

## ОТЗЫВ

**официального оппонента на диссертационную работу Таранина Константина Александровича «Значения функции перманента  $(0,1)$ -матриц и  $(-1,1)$ -матриц», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5.**

**Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (01.01.06 — «Математическая логика, алгебра и теория чисел»)**

Диссертация посвящена исследованию функции перманента на конечном множестве, состоящем из квадратных матриц размера  $n \times n$ , состоящих из нулей и единиц (так называемых  $(0,1)$ -матриц) или матриц, состоящих из единиц и минус единиц (так называемых  $(-1,1)$ -матриц). В основу легли экспериментальные данные, показывающие, что функция перманента ведет себя на этих двух множествах довольно специфическим образом. А именно, на первом множестве возможные значения расположены довольно плотно, и имеется довольно длинный отрезок натурального ряда, каждое из значений которого достигается перманентом некоторой  $(0,1)$ -матрицы, а во втором, наоборот, значения перманента расположены довольно разреженно. В частности, они делятся, как правило, на большую степен двойки. Формализации этих наблюдений и отысканию точных формулировок и оценок как раз и посвящена диссертация. Логически она разделена на две сравнительно независимые части, относящиеся исследованиям перманентов матриц первого и второго типа.

Для значений перманентов  $(0,1)$ -матриц автор указал новую оценку снизу на длину последовательных значений натурального ряда, реализуемых перманентами подходящих матриц. Эти оценки довольно большие, порядка  $2^n$ . Похожие оценки были получены ранее Бруальди и Ньюманом, но оценки автора существенно точнее. Помимо этого, приведен ряд результатов об оценках на возможные значения перманента, не делящиеся на заданное простое  $p$ .

Для значений  $(-1,1)$  матриц приведено исследование показателя степени двойки, входящую в значение перманента. В частности, приведены критерии, когда эта степень особенно велика.

Отдельным пунктом приводится классификация  $(-1,1)$  матриц порядка 5 с нулевым определителем точно до перестановок и замен знаков в строках и столбцах, а также транспонирования. Надо отметить, что термин «классификация», используемая автором в этом случае, не вполне удачный. Дело в том, что среди нормальных форм 11 матриц, приведенных в формулировке теоремы 2.2.31, имеются попарно эквивалентные. Проверка настоящего рецензента при помощи компьютера показала, что истинное

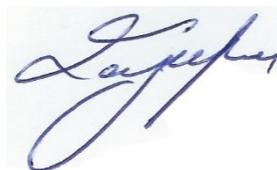
количество классов эквивалентностей, в действительности, гораздо меньше, а именно, их всего 6. Надо отметить, тем не менее, что с формальной точки зрения утверждение теоремы 2.2.31, как и ее доказательство, верные, хотя результат в текущей формулировке и не является полным. Всякая матрица действительно эквивалентна одной из 11 приведенных, а их попарная неэквивалентность не утверждается. Но все же незаконченность классификации матриц 5-го порядка является очевидной недоработкой автора.

Несмотря на это, диссертация производит в целом положительное впечатление. Она написана ясным и грамотным языком. Все формулировки четкие и выверенные. Все используемые понятия и обозначения определены и их использование в разных частях текста согласованы. Все утверждения полностью и подробно доказаны. Автор продемонстрировал высокую профессиональную грамотность и эрудицию.

Автореферат верно и полно отражает основные результаты диссертационной работы.

Считаю, что диссертационная работа Таранина К.А. «Значения функции перманента  $(0,1)$ -матриц и  $(-1,1)$ -матриц» соответствуют критериям, определенным пп. 2.1 – 2.5 «Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова», и оформлена согласно приложениям № 5, 6 «Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова». По моему мнению, автор диссертации заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика (01.01.06 — «Математическая логика, алгебра и теория чисел»).

Профессор  
факультета математики  
НИУ ВШЭ д.ф.-м.н.



Казарян М.Э.  
18.05.2022

Адрес: 119048, г. Москва,  
ул. Усачева, 6

Тел.: +7 (495) 772-95-90  
E-mail.: [mkazarian@hse.ru](mailto:mkazarian@hse.ru)