

## ДРЕЙФОВЫЕ МОДЫ В КВАЗИ-ДВУХМЕРНОМ ТОКОВОМ СЛОЕ

© 2012 г. А. В. Артемьев\*, \*\*, Х. В. Малова\*\*, \*, В. Ю. Попов\*\*\*, \*, Л. М. Зелёный\*

\*Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

\*\*Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына МГУ, Россия

\*\*\*Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Россия

Поступила в редакцию 21.03.2011 г.  
Окончательный вариант получен 08.08.2011 г.

Исследуется устойчивость плазменной конфигурации, состоящей из тонкого одномерного токового слоя, вложенного в двухмерный фоновый токовый слой. Рассматриваются дрейфовые моды, развивающиеся в плазме в виде неустойчивых волн вдоль направления тока. Получены дисперсионные соотношения для изгибной и перетяжной мод возмущений в зависимости от соотношения параметров тонкого и фонового токовых слоев. Показано, что присутствие фонового слоя приводит к уменьшению величин инкрементов неустойчивости и существенному увеличению длин волн возмущений. Обсуждается роль дрейфовых мод в раскачке колебаний, наблюдаемых в токовом слое хвоста земной магнитосферы.

### ВВЕДЕНИЕ

Токовые слои (ТС) в плазме представляют собой естественные области трансформации энергии магнитного поля в кинетическую энергию ускоренных потоков заряженных частиц и являются объектом активных теоретических [1–3], спутниковых [3–5] и лабораторных исследований [6, 7]. Различные условия формирования и разные параметры окружающей плазмы задают широкий диапазон свойств ТС и многообразие их внутренней структуры. Благодаря многочисленным спутниковым измерениям, проводимым, в частности, на аппаратах Cluster, Geotail, Interball, THEMIS и других, токовый слой магнитосферного хвоста Земли изучен наиболее хорошо. На сегодняшний день существует большой спектр теоретических моделей, позволяющих описать как структуру, так и различные состояния магнитосферного токового слоя (обзоры [1–3] и ссылки там). Наряду с изучением внутренней структуры ТС, широко исследуются и его разнообразные динамические свойства, связанные развитием плазменных неустойчивостей в неоднородном магнитном поле системы. Наиболее изучена теоретически – разрывная неустойчивость ТС, с которой, как предполагают, связаны суббури – плазменные магнитосферные процессы, при которых происходит сильное возмущение магнитного поля и последующее преобразование его энергии в нагрев и ускорение частиц плазмы [8–11]. Однако дрейфовые моды неустойчивости, распространяющиеся вдоль направления дрейфа ионов, могут развиваться в токовом слое быстрее разрывной моды, а следовательно, могут играть существен-

ную роль в магнитосферных возмущениях. Имеющиеся данные спутниковых наблюдений колебаний токового слоя хвоста магнитосферы [12–14] позволяют связать их с дрейфовыми модами и получить относительно полную информацию о механизмах их генерации и динамике.

Развитие дрейфовых неустойчивостей в теоретических моделях ТС во многом зависит от вида начального равновесия. Так, до сих пор основные результаты исследования дрейфовых мод были получены на основе одномерной модели Харриса [15]. Было показано [16, 17], что эти моды могут быть неустойчивыми с положительными инкрементами в широком диапазоне параметров, при этом действительная часть частоты  $\omega_r \sim v_{DM} k$  (здесь  $v_{DM}$  – скорость диамагнитного дрейфа в ТС и  $k$  – значение волнового числа вдоль направления дрейфа частиц). В этих работах также было показано, что в ТС могут развиваться как симметричная, так и асимметричная дрейфовые моды, причем скорость развития асимметричной моды оказалась больше. Более подробное рассмотрение симметричной дрейфовой моды с исследованием пространственного распределения возмущения электромагнитного поля для ТС Харриса было проведено в работах [18, 19], а асимметричной моде посвящены работы [20, 21].

Так как развитие дрейфовых мод, в отличие от разрывной моды, не меняет топологию магнитного поля ТС, то их рассмотрение в определенном диапазоне параметров можно провести в рамках МГД-приближения [22, 23]. При этом полученные значения инкрементов и частот неустойчиво-

сти соответствуют результатам кинетического рассмотрения (см. сопоставление в [22]). В МГД-приближении дрейфовые неустойчивости развиваются за счет различия в динамике ионов и электронов (для рассмотрения изгибной и перетяжечной моды используют двухжидкостное приближение [22]). Полученные инкременты зависят от отношения масс  $\gamma \sim v_{DM} k \sqrt{m_e/m_i}$ , и в диапазоне больших длин волн развитие неустойчивостей происходит достаточно медленно. Однако МГД-подход применим только для рассмотрения неустойчивостей в токовых слоях с относительно большой толщиной. Случай толщин, сопоставимых с ионным гирорадиусом, требует использования кинетического подхода.

Для дрейфовых мод в ТС Харриса с толщиной порядка ионного гирорадиуса были получены относительно большие значения действительной части частоты  $\omega_r$  и, как следствие, малые значения периодов осцилляций. Эти значения существенно меньше наблюдаемых периодов колебаний ТС в хвосте земной магнитосферы. Данный эффект связан с тем, что в модели ТС Харриса почти весь ток переносится протонами с дрейфовыми скоростями  $v_{DM}$ . Вследствие этого ТС с малой толщиной и большой интенсивностью тока обладает значениями  $v_{DM}$ , сопоставимыми с тепловой скоростью протонов (на порядок превышающей фазовую скорость колебаний ТС магнитосферного хвоста). С другой стороны, как показывают спутниковые наблюдения, модель ТС Харриса крайне редко может описать наблюдаемые в токовых слоях профили плотности тока [4].

Детальное сопоставление моделей ТС с данными спутниковых наблюдений стало во многом возможным благодаря многоспутниковой миссии Cluster. Измерение магнитного поля  $\mathbf{B}$  в четырех точках пространства, не лежащих в одной плоскости, позволяет восстановить профиль плотности тока  $\mathbf{j} = (c/4\pi) \nabla \times \mathbf{B}$  и скорость распространения колебаний в предположении плоской геометрии ТС [4, 5]. При сопоставлении полученных профилей с теоретическими моделями ТС было показано, что модели тонких токовых слоев (ТТС), учитывающие кинетические эффекты, могут описывать наблюдения с приемлемой точностью [3, 24, 25].

В основе моделей ТТС лежат представления о квазиadiaбатической динамике ионов, пересекающих ТС. Пролетные ионы, называемые также “спейсеровскими” [26], движутся вдоль разомкнутых траекторий, которые начинаются и заканчиваются далеко за пределами ТТС. При движении пролетных частиц у них, наряду с полной энергией, сохраняется квазиadiaбатический интеграл движения [27, 28]. Первые самосогласо-

ванные аналитические модели ТТС были предложены в работах [29, 30] и позднее были развиты авторами работ [31, 32]. Результаты этих исследований во многом согласуются с результатами численного моделирования [33, 34] и более ранними оценками [35]. На данный момент теория ТТС представлена двумя группами аналитических моделей ([3, 36] и [37, 38]) и рядом численных моделей по исследованиям структуры и механизмов формирования ТТС [39–42].

Аналитические модели относительно хорошо описывают не только структуру наблюдаемых в хвосте земной магнитосферы токовых слоев, но и их динамические свойства, связанные с развитием неустойчивых мод. Так, на основе модели ТТС [36] была построена теория разрывной неустойчивости, приводящей к филаментации тока [10]. Опираясь на результаты этого исследования, был предложен сценарий перехода ТТС в неустойчивое состояние, согласующийся с характерными временными масштабами развития суббурь в хвосте земной магнитосферы [43]. Сопоставление результатов работы [10] с данными спутниковых наблюдений подтвердило концепцию метастабильности ТТС [11].

Исследование развития дрейфовых мод неустойчивости в модели ТТС проводилось без учета электронных токов [44] и с их учетом [45, 46]. В первом случае, для выбранных диапазонов временных и пространственных масштабов рассматриваемых дрейфовых мод были получены соответствующие оценки развития нижней гибридной неустойчивости в ТТС. Результаты, представленные в работах [3, 45, 46], касаются развития крупномасштабных дрейфовых мод, приводящих к относительно медленным колебаниям всего ТТС. При этом временной масштаб этих колебаний много меньше аналогичных величин, полученных при исследовании устойчивости ТС Харриса. Это связано с тем, что в ТТС диамагнитные дрейфы ионов не играют столь существенной роли и, вследствие этого, скорость  $v_{DM}$  имеет меньшие значения при тех же толщинах ТТС.

ТТС редко наблюдаются в отсутствие крупномасштабного фонового токового слоя (ФТС). Как правило, они вложены в более широкий токовый слой с малой величиной плотности тока [11, 25]. При этом поперечный пространственный масштаб (толщина) ФТС на порядок больше толщины ТТС [11], и, таким образом, баланс давления при наличии нормальной компоненты магнитного поля в ФТС обеспечивается за счет градиента давления плазмы вдоль направления “Земля–Солнце”. Модели таких токовых слоев были предложены в работах [47–49]. Наличие градиента вдоль направления “Земля–Солнце” позволяет

в ФТС развиваться дрейфовым модам даже при  $v_{DM} \sim 0$  [50].

Комбинирующая модель ТТС, вложенного в ФТС, была построена на основе моделей [47] и [36] в работе [51]. Эта модель включает в себя эффекты, связанные с анизотропией давления электронов и пролетных ионов, а также градиентом давления частиц в направлении Земля–Солнце. Таким образом, комбинация ТТС и ФТС учитывает особенности наблюдаемых токовых слоев в наиболее полном варианте.

Исследованию дрейфовых неустойчивостей в модели комбинирующего токового слоя посвящена настоящая работа. Исследована динамика симметричной и асимметричной мод неустойчивости, распространяющихся в виде волны вдоль тока (т.е. в направлении “утро-вечер”).

## 2. МОДЕЛЬ ТОКОВОГО СЛОЯ

Выберем систему координат, в которой тангенциальная компонента магнитного поля  $B_x$  самосогласованно поддерживается током  $j_y$  и меняет свой знак в нейтральной плоскости  $z = 0$ . Также в системе присутствует нормальная компонента магнитного поля  $B_z$ . В этой работе используется комбинирующая модель ТТС и ФТС, предложенная в [3, 51]. Эта модель представляет собой суперпозицию моделей двухмерного ФТС [47] и одномерного ТТС [36].

Модель ФТС является обобщением модели токового слоя Харриса для двухмерной конфигурации магнитного поля. Таким образом, ионная компонента ФТС определяется функцией распределения  $f_h \sim \delta \exp(-T_h^{-1}(H - v_{Dh}P_y))$ , где  $H = \frac{1}{2}mv^2 + q\phi$  – полная энергия ионов,  $P_y = mv_y + \frac{q}{c}A_y$  – обобщенный импульс (обе данные величины являются интегралами движения в рассматриваемой системе),  $\phi$  и  $A_y$  – скалярный потенциал и компонента векторного потенциала,  $T_h$  – температура ионов ФТС,  $v_{Dh}$  – дрейфовая скорость. Подробное описание этой модели можно найти в оригинальной работе [47] и в обзоре [49].

Ионная компонента ТТС определяется функцией распределения, записанной через квази-адиабатический инвариант  $I_z = (m/2\pi) \oint v_z dz$  (обобщение введения  $I_z$  и обсуждение его сохранения в ходе движения частиц содержатся в работах [27, 28]),  $f_{sp} \sim (1 - \delta) \exp(-T_{sp}^{-1}(\sqrt{H - \Omega_0 I_z} - v_{Dsp} \sqrt{m/2})^2 - T_{sp}^{-1} \Omega_0 I_z)$ . Здесь  $T_{sp}$  – температура ионов ТТС и  $\Omega_0$  – гирочастота ионов на границе системы. Модель ТТС предусматривает, что

ток  $j_y$  поддерживается ионами, траектории которых уходят за границы системы. Таким образом, каждая траектория, заданная функцией распределения  $f_{sp}$ , проходит через весть токовый слой. Распределение  $f_{sp}$ , заданное на границе системы, проецируется в центральную область токового слоя согласно теореме Лиувилля. Подробное описание методов построения и свойств модели ТТС можно найти как в оригинальных статьях (см. [30, 31, 33, 36]), так и в обзоре [3].

Электронная компонента описывается в рамках МГД-приближения как  $\nabla \hat{p}_e = -q\mathbf{E}n_e + \frac{1}{c}[\mathbf{j}_e \times \mathbf{B}]$  с анизотропным тензором давления  $\hat{p}_e$  (см. [3, 36]). Соотношение между вкладом ТТС и ФТС определяется параметром  $\delta \in [0, 1]$ . Суммарная плотность ионов в токовом слое  $n_0$ , плотности пролетных ионов ТТС  $n_{sp} \sim (1 - \delta)n_0$  и плотность ионов ФТС  $n_h \sim \delta n_0$ . Отношения  $v_{Dh}/\sqrt{2T_h m^{-1}} = \varepsilon_h$ ,  $v_{Dsp}/\sqrt{2T_{sp} m^{-1}} = \varepsilon$ .

В токовом слое Харриса основной ток создается за счет диамагнитных дрейфов частиц плазмы  $\sim (\partial p_h / \partial z) B_x^{-1}$  ( $p_h$  – плазменное давление). Однако в рассматриваемом случае, из-за наличия в системе нормальной компоненты магнитного поля  $B_z$ , эта дрейфовая компонента в нейтральной плоскости обращается в ноль  $(\partial p_h / \partial z) B_x / B^2 \xrightarrow{z \rightarrow 0} 0$  (здесь

$B = \sqrt{B_x^2 + B_z^2}$ ). Таким образом, практически весь ток в центре ФТС [47] связан с дрейфом  $c(\partial p_h / \partial x) B_z / B^2 \neq 0$ , и система является двухмерной. При этом плотность тока в ФТС можно определить из функции распределения  $f_h$ :  $j_h = qn_h v_{Dh}$ . Приравнявая два данных выражения, получаем  $qn_h v_{Dh} = c(\partial p_h / \partial x)_{z=0} B_z^{-1}$ . Отсюда, задавая параметры  $v_{Dh}$ ,  $n_h$  и магнитное поле  $B_z$ , можно получить оценку для пространственного масштаба  $L_x \approx (2cT_h)/(qB_z v_{Dh})$ , причем  $\Omega_n L_x \approx (2T_h)/(mv_{Dh})$ , где  $\Omega_n = qB_z/mc$  – гирочастота ионов в центре ТТС. Эти оценки будут необходимы при расчете резонансных вкладов ионов ФТС в раскачку неустойчивых волн.

## 3. АДИАБАТИЧЕСКИЙ ВКЛАД В ВОЗМУЩЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТОКА

Фазовая скорость рассматриваемых нами мод неустойчивости существенно меньше тепловой скорости ионов в начальном равновесии и, как следствие, существенно меньше скорости света. Более того, основная область развития неустой-

чивости – это центральная область ТС, где давление плазмы существенно превышает давление магнитного поля. По этой причине мы пренебрегаем током смещения и возмущением скалярного потенциала, аналогично работам [18, 19, 52]. Таким образом, рассматривается только возмущение векторного потенциала  $\mathbf{A}_1 \sim e^{iky}$ . Чтобы получить уравнение для  $\mathbf{A}_1$ , рассмотрим первый порядок теории возмущения для уравнения Власова

$$\frac{df_{1s}}{dt} = -\frac{q_s}{cm_s} \left( -\frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial t} + [\mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{A}_1] \right) \cdot \frac{\partial f_{0s}}{\partial \mathbf{v}}. \quad (1)$$

Здесь индексом  $s$  отмечен сорт частиц ( $s = sp$  для пролетных ионов ТТС,  $s = h$  для ионов ФТС). Предположим, что электроны являются замагниченными во всем токовом слое, и их вкладом в резонансное взаимодействие с неустойчивой волной можно пренебречь. Будем использовать общий вид функции распределения  $f_{0s}$ , при котором она зависит от энергии  $H_s = \frac{1}{2}m_s v^2 + q_s \phi_0$  и некоторого интеграла движения  $K_s = K_s(v_y, v_z, A_0, \phi_0)$  (нижним индексом 0 отмечены невозмущенные переменные). Учитывая, что векторный потенциал входит только в интеграл движения  $K_s$ , запишем соотношение  $(\partial f_{0s}/\partial K_s) = (K'_s)^{-1} (\partial f_{0s}/\partial A_0)$  (здесь  $K'_s = \partial K_s/\partial A_0$ ). Тогда производная от функции распределения по скорости принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{0s}}{\partial \mathbf{v}} &= m_s \mathbf{v} \frac{\partial f_{0s}}{\partial H_s} + \mathbf{e}_y \frac{\partial f_{0s}}{\partial K_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial f_{0s}}{\partial K_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_z} = \\ &= m_s \mathbf{v} \frac{\partial f_{0s}}{\partial H_s} + \frac{\partial f_{0s}}{\partial A_0} \left( \mathbf{e}_y \frac{1}{K'_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_y} + \mathbf{e}_z \frac{1}{K'_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_z} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1) и считая, что  $\mathbf{A}_1 = \{0, A_y, A_z\}$ , получаем

$$\begin{aligned} \frac{df_{1s}}{dt} &= \frac{q_s}{c} \frac{\partial f_{0s}}{\partial H_s} \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial t} - \\ &- \frac{q_s}{m_s c} \left[ -\frac{\partial A_{1y}}{\partial t} + v_z \left( \frac{\partial A_{1z}}{\partial y} - \frac{\partial A_{1y}}{\partial z} \right) \right] \frac{1}{K'_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_y} \frac{\partial f_{0s}}{\partial A_0} - \\ &- \frac{q_s}{m_s c} \left[ -\frac{\partial A_{1z}}{\partial t} - v_y \left( \frac{\partial A_{1z}}{\partial y} - \frac{\partial A_{1y}}{\partial z} \right) \right] \frac{1}{K'_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_z} \frac{\partial f_{0s}}{\partial A_0} + \\ &+ \frac{q_s v_x}{m_s c} \frac{\partial A_{1y}}{\partial x} \frac{1}{K'_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_y} \frac{\partial f_{0s}}{\partial A_0} + \frac{q_s v_x}{m_s c} \frac{\partial A_{1z}}{\partial x} \frac{1}{K'_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_z} \frac{\partial f_{0s}}{\partial A_0}. \end{aligned} \quad (3)$$

Введем обозначение  $dA_1/dt = \partial A_1/\partial t + \mathbf{v}(\partial A_1/\partial \mathbf{r})$ . Поскольку в дальнейшем нас будет интересовать ток в направлении  $y$ , а функция  $f_{0s}$  не имеет сдвига по скоростям  $v_z$  и  $v_x$ , то из (3) можно исключить все слагаемые, пропорциональные  $v_z$  или  $v_x$  в нечетной степени

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[ f_{1s} - \frac{q_s}{m_s c} \frac{\partial f_{0s}}{\partial A_0} \left( \frac{1}{K'_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_y} A_{1y} + \frac{1}{K'_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_z} A_{1z} \right) - \right. \\ \left. - \frac{q_s}{c} \frac{\partial f_{0s}}{\partial H_s} U_{sv_y} A_{1y} \right] = \\ - \frac{q_s}{m_s c} \left( \frac{1}{K'_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_y} \frac{\partial f_{0s}}{\partial A_0} - m_s v_y \frac{\partial f_{0s}}{\partial H_s} \right) v_y \frac{\partial A_{1y}}{\partial y} - \\ - \frac{q_s}{m_s c} \frac{1}{K'_s} \frac{\partial K_s}{\partial v_z} \frac{\partial f_{0s}}{\partial A_0} v_y \frac{\partial A_{1y}}{\partial z}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $U_s$  – функция, отличная от нуля только в центральной области ТС, которая определяет область, где частицы могут резонансным образом взаимодействовать с волной [53]. Теперь воспользуемся калибровкой Кулона ( $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ ) для связи компонент векторного потенциала и введем величины  $\bar{\mathbf{A}}_1 = \mathbf{A}_1 e^{-iky}$ ,  $\mathbf{S} = (K'_s)^{-1} (\partial K_s/\partial \mathbf{v})$  и  $\bar{f}_{0s} = \int f_{0s} d v_z$ . Тогда величина возмущенного тока  $j_{1s} = j_{ad,s} + j_{res,s}$  (сумма адиабатического и резонансного слагаемых) имеет вид

$$\begin{aligned} j_{ad,s} &= \frac{q_s^2}{c} \int v_y \left( \frac{\partial \bar{f}_{0s}}{\partial A_0} \mathbf{S} \cdot \bar{\mathbf{A}}_1 + \frac{\partial \bar{f}_{0s}}{\partial H_s} U_{sv_y} \bar{A}_{1y} \right) d v_x d v_y, \\ j_{res,s} &= -U_s \frac{q_s^2}{c} \times \\ &\times \int \left\{ \frac{\partial \bar{f}_{0s}}{\partial A_0} \frac{v_y}{m_s} \mathbf{S} \cdot \frac{\partial \bar{A}_{1y}}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \bar{A}_{1y}}{\partial y} \frac{\partial \bar{f}_{0s}}{\partial H_s} v_y^3 \right\} d v_x d v_y \int e^{-ik(y-y_0)} dt. \end{aligned} \quad (5)$$

В дальнейшем будем пользоваться безразмерным выражением  $\bar{A}_{1y} \rightarrow (R + iM)/B_0 \rho_{sp}$  (здесь  $R$  и  $M$  – действительная и мнимая части векторного потенциала,  $B_0$  – величина магнитного поля  $B_x$  на границе системы,  $\rho_{sp}$  – гирорадиус пролетных ионов на границе системы).

Определим теперь функции  $U_h$  и  $U_{sp}$  в соответствии с работой [53]

$$U_{sp,h} = \begin{cases} 0, & |z| > \sqrt{B_0 \rho_{sp} / d_{sp,h}}, \\ 1, & |z| < \sqrt{B_0 \rho_{sp} / d_{sp,h}}, \end{cases} \quad (6)$$

$$d_{sp} = (dB_x/dz)_{z=0}, \quad d_h = \sqrt{\tau_h} (dB_x/dz)_{z=0}.$$

Здесь  $\tau_h = T_{sp}/T_h$ .

В центральной области токового слоя  $B_x \sim z$  и частицы колеблются вдоль  $z$  в нелинейном потенциале ( $d^2 z/dt^2 \sim -z(1-z^2)$ , см. [27]). Функция  $U_{sp,h}$  фактически определяет границу области, в которой частицы “не чувствуют” поля  $B_x$ . Движение таких частиц вдоль направления  $y$  в первом приближении в отсутствие поля  $B_z$  можно считать равномерным и прямолинейным, см. [53].

В рассматриваемой нами системе в центре ТС присутствует магнитное поле  $B_z$  и электрическое поле  $E_z = -\partial\phi_0/\partial z$ . Влияние  $B_z$  на движение ионов ФТС и ГТС разбирается в следующих двух разделах. Что касается поля  $E_z$ , то его влияние на ионы можно оценить следующим образом. Энергия ионов  $\sim T_{sp}, T_h$ , в то время как  $E_z$  связано с разделением динамики ионов и электронов и  $\phi_0 \sim qT_e$ , где  $T_e$  – температура электронов (подробнее см. [3, 36]). Таким образом, для систем с  $T_e/T_{sp}, T_e/T_h \ll 1$  (а к таким системам относится рассматриваемый в этой работе ТС хвоста земной магнитосферы) можно в первом приближении пренебречь влиянием  $E_z$  на динамику ионов.

#### 4. РЕЗОНАНСНЫЙ ВКЛАД ФОНОВЫХ ИОНОВ

Преобразуем общие формулы (5) для модели ТС Харриса. В этом случае  $K_s = v_{Dh} T_h^{-1} \left( m v_y + \frac{q}{c} A_0 \right)$  и  $f_{0h} = n_h(z) \exp \left\{ -v_{Th}^{-2} \left( (v_y - v_{Dh})^2 + v_x^2 + v_y^2 \right) \right\}$ , где  $v_{Th}^2 = 2T_h/m$ :

$$\frac{\partial \bar{f}_{0h}}{\partial A_0} = \frac{q v_{Dh}}{c T_h} \bar{f}_{0h}, \quad \frac{\partial \bar{f}_{0h}}{\partial H} = -\frac{1}{T_h} \bar{f}_{0h}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{e}_y \frac{cm}{q}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (5), получаем

$$j_{ad,h} = \frac{q^2}{c T_h} \left( v_{Dh}^2 - U_h \left( v_{Dh}^2 + \frac{1}{2} v_{Th}^2 \right) \right) n_h(z) \bar{A}_{1y},$$

$$j_{res,h} = U_h \frac{q^2}{c T_h \pi v_{Th}^2} n_h(z) \times$$

$$\times \int v_y^2 (v_y - v_{Dh}) e^{-\frac{(v_y - v_{Dh})^2 - v_x^2}{v_{Th}^2}} \frac{\partial \bar{A}_{1y}}{\partial y} e^{-ik(y-y_0)} dt dv_y dv_x. \quad (8)$$

Выражение (8) полностью совпадает с аналогичным выражением, полученным для ТС Харриса в [18]. Для того, чтобы получить окончательное выражение для резонансного тока  $j_{res,h}$ , необходимо определить  $y - y_0$  как функцию времени, т.е. найти траектории резонансных частиц. В области с  $U_h = 1$  частицы со скоростями  $(v_x, v_y)$  вращаются по ларморовским окружностям в поле  $B_z$  с частотой  $\Omega_n = b_n \Omega_0$  ( $b_n = B_z/B_0$ ) и дрейфуют в направлении  $y$  за счет градиента  $dB_z/dx > 0$  со скоростью  $(v_x^2 + v_y^2)/(2\Omega_n L_x)$ . В результате получаем

$$y - y_0 = \frac{v_{y0}}{\Omega_n} \sin(\Omega_n(t - t_0)) + \frac{v_{x0}}{\Omega_n} [\cos(\Omega_n(t - t_0)) - 1] +$$

$$+ \frac{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}{2\Omega_n L_x} (t - t_0). \quad (9)$$

Тогда (8) можно переписать в следующем виде:

$$j_{res,h} = U_h \frac{q^2}{c T_h v_{Th}^2} n_h(z) \times$$

$$\times \int v_y^2 (v_y - v_{Dh}) \frac{\partial \bar{A}_{1y}}{\partial y} Z_y Z_x dt dv_y dv_x,$$

$$Z_y = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left\{ -ik \frac{v_y}{\Omega_n} \sin(\Omega_n(t - t')) - \right.$$

$$\left. - ik \frac{v_y^2}{2\Omega_n L_x} (t - t') - \frac{1}{v_{Th}} (v_y - v_{Dh})^2 \right\}, \quad (10)$$

$$Z_x = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left\{ -ik \frac{v_x}{\Omega_n} [\cos(\Omega_n(t - t')) - 1] - \right.$$

$$\left. - ik \frac{v_x^2}{2\Omega_n L_x} (t - t') - \frac{v_x^2}{v_{Th}^2} \right\}.$$

В безразмерном виде выражения (10) можно записать как

$$\frac{\text{Re } j_{ad,h}}{q n_0 v_{Th}} = \frac{2\delta}{\varepsilon_h \sqrt{\tau_h}} \left[ \varepsilon_h^2 - U_h \left( \varepsilon_h^2 + \frac{1}{2} \right) \right] N(z) R,$$

$$\frac{\text{Im } j_{ad,h}}{q n_0 v_{Th}} = \frac{2\delta}{\varepsilon_h \sqrt{\tau_h}} \left[ \varepsilon_h^2 - U_h \left( \varepsilon_h^2 + \frac{1}{2} \right) \right] N(z) M \quad (11)$$

и резонансный ток

$$\frac{\text{Re } j_{res,h}}{q n_0 v_{Th}} = \frac{2\delta \sqrt{\tau_h}}{\varepsilon_h} N(z) k U_h \int_0^t (R S_h - M C_h) dt',$$

$$\frac{\text{Im } j_{res,h}}{q n_0 v_{Th}} = \frac{2\delta \sqrt{\tau_h}}{\varepsilon_h} N(z) k U_h \int_0^t (R C_h + M S_h) dt'. \quad (12)$$

Здесь использовалось соотношение  $N(z) = \text{ch}^{-2}(z/\varepsilon_h \sqrt{\tau_h})$  и следующие функции:

$$S_h(t) = \frac{1}{\pi \tau_h^{5/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(k\Phi_h) e^{-u_x^2} du_x \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} (u_y + \sqrt{\tau_h} \varepsilon_h)^2 u_y e^{-u_y^2} du_y,$$

$$C_h(t) = \frac{1}{\pi \tau_h^{5/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(k\Phi_h) e^{-u_x^2} du_x \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} (u_y + \sqrt{\tau_h} \varepsilon_h)^2 u_y e^{-u_y^2} du_y, \quad (13)$$

$$\Phi_h = \frac{(u_y + \sqrt{\tau_h} \varepsilon_h)}{b_n \sqrt{\tau_h}} \sin(\Omega_n(t - t')) +$$

$$+ \frac{u_x}{b_n \sqrt{\tau_h}} [\cos(\Omega_n(t-t')) - 1] + \\ + \frac{\varepsilon_h}{\sqrt{\tau_h}} \left[ (u_y + \sqrt{\tau_h} \varepsilon_h)^2 + u_x^2 \right] \Omega_0(t-t').$$

### 5. РЕЗОНАНСНЫЙ ВКЛАД ПРОЛЕТНЫХ ИОНОВ

Для модели ТТС интеграл движения определяется следующим образом [36]:

$$K_{sp} = \frac{\Omega_0 m}{T_{sp}} \int W^{1/2} dz', \quad W = v_y^2 + v_z^2 - \quad (14)$$

$$- \frac{q}{cm} [\varphi(z) - \varphi(z')] - \left[ v_y - \frac{q}{cm} (A_0(z) - A_0(z')) \right]^2.$$

В результате основные соотношения можно записать как (см. [45])

$$\frac{\partial \bar{f}_{0sp}}{\partial H} = \frac{1}{q} \frac{\partial \bar{f}_{0sp}}{\partial \Phi_0}, \quad S_y = \frac{cm}{q} - \frac{mv_y}{2q} \frac{\partial A_0}{\partial \Phi_0}, \quad (15)$$

$$S_z = - \frac{mv_z}{2q} \frac{\partial A_0}{\partial \Phi_0}.$$

Подставляем (14) в (5) и, отбрасывая слагаемые порядка  $\sim v/c$ , имеем

$$j_{ad,sp} = q \int_{v_y} \frac{\partial \bar{f}_{0sp}}{\partial A_0} \bar{A}_{1y} dv_x dv_y = \frac{\partial j_{0sp}}{\partial A_0} \bar{A}_{1y}, \quad (16)$$

$$j_{res,sp} = -U_{sp} q \int_{v_y} \frac{\partial \bar{f}_{0sp}}{\partial A_0} \frac{\partial \bar{A}_{1y}}{\partial y} dv_x dv_y \int e^{-ik(y-y_0)} dt.$$

Полученные выражения полностью совпадают с аналогичными выражениями, полученными для ТТС в [45]. Спейсеровские ионы движутся по орбитам, в центре токового слоя представляющим собой половину ларморовской орбиты (полуповорот в поле  $B_z$ ). После этого полуповорота ионы покидают токовый слой по силовым линиям магнитного поля (см. [26, 28]). Таким образом, спейсеровские ионы проходят расстояние вдоль  $y$ , равное двум гирорадиусам в поле  $B_z$ ,  $2\rho_{sp}/b_n$ , за время, равное половине периода осцилляций в поле  $B_z$ ,  $\pi/\Omega_n$ . Для упрощения интегрирования резонансных траекторий будем полагать, что данное движение является равномерным и прямолинейным, т.е. скорость спейсеровских ионов вдоль направления  $y$  составляет  $\sim (2/\pi)\sqrt{v_x^2 + v_y^2} \sim \sim \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  и можно записать

$$y - y_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} (t - t'),$$

$$j_{res,sp} = -U_{sp} q \int_{v_y} \frac{\partial \bar{f}_{0sp}}{\partial A_0} \frac{\partial \bar{A}_{1y}}{\partial y} dv_y dv_x \int e^{-ik\sqrt{v_x^2 + v_y^2}(t-t')} dt. \quad (17)$$

В безразмерном виде токи (16) и (17) можно представить как

$$\frac{\text{Re } j_{ad,sp}}{qn_0 v_{Tsp}} = (1 - \delta) \frac{\partial j_{0sp}}{\partial A_0} R, \\ \frac{\text{Im } j_{ad,sp}}{qn_0 v_{Tsp}} = (1 - \delta) \frac{\partial j_{0sp}}{\partial A_0} M, \\ \frac{\text{Re } j_{res,sp}}{qn_0 v_{Tsp}} = -(1 - \delta) U_{sp} k \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{v_y} \frac{\partial \bar{f}_{0sp}}{\partial A_0} (RS_{sp} - MC_{sp}) dv_y \int_{-\infty}^{+\infty} dv_x \int_0^t dt', \quad (18)$$

$$\frac{\text{Im } j_{res,sp}}{qn_0 v_{Tsp}} = -(1 - \delta) U_{sp} k \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{v_y} \frac{\partial \bar{f}_{0sp}}{\partial A_0} (MS_{sp} + RC_{sp}) dv_y \int_{-\infty}^{+\infty} dv_x \int_0^t dt', \\ S_{sp} = \sin(k\Phi_{sp}), \quad C_{sp} = \cos(k\Phi_{sp}), \\ \Phi_{sp} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} (t - t').$$

### 6. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЗМУЩЕННОГО ВЕКТОРНОГО ПОТЕНЦИАЛА

Уравнение для возмущенного векторного потенциала ( $\Delta A_{1y} = -4\pi c^{-1} j_y$ ) принимает следующий вид (здесь плотность тока нормирована на  $qn_0 v_{Tsp}$ , координата нормирована на  $\rho_{sp}$ ,  $k \rightarrow k\rho_{sp}$ , векторный потенциал  $A_0 \rightarrow A_0/B_0\rho_{sp}$ ):

$$\frac{\partial^2 R}{\partial z^2} + \left[ -k^2 + (1 - \delta) \frac{\partial j_{0sp}}{\partial A_0} + \right. \\ \left. + \frac{2\delta N(z)}{\varepsilon_h \sqrt{\tau_h}} \left( \varepsilon_h^2 - U_h \left( \varepsilon_h^2 + \frac{1}{2} \right) \right) + \frac{\partial j_{0e}}{\partial A_0} \right] R = \\ = \text{Re } j_{res,sp} + \text{Re } j_{res,h}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial z^2} + \left[ -k^2 + (1 - \delta) \frac{\partial j_{0sp}}{\partial A_0} + \right. \\ \left. + \frac{2\delta N(z)}{\varepsilon_h \sqrt{\tau_h}} \left( \varepsilon_h^2 - U_h \left( \varepsilon_h^2 + \frac{1}{2} \right) \right) + \frac{\partial j_{0e}}{\partial A_0} \right] M = \\ = \text{Im } j_{res,sp} + \text{Im } j_{res,h}.$$

Электронным вкладом в резонансное взаимодействие с волной неустойчивости можно пренебречь, так как электроны являются замагниченными в поле  $B_z$ . В результате вклад электронов ограничивается адиабатическим слагаемым  $\partial j_{0e}/\partial A_0$ .

Уравнения (19) представляют собой интегродифференциальные уравнения для функций  $R(z)$  и  $M(z)$ . Для решения данной системы используем два метода: прогонки и разложения по полино-

мам. Рассмотрим последовательно оба подхода, для чего зададим временную и пространственную сетки  $t_n = n\Delta t$  и  $z_m = m\Delta z$  (мы используем сетку с максимальным значением  $z_{\max}$ ). Тогда интегралы по времени, соответствующие резонансным токам, можно представить в виде суммы слагаемого, соответствующего моменту  $n$  и сумме слагаемых, соответствующих предшествующим моментам

$$\begin{aligned} & \operatorname{Re} j_{res,sp} + \operatorname{Re} j_{res,h} = \\ & = -\Delta t c_0 M_{n,m} + \Delta t \Sigma_{n-1,m}^{sp,re} + \Delta t \Sigma_{n-1,m}^{h,re}, \\ & \operatorname{Im} j_{res,sp} + \operatorname{Im} j_{res,h} = \\ & = \Delta t c_0 R_{n,m} + \Delta t \Sigma_{n-1,m}^{sp,im} + \Delta t \Sigma_{n-1,m}^{h,im}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь  $c_0$  – последнее слагаемое в сумме, соответствующей разложению интеграла по времени. Таким образом, в каждый момент времени мы получаем уравнения, правые части которых зависят от всех предыдущих моментов. Теперь введем обозначение

$$\begin{aligned} u(z) = & -k^2 + (1 - \delta) \frac{\partial j_{0sp}}{\partial A_0} + \\ & + \frac{2\delta N(z)}{\varepsilon_h \sqrt{\tau_h}} \left( \varepsilon_h^2 - U_h \left( \varepsilon_h^2 + \frac{1}{2} \right) \right) + \frac{\partial j_{0e}}{\partial A_0} \end{aligned} \quad (21)$$

и запишем граничные условия для компонент векторного потенциала

$$\begin{aligned} R|_{z=0} = r_0, \quad R|_{z=z_{\max}} = r_1, \\ M|_{z=0} = m_0, \quad M|_{z=z_{\max}} = m_1. \end{aligned} \quad (22)$$

Значения параметров  $r_0$ ,  $r_1$ ,  $m_0$  и  $m_1$  определяются в соответствии с четностью исследуемой моды. Раскладывая операторы дифференцирования в системе уравнений (19) по пространственной сетке, получаем

$$\begin{aligned} & \frac{R_{n,m+1} - 2R_{n,m} + R_{n,m-1}}{\Delta z^2} + u_{n,m} R_{n,m} = \\ & = -\Delta t c_0 M_{n,m} + \Delta t \Sigma_{n-1,m}^{sp,re} + \Delta t \Sigma_{n-1,m}^{h,re}, \\ & \frac{M_{n,m+1} - 2M_{n,m} + M_{n,m-1}}{\Delta z^2} + u_{n,m} M_{n,m} = \\ & = \Delta t c_0 R_{n,m} + \Delta t \Sigma_{n-1,m}^{sp,im} + \Delta t \Sigma_{n-1,m}^{h,im}. \end{aligned} \quad (23)$$

Систему (23) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{cases} W_{n,m+1} + W_{n,m-1} + A_{n,m} W_{n,m} - i B W_{n,m} = T_{n-1,m}, \\ R + i M = W, \quad Q + i P = T, \\ P_{n-1,m} = \Delta t \Delta z^2 \Sigma_{n-1,m}^{sp,im} + \Delta t \Delta z^2 \Sigma_{n-1,m}^{h,im}, \\ Q_{n-1,m} = \Delta t \Delta z^2 \Sigma_{n-1,m}^{sp,re} + \Delta t \Delta z^2 \Sigma_{n-1,m}^{h,re}, \\ B = \Delta t c_0 \Delta z^2, \quad A_{n,m} = (u_{n,m} \Delta z^2 - 2). \end{cases} \quad (24)$$

Далее для первого уравнения из (24) мы используем метод прогонки для каждого момента времени  $n$ . Таким образом, для каждого  $n$  мы получаем пространственное распределение  $R$  и  $M$ .

Второй метод не предполагает введения пространственной сетки. Вводя обозначение производной  $\partial/\partial z \rightarrow '$  и раскладывая интеграл по времени в ряд на сетке  $t_n = n\Delta t$ , уравнения (19) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} R_n'' + u R_n + \Delta t c_0 M_n & = \Delta t \Sigma_{n-1}^{sp,re} + \Delta t \Sigma_{n-1}^{h,re}, \\ M_n'' + u M_n - \Delta t c_0 R_n & = \Delta t \Sigma_{n-1}^{sp,im} + \Delta t \Sigma_{n-1}^{h,im}. \end{aligned} \quad (25)$$

Затем функции  $R_n(z)$  и  $M_n(z)$  раскладываются по системе ортогональных полиномов

$$R(z) = \sum_i^{G_i} C_i \Psi_i(z), \quad M(z) = \sum_i^{G_i} S_i \Psi_i(z). \quad (26)$$

Мы используем систему полиномов Эрмита  $\Psi_i = (i! 2^i \sqrt{\pi})^{-1/2} H_i(z) e^{-z^2/2}$ , аналогично работам [20, 44]. В результате для каждого  $n$  получаем систему

$$\begin{aligned} \sum_i^{G_i} C_i (K_{ij} + Y_{ij}) + \Delta t c_0 S_j & = \operatorname{Re} F_j, \\ \sum_i^{G_i} S_i (K_{ij} + Y_{ij}) - \Delta t c_0 C_j & = \operatorname{Im} F_j. \end{aligned} \quad (27)$$

Здесь индекс  $j$  пробегает значения от нуля до  $G_i$ , а коэффициенты системы (27) определены следующим образом:

$$\begin{aligned} K_{ij} = & \frac{1}{2} \left[ \sqrt{i(i-1)} \delta_{j,i-2} - (2i+1) \delta_{j,i} + \right. \\ & \left. + \sqrt{(i+1)(i-1)} \delta_{j,i+2} \right], \\ Y_{ij} = & \int_{-\infty}^{+\infty} u(z') \Psi_i(z) \Psi_j(z) dz, \end{aligned} \quad (28)$$

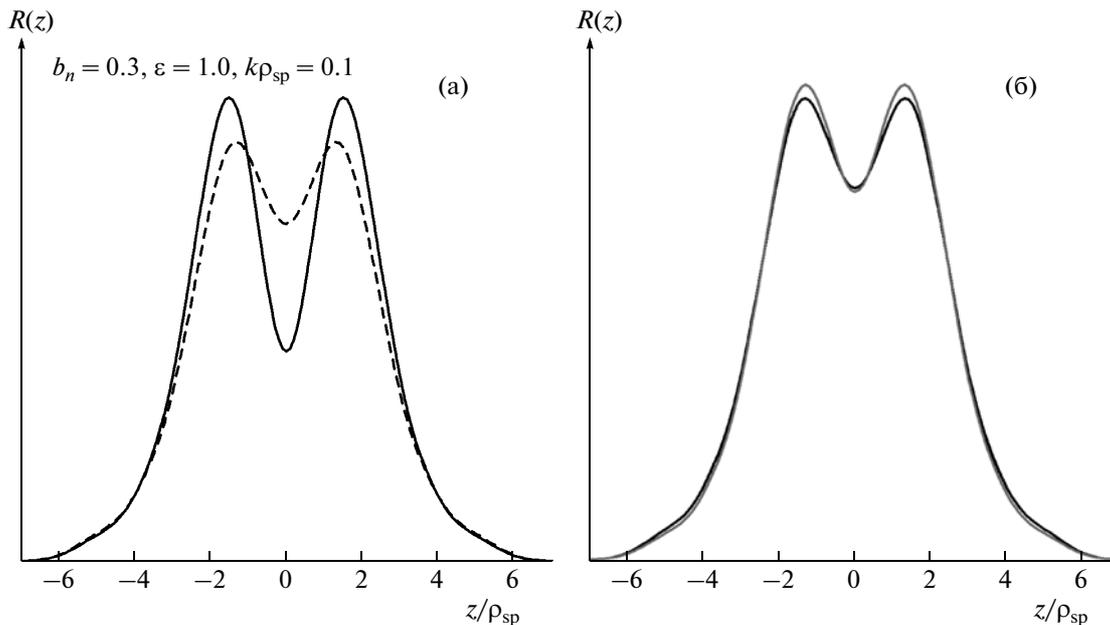
$$\operatorname{Re} F_j = \int_{-\infty}^{+\infty} (\Delta t \Sigma_{n-1}^{sp,re} + \Delta t \Sigma_{n-1}^{h,re}) \Psi_j(z) dz,$$

$$\operatorname{Im} F_j = \int_{-\infty}^{+\infty} (\Delta t \Sigma_{n-1}^{sp,im} + \Delta t \Sigma_{n-1}^{h,im}) \Psi_j(z) dz.$$

Таким образом, система (27) сводится к матричному уравнению

$$\begin{pmatrix} C_j \\ S_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_{ij} + Y_{ij} & \Delta t c_0 \\ -\Delta t c_0 & K_{ij} + Y_{ij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{Re} F_j \\ \operatorname{Im} F_j \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Решение данного уравнения позволяет восстановить зависимость векторного потенциала от пространственной координаты. Последовательно решая систему (29) для различных  $n$ , мы восстанавливаем зависимость векторного потенциала от времени.



**Рис. 1.** Графики функции  $R(z)$ , полученные методом разложения по системе ортогональных полиномов, для разных значений  $\delta$  (а), полученные методом разложения по системе ортогональных полиномов (черная кривая) и методом прогонки (серая кривая) (б).

## 7. СИММЕТРИЧНАЯ МОДА НЕУСТОЙЧИВОСТИ

В этом разделе мы проведем анализ результатов, полученных для симметричной моды ( $\bar{A}_{1y}(z) = \bar{A}_{1y}(-z)$ ). Характерный профиль функции  $R(z) = \text{Re } \bar{A}_{1y}(z)$  для двух значений параметра  $\delta$  представлен на рис. 1а. Как видно из графика, эта функция имеет асимметричную производную в центральной области токового слоя ( $\partial R/\partial z \sim z$  при  $z \sim 0$ ) и по своей структуре аналогична зависимостям  $\text{Re } \bar{A}_{1y}(z)$  для токового слоя Харриса (см. [18]). Сопоставим результаты, полученные двумя различными методами решения системы (19). Так, на рис. 1б представлены профили функции  $R(z)$ , полученные методом прогонки и методом разложения по системе ортогональных полиномов. Как видно из графика, оба метода дают приблизительно одинаковые результаты. В дальнейшем, в процессе поиска зависимостей инкрементов и частот неустойчивости для различных значений параметров задачи мы будем использовать метод разложения по полиномам, так как именно он позволяет в рамках одного подхода решить систему (19) как для симметричной, так и для асимметричной мод.

Решая систему (19) и получая функции  $R(z)$  и  $M(z)$  для каждого момента времени, можно восстановить значения инкрементов и действительных частей частот рассматриваемой неустойчи-

вости. Так, инкремент определяет наклон зависимости  $\int |\bar{A}_{1y}| dz$  от времени в логарифмических координатах. Действительная часть частоты определяется по периодическим колебаниям функции  $\int |\bar{A}_{1y}| dz$  в зависимости от времени (см. [18, 45]). На рис. 2 представлены зависимости инкрементов симметричной моды неустойчивости от волнового числа для двух значений параметра  $\delta$ . Из графиков видно, что для токового слоя с малым содержанием спейсеровских частиц ( $\delta = 0.8$ ) неустойчивыми оказываются длинноволновые моды ( $k\rho_{sp} < 0.1$ ). С другой стороны, в токовом слое с относительно большим вкладом пролетных частиц ( $\delta = 0.5$ ) появляются неустойчивости с  $k\rho_{sp} \sim 0.7$ . Такая особенность поведения инкремента в зависимости от  $\delta$  объясняется тем вкладом, который вносят спейсеровские ионы в раскачку дрейфовой неустойчивости. Так, пролетные частицы создают ГТС со своим собственным пространственным масштабом ( $L_{TCS} \sim \rho_{sp}$ , см. [32]). Этому масштабу соответствует дрейфовая неустойчивость с  $k/\rho_{sp} \leq 1$  [45], которая накладывается на дрейфовую моду ФТС с  $L_{bg} \gg \rho_{sp}$ . В результате в зависимости инкремента  $\gamma$  от волнового числа проявляются оба масштаба возмущений:  $k\rho_{sp} < 0.1$  и  $k\rho_{sp} \sim 0.7$ . Второй масштаб исчезает по мере уменьшения вклада спейсеровских частиц.

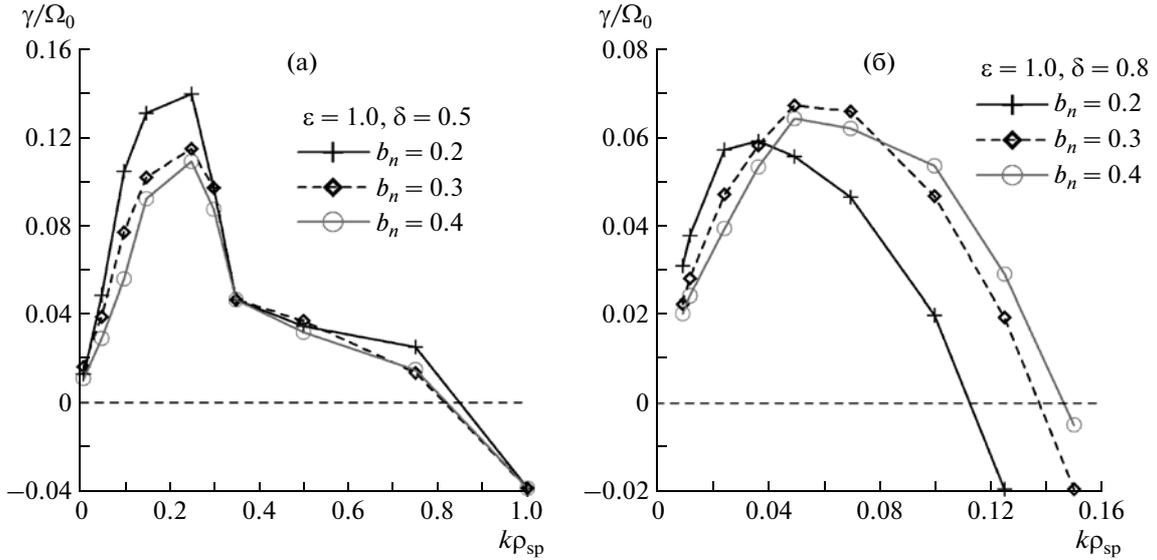


Рис. 2. Графики зависимости инкремента симметричной моды от волнового числа для различных значений параметров системы.

Зависимости действительной части частоты  $\omega_r$  от волнового числа для системы с  $\delta = 0.5$  представлены на рис. 3. Как видно из графиков,  $\omega_r$  растет с ростом волнового числа  $k$  линейно, как этого и следовало ожидать для дрейфовой моды. Сложность используемой системы, включающей в себя два токовых слоя, второй из которых обладает слабой двухмерностью, не позволяет напрямую вычислить скорость диамагнитного дрейфа и сопоставить ее с полученными значениями  $\partial\omega_r/\partial k$ . Однако можно отме-

тить, что результаты, полученные для ФТС (см. [17, 19]) и для ТТС (см. [45]), указывают на то, что  $\partial\omega_r/\partial k$  примерно равна скорости диамагнитного дрейфа системы.

Здесь также можно отметить ту роль, которую в расщеплении неустойчивости играют пролетные спейсеровские частицы. Для этой цели приведен рис. 4, из которого видно, что с ростом потоковой анизотропии спейсеровских частиц ( $\varepsilon = v_{Dsp}/v_{Tsp}$ ) растут инкременты рассматриваемых неустойчивостей.

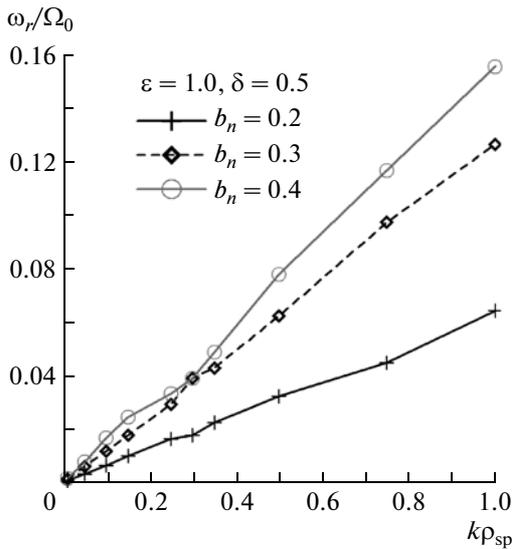


Рис. 3. Графики зависимости действительной части частоты симметричной моды от волнового числа для различных значений параметров системы.

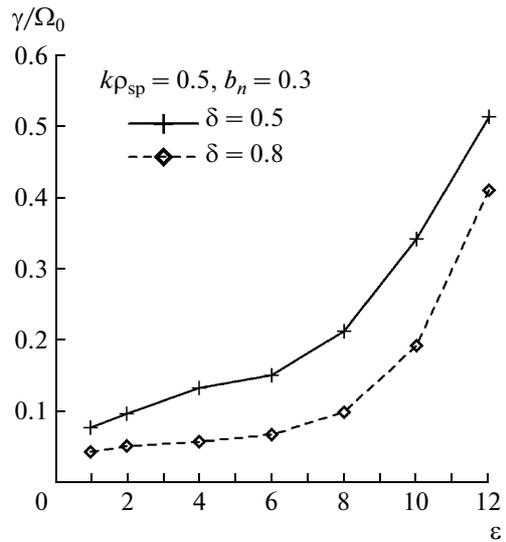


Рис. 4. Графики зависимости инкремента симметричной моды от параметра  $\varepsilon$ .

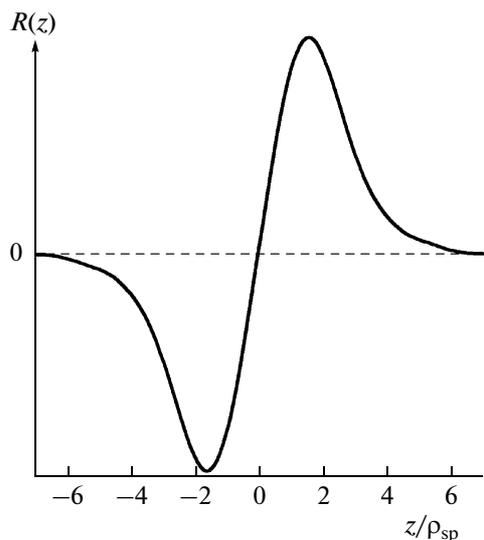


Рис. 5. Графики функции  $R(z)$ , полученные методом разложения по системе ортогональных полиномов.

## 8. АСИММЕТРИЧНАЯ МОДА НЕУСТОЙЧИВОСТИ

В этом разделе представлены результаты, полученные для асимметричной моды неустойчивости ( $\bar{A}_{1y}(z) = -\bar{A}_{1y}(-z)$ ). Для решения системы (19) используем разложение по полиномам, оставляя в сумме (26) только слагаемые с нечетными номерами. График функции  $R(z) = \text{Re } \bar{A}_{1y}(z)$  в данном случае показан на рис. 5. Общий вид этой функции соответствует результатам, ранее полученным для токового слоя Харриса [20]. Аналогично

рис. 2, для асимметричной моды также можно получить зависимость инкремента от волнового числа (рис. 6). Как видно из графиков, инкременты для асимметричной моды имеют большие величины, чем для симметричной моды. Как для симметричной, так и для асимметричной мод, величина инкремента несколько уменьшается с ростом нормальной компоненты магнитного поля  $b_n$ . Этот эффект связан с уменьшением амплитуды плотности тока за счет уменьшения величины дрейфа кривизны электронов [36] в токовых слоях с относительно большими значениями  $b_n$ . С ростом плотности популяции спейсеровских частиц в токовом слое растет диапазон неустойчивых длин волн как для симметричных (рис. 2), так и для асимметричных мод (рис. 5).

## 9. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В этой работе исследовано развитие дрейфовых мод в модели комбинированного (вложенного) токового слоя. Полученные результаты указывают на то, что фоновая плазма может оказывать существенное влияние как на скорость развития неустойчивости, так и на характерные пространственные масштабы. Можно отметить два основных механизма влияния ФТС на величину инкремента. Условие равновесного баланса давления в системе требует, чтобы суммарная плотность частиц ФТС и ТТС в центре слоя была постоянной независимо от вкладов обеих составляющих. Тогда с ростом плотности плазмы в ФТС, она вытесняет частицы ТТС, чье резонансное взаимодействие с неустойчивой волной является основным механизмом раскачки неустойчивости. С другой

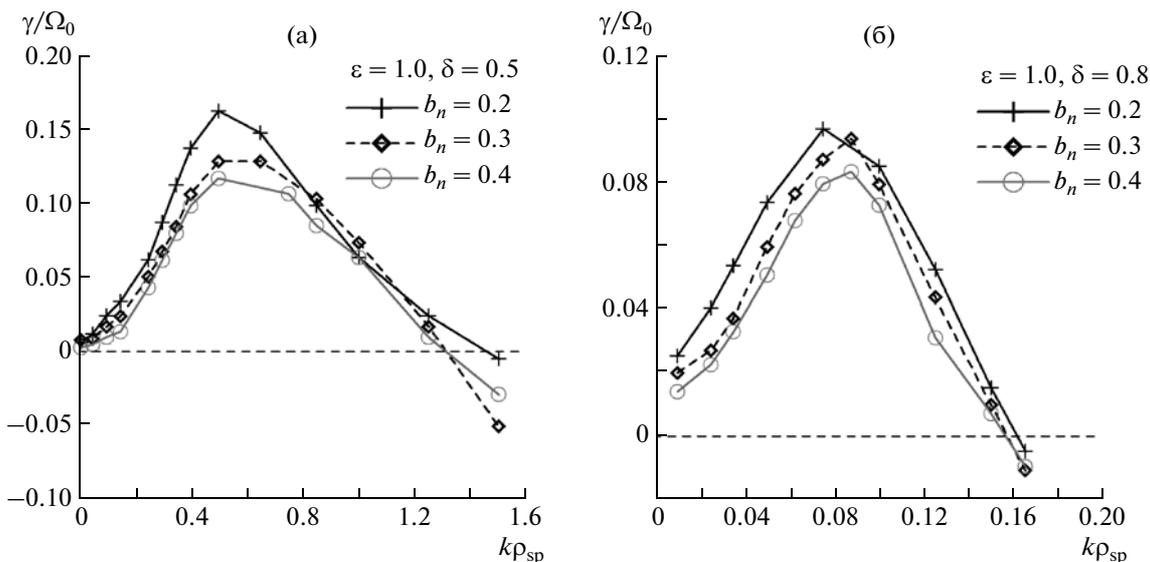


Рис. 6. Графики зависимости инкремента асимметричной моды от волнового числа для различных значений параметров системы.

стороны, протоны ФТС также вносят вклад в раскачку неустойчивости за счет медленных градиентных дрейфов. Однако суммарный эффект от роста плотности плазмы ФТС все же заключается в уменьшении значений инкрементов неустойчивости.

Влияние ФТС на длину неустойчивой волны в первую очередь связано с собственными пространственными масштабами ФТС. Так, малая интенсивность тока ФТС приводит к тому, что его толщина существенно превышает гирорадиус пролетных протонов (см. [11]). В результате с ростом вклада ФТС растет и длина волны неустойчивой моды. Отношение длин волн для случая 80% и 50% фоновой плазмы составляет  $\sim 10$ . Таким образом, общие характеристики дрейфовых мод неустойчивости во вложенном токовом слое определяются конкуренцией относительных вкладов ТТС, для которого характерно быстрое развитие более коротковолновых неустойчивостей, и ФТС, для которого длины волн и времена развития неустойчивостей существенно больше.

Можно отметить важную роль дрейфовых неустойчивостей в перестройке конфигурации токового слоя. Так, развитие рассматриваемых мод приводит к возмущению только компоненты магнитного поля  $B_x$ , которая в возмущенной системе зависит от двух координат, т.е.  $B_x = B_x(z, y)$ . С одной стороны, отсутствие возмущения компоненты  $B_z$  приводит к вертикальным смещениям силовых трубок, из которых состоит токовый слой, без их деформации. Этот факт позволяет провести параллель между развитием дрейфовых мод неустойчивости в токовом слое и наблюдаемых волновых движений токовых слоев (так называемых флаппирующих волн — flapping waves) в хвосте магнитосферы [13, 14]. С другой стороны, важным эффектом является появление тока  $j_z \sim \partial B_x / \partial y$ , который присутствует в колеблющихся ТТС в хвосте магнитосферы [4, 54]. Таким образом, формирование “вертикальных” токовых слоев (с  $j_z \sim j_y$ ) в хвосте земной магнитосферы можно описать в рамках теории дрейфовых неустойчивостей ТТС.

Результаты, которые можно получить в рамках теории дрейфовых неустойчивостей ТТС, имеют одно существенное отличие от наблюдаемых колебаний токовых слоев хвоста земной магнитосферы. На утреннем фланге магнитосферы ( $y < 0$ ) наблюдаемые волны в ТТС распространяются в направлении, противоположном направлению тока [14]. Направление тока, в свою очередь, в моделях всегда совпадает с направлением дрейфа ионов. Таким образом, на первый взгляд теория собственных мод ТТС не может объяснить наблюдаемые колебания слоя. Однако, как нам представляется, в данном случае имеет место более сложная ситуация: ток в ТТС на утреннем

фланге магнитосферы поддерживается в основном электронной компонентой, в то время как ионы движутся в противоположную с током сторону — на фланг [55–57]. Таким образом, движение ионов и направление распространения дрейфовых волн в ТТС совпадает. Благодаря данному факту, колебания все же могут быть описаны в рамках теории дрейфовых неустойчивостей. Объяснение такого перераспределения токов в ТТС было дано в работах [57, 58], а влияние ФТС было оценено в [59]. Из-за разделения движения пролетных ионов и замагниченных электронов в токовом слое формируется электростатическое поле, которое, при наличии градиента  $\partial B_z / \partial x > 0$ , имеет компоненту  $E_x > 0$ . Дрейф в скрещенных электрическом и магнитном полях в центре ТТС  $v_{E \times B} \sim -cE_x / B_z$  приводит к перераспределению тока (т.е. усиливает ток электронов и ослабляет ток ионов). Из-за этого эффекта в ТТС часто можно наблюдать доминирование электронных токов над ионными [25].

Здесь также можно отметить, что целый ряд механизмов рассматривается в качестве альтернативы обратному затуханию Ландау при изучении раскачки неустойчивых мод, приводящих к волновой динамике токового слоя. Так, в работе [17] были рассмотрены потоки плазмы вдоль магнитного поля ( $v_x \neq 0$ ), наличие которых возбуждает колебания токового слоя. В качестве источников потоков плазмы могут выступать, например, быстрые потоки ионов и электронов, образующиеся в областях пересоединения магнитного поля или при резонансном ускорении ионов в токовом слое [60]. Эти потоки могут напрямую возбуждать колебания ТТС [17], и также могут быть причиной развития неустойчивости Кельвина–Гельмгольца в пограничных областях магнитосферы [61], которая, в свою очередь, приводит к возбуждению неустойчивостей в ТТС [62, 63]. В серии работ [50, 64–66] колебания токовых слоев связывались с наличием обратного градиента  $\partial B_z / \partial x < 0$ , приводящего к раскачке низкочастотной моды неустойчивости токового слоя.

В данной работе мы изучили влияние сравнительно широкого ФТС на развитие дрейфовых мод в ТТС. Анализ показывает, что рост относительного вклада фоновой плазмы может приводить к уменьшению значений инкрементов неустойчивых мод, что сопровождается ростом длины волны моды с наибольшим значением инкремента. Полученные результаты свидетельствуют также о том, что величина нормальной компоненты магнитного поля  $B_z$  мало влияет на величины инкрементов возмущений, которые могут значительно увеличиваться вместе с поточковой скоростью пролетных протонов (параметр  $\varepsilon = v_{Dsp} / v_{Tsp}$ ). В целом можно отметить, что нали-

чие ФТС не приводит к полному прекращению развития дрейфовых мод. Соотношение относительных вкладов плазмы ФТС и ТТС позволяет варьировать длину неустойчивой волны в широком диапазоне значений.

Авторы выражают глубокую признательность А.А. Петруковичу за обсуждение результатов работы. Данная работа поддержана грантами РФФИ 11-02-01166, 10-02-93114-НЦНИЛ и грантом поддержки научных школ НШ-3200.2010.2. Авторы благодарны рецензенту за ценные замечания, позволившие улучшить работу.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lui A.T.Y. // Space Science Rev. 2004. V. 113. P. 127.
2. Плазменная гелиогеофизика / Под ред. Л.М. Зелёного и И.С. Веселовского. М.: Физматлит, 2008.
3. Зелёный Л.М., Малова Х.В., Артемьев А.В. и др. // Физика плазмы. 2011. Т. 37. С. 137.
4. Runov A., Sergeev V.A., Nakamura R. et al. // Ann. Geophys. 2006. V. 24. P. 247.
5. Nakamura R., Baumjohann W., Runov A. et al. // Space Science Rev. 2006. V. 122. P. 29.
6. Франк А.Г. // УФН. 2010. Т. 180 (9). С. 982.
7. Yamada M., Kulsrud R., Ji H. // Revs. Mod. Phys. 2010. V. 82. P. 603.
8. Coppi B., Laval G., Pellat R. // Phys. Rev. Lett. 1966. V. 16. P. 1207.
9. Галеев А.А., Зелёный Л.М. // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. С. 2133.
10. Zelenyi L.M., Artemyev A.V., Malova H.V. et al. // J. Atmospheric Solar-Terrestrial Phys. 2008. V. 70. P. 325.
11. Зелёный Л.М., Артемьев А.В., Малова Х.В. и др. // УФН. 2010. Т. 180(9). С. 973.
12. Runov A., Sergeev V. A., Baumjohann W. et al. // Ann. Geophys. 2005. V. 23. P. 1391
13. Petrukovich A.A., Zhang T.L., Baumjohann W. et al. // Ann. Geophys. 2006. V. 24. P. 1695.
14. Sergeev V.A., Sormakov D.A., Apatenkov S.V. et al. // Ann. Geophys. 2006. V. 24. P. 2015.
15. Harris E. // Nuovo Cimento. 1962. V. 23. P. 115.
16. Yamanaka K. // Phys. Scripta. 1978. V. 17. P.15.
17. Губченко В.М. // Физика плазмы. 1985. Т. 11. С. 467.
18. Lapenta G., Brackbill J.U. // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. P. 27099.
19. Büchner J., Kuska J. // Ann. Geophys. 1999. V. 17. P. 604.
20. Daughton W. // Phys. Plasmas. 1999. V. 6. P. 1329.
21. Karimabadi H., Pritchett P. L., Daughton W., et al. // J. Geophys. Res. 2003. V. 108. P. 1401.
22. Daughton W. // J. Geophys. Res. 1999. V. 104. P. 28701.
23. Pritchett P.L., Coroniti F.V., Decyk V.K. // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. P. 27413.
24. Artemyev A.V., Petrukovich A.A., Zelenyi L.M. et al. // Ann. Geophys. 2008. V. 26. P. 2749.
25. Artemyev A.V., Petrukovich A.A., Zelenyi L.M. et al. // Ann. Geophys. 2009. V. 27. P. 4075.
26. Speiser T. W. // J. Geophys. Res. 1965. V. 70. P. 4219.
27. Sonnerup B.U.Ö. // J. Geophys. Res. 1971. V. 76. P. 8211.
28. Büchner J., Zelenyi L.M. // Geophys. Res. 1989. V. 94. P. 11821.
29. Kropotkin A.P., Domrin V.I. // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. P. 19893.
30. Kropotkin A.P., Malova H.V., Sitnov M.I. // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. P. 22099.
31. Sitnov M.I., Zelenyi L.M., Malova H.V. et al. // J. Geophys. Res. 2000. V. 105. P. 13029
32. Zelenyi L.M., Sitnov M.I., Malova H.V. et al. // Nonlin. Processes in Geophys. 2000. V. 7. P. 127.
33. Pritchett P.L., Coroniti F.V. // J. Geophys. Res. 1992. V. 97. P. 16 773.
34. Burkhart G.R., Drake J.F., Dusenbery P.B. et al. // J. Geophys. Res. 1992. V. 97. P. 13799.
35. Francfort Ph., Pellat R. // Geophys. Res. Lett. 1976. V. 3(8). P.433.
36. Zelenyi L.M., Malova H.V., Popov V.Y. et al. // Nonlin. Processes in Geophys. 2004. V. 11. P. 579.
37. Sitnov M.I., Guzdar P.N., Swisdak M. // Geophys. Res. Lett. 2003. V. 30. P. 1712
38. Sitnov M.I., Swisdak M., Guzdar P.N. et al. // J. Geophys. Res. 2006. V. 111. P. 8204.
39. Domrin V.I., Kropotkin A.P. // Ann. Geophys. 2004. V. 22. P. 2547.
40. Мингалёв О.В., Мингалёв И.В., Малова Х.В. и др. // Физика плазмы. 2007. Т. 33. С. 1028.
41. Домрин В.И., Крототкин А.П. // Геомагнетизм и аэрономия. 2007. Т. 47. С. 591.
42. Мингалёв О.В., И.В. Мингалёв, Х.В. Малова и др. // Физика плазмы. 2009. Т. 35. С. 85.
43. Зелёный Л.М., Крототкин А.П., Домрин В.И. и др. // Космические исследования. 2009. Т. 47. С. 388.
44. Sitnov M.I., Lui A.T.Y., Guzdar P.N. et al. // J. Geophys. Res. 2004. V. 109 P. 3205.
45. Артемьев А.В., Зелёный Л.М., Малова Х.В. и др. // Физика плазмы. 2008. Т. 34. С. 834.
46. Zelenyi L.M., Artemyev A.V., Petrukovich A.A. et al. // Ann. Geophys. 2009. V. 27. P. 861.
47. Kan J.R. // J. Geophys. Res. 1973. V. 78. P. 3773.
48. Мананкова А.В., Пудовкин М.И., Рунов А.В. // Геомагнетизм и аэрономия. 2000. Т. 40. С. 430.
49. Yoon P., Lui A.T.Y. // J. Geophys. Res. 2005. V. 110. P. 1202.
50. Erkaev N.V., Semenov V.S., Biernat H.K. // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35. P. 2111.
51. Petrukovich A.A., Artemyev A.V., Malova H.V. et al. // J. Geophys. Res. 2011. V. 116. P. 125
52. Silin I., Büchner J., Zelenyi L. // Phys. Plasmas. 2002. V. 9(4). P. 1104.
53. Dobrowolny M. // Nuovo Cimento. 1968. V. LV B P. 427.
54. Petrukovich A.A., Baumjohann W., Nakamura R. et al. // Ann. Geophys. 2008. V. 26. P. 3669.

55. Kaufmann R.L., Ball B.M., Paterson W.R. et al. // J. Geophys. Res. 2001. V. 106. P. 6179.
56. Petrukovich A.A., Yermolaev Y.I. // Ann. Geophys. 2002. V. 20 P. 321.
57. Artemyev A.V., Petrukovich A.A., Nakamura R. et al. // J. Geophys. Res. 2011. 116, A09233. doi:10.1029/2011JA016801.
58. Zelenyi L.M., Artemyev A.V., Petrukovich A.A. // Geophys. Res. Lett. 2010. V. 37. P. 6105.
59. Artemyev A.V., Petrukovich A.A., Nakamura R. et al. // J. Geophys. Res. 2010. V. 115. P. 12255.
60. Grigorenko E.E., Hoshino M., Hirai M. et al. // J. Geophys. Res. 2009. V. 114. P. 3203.
61. Grigorenko E.E., Burinskaya T.M., Shevelev M. et al. // Ann. Geophys. 2010. V. 28. P. 1273.
62. Зелёный Л.М., Кузнецова М.М. // Физика плазмы. 1984. Т. 10. С. 326.
63. De Keyser J. // J. Geophys. Res. 2000. V. 105. P. 23167.
64. Wu C.-C., Pritchett P.L., Coroniti F.V. // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. P. 11797.
65. Pritchett P. L., Coroniti F.V. // J. Geophys. Res. 2010. V. 115. P. 6301.
66. Erkaev N.V., Semenov V.S., Biernat H.K. // Phys. Plasmas. 2010. V. 17. P. 60703.