Краткие сообщения

УДК 515.122.4

Непрерывность обратного в группах

Е. А. Резниченко[1]

Определен широкий класс пространств — Δ-бэровские пространства. Паратопологические группы из этого класса являются топологическими. Класс Δ-бэровских пространств включает локально псевдокомпактные пространства, бэровские p-пространства, бэровские Σ-пространства и произведения полных по Чеху пространств.

Ключевые слова: паратопологические группы, семитопологические группы, непрерывность обратного, бэровские пространства, Δ-бэровские пространства.

We define Δ-Baire spaces. If a paratopological group G is Δ-Baire space, then G is a topological group. Locally pseudocompact spaces, Baire p-spaces, Baire Σ-spaces, products of Čech-complete spaces are Δ-Baire spaces.

Key words: paratopological groups, semi-topological groups, continuity of the inverse, Baire spaces, Δ-Baire spaces.

Пусть G есть группа и τ — топология на G. Группа с топологией (G, τ) называется *семитопологической*, если правые и левые сдвиги непрерывны, иными словами, если умножение раздельно непрерывно. Группа (G, τ) называется *паратопологической*, если умножение непрерывно. Напомним, группа (G, τ) называется *топологической*, если умножение и взятие обратного элемента $g \mapsto g^{-1}$ непрерывны, т.е. если G — паратопологическая группа с непрерывной операцией взятия обратного элемента. Начиная с работы Монтгомери [1] 1936 г. и на протяжении последующих лет в ряде работ [2–8] рассматривается проблема, которую можно сформулировать следующим образом: *при каких условиях на топологию паратопологическая группа является топологической группой?* То есть когда в паратопологической группе операция взятия обратного элемента непрерывна? В настоящей работе получены дальнейшие продвижения в решении этой проблемы. Под пространством подразумеваем регулярное пространство.

Пусть X — множество, $P \subset X \times X$. Обозначим $P_x = \{y \in X : (x, y) \in P\}$ для $x \in X$. Если X — пространство, то P назовем *полуоткрытым*, если каждое множество P_x открыто, и P — *полуокрестность диагонали*, если P полуоткрыто и содержит диагональ $\Delta = \{(x, x) : x \in X\}$ квадрата $X \times X$.

Определение. Пространство X назовем *Δ-бэровским*, если для любой полуокрестности диагонали $P \subset X \times X$ существует открытое непустое множество $W \subset X$, для которого $W \times W \subset \overline{P}$.

Напомним, пространство X называется *бэровским*, если пересечение счетного числа плотных открытых в X множеств непусто и плотно в X. Для группы G и $M \subset G$ обозначим $I(M) = \{(g, h) \in G \times G : g^{-1}h \in M\}$. Очевидно, $I(M)_g = gM$ для $g \in G$. Поэтому если G — семитопологическая группа, а V — открытая окрестность единицы, то $I(V)$ — полуокрестность диагонали.

Теорема 1. *Δ-Бэровская паратопологическая группа G является топологической группой.*

Доказательство. Пусть U есть окрестность единицы группы G. Для непрерывности операции взятия обратного в G достаточно найти окрестность P единицы, для которой $P \subset U^{-1}$. Существует окрестность V единицы группы G, для которой $\overline{V^2} \subset U$. Покажем, что $\overline{I(V)} \subset I(U)$. Пусть $(g, h) \notin I(U)$, т.е. $g^{-1}h \notin U$. Пусть O есть такая окрестность единицы, что $g^{-1}hO \cap V^2 = \emptyset$. Тогда $hO \cap gVV = \emptyset$ и, следовательно, $gV \times hO \cap I(V) = \emptyset$. Поэтому $(g, h) \notin \overline{I(V)}$. Поскольку $(g, h) \notin I(U)$ мы брали произвольно, то $\overline{I(V)} \subset I(U)$. Так как G — Δ-бэровское пространство, то существует открытое непустое множество $W \subset G$, для которого $W \times W \subset \overline{I(V)} \subset I(U)$. Следовательно, множество $P = W^{-1}W \subset U$ и, очевидно, является открытой окрестностью единицы. Так как $P^{-1} = P$, то $P \subset U^{-1}$. Теорема доказана.

Прямая Зонгефрея — бэровская паратопологическая не топологическая группа, не Δ-бэровское пространство. Далее наше исследование носит чисто топологический характер, мы выясняем, какие пространства являются Δ-бэровскими. Наглядно и просто доказывается, что метризуемое бэровское пространство

[1] *Резниченко Евгений Александрович* — канд. физ.-мат. наук, доцент каф. общей топологии и геометрии мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: erezn@inbox.ru.

Reznichenko Evgenii Aleksandrovich — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of General Topology and Geometry.

X является Δ-бэровским. Приведем схему доказательства. Пусть P — полуокрестность диагонали X. Для $\varepsilon > 0$ положим $M_\varepsilon = \{x \in X : B_\varepsilon(x) \subset P_x\}$, где $B_\varepsilon(x)$ — ε-окрестность x. Из бэровости X вытекает, что множество M_ε где-то плотно в X для некоторого $\varepsilon > 0$. Существует открытое непустое множество $W \subset X$, для которого диаметр W не превосходит $\varepsilon/2$ и множество $W \cap M_\varepsilon$ плотно в M_ε. Тогда $W \times W \subset \overline{P}$. Для обобщения этого факта будем использовать вариации топологической игры Банаха–Мазура [9,10]. Пусть X есть топологическое пространство, на нем играют два участника α и β. Определение топологической игры можно разбить на две части. Сначала происходит игра в соответствии с некими *правилами игры*. После игры в соответствии с некими *правилами определения победителя* выявляется победитель в игре. Если заданы некие правила игры T и правила определения победителя W, то соответствующую игру будем обозначать через $G(T, W)$.

Правила игра OD**.** Обозначим $U_{-1} = X$. На n-м ходу игрок β выбирает открытые непустые множества $V_n, W_n \subset U_{n-1}$, игрок α выбирает открытое непустое множество $U_n \subset V_n$.

Правила определения победителя в игре OD**.** Игрок α победил, если (b) последовательность множеств $(W_n)_n$ не локально конечное семейство, т.е. она накапливается к некоторой точке; (k) существует компактное множество $K \subset X$, так что каждое множество W_n пересекает K.

Пусть G — игра на топологическом пространстве X, p — игрок α или β. Пространство X называется *p-благоприятным* для игры G, если у игрока p есть выигрышная стратегия в игре G; X называется *p-неблагоприятным*, если X не является p-благоприятным для игры G, т.е. для игрока p не существует выигрышной стратегии в игре G. Стратегия — это правило (отображение из множества частичных игр), которое по информации о предыдущих ходах обоих игроков определяет следующий ход игрока. Также будем называть пространство X p-G-(не)благоприятным, если оно p-(не)благоприятно для игры G.

Теорема 2. *Если пространство X β-неблагоприятно для игры $G(OD, b)$, то X — Δ-бэровское пространство.*

Доказательство. Предположим противное, т.е. существует полуокрестность диагонали P, такая, что $W \times W \setminus \overline{P} \neq \emptyset$ для любого непустого открытого множества $W \subset X$. Определим стратегию для β в игре $G(OD, b)$. На n-м шаге игрок β выбирает открытые непустые множества $V_n, W_n \subset U_n$ таким образом, что $V_n \times W_n \cap P = \emptyset$ и $\overline{V_n} \subset U_n$. Проверим, что определенная стратегия выигрышная для β, т.е. для получившейся игры $(V_n, W_n, U_n)_n$ не выполняется правило выигрыша (b) для игрока α, а именно семейство $(W_n)_n$ локально конечно. Пусть $x \in X$. Если $x \notin \bigcap_n V_n$, то $x \notin V_k$ для некоторого k и окрестность $X \setminus \overline{V_{k+1}}$ точки x пересекается с конечным количеством элементов $(W_n)_n$. Если же $x \in \bigcap_n V_n$, то окрестность P_x точки x не пересекается ни с одним множеством W_n, так как $x \in V_n$ и $V_n \times W_n \cap P = \emptyset$. Мы доказали, что X β-благоприятно для $G(OD, b)$ — противоречие. Теорема доказана.

В псевдокомпатном пространстве любая стратегия для игрока α выигрышная в игре $G(OD, b)$, так что верно

Предложение 1. *Любое псевдокомпатное пространство α-$G(OD, b)$-благоприятно.*

Пусть $Y \subset X$. Назовем множество Y *C-плотным*, если для любого счетного семейства γ открытых подмножеств X семейство γ локально конечно тогда и только тогда, когда семейство $\{U \cap Y : U \in \gamma\}$ локально конечно в Y. Для тихоновского пространства X множество Y C-плотно в X, если и только если множество Y плотно в X и C-вложено в X.

Предложение 2. *Если пространство X β-$G(OD, b)$-неблагоприятно, $Y \subset X$, (а) Y плотное G_δ-подмножество X, или (б) Y — C-плотно в X, или (в) Y открыто в X, то Y β-$G(OD, b)$-неблагоприятно.*

Доказательство. Для открытого в Y множества $U \subset Y$ обозначим $E(U) = X \setminus \overline{Y \setminus U}$. Для случая (а) пусть $Y = \bigcap_n G_n$, где G_n — открытые плотные подмножества X. Предположим противное, т.е. множество Y β-благоприятно для игры $G(OD, b)$. Пусть t — выигрышная стратегия для игрока β. Для случая (в) стратегия t также является выигрышной стратегией для β в $G(OD, b)$ на X, так что в дальнейшем будем рассматривать случаи (а) и (б). Определим стратегию s для игрока β в игре $G(OD, b)$ на пространстве X. Построим по индукции последовательности открытых множеств $(V_n, W_n, U_n)_n$ пространства X и $(V'_n, W'_n, U'_n)_n$ пространства Y. На n-м ходу игрок β выбирает $U'_{n-1} \subset Y$ таким образом, что (а) $\overline{U'_{n-1}} \subset U_{n-1} \cap G_n$; (б) $\overline{U'_{n-1}} \subset U_{n-1}$. Положим $(V'_n, W'_n) = t(V'_0, W'_0, U'_0, \ldots, V'_{n-1}, W'_{n-1}, U'_{n-1})$, $s(V_0, W_0, U_0, \ldots, V_{n-1}, W_{n-1}, U_{n-1}) = (V_n, W_n) = (E(V'_n), E(W'_n))$. Игрок α выбирает $U_n \subset V_n$. Игра $(V'_0, W'_0, U'_0, \ldots)$ выигрышная для β, поэтому множество P предельных в X точек семейства $(W'_n)_n$ не пересекается с Y. В случае (а) по построению $P \subset Y$, поэтому множество P пусто. В случае (b) множество P пусто, поскольку Y C-плотно в X. Так как $W'_n = W_n \cap Y$ для каждого n, то семейство $(W_n)_n$ локально конечно. Следовательно, s — выигрышная стратегия для β и пространство X β-благоприятно. Противоречие. Предложение доказано.

Пусть $\mathcal{F}$ — семейство подмножеств X. Назовем $\mathcal{F}$ *ограниченным*, если для любого локально конечного семейства γ существует множество $F \in \mathcal{F}$, для которого семейство $\{M \in \gamma : M \cap F \neq \emptyset\}$ конечно. Для $K \subset X$ будем говорить, что $\mathcal{F}$ *сходится к* K, если для любой окрестности $U \supset K$ семейство $\{F \in \mathcal{F} : F \not\subset U\}$ конечно.

Правила игра BM**.** Положим $U_{-1} = X$. На n-м ходу игрок β выбирает открытое непустое множество $V_n \subset U_{n-1}$, игрок α выбирает открытое непустое множество $U_n \subset V_n$.

Правила определения победителя в игре BM**.** Игрок α победил, если (i) $\bigcap_n U_n \neq \emptyset$; (b) $(U_n)_n$ — ограниченное семейство; (k) $(U_n)_n$ сходится к некоторому компакту $K \subset X$.

Игра $G(BM, i)$ — это игра Банаха–Мазура. С помощью игры Банаха–Мазура в [11] получена полезная характеристика бэровских пространств: пространство X является бэровским, если и только если пространство X β-неблагоприятно для игры $G(BM, i)$. Если w — одно из определенных правил выигрыша для игры OD или BM, то через w^* будем обозначать следующее правило выигрыша игрока α: либо $\bigcap_n U_n = \emptyset$, либо выполняется w. Если пространство не бэровское, то оно α-благоприятное для $G(R, w^*)$, где R — либо OD, либо BM.

Предложение 3. *Если бэровское пространство X α-благоприятно для игры $G(OD, b^*)$, то X β-неблагоприятно для $G(OD, b)$.*

Доказательство. В силу теоремы Сан-Ремона [11] достаточно показать, что если пространство X β-благоприятно для $G(OD, b)$ и α-благоприятно для $G(OD, b^*)$, то оно β-благоприятно для $G(BM, i)$. Пусть — t_1 выигрышная стратегия для β в игре $G(OD, b)$ и t_2 — выигрышная стратегия для α в игре $G(OD, b^*)$. Определим выигрышную стратегию t для β в игре $G(BM, i)$.

Первый шаг. Пусть $(V_0', W_0) = t_1(\emptyset)$, $V_0 = t_2(V_0', W_0)$. Положим $t(\emptyset) = V_0$. Пусть α выбирает $U_0 \subset V_0$.

n**-й шаг.** Пусть $(V_n', W_n) = t_1(V_0', W_0, U_0, \ldots, V_{n-1}', W_{n-1}, U_{n-1})$, $V_n = t_2(V_0', W_0, V_0, \ldots, V_n', W_n)$. Положим $t(V_0, U_0, \ldots, V_{n-1}, U_{n-1}) = V_n$. Пусть α выбирает $U_n \subset V_n$.

Проверим, что t — выигрышная стратегия для β в игре $G(BM, i)$, т.е. $\bigcap_n U_n = \emptyset$. В экземпляре $(V_0', W_0, V_0, \ldots, V_n', W_n, V_n, \ldots)$ игры OD выиграл β по правилам b, следовательно, β выиграл по правилам b и в игре $\xi = (V_0', W_0, U_0, \ldots, V_n', W_n, U_n, \ldots)$. С другой стороны, α выиграл в ξ по правилам b^*. Из этого вытекает, что $\bigcap_n U_n = \emptyset$. Предложение доказано.

Предложение 4. *Пусть X — пространство, G_1 и G_2 — одна из следующих пар игр: $G(BM, k^*)$ и $G(BM, b^*)$; $G(OD, k^*)$ и $G(OD, b^*)$; $G(BM, k^*)$ и $G(OD, k^*)$; $G(BM, b^*)$ и $G(OD, b^*)$. Тогда если пространство X α-благоприятно для G_1, то оно α-благоприятно для G_2.*

Доказательство. Для первых двух пар выигрышная стратегия для α в игре G_1 является выигрышной стратегией для α в G_2. В следующих двух парах игрок α в G_2 использует стратегию α в G_1, игнорируя W_n. Предложение доказано.

Лемма. *Пусть X — пространство, $(\gamma_n)_n$ — последовательность семейств открытых множеств, множество $\bigcup \gamma_n$ плотно в X для каждого n. Если для каждой последовательности $(W_n)_n$, $W_n \in \gamma_n$ с непустым пересечением а) $(W_n)_n$ — ограниченное семейство, то X α-благоприятно для игры $G(BM, b^*)$; б) $(W_n)_n$ сходится к некоторому компакту, то X α-благоприятно для игры $G(BM, k^*)$.*

Доказательство. Определим для α выигрышную стратегию. На n-м шаге будем выбирать U_n таким образом, что $U_n \subset V_n \cap W_n$ для некоторого $W_n \in \gamma_n$. Лемма доказана.

Пространство X называется *p-пространством*, если существует последовательность $(\gamma_n)_n$ открытых покрытий X, таких, что если последовательность $(W_n)_n$, $W_n \in \gamma_n$ имеет непустое пересечение $\bigcap_n W_n$, то $(W_n)_n$ сходится к некоторому компакту. Из леммы, п.б вытекает следующее предложение.

Предложение 5. *Любое p-пространство α-благоприятно для игры $G(BM, k^*)$.*

Предложение 6. *Σ-пространство α-благоприятно для игры $G(BM, b^*)$. Сильное Σ-пространство α-благоприятно для игры $G(BM, k^*)$.*

Доказательство. Пусть X — (сильное) Σ-пространство. Тогда существуют σ-локально конечное семейство $\mathcal{F}$ замкнутых множеств и покрытие $\mathcal{K}$, состоящие из замкнутых счетно-компактных (компактных) множеств, так что для каждого $K \in \mathcal{K}$ и окрестности $U \supset K$ существует множество $F \in \mathcal{F}$, для которого $K \subset F \subset U$. Пусть $\mathcal{F} = \bigcup_n \mathcal{F}_n$, где $\mathcal{F}_n$ локально конечно и $\mathcal{F}_n \subset \mathcal{F}_{n+1}$. Пусть γ_n есть семейство открытых $U \subset X$, таких, что для каждого множества $F \in \mathcal{F}_n$ если $U \cap F \neq \emptyset$, то $U \subset F$. Так как семейство $\mathcal{F}_n$ локально конечно и состоит из замкнутых множеств, то $\bigcup \gamma_n$ плотно в X. Тогда любая последовательность $(W_n)_n$, $W_n \in \gamma_n$, имеющая непустое пересечение $G = \bigcap_n W_n$, сходится к любому $K \in \mathcal{K}$, пересекающему G. Если K счетно-компактно, то $(W_n)_n$ ограничено, а если K компактно, то $(W_n)_n$ сходится к компакту. Из леммы вытекает утверждение предложения. Предложение доказано.

Предложение 7. *Пусть $\{X_a : a \in A\}$ — семейство α-$G(OD, k^*)$-благоприятных пространств. Тогда произведение $X = \prod_{a \in A} X_a$ α-$G(OD, k^*)$-благоприятно.*

Доказательство. Пусть t_a — выигрышная стратегия для игрока α в игре $G(OD, k^*)$ на пространстве

X_a. Построим выигрышную стратегию t для α на X. По индукции будем строить конечные попарно непересекающиеся множества $A_n \subset A$ и открытые непустые множества $V_n, W_n, U_n \subset X$, $V_n^a, W_n^a, U_n^a \subset X_a$ для $a \in A_n$ таким образом, что (1) $V_{n+1}, W_{n+1} \subset U_n \subset V_n$; (2) $U_n = P_n \times \prod_{i=0,\dots,n} \prod_{a\in A_i} U_{n-i}^a$, где $P_n = \prod_{a\in A\setminus A_n^*}$ и $A_n^* = \bigcup_{i=0,\dots,n} A_i$; (3) $V_n^* \subset V_n$ и $W_n^* \subset W_n$, где $V_n^* = P_n \times \prod_{i=0,\dots,n} \prod_{a\in A_i} V_{n-i}^a$ и $W_n^* = P_n \times \prod_{i=0,\dots,n} \prod_{a\in A_i} W_{n-i}^a$; (4) $V_{n+1}^a, W_{n+1}^a \subset U_n^a \subset V_n^a$ и $U_n^a = t_a(V_0^a, W_0^a, U_0^a, \dots, V_n^a, W_n^a)$ для $a \in A^* = \bigcup_n A_n$. Положим $A_{-1} = \emptyset$ и $U_{-1} = X$. На n-м шаге игрок β выбирает открытые непустые множества $V_n, W_n \subset U_{n-1}$. Существуют конечное множество $A_n \subset A \setminus A_{n-1}^*$ и открытые непустые $V_{n-i}^a, W_{n-i}^a \subset X_a$ для $a \in A_i$ и $i = 0, \dots, n$, так что выполняется (3). Положим $U_{n-i}^a = t_a(V_0^a, W_0^a, U_0^a, \dots, V_{n-i}^a, W_{n-i}^a)$ для $a \in A_i$ и $i = 0, \dots, n$ и определим U_n в соответствии с (2). Положим $t(V_0, W_0, U_0, \dots, V_n, W_n) = U_n$. Если $\bigcap U_n^a = \emptyset$ для некоторого $a \in A^*$, то $\bigcap U_n = \emptyset$ и игрок α победил. В противном случае из (4) вытекает, что для $a \in A^*$ существует компакт $K^a \subset X_a$, так что $K^a \cap W_n^a \neq \emptyset$ для всех n. Пусть $p \in \prod_{a\in A\setminus A^*}$ и $K = \{p\} \times \prod_{a\in A^*} K^a$. Тогда $K \cap W_n \neq \emptyset$ для всех n. Мы доказали, что стратегия t выигрышная и пространство X α-благоприятно. Предложение доказано.

Предложение 8. *Пусть X — α-$G(OD, k^*)$-благоприятное пространство и Y — α-$G(OD, b^*)$-благоприятное пространство. Тогда произведение $X \times Y$ α-$G(OD, b^*)$-благоприятно.*

Доказательство. Пусть p — выигрышная стратегия для α в $G(OD, k^*)$ на X и q — выигрышная стратегия для α в $G(OD, b^*)$ на Y. Определим стратегию t для α в игре $G(OD, b^*)$ на $X \times Y$. Положим $U_{-1}^X = X$ и $U_{-1}^Y = Y$. На n-м шаге игрок β выбирает открытые непустые множества $V_n, W_n \subset U_{n-1} = U_{n-1}^X \times U_{n-1}^Y$. Существуют отрытые непустые множества $V_n^X, W_n^X \subset U_{n-1}^X$ и $V_n^Y, W_n^Y \subset U_{n-1}^Y$, такие, что $V_n^X \times V_n^Y \subset V_n$ и $W_n^X \times W_n^Y \subset W_n$. Положим $U_n^X = p(V_0^X, \dots, V_n^X)$, $U_n^Y = q(V_0^Y, \dots, V_n^Y)$ и $t(V_0, \dots, V_n) = U_n = U_n^X \times U_n^Y$. Проверим, что t — выигрышная стратегия. Если $\bigcap_n U_n^X$ или $\bigcap_n U_n^Y$ пусто, то α выиграл. В другом случае существует компакт $K \subset X$, который пересекает все W_n^X, и последовательность множеств $(W_n^Y)_n$ накапливается к некоторой точке $y \in Y$. Тогда $(W_n)_n$ накапливается к (x, y) для некоторого $x \in K$. Предположим, что такой точки $x \in K$ нет. Тогда существует окрестность O точки y, для которой $K \times O$ пересекается с конечным числом элементов $(W_n)_n$, и O пересекается с конечным числом элементов $(W_n^Y)_n$ — противоречие. Предложение доказано.

Аналогично предложению 2 доказываются следующие два предложения.

Предложение 9. *Если пространство X α-$G(OD, b^*)$-благоприятно, $Y \subset X$, Y — плотное G_δ-подмножество X, или Y C-плотно в X, или Y открыто в X, то Y α-$G(OD, b^*)$-благоприятно.*

Предложение 10. *Если пространство X α-$G(OD, k^*)$-благоприятно, $Y \subset X$, Y плотное G_δ-подмножество X или Y открыто в X, то Y α-$G(OD, k^*)$-благоприятно.*

Из предложений 1, 3–10 вытекает следующая теорема.

Теорема 3. *Пусть $\mathcal{P}_b$ — класс всех α-$G(OD, b^*)$-благоприятных пространств и $\mathcal{P}_k$ — класс всех α-$G(OD, k^*)$-благоприятных пространств. Тогда а) класс $\mathcal{P}_k$ содержит сильные Σ-пространства и p-пространства; б) класс $\mathcal{P}_k$ замкнут относительно произведений, перехода к открытым подпространствам, плотным G_δ-подпространствам; в) $\mathcal{P}_k \subset \mathcal{P}_b$; г) класс $\mathcal{P}_b$ содержит Σ-пространства и псевдокомпактные пространства; д) класс $\mathcal{P}_b$ замкнут относительно перехода к открытым подпространствам, плотным G_δ-подпространствам, C-плотным подпространствам; е) если $X \in \mathcal{P}_k$ и $Y \in \mathcal{P}_b$, то $X \times Y \in \mathcal{P}_b$. Если $X \in \mathcal{P}_b$ является бэровским пространством, то X β-$G(OD, b)$-неблагоприятное Δ-бэровское пространство. Если X гомеомрфно паратопологической группе G, то G является топологической группой.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Montgomery D.* Continuity in topological groups // Bull. Amer. Math. Soc. 1936. **42.** 879–882.
2. *Ellis R.* A note on the continuity of the inverse // Proc. Amer. Math. Soc. 1957. **8.** 372–373.
3. *Zelazko W.* A theorem on B_0 division algebras // Bull. Acad. Pol. Sci. 1960. **8.** 373–375.
4. *Brand N.* Another note on the continuity of the inverse // Arch. Math. 1982. **39.** 241–245.
5. *Pfister H.* Continuity of the inverse // Proc. Amer. Math. Soc. 1985. **95.** 312–314.
6. *Reznichenko E.A.* Extensions of functions defined on products of pseudocompact spaces and continuity of the inverse in pseudocompact groups // Topol. Appl. 1994. **59.** 233–244.
7. *Bouziad A.* Every Čech-analytic Baire semitopological group is a topological group // Proc. Amer. Math. Soc. 1998. **24,** N3. 953–959.
8. *Arhangel'skii A.V., Reznichenko E.A.* Paratopological and semitopological groups versus topological groups // Topol. Appl. 2005. **151.** 107-119.
9. *Choquet G.* Lectures on Analysis, Vol. I. N. Y.: W. A. Benjamin Inc, 1969.

10. *Telgarsky R.* Topological games: On the 50th anniversary of the Banach–Mazur game // Rocky Mount. J. Math. 1987. **17.** 227–276.
11. *Saint Raymond J.* Jeux topologiques et espaces de Namioka // Proc. Amer. Math. Soc. 1983. **87.** 499–504.

Поступила в редакцию
06.09.2021