (расположения) значений функции перманента. В работах Р. А. Бруальди, А. Р. Кройтера, М. Ньюмена, Н. Сейфтера и др. были получены новые существенные результаты, включая критерии для $(0,1)$ -матриц для небольших положительных значений перманента и нижнюю оценку на границу значений перманента, принимаемых последовательно, а также критерии для $(-1,1)$ -матриц обращения в нуль и делимости на степени числа 2. Указанные результаты определили наиболее перспективное направление исследований, требующее дальнейшего развития. Поэтому, диссертационная работа Таранина К. А., связанная с разработкой теории и методов исследования реализации значений функции перманента в рамках этого направления, представляется весьма актуальной.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ И ИХ НОВИЗНА

Основные результаты работы являются новыми и состоят в следующем.

1. Улучшена более чем в 2 раза оценка Бруальди-Ньюмена границы последовательных значений перманента $(0,1)$ -матриц. В частности, разработан новый метод конструирования матриц с требуемым перманентом, который позволяет доказать теорему Бруальди-Ньюмена и ее усилить.

2. Для всех простых $p < n$ и натуральных $2 < j < n$ найдены матрицы, на которых функция перманента достигает наибольшего не делящегося на p значения и наибольшего не делящегося на $j!$ значения, соответственно. В частности, найдены наибольшее нечетное и наибольшее не делящееся на 3 значения перманента.

3. Получена формула для перманента $(-1,1)$ -матриц, позволяющая исследовать его делимость на степени 2, в том числе напрямую доказать результаты Кройтера и Сейфтера. Найден новый критерий делимости перманента $(-1,1)$ -матриц на степень 2.

4. С точностью до перестановки строк и столбцов, их домножения на (-1) и транспонирования, приведены все $(-1,1)$ -матриц порядка не более 5 с нулевым перманентом.

ОБОСНОВАННОСТЬ И ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ

Обоснованность результатов диссертации подтверждается представленными в работе строгими рассуждениями и исчерпывающими доказательствами, подробным изучением существующих результатов, сопоставлением и согласованностью полученных результатов с результатами других авторов, а также наглядными примерами, иллюстрирующими доказательства, выводы и заключения работы.

Достоверность результатов опирается на корректное применение и дальнейшее развитие методов алгебры, комбинаторики и теории чисел, и подтверждается апробацией результатов на международных и российских научных конференциях, а также их публикацией в ведущих научных журналах по профилю диссертации, включая журналы «Записки научных семинаров ПОМИ» и «Linear Algebra and its Applications».

Результаты диссертационной работы получены автором самостоятельно. Личный вклад соискателя отражен в 4 публикациях по теме диссертации, подготовленных им единолично или в соавторстве.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ

Тема исследований имеет несомненное прикладное значение. Полученные в работе результаты обеспечивают теоретическую основу для построения эффективных вычислительных методов и процедур для анализа и решения прикладных задач в различных областях, включая экономику,

генетику и др. В частности, результаты, относящиеся к изучению матриц с нулевым перманентом, могут найти применение при разработке методов решения ряда практических задач оптимизации.

ЗАМЕЧАНИЯ ПО ДИССЕРТАЦИИ

К замечаниям по тексту диссертационной работы следует отнести следующее.

1. В тексте имеется некоторое число опечаток. В частности, на с. 4, строки 6-7 снизу, вместо слов «получены Гордоном, Моцкином» следовало писать «получены Гордоном, Моцкиным». Другие опечатки включают: стр. 10, строка 8, «перманета» вместо «перманента»; с. 11, строка 6, «закключающегося» – «закключающегося»; с. 17, строка 7, «соответствующей» – «соответствующей»; с. 45, строка 5 снизу, «and» – «и»; с. 49, строка 14, «транспонированиями» – «транспонированиями»; с. 52, строки 2-3 снизу, «рассмторим» – «рассмотрим»; с. 54, строка 11 снизу, «содеращих» – «содержащих». На с. 52, строка 8, между словами «ссылаются нетривиальные» пропущен предлог «на».

2. Некоторые обозначения используются в тексте без предварительных определений или пояснений. Например, на с. 7, строка 3, символ $\mathcal{A}_n$ не определен (определение дано на с. 9). На с. 12, строка 13, не определен символ M_n , который затем на с. 16 вводится в контексте задачи о рассадке пар учитель-ученик (также известной как задача о супружеских парах) в примере 1.1.18.

3. На с.14-15 при описании матриц в приводимых в работе формулировках теорем 1.1.13 и 1.1.14 используется символ «*», назначение которого представляется уместным прямо определить. Не вполне ясно, как матрица из теоремы 1.1.14 будет определяться для размерности 3.

4. Из текста подраздела 1.2.2 не вполне ясно в какой степени формула (1) на с. 36 для вычисления перманента является новым результатом. Представляет также интерес вопрос: возможно ли использование формул для перманентов (1) на с. 36 и (16) на с. 54 для практических вычислений и какова может быть вычислительная сложность таких расчетов?

5. На стр. 80, строка 1 снизу, неверно указана величина 0.330 индикатора SJR (SCImago Journal Rank) для журнала Linear Algebra and Its Applications. Правильное значение: 0.951 (2020).

Указанные замечания, однако, носят в основном редакционный характер и не влияют на общую высокую оценку работы.

ОБЩАЯ ОЦЕНКА ДИССЕРТАЦИИ

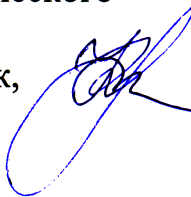
В целом диссертация Таранина К. А. представляет собой завершённую научно-квалификационную работу, которая содержит решения научных проблем, имеющих значение для развития теории и методов алгебры, комбинаторики и теории чисел в задачах анализа матриц.

Структура и содержание работы соответствуют поставленным целям и задачам исследования. Текст диссертации отличается хорошим литературным языком, обладает внутренней логикой и единством. Результаты диссертационной работы опубликованы в периодических изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science, Scopus и RSCI, а также апробированы на международных и всероссийских научных конференциях. Автореферат вполне верно и полно отражает основные результаты диссертационной работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Считаю, что диссертационная работа «Значения функции перманента $(0,1)$ -матриц и $(-1,1)$ -матриц» соответствуют критериям, определенным пп. 2.1–2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова», и оформлена согласно приложениям №5,6 «Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова». По моему мнению, автор диссертации, Таранин Константин Александрович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теория чисел).

Официальный оппонент:
профессор кафедры статистического
моделирования математико-механического
факультета СПбГУ,
доктор физико-математических наук,
доцент

 Н. К. Кривулин

19 мая 2022 г.

Адрес: 198504, С.-Петербург,
Университетский пр-т, д. 28,
Математико-механический ф-т СПбГУ
Эл.почта: n.krivulin@spbu.ru
Телефон: +7(812)4284592

