УДК 517.1

Аналоги вероятностных представлений решений эволюционных уравнений на многообразиях

А. А. Лобода

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,

механико-математический факультет

Вероятностные представления решений эволюционных уравнений – это представления решений с помощью интегралов по вероятностным мерам на подходящих множествах траекторий. Такие интегралы можно получать как пределы конечнократных интегралов, используя теоремы Чернова и Троттера. В случае уравнения Шрёдингера такой подход приводит к функциональным интегралам по обобщённым мерам. Интегралы по обобщённым мерам могут быть получены также с помощью представлений решений функциональными интегралами уравнения теплопроводности. Для уравнения теплопроводности возникают функциональные интегралы по мере Винера. Если аналитически продолжить соответствующую гауссовскую экспоненту по параметру, то получается интеграл по обобщённой мере. При чисто мнимом значении параметра получится интеграл по мере Фейнмана, который является решением уравнения Шрёдингера, ассоциированного с исходным уравнением теплопроводности (подробнее см. [1]). Область определения меры Фейнмана состоит из очень узкого класса функций, поэтому если рассматривать уравнения на многообразиях, то не удаётся применить метод аналитического продолжения по параметру.

Для уравнений на многообразиях подход с аналитическим продолжением возможен, если использовать представление решения уравнения теплопроводности на многообразии, а затем аналитически продолжать по аргументу подынтегральные функции. В аналитически продолженные функции подставляются винеровские процессы, умноженные на eiп/4, в результате чего при некоторых ограничениях на начальные условия получается вероятностное представление решения уравнения Шрёдингера (для случая линейного пространства см. [3], [4]). Соответствующие функциональные интегралы берутся по мере на пространстве функций вещественного аргумента, принимающих значения в римановом многообразии. Такие меры называются поверхностными мерами Смолянова (см. [2]).

Литература

1. *Смолянов О. Г., Шавгулидзе Е. Т.* Континуальные интегралы // 2-е изд. М.: ЛЕНАНД. 2015. 336 с.
2. *Sidorova N. A.*, *Smolyanov O. G*., Weizsӓcker H. v., Wittich O. The surface limit of Brownian motion in tubular neighborhoods of an embedded Riemannian manifold// J. Funct. Anal. 2004. № 206. P. 391-413.
3. *Loboda A. A.* Shrödinger equation with Signed Hamiltonian// Russian Journal of Mathematical Physics. V. 27. №1. 2020. p. 99–103.
4. *Loboda A. A.* The Doss Method for the Stochastic Schrödinger –Belavkin Equation// Mathematical Notes. V. 106. №2. 2019. P. 311-315.