

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Таранина Константина Александровича «Значения функции перманента $(0,1)$ -матриц и $(-1,1)$ -матриц», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (01.01.06 — «Математическая логика, алгебра и теория чисел»)

Диссертационная работа Таранина К.А. посвящена исследованию значений функции перманента на множестве $(0,1)$ - и $(-1,1)$ -матриц. Перманент (наряду с детерминантом) является одной из важнейших полилинейных функций от матриц и был введен еще Коши и Бине в начале XIX века. Сегодня актуальность исследования перманента во многом связана с его приложениями к комбинаторике, дискретным структурам и оптимизационным задачам: хорошо известно, что перманент квадратной $(0,1)$ -матрицы выражает число совершенных паросочетаний в подходящем двудольном графе.

В настоящей работе при рассмотрении $(0,1)$ -матриц основное внимание уделяется установлению границ интервала последовательных значений перманента и наибольшим возможным его значениям, которые не делятся на некоторое простое число. Для матриц с элементами 1 и -1 изучается проблема обращения перманента в ноль и его делимости на степени двойки.

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы, включающего 40 источников. Общий объем диссертации составляет 81 страницу.

Во введении обосновывается актуальность темы, приводится небольшой исторический обзор исследований перманента, описывается структура работы и формулируются основные результаты.

В первой главе рассматриваются перманенты $(0,1)$ -матриц. В начале главы сформулированы основные определения и обозначения, а также довольно подробно излагается история изучения значений перманента в этом классе матриц. Один из основных результатов главы — улучшение известной нижней оценки на длину интервала первых подряд идущих значений перманента $(0,1)$ -матриц порядка n . Предыдущая оценка была получена Бруальди и Ньюманом в 1965 году. Во второй половине первой главы, наоборот, рассматриваются значения перманента $(0,1)$ -матриц, близкие к максимальному. В ней для всех простых чисел $p < n$ установлены наибольшие значения перманента, не делящиеся на p . Кроме того, доказано, что на промежутке от $n!/e$ до $n!$ доля всех натуральных чисел, которые могут быть значениями перманента, имеет порядок $1/n$.

Главный вопрос второй главы — это обращение в ноль перманента $(-1,1)$ -матриц. Основной способ ответа на него состоит в проверке делимости перманента на большую степень простого числа. Глава начинается с обзора известных результатов и примера применения перманентов $(-1,1)$ -матриц в квантовой

физике. Затем выведена формула для вычисления перманента матриц из этого класса на основе числа частичных отрицательных диагоналей. С ее помощью получена серия результатов о том, на какую максимальную степень двойки может делиться перманент любой $(-1,1)$ -матрицы порядка n , а также установлены условия на матрицы с нулевым перманентом, облегчающие их классификацию. Благодаря этому диссертанту удалось полностью охарактеризовать $(-1,1)$ -матрицы с нулевым перманентом для порядков 4 и 5.

Все результаты диссертации являются новыми и снабжены строгими доказательствами. Текст диссертации грамотен и выдержан в научном стиле.

Отметим отдельные недостатки работы:

В главе 2 нередко (например, в определении 2.2.15 и теореме 2.2.16) величина t задается опосредованно, через неравенства по отношению к n . Между тем, в других утверждениях вместо t используется явное выражение через логарифм n . Второй способ представляется более понятным и наглядным и стоило бы использовать именно его на протяжении всей работы.

Леммы 1.2.30 и 2.2.3 можно объединить в одну, поскольку их формулировки и доказательства во многом совпадают. Кроме того, применение принципа включений-исключений позволило бы существенно упростить рассуждения.

Начало доказательства теоремы 1.2.33 заметно сократится, если использовать разложение перманента матрицы по одной строке (аналог формулы Лапласа для детерминанта) и значение перманента $(0,1)$ -матрицы с нулями на одной диагонали из леммы 1.2.30.

В доказательстве леммы 1.2.4 в третьей строке и втором столбце матриц X , Y и Z должны быть элементы $a_{n-1,1}$. Орфографические и прочие опечатки также замечены на с. 41 (девятая строка снизу), с. 45 (в формуле на пятой строке снизу), с. 53 (третья строка снизу).

Приведенные выше замечания не снижают научный уровень и значимость диссертационной работы. Результаты диссертации могут быть интересны для специалистов в области алгебры и дискретного анализа. Автореферат полностью отражает содержание текста диссертационной работы.

Все основные результаты диссертации опубликованы в 4 статьях в журналах, включенных в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий ВАК и индексируемых в реферативных базах данных Scopus и/или Web of Science, что подтверждает их хороший уровень и достоверность. Результаты диссертации прошли апробацию на 8 научных конференциях.

Считаю, что диссертация Таранина К.А. «Значения функции перманента $(0,1)$ -матриц и $(-1,1)$ -матриц» соответствует критериям, определенным пп. 2.1-2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова», и оформлена согласно приложениям № 5, 6 «Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова». Автор диссертации заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук по специ-

альности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (01.01.06 — «Математическая логика, алгебра и теория чисел»).

Кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник
лаборатории алгебраической комбинаторики
ФГБУН Институт математики
имени С.Л. Соболева СО РАН



А. А. Тараненко

630090, г. Новосибирск, пр. ак. Коптюга, д. 4.

E-mail: taa@math.nsc.ru

Подпись работника	<i>Тараненко А.А.</i>
Заверяю	<i>В.Кирда</i>
Зав. канцелярией	
ИМ СО РАН	Е.Г. Кирда
«18» мая	2022

