ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ КАФЕДРА ФИЗИКИ КОЛЕБАНИЙ

> На правах рукописи УДК 535.241

НИКИТИН ПАВЕЛ АЛЕКСЕЕВИЧ

ОСОБЕННОСТИ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ТЕРАГЕРЦЕВОМ ДИАПАЗОНЕ

Специальность 01.04.03 — «радиофизика»

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: кандидат физ.-мат. наук, доцент ВОЛОШИНОВ В.Б.

Москва — 2017 г.

Оглавление

Введени	le	4
Глава 1.	Определение максимального значения коэффициента	
	акустооптического качества кубических кристаллов	14
1.1 Эфф	рективная фотоупругая постоянная оптически изотропной среды	14
1.1.1	Методика определения глобальных экстремумов эффективной	
	фотоупругой постоянной	15
1.1.2	Методика определения экстремумов эффективной фотоупругой	
	постоянной при коллинеарной геометрии акустооптического	
	взаимодействия	19
1.2 Ана.	литические выражения для эффективных фотоупругих	
ПОСТ	оянных оптически изотропных сред	22
1.3 Pace	іёт экстремальных значений коэффициента акустооптического	
каче	ства оптически изотропных сред при коллинеарной дифракции.	27
1.3.1	Дифракция на акустической волне в плоскости (001)	28
1.3.2	Дифракция на акустической волне в плоскости (110)	31
Основнь	ие результаты Главы 1	35
Глава 2.	Двумерные уравнения связанных мод и анализ их	
	решения	36
2.1 Двуг	мерное уравнение связанных мод, учитывающее поглощение	
элек	тромагнитных волн в среде	36
2.1.1	Распространение электромагнитных волн в поглощающей среде	37
2.1.2	Волновое уравнение в диссипативной среде, возмущённой	
	акустическим полем	38
2.1.3	Двумерные уравнения связанных мод	41
Основнь	ие результаты раздела 2.1 Главы 2	45
2.2 Ана.	лиз решения уравнений связанных мод в брэгговском режиме	
диф	ракции	46
2.2.1	Квазиортогональная акустооптическая дифракция	46
2.2.2	Прямая коллинеарная дифракция на акустической волне	
	постоянной амплитуды	54

2.2.3	Прямая коллинеарная дифракция на затухающей акустической волне	58
2.2.4	Прямая коллинеарная дифракция на затухающей отражённой	64
2.2.5	Обратная коллинеарная акустооптическая дифракция на	04
2.2.6	акустической волне постоянной амплитуды	69
Основнь	затухающей акустической волне	73 93
Глава 3.	Экспериментальное исследование акустооптического	
	взаимодействия в терагерцевом диапазоне	94
3.1 Выб	ор кристаллического материала акустооптической ячейки	94
3.2 Кваз	зиортогональное акустооптическое взаимодействие в	
MOHO	окристалле германия в терагерцевом диапазоне	98
3.3 Обра	атная коллинеарная акустооптическая дифракция терагерцевого	
излу	чения в монокристалле германия	105
3.3.1	Оценка эффективности работы акустооптической ячейки на	
	германии в дальнем инфракрасном диапазоне	105
3.3.2	Экспериментальное исследование с использованием	
	терагерцевого излучения	114
3.4 Кваз	зиортогональное акустооптическое взаимодействие в	
непо	олярных жидкостях в терагерцевом диапазоне	117
3.5 Кол.	линеарное акустооптическое взаимодействие в неполярных	
жид	костях в терагерцевом диапазоне	123
3.6 Акус	стооптическая дифракция закрученного терагерцевого	
излу	чения в неполярных жидкостях	128
Основнь	ые результаты Главы З	135
Заключе	ение	136
Список литературы		
Прилож	сение А. Материальные константы кубических кристаллов	153
Прилож	сение Б. Экстремальные значения коэффициента	
	акустооптического качества	155

3

Введение

Актуальность темы исследования

Акустооптическое (AO) взаимодействие широко применяется для управления такими параметрами электромагнитного излучения, как направление распространения, интенсивность, поляризация, частота и фаза. Благодаря простоте управления, компактности, малой потребляемой мощности и высокому быстродействию АО устройства используются в спектроскопии, оптической связи, системах обработки изображений, лазерной технике для модуляции, фильтрации и управляемого отклонения световых пучков [1–8]. К настоящему времени разработаны АО устройства, эффективно работающие на длинах волн не более 10-20 мкм [9;10]. Использование подобных устройств в терагерцевом (ТГц) диапазоне сопряжено с трудностями, поскольку эффективность АО взаимодействия обратно пропорциональна квадрату длины волны электромагнитного излучения. На сегодняшний день большинство акустооптических приборов создаётся на основе кристаллов парателлурита (TeO₂) [11; 12]. Этот кристалл отличает исключительно высокая АО эффективность, определяемая величиной коэффициента акустооптического качества M_2 , максимальное значение которого достигает величины $M_2 = 1200 \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\mathrm{kr}$. Однако практически все используемые в АО монокристаллические среды, а также жидкости, характеризуются в ТГц диапазоне большим коэффициентом поглощения электромагнитного излучения. Обзор литературных данных показал, что наиболее прозрачными в ТГц диапазоне средами являются полупроводники и неполярные жидкости [13;14]. Проведённый в работе анализ показывает, что использование излучения ТГц диапазона позволит наблюдать трудно реализуемые в видимом диапазоне эффекты, такие как брэгговское отражение, полуколлинеарная дифракция, высокочастотное широкоапертурное взаимодействие и т.д. [2;15]. Таким образом, изучение АО взаимодействия в ТГц диапазоне с целью создания эффективных электронно управляемых АО устройств является одним из перспективных направлений исследований.

Одним из важных параметров, характеризующим эффективность AO взаимодействия, является коэффициент AO качества M_2 [1–8]. Он не зависит от мощности акустической волны и интенсивности падающей электромагнитной волны, а определяется лишь материальными параметрами среды. Более того, можно говорить об анизотропии AO качества, поскольку многие входящие в него величины являются тензорными [16–26]. Таким образом, коэффициент AO качества зависит от многих параметров, и анализ AO взаимодействия достаточно сложен. Поэтому актуальной является задача поиска условий, при которых AO качество максимально.

При рассмотрении АО взаимодействия, как правило, полагают, что среда является прозрачной для электромагнитного излучения. Данный подход позволяет получить решение задачи дифракции в аналитическом виде. Однако, например, в ТГц диапазоне многие среды слабо прозрачны. Поэтому необходимо дополнительно учитывать наличие поглощения электромагнитного излучения в среде. Отметим, что подобный математический аппарат разработан и использовался во многих работах, посвящённых дифракции электромагнитного излучения на голографических решётках [27–32]. Поскольку голографическая решётка является стационарной структурой, то использованные теории не позволяют оценить некоторые эффекты, наблюдаемые при АО взаимодействии (например, доплеровский сдвиг частоты дифрагированного излучения, затухание акустической волны и её расходимость, неоднородность звукового поля и др.). Таким образом, в настоящее время остаётся актуальной задача об одновременном учёте влияния поглощения электромагнитного излучения и структуры акустического поля на характеристики АО взаимодействия в приложении к ТГц и микроволновому диапазонам электромагнитного спектра.

Степень разработанности проблемы

Количество работ, посвящённых АО взаимодействию в дальнем ИК, ТГц субмиллиметровом диапазонах, чрезвычайно мало, несмотря на исключительно большой интерес исследователей к данным спектральным интервалам электромагнитного излучения [**33**–**36**]. В работе [**33**] описаны результаты экспериментов по наблюдению дифракции субмиллиметрового излучения на волнах электронной концентрации в антимониде индия (n-InSb). В работе [**34**] было предложено использовать АО ячейку, изготовленную из ТРХ пластика, для калибровки установки, использующей излучение с длиной волны $\lambda = 447$ мкм.

Важным с практической точки зрения является изучение АО дифракции ТГц излучения ($\lambda = 119$ мкм) на продольной акустической волне в монокристалле германия, распространяющейся в направлении кристаллографической оси [100] [35]. Резонансная частота пьезопреобразователя была равна F = 5 МГц, а длина АО взаимодействия L = 2.9 см. Эффективность дифракции достигала 1.5%, а угол разведения лучей составлял 7°. Столь высокие значения эффективности дифракции были достигнуты благодаря использованию стоячей акустической волны. К недостаткам подобного режима можно отнести тот факт, что управление ТГц излучением осуществляется лишь на отдельных фиксированных частотах F. Следует отметить, что возможно увеличить эффективность АО взаимодействия при использовании кристалла германия, в котором акустическая волна распространяется в направлении кристаллографической оси [111] [37].

В работе [**36**] проведено исследование АО дифракции излучения с длиной волны $\lambda = 119$ мкм на ультразвуке с мощностью порядка $P_a = 150$ Вт. При использовании ТРХ пластика, полиэтилена и германия величина отношения интенсивностей дифрагированного и падающего на АО ячейку излучения составила $I_1/I_0^{(*)} = 0.07\%$. АО взаимодействие в кварце не было зарегистрировано, что авторы связывают с низкими значениями АО качества M_2 кварца в ТГц диапазоне. Кроме этого, АО дифракция была реализована в неполярных жидкостях. Величина $I_1/I_0^{(*)}$ в тетрахлорметане и циклогексане достигала значения 0.5%.

Математический аппарат, описывающей дифракцию электромагнитного излучения на голографической решётке, может быть модифицирован для корректного описания АО взаимодействия. Аргументом в пользу этого может служить тот факт, что голографическая решётка и периодическая структура, создаваемая акустическим полем, являются по своей природе фазовыми объектами и, как следствие, описываются схожими уравнениями. В известных работах [27-32] вводятся допущения, существенно ограничивающие область применения полученных соотношений. Например, в работе [29] проведён анализ брэгговской дифракции электромагнитных волн на толстой голографической решётке в анизотропной среде в +1 и -1 дифракционные порядки. Указанный режим дифракции является частным случаем режима Рамана-Ната. Поэтому полученные соотношения не могут быть использованы для описания АО взаимодействия при существовании более высоких порядков дифракции. Кроме этого, в публикации [29] было введено понятие комплексного вектора расстройки, что усложняет интерпретацию и делает расчёты более трудоёмкими. Результаты указанной работы были обобщены в [30] для описания дифракции на тонкой

голографической решётке в анизотропной поглощающей среде. В предложенной модели каждому порядку дифракции р соответствует только одна электромагнитная волна. Данный факт существенно ограничивает область применимости полученных соотношений, поскольку при АО взаимодействии каждому порядку р может существовать две волны, обыкновенная и необыкновенная. В недавно вышедшей работе [32] приведены одномерные модели, описывающие дифракцию электромагнитного излучения на толстых наклонных голографических решётках в среде с поглощением электромагнитных волн. Указанные теории не позволяют объяснить эффекты, связанные с поляризацией излучения, а также с затуханием акустической волны (если использовать предложенную модель для описания АО взаимодействия). В работе [38] рассмотрена дифракция пучка электромагнитного излучения на произвольном акустическом поле в оптически анизотропной прозрачной среде. Предложенная теоретическая модель позволила получить систему уравнений, связывающую амплитуды электромагнитных волн в соседних дифракционных порядках и учитывающую поляризационные эффекты.

В среде с низкой симметрией кристаллической решётки (например, если сингония является триклинной или моноклинной), вероятно, не удастся вывести аналитические соотношения, при которых АО качество M_2 максимально. Для более простых сингоний предложен ряд методов анализа. В первом из них используется построение оптической индикатрисы – кривой второго порядка, соответствующей тензору диэлектрической непроницаемости \hat{B} [16–21; 26]. При анализе рассматривался поворот тензора фотоупругости \hat{p} . Однако, как показано в работе [22], данный метод может быть использован, например, для описания продольного пьезоэлектрического эффекта, но не для акустооптического, поскольку последний гораздо сложнее и описывается большим количеством параметров. Авторами был опубликован цикл работ [22–25], в котором предлагается более строгий метод анализа. Он состоит в том, чтобы для выбранной акустической моды определить величину изменения показателя преломления при данном направлении волнового вектора падающей электромагнитной волны. Указанный метод имеет существенный недостаток – он не учитывает направление волнового вектора и поляризацию дифрагированной электромагнитной волны. Расчёты, основанные на перечисленных выше методах, позволяют в неявном виде получить значение AO качества M_2 как функцию многих переменных. Поэтому ни один из них не позволяет напрямую определить оптимальные

параметры АО взаимодействия, при которых M_2 достигает своего максимального значения.

Цель и задачи диссертационной работы

Цель диссертационной работы состояла в теоретическом и экспериментальном исследовании особенностей АО взаимодействия в ТГц диапазоне. Особое внимание уделено выявлению новых закономерностей, а также созданию прототипов АО устройств, реализующих управляемое отклонение и модуляцию пучка ТГц излучения. Для достижения указанной цели в диссертационной работе были поставлены и решены следующие задачи:

1. Разработка метода расчёта максимального значения коэффициента АО качества монокристаллов кубической сингонии, прозрачных в ТГц диапазоне.

2. Построение модели, описывающей АО дифракцию электромагнитного излучения в произвольном акустическом поле в оптически изотропной среде и учитывающей влияние поглощения электромагнитного излучения.

3. Численное моделирование брэгговского АО взаимодействия в кубических кристаллах. Детальное рассмотрение коллинеарной и квазиортогональной геометрии АО взаимодействия с учётом затухания акустической волны и поглощения электромагнитного излучения.

4. Экспериментальное исследование АО дифракции ТГц излучения в монокристаллах кубической сингонии, а также в неполярных жидкостях. Создание прототипа АО устройства для управляемого отклонения и модуляции пучка ТГц излучения.

5. Первая экспериментальная реализация АО взаимодействия в ТГц диапазоне с использованием пучка электромагнитного излучения с орбитальным угловым моментом ("закрученный" пучок).

Научная новизна диссертационной работы

1. Предложена методика расчёта максимального значения коэффициента АО качества кубических монокристаллов, позволяющая определять оптимальную геометрию АО дифракции и параметры взаимодействующих волн.

2. Разработана математическая модель АО дифракции в оптически изотропной среде, учитывающая не только затухание акустической волны, но и поглощение ТГц излучения в среде. 3. Получено аналитическое решение задачи АО взаимодействия для квазиортогональной, прямой и обратной коллинеарной дифракции при соблюдении и нарушении условия брэгговского синхронизма.

4. Предсказан невзаимный эффект в случае обратной коллинеарной АО дифракции ТГц излучения, обусловленный различными условиями взаимодействия из-за поглощения электромагнитной и акустической энергии.

5. Проведено экспериментальное исследование АО дифракции ТГц излучения в монокристалле германия. Впервые определена углочастотная характеристика, а также угловой и частотный диапазоны АО взаимодействия. Разработан первый прототип АО дефлектора ТГц излучения с максимальным числом разрешаемых элементов N = 7.

6. Экспериментально установлено, что явление АО взаимодействия в ТГц диапазоне эффективно реализуется в неполярных жидкостях. В них впервые наблюдалась дифракция ТГц излучения, обладающего орбитальным угловым моментом, на акустической волне.

Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы

Теоретическая значимость работы заключается в разработке и реализации нового метода поиска максимального значения коэффициента АО качества произвольного монокристалла кубической сингонии. Предложена математическая модель АО взаимодействия, позволившая выявить закономерности АО дифракции на затухающей акустической волне с учётом поглощения электромагнитного излучения в среде.

Практическая значимость работы состоит в экспериментальном доказательстве возможности применения АО взаимодействия в ТГц диапазоне: 1) создан первый прототип АО дефлектора; 2) реализована модуляция ТГц излучения, в том числе обладающего орбитальным угловым моментом. Практическую ценность имеют и предложенные методики расчёта характеристик АО взаимодействия в ТГц диапазоне.

Объем и структура диссертационной работы

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, библиографии и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 159 страниц, включая 68 рисунков и 13 таблиц. Список литературы содержит 139 наименований.

Содержание диссертационной работы

Во введении содержится обоснование актуальности темы исследований, сформулирована цель работы и перечислены задачи исследований, приводится краткое содержание работы, отмечается научная новизна и практическая значимость полученных результатов, формулируются положения, выносимые на защиту, а также приводятся сведения об апробации результатов работы.

В главе 1 предложена теоретическая модель, позволяющая определить анизотропию коэффициента АО качества оптически изотропных сред. Аналитически определены условия, при которых АО качество в кубических кристаллах достигает максимального значения. Детально рассмотрены квазиортогональная и коллинеарная геометрии АО взаимодействия. Проведено численное моделирование, основанное на предложенном методе.

Глава 2 посвящена разработке математического аппарата для описания AO дифракции в оптически среде с учётом поглощения электромагнитного излучения. Получены уравнения, которые связывают комплексные амплитуды электромагнитных волн в соседних дифракционных порядках при произвольной структуре акустического поля. В данной главе основное внимание уделяется аналитическому решению уравнений связанных мод в частных случаях квазиортогональной и коллинеарной геометрий AO дифракции. Детально рассмотрен режим обратного коллинеарного AO взаимодействия. Предсказаны новые эффекты, существующие только при одновременном поглощении электромагнитного излучения и затухании акустической волны в материале AO ячейки.

В главе 3 сформулированы критерии к материалу АО ячейки. Показано, что наиболее пригодными средами являются полупроводники и неполярные жидкости. Описаны результаты экспериментального исследования квазиортогонального АО взаимодействия в ТГц диапазоне. Предложена и опробована экспериментальная установка для реализации обратной коллинеарной АО дифракции. Приведены результаты серии экспериментов по наблюдению АО дифракции закрученного ТГц излучения.

Положения, выносимые на защиту

1. Методика определения максимальных значений коэффициента акустооптического качества кубических кристаллов для продольных и сдвиговых акустических волн, распространяющихся в произвольных направлениях относительно кристаллографических осей. 2. Теория брэгговской дифракции электромагнитного излучения на акустическом поле в оптически изотропной поглощающей среде.

3. Формулы для расчёта эффективности дифракции и полосы акустооптического взаимодействия с учётом поглощения излучения и затухания акустической волны.

4. Акустооптическое отклонение и модуляция излучения, в том числе пучков с орбитальным угловым моментом, впервые экспериментально наблюдаемое в терагерцевом диапазоне.

<u>Достоверность</u> полученных результатов определяется адекватностью использованных математических моделей в рамках наложенных на них ограничений, а также соответствием численных расчётов и экспериментальных данных.

<u>Методология</u> теоретического исследования основана на использовании уравнений Максвелла для возмущённой акустической волной среды. Широко использовались компьютерные методы расчёта. В основе экспериментального исследования лежали классические методы оптики и акустооптики в приложении к ТГц диапазону электромагнитного спектра.

Личный вклад автора

Все результаты, вошедшие в диссертационную работу, получены либо лично автором, либо совместно с соавторами работ, опубликованных по теме диссертации, причём вклад диссертанта был определяющим.

Апробация диссертационной работы

Результаты выполненных исследований докладывались на следующих отечественных и международных конференциях:

1. Научно-практическая конференция "Фундаментальные и прикладные аспекты инновационных проектов физического факультета МГУ". — Москва, Россия: 2009.

2. 12-th International conference "Wave electronics and its applications in the information and telecommunication systems". — St.Petersburg, Russia: 2009.

3. 16-ая Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов – 2009". — Москва, Россия: 2009.

4. 13-th International conference for young researchers "Wave electronics and its applications in the information and telecommunication systems". — St.Petersburg, Russia: 2010.

5. 6-ая Межрегиональная школы физиков и молодых учёных "ЛМШФ-6". — Екатеринбург, Россия: 2010.

6. Школа-семинар "Когерентная и нелинейная оптика (Волны – 2011)". — Звенигород, Россия: 2011.

7. "17-ая Всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых учёных (ВНКСФ – 17)". — Екатеринбург, Россия: 2011.

8. 6-th International symposium "Modern problems of laser physics (MPLP'2013)". — Novosibirsk, Russia: 2013.

9. 16-th International conference "Wave electronics and its applications in the information and telecommunication systems". - St.Petersburg, Russia: 2013.

10. "19-ая Всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых учёных (ВНКСФ – 19)". — Екатеринбург, Россия: 2013.

11. 2-ая Международная конференция "Оптика и фотоника – 2013". — Самарканд, Узбекистан: 2013.

12. "International conference on coherent and nonlinear optics / Conference on lasers, applications, and technologies (ICONO/LAT 2013)". — Moscow, Russia: 2013.

13. 14-ая Всероссийская школа-семинар "Физика и применение микроволн". — Можайск, Россия: 2013.

14. 18-ая Международная молодежная научная школа "Когерентная оптика и оптическая спектроскопия". — Казань, Россия: 2013.

15. "12-th School on acousto-optics and applications". — Druskininkai, Lithuania: 2014.

16. "International congress on ultrasonics (ICU 2015)". — Metz, France: 2015.

17. Школа-семинар "Когерентная и нелинейная оптика (Волны – 2015)". — Красновидово, Россия: 2015.

18. "5-ая Международная конференция по фотонике и информационной оптике". — Москва, Россия: 2016.

19. 19-th International conference for young researchers "Wave electronics and its applications in the information and telecommunication systems". — St.Petersburg, Russia: 2016.

20. International conference "Synchrotron and free electron laser radiation: generation and application (SFR-2016)". — Novosibirsk, Russia: 2016.

21. International conference "2016 IEEE international ultrasonics symposium". — Tours, France: 2016.

22. Школа-семинар "Когерентная и нелинейная оптика (Волны – 2016)". — Красновидово, Россия: 2016.

23. "6-ая Международная конференция по фотонике и информационной оптике". — Москва, Россия: 2017.

По материалам диссертации опубликованы 36 работ, в том числе 10 статей в реферируемых журналах из списка ВАК, 3 статьи в трудах всероссийских и международных конференций, а также 23 тезиса докладов. Материалы диссертации неоднократно докладывались на семинарах имени академика В.В.Мигулина кафедры физики колебаний физического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова, а также семинарах имени профессора В.Н.Парыгина лаборатории "Акустооптика и оптическая обработка информации" кафедры. Полый перечень публикаций включён в список литературы [**39–74**].

Глава 1. Определение максимального значения коэффициента акустооптического качества кубических кристаллов

1.1 Эффективная фотоупругая постоянная оптически изотропной среды

Для количественного описания АО взаимодействия широко применяется теория, предложенная Поккельсом и развитая Нельсоном и Лаксом [75;76]. Из неё следует, что при малой эффективности АО взаимодействия интенсивности электромагнитной волны в первом I_1 и нулевом I_0 дифракционных порядках связаны следующим соотношением:

$$\frac{I_1}{I_0} \approx \frac{\pi^2}{2\lambda^2} M_2 P L^2, \qquad \qquad M_2 = \frac{p_{\text{eff}}^2 n^6}{\rho V^3}, \qquad (1.1)$$

где L – длина области АО взаимодействия, P – плотность мощности акустической волны, λ – длина волны электромагнитного излучения. Величина коэффициента АО качества M_2 определяется не только значениями плотности среды ρ , скорости акустической волны V и показателя преломления n, но и эффективной фотоупругой постоянной p_{eff} :

$$p_{\text{eff}} \approx \frac{1}{S_0 n^4} \left(\overrightarrow{e^{(0)}} \widehat{\Delta \varepsilon} \overrightarrow{e^{(1)}} \right) = -\frac{1}{S_0 n^4} \left[\overrightarrow{e^{(0)}} \left(\hat{\varepsilon} \widehat{\Delta B} \hat{\varepsilon} \right) \overrightarrow{e^{(1)}} \right].$$
(1.2)

где $\overrightarrow{e^{(i)}}$ – единичный вектор напряженности электрического поля, электромагнитной волны в *i*-порядке дифракции, $\widehat{\Delta \varepsilon}$ и $\widehat{\Delta B}$ – тензоры возмущения диэлектрической проницаемости и непроницаемости, S_0 – величина деформации, пропорциональная амплитуде акустической волны.

Поскольку в ТГц диапазоне большинство двулучепреломляющих кристаллических сред непрозрачны, то дальнейший анализ проводился для оптически изотропной среды, наиболее общим классом которой являются кубические кристаллы.

1.1.1 Методика определения глобальных экстремумов эффективной фотоупругой постоянной

В данном разделе анализ проведён с использованием системы координат *Охуг*, в которой тензоры $\widehat{\Delta \varepsilon}$ и $\widehat{\Delta B}$ имеют диагональный вид. Из тензорного анализа известно, что базисные векторы этой системы координат равны собственным векторам $\overrightarrow{s^{(i)}}$ (i = 1,2,3) тензора $\widehat{\Delta B}$ [77]. Необходимо отметить, что общем случае векторы $\overrightarrow{s^{(i)}}$ не совпадают с кристаллографической системой координат. Можно показать, что выражение для эффективной фотоупругой постоянной оптически изотропной среды имеет вид:

$$p_{\text{eff}}^{(i)} = \frac{1}{S_0} \left(\overrightarrow{e^{(i)}} \widehat{\Delta B} \overrightarrow{e^{(i)}} \right).$$
(1.3)

При заданной акустической волне поставленная задача решается простым перебором всех возможных направлений векторов $\vec{e^{(0)}}$ и $\vec{e^{(1)}}$. Поскольку в оптически изотропной среде индикатриса представляет собой сферу, то базисные вектора разложения электрического поля можно выбирать произвольно. Поэтому с математической точки зрения такое решение поставленной задачи корректно. Однако при произвольном волновом векторе \vec{k} и заданной поляризации \vec{e} может оказаться, что \vec{e} не является собственным вектором индикатрисы \hat{B} , возмущённой акустической волной и являющейся в общем случае трёхосным эллипсоидом. Это приведёт к тому, что дифрагированное излучение будет иметь эллиптическую поляризацию [78]. Таким образом, чтобы дифрагированное излучение было линейно поляризованным, необходимо наложить ограничение на направление вектора поляризации излучения, падающего на звуковой столб, – оно должно быть параллельно одной из осей возмущённой индикатрисы \hat{B} .

Будем считать, что $\vec{e^{(0)}} = \vec{e^{(1)}} \equiv \vec{e}$. Последнее возможно, например, когда излучение проходит последовательно через следующие элементы: 1) поляризатор; 2) область АО взаимодействия; 3) анализатор, причём главные плоскости поляризатора и анализатора параллельны. Таким образом, задача поиска экстремальных значений эффективной фотоупругой постоянной сводится к поиску

максимума модуля следующей функции:

$$U \equiv \vec{e} \widehat{\Delta B} \vec{e} = \vec{e} \begin{pmatrix} \Delta B_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta B_{33} \end{pmatrix} \vec{e} = \Delta B_{11} e_1^2 + \Delta B_{22} e_2^2 + \Delta B_{33} e_3^2 =$$
(1.4)
$$= \Delta B_{11} (\cos \varphi \sin \theta)^2 + \Delta B_{22} (\sin \varphi \sin \theta)^2 + \Delta B_{33} (\cos \theta)^2,$$

где θ, ϕ – азимутальный и полярный углы, задающие направление напряжённости электрического поля \vec{e} в канонической системе координат *Oxyz*.

Отметим, что если два элемента ΔB_{ii} и ΔB_{jj} равны между собой, то значение функции U и, как следствие, эффективной фотоупругой постоянной p_{eff} не будут зависеть от направления поляризации \vec{e} электромагнитной волны в плоскости, содержащей базисные орты $\vec{s}^{(i)}$ и $\vec{s}^{(j)}$. Данный тезис достаточно просто доказать. Например, если $\Delta B_{11} = \Delta B_{22}$, то в формуле (1.4) исчезнет зависимость от полярного угла φ .

Для определения положения экстремумов функции $U(\varphi, \theta)$, можно произвольно задать значения ΔB_{ii} . Рассмотрим набор значений $\Delta B_{11} = -1$, $\Delta B_{22} = 2$, $\Delta B_{33} = 3$. Функция $U(\varphi, \theta)$ приведена на рисунке 1.1. Расчёт показал, что положение экстремумов функции $U(\varphi, \theta)$ не зависит от конкретных значений ΔB_{ii} , в то время как вид функции может изменяться.



Рисунок 1.1 — Зависимость функции U от углов θ и ϕ

Как видно из рисунка 1.1, существует три характерных направления вектора поляризации электромагнитной волны $e^{(i)} = \vec{s}^{(i)}$, параллельные главным осям возмущённой индикатрисы и задающиеся следующими углами: 1) $\varphi = 0^{\circ}; \theta = 90^{\circ}; 2) \varphi = 90^{\circ}; \theta = 90^{\circ}; 3) \varphi = \overline{0^{\circ}, 90^{\circ}}; \theta = 0^{\circ}$. Им соответствуют значения функции $U(\varphi, \theta)$, равные диагональным элементам матрицы $\widehat{\Delta B}$. Исходя из этого, можно получить следующее выражение для эффективной фотоупругой постоянной при $e^{(i)} = \vec{s}^{(i)}$:

$$p_{\text{eff}}^{(i)} = \frac{1}{S_0} \Delta B_{ii}.$$
(1.5)

Отметим, что рассматриваемая функция $U(\varphi, \theta)$ не превышает максимального по модулю возмущению диэлектрической непроницаемости ΔB_{ii} . Таким образом, приведя тензор возмущённой диэлектрической непроницаемости к диагональному виду, можно получить реперные значения эффективной фотоупругой постоянной и соответствующие им направления поляризации электромагнитной волны. Следует подчеркнуть, что если в рассматриваемом мысленном эксперименте повернуть анализатор на 90°, то эффективная фотоупругая постоянная будет равна нулю $p_{\rm eff} = 0$. Из этого следует, что поляризация дифрагированного излучения будет линейной и совпадающей с поляризацией падающего излучения.

Рассмотрим более общий случай, когда $\overrightarrow{e^{(1)}} \not\parallel \overrightarrow{e^{(0)}}$, т.е. главные плоскости поляризатора и анализатора не совпадают. Чтобы определить оптимальное направление $\overrightarrow{e^{(1)}}$ при заданном $\overrightarrow{e^{(0)}}$, перепишем выражение для функции U, зависящее теперь от $\varphi_0, \varphi_1, \theta_0, \theta_1$:

$$U = \overrightarrow{e^{(1)}} \widehat{\Delta B} \overrightarrow{e^{(0)}} = \Delta B_{11} \cos \varphi_0 \cos \varphi_1 \sin \theta_0 \sin \theta_1 + \Delta B_{22} \sin \varphi_0 \sin \varphi_1 \sin \theta_0 \sin \theta_1 + \Delta B_{33} \cos \theta_0 \cos \theta_1 = = (\Delta B_{11} \cos \varphi_0 \cos \varphi_1 + \Delta B_{22} \sin \varphi_0 \sin \varphi_1) \sin \theta_0 \sin \theta_1 + \Delta B_{33} \cos \theta_0 \cos \theta_1 = = \sqrt{[(\Delta B_{11} \cos \varphi_0)^2 + (\Delta B_{22} \sin \varphi_0)^2] \cos^2 (\varphi_1 - \Phi) \sin^2 \theta_0 + (\Delta B_{33} \cos \theta_0)^2 \times \times \cos (\theta_1 - \Theta),$$

где введены следующие обозначения:

$$\Phi = \arctan\left(\frac{\Delta B_{22}}{\Delta B_{11}} \operatorname{tg} \varphi_0\right),\tag{1.7}$$

(1.6)

$$\Theta = \arctan\left(\frac{\Delta B_{11}\cos\varphi_0\cos\varphi_1 + \Delta B_{22}\sin\varphi_0\sin\varphi_1}{\Delta B_{33}}\operatorname{tg}\boldsymbol{\theta}_0\right).$$
(1.8)

Из него следует, что модуль функции U не превышает значения U_{\max} :

$$U_{\max} = \sqrt{(\Delta B_{11})^2 (\cos \varphi_0 \sin \theta_0)^2 + (\Delta B_{22})^2 (\sin \varphi_0 \sin \theta_0)^2 + (\Delta B_{33})^2 (\cos \theta_0)^2}, \quad (1.9)$$

достигающееся при:

$$\theta_1 = \Theta, \qquad \qquad \phi_1 = \begin{cases} \Phi, & \text{если } \theta_0 \neq 0\\ \overline{0^\circ, 90^\circ}, & \text{если } \theta_0 = 0 \end{cases}, \qquad (1.10)$$

а максимумы которого по φ_0 и θ_0 уже известны: 1) $\varphi_0 = 0^\circ; \theta_0 = 90^\circ; 2) \varphi_0 = 90^\circ; \theta_0 = 90^\circ; 3) \varphi_0 = \overline{0^\circ, 90^\circ}; \theta_0 = 0^\circ.$

Непосредственной подстановкой указанных значений φ_0 и θ_0 можно убедиться, что направление векторов поляризаций электромагнитных волн в нулевом и первом дифракционных порядках должны совпадать: $\varphi_1 = \Phi = \varphi_0$ и $\theta_1 = \Theta = \theta_0$. Заметим, что, как следует из (1.6), существуют ещё решения, соответствующие сдвигам φ_1 и θ_1 на величину π . Однако поскольку θ_0 принимает только два значения 0° или 90°, то все полученные нами решения описывают три ортогональных вектора поляризации $e^{(1)}$, направленные осей возмущенной индикатрисы (см. рисунок 1.2 а)), причём $e^{(1)}||e^{(0)}$.



Рисунок 1.2 — Векторная диаграмма:
а) поляризация \vec{e} соответствует экстремума
м $p_{\rm eff};$ б) условие брэгговского синхронизма

Поскольку для эффективного АО взаимодействия требуется выполнение фазового синхронизма взаимодействующих волн, то необходимо потребовать

 $\vec{k}^{(0)} + \vec{K} = \vec{k}^{(1)}$. Чтобы определить направления волновых векторов электромагнитных волн $\vec{k}^{(0)}$ и $\vec{k}^{(1)}$, используем графический метод (см. рисунок 1.2 б)).

Заданным векторам поляризации падающего и дифрагированного излучения $e^{(3)}$ соответствуют волновые вектора, лежащие в ортогональной плоскости (окрашенной в красный цвет), в общем случае не содержащей волновой вектор звука \vec{K} . Поэтому условие фазового синхронизма может быть выполнено, только если $|\vec{K}| \ll |\vec{k}^{(0,1)}|$, т.е. при квазиортогональной геометрии АО взаимодействия. На рисунке 1.2 б) зелёным цветом обозначены положения вектора \vec{K} , совокупность которых представляет собой кольцо с пренебрежимо малой толщиной. Пересечение указанных кольца и плоскости обозначено чёрными точками и определяет искомое направление волновых векторов $\vec{k}^{(0,1)}$.

1.1.2 Методика определения экстремумов эффективной фотоупругой постоянной при коллинеарной геометрии акустооптического взаимодействия

Поскольку для достижения требуемых характеристик АО устройств иногда накладывается ограничение на направление волнового вектора электромагнитной волны, то АО качество не обязательно будет достигать глобального максимума. Пусть волновые вектора взаимодействующих волн параллельны $\vec{k} || \vec{K}$ (коллинеарная дифракция) и задаются в кристаллографической системе координат через полярный φ и азимутальный θ углы:

$$\vec{K} = |\vec{K}|(\cos\varphi\sin\theta, \sin\varphi\sin\theta, \cos\theta).$$
(1.11)

Рассмотрим лабораторную систему координат Oxyz, связанную с кристаллографической системой координат матрицей поворота $\widehat{\text{rot}}$ (см. рисунок 1.3):

$$\widehat{\operatorname{rot}} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0\\ -\sin\beta & \cos\beta & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0\\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
 (1.12)

В этой системе координат возмущённый тензор диэлектрической непроницаемости имеет вид:

$$\widehat{\Delta B}^{(xyz)} = \widehat{\operatorname{rot}} \cdot \widehat{\Delta B} \cdot \widehat{\operatorname{rot}}^T.$$
(1.13)



Рисунок 1.3 — Векторная диаграмма, соответствующая коллинеарной дифракции

Зададим значение угла β таким, чтобы элемент $\Delta B_{12}^{(xyz)}$ тензора возмущённой диэлектрической непроницаемости в оптически изотропной среде был равен нулю $\Delta B_{12}^{(xyz)} = 0$:

$$\beta = -\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{a}{b}\right),\tag{1.14}$$

где введены обозначения:

$$2a = -\Delta B_{11} \cos \theta \sin 2\varphi + 2\Delta B_{12} \cos \theta \cos 2\varphi + + 2\Delta B_{13} \sin \varphi \sin \theta + \Delta B_{22} \cos \theta \sin 2\varphi - 2\Delta B_{23} \cos \varphi \sin \theta;$$

$$2b = \Delta B_{11} (-\cos^2 \varphi \cos^2 \theta + \sin^2 \varphi) - \Delta B_{12} \sin 2\varphi (1 + \cos^2 \theta) + + \Delta B_{13} \cos \varphi \sin 2\theta + +\Delta B_{22} (\cos^2 \varphi - \cos^2 \theta \sin^2 \varphi) + + \Delta B_{23} \sin \varphi \sin 2\theta - \Delta B_{33} \sin^2 \theta.$$

(1.15)

Поскольку векторы напряжённости \overrightarrow{e} в системе координат Oxyz имеют нулевую z-составляющую, то в выражение для эффективной фотоупругой постоянной p_{eff} не войдут элементы $\Delta B_{13}^{(xyz)}$, $\Delta B_{23}^{(xyz)}$ и $\Delta B_{33}^{(xyz)}$. По аналогии с предыдущим параграфом, можно показать, что экстремальные значения p_{eff} достигаются, если падающая и дифрагированная волны поляризованы одинаково вдоль оси Ox или Oy. В кристаллографической системе координат искомые

20

направления векторов напряженности $\overrightarrow{e^{(1,2)}}$ имеют вид:

$$\overrightarrow{e^{(1)}} = \begin{pmatrix} \cos\beta\cos\varphi\cos\theta - \sin\beta\sin\varphi\\ \sin\beta\cos\varphi + \cos\beta\sin\varphi\cos\theta\\ -\cos\beta\sin\varphi\cos\theta \end{pmatrix},$$

$$\overrightarrow{e^{(2)}} = \begin{pmatrix} -\cos\beta\sin\varphi - \sin\beta\cos\varphi\cos\theta\\ \cos\beta\cos\varphi - \sin\beta\sin\varphi\cos\theta\\ \sin\beta\sin\theta \end{pmatrix},$$
(1.16)

Значение эффективных фотоупругих постоянных $p_{\text{eff}}^{(i)}$ $(i = \overline{1,2})$, соответствующих найденным векторам напряженности электрического поля $\overrightarrow{e^{(i)}}$, можно найти по формуле:

$$p_{\rm eff}^{(i)} = \frac{1}{S_0} \Delta B_{ii}^{(xyz)}, \tag{1.17}$$

где элементы $B_{11}^{(xyz)}$ и $B_{22}^{(xyz)}$ определяются соотношениями:

$$\Delta B_{11}^{(xyz)} = (\Delta B_{11} \sin^2 \varphi - \Delta B_{12} \sin 2\varphi + \Delta B_{22} \cos^2 \varphi) \sin^2 \beta + + (-\Delta B_{11} \sin 2\varphi \cos \theta + 2\Delta B_{12} \cos 2\varphi \cos \theta + 2\Delta B_{13} \sin \varphi \sin \theta + + \Delta B_{22} \sin 2\varphi \cos \theta - 2\Delta B_{23} \cos \varphi \sin \theta) \sin \beta \cos \beta + + (\Delta B_{11} \cos^2 \varphi \cos^2 \theta + \Delta B_{12} \sin 2\varphi \cos^2 \theta - \Delta B_{13} \cos \varphi \sin 2\theta + + \Delta B_{22} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta - \Delta B_{23} \sin \varphi \sin 2\theta + \Delta B_{33} \sin^2 \theta) \cos^2 \beta, \Delta B_{22}^{(xyz)} = (\Delta B_{11} \cos^2 \varphi \cos^2 \theta + \Delta B_{12} \sin 2\varphi \cos^2 \theta - \Delta B_{13} \cos \varphi \sin 2\theta + + \Delta B_{22} \sin^2 \varphi \cos^2 \theta - \Delta B_{23} \sin \varphi \sin 2\theta + \Delta B_{33} \sin^2 \theta) \sin^2 \beta + + (\Delta B_{11} - \Delta B_{22}) \sin 2\varphi \cos \theta - 2\Delta B_{12} \cos 2\varphi \cos \theta - - 2\Delta B_{13} \sin \varphi \sin \theta + 2\Delta B_{23} \cos \varphi \sin \theta] \sin \beta \cos \beta + + (\Delta B_{11} \sin^2 \varphi - \Delta B_{12} \sin 2\varphi + \Delta B_{22} \cos^2 \varphi) \cos^2 \beta.$$
(1.18)

Таким образом, предложенная теория позволяет: 1) находить экстремальные значения эффективной фотоупругой постоянной оптически изотропной среды, а также соответствующие им векторы поляризации падающей и дифрагированной электромагнитных волн, при заданной акустической моде через собственные векторы и значения тензора возмущённой диэлектрической непроницаемости $\widehat{\Delta B}$; 2) рассчитывать вышеупомянутые параметры для заданного направления распространения электромагнитной волны, используя аналитические выражения, полученные при частичной диагонализации матрицы $\widehat{\Delta B}$.

1.2 Аналитические выражения для эффективных фотоупругих постоянных оптически изотропных сред

В данном параграфе проведён анализ АО взаимодействия в кубических монокристаллах для квазипродольной (QL) и быстрой (QS_F) и медленной (QS_F) квазипоперечных акустических мод с волновыми нормалями \vec{m} , направленными вдоль кристаллографических осей [100], [110] и [111]. Для обозначения акустических мод использовано следующее сокращение: "тип моды"-"направление \vec{m} ". Например, квазипродольная мода с $\vec{m} = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0)$ обозначена как QL-[110].

Как известно, матрица фотоупругих постоянных \hat{p} кубических кристаллов сингоний $\overline{4}3m$, 423 и m3m имеет вид [79]:

$$\hat{p} = \begin{pmatrix}
p_{11} & p_{12} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\
p_{12} & p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\
p_{12} & p_{12} & p_{11} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44}
\end{pmatrix}.$$
(1.19)

Полученные с помощью описанной выше методики соотношения для эффективных фотоупругих постоянных, соответствующих акустическим модам с волновыми нормалями $\vec{m} = (1,0,0)$ и $\vec{m} = (1,1,0)$, а также моде QL-[111], совпадают с литературными данными [75] и поэтому не приводятся.

Выражения для эффективных фотоупругих постоянных при произвольном значении угла α , задающего направление поляризации \vec{q} квазипоперечной QS-[111] акустической моды, также не приводятся из-за их громоздкости:

$$\vec{q} \propto \left(\cos\left[\frac{\pi}{3} + \alpha\right], \cos\left[\frac{\pi}{3} - \alpha\right], -\cos\alpha\right).$$
 (1.20)

В тоже время при $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/6$, были выведены следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \overline{\alpha = 0} : \\ p_{\text{eff}}^{(1)} &= -\frac{\sqrt{2}(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})}{12} + \frac{\sqrt{6}}{12}C, \quad \overline{e^{(1)}} \propto \begin{pmatrix} -3p_{11} + 3p_{12} - 2p_{44} - \sqrt{3}C \\ -3p_{11} + 3p_{12} - 2p_{44} - \sqrt{3}C \\ 4p_{44} \end{pmatrix}; \\ p_{\text{eff}}^{(2)} &= \frac{\sqrt{2}(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})}{6}, \qquad \overline{e^{(2)}} \propto (-1, 1, 0); \\ p_{\text{eff}}^{(3)} &= -\frac{\sqrt{2}(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})}{12} - \frac{\sqrt{6}}{12}C, \quad \overline{e^{(3)}} \propto \begin{pmatrix} -3p_{11} + 3p_{12} - 2p_{44} + \sqrt{3}C \\ -3p_{11} + 3p_{12} - 2p_{44} + \sqrt{3}C \\ 4p_{44} \end{pmatrix}, \\ (1.21) \end{aligned}$$

где введено обозначение:

$$C = \sqrt{3(p_{11} - p_{12})^2 + 4p_{44}(p_{11} - p_{12} + p_{44})};$$
(1.22)

$$\begin{aligned} \underline{\alpha} &= \pi/6 \\ p_{\text{eff}}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(p_{11} - p_{12})^2 + 2p_{44}^2}, \quad \overrightarrow{e^{(1)}} \propto \begin{pmatrix} -C - \sqrt{C^2 + 2} \\ -C\sqrt{C^2 + 2} + C^2 + 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \\ p_{\text{eff}}^{(2)} &= -\frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(p_{11} - p_{12})^2 + 2p_{44}^2}, \quad \overrightarrow{e^{(2)}} \propto \begin{pmatrix} -C + \sqrt{C^2 + 2} \\ C\sqrt{C^2 + 2} + C^2 + 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \\ p_{\text{eff}}^{(3)} &= 0, \qquad \overrightarrow{e^{(3)}} \propto (-C, 1, 1), \end{aligned}$$
(1.23)

где использовано обозначение

$$C = \frac{p_{12} - p_{11}}{p_{44}}.\tag{1.24}$$

Численное моделирование с использованием фотоупругих постоянных $p_{11} = 0.154, p_{12} = 0.126, p_{44} = 0.073$ монокристалла германия [79] позволило получить зависимость $p_{\text{eff}}^{(i)}(\boldsymbol{\alpha})$, которая приведена на рисунке 1.4.

получить зависимость $p_{\rm eff}^{(i)}(\alpha)$, которая приведена на рисунке 1.4. Из рисунка 1.4 следует, что $p_{\rm eff}^{(1)}$ и $p_{\rm eff}^{(2)}$ являются знакопостоянными функциями угла α , в то время как $p_{\rm eff}^{(3)}$ – знакопеременной. Поскольку эффективность АО взаимодействия пропорциональна квадрату $p_{\rm eff}^{(i)}$, то необходимо построить в тех же осях графики модулей $|p_{\rm eff}^{(1)}|$. Установлено, что эти функции имеют период $\pi/3$, а области $0 < \alpha < \pi/6$, $\pi/6 < \alpha < \pi/3$, $\pi/3 < \alpha < \pi/2$ является зеркальным отражением друг друга. Таким образом, достаточно определить аналитические выражения для $p_{\rm eff}^{(i)}$ при $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/6$.



Рисунок 1.4 — Зависимость экстремальных значений фотоупругих постоянных от направления поляризации акустической волны QS-[111]

Матрица фотоупругих постоянных кубических кристаллов сингоний 23 и m3 имеет несимметричный вид [79;80]:

$$\hat{p} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & 0 & 0 & 0 \\ p_{13} & p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{13} & p_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{44} \end{pmatrix}.$$

$$(1.25)$$

Ниже приведены результаты, полученные для АО дифракции на следующих акустических модах:

1. Квазипродольная **QL-[100]** акустическая мода:

$$p_{\text{eff}}^{(1)} = p_{11}, \quad \overrightarrow{e^{(1)}} = (1, 0, 0);$$

$$p_{\text{eff}}^{(2)} = p_{13}, \quad \overrightarrow{e^{(2)}} = (0, 1, 0);$$

$$p_{\text{eff}}^{(3)} = p_{12}, \quad \overrightarrow{e^{(3)}} = (0, 0, 1);$$

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}} = p_{13} \quad \overrightarrow{e^{\text{col}}} = (0, 1, 0);$$

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}} = p_{12} \quad \overrightarrow{e^{\text{col}}} = (0, 0, 1).$$
(1.26)

2. Квазипоперечная **QS-[100]** акустическая мода, имеющая вектор поляризации $\vec{q} = (0, \cos \alpha, \sin \alpha)$:

$$p_{\text{eff}}^{(1)} = 0, \qquad \overrightarrow{e^{(1)}} = (0, -\sin\alpha, \cos\alpha);$$

$$p_{\text{eff}}^{(2)} = p_{44}, \qquad \overrightarrow{e^{(2)}} \propto (1, \cos\alpha, \sin\alpha);$$

$$p_{\text{eff}}^{(3)} = -p_{44}, \qquad \overrightarrow{e^{(3)}} \propto (-1, \cos\alpha, \sin\alpha);$$

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}} = 0, \qquad \overrightarrow{e^{\text{col}}} \perp \vec{K}.$$

$$(1.27)$$

3. Квазипродольная **QL-[110]** акустическая мода:

$$p_{\text{eff}}^{(1)} = \frac{p_{12} + p_{13}}{2}, \qquad \overrightarrow{e^{(1)}} = (0, 0, 1);$$

$$p_{\text{eff}}^{(2)} = \frac{2p_{11} + p_{12} + p_{13} - C}{4}, \qquad \overrightarrow{e^{(2)}} \propto \left(\frac{p_{13} - p_{12} + C}{4p_{44}}, -1, 0\right);$$

$$p_{\text{eff}}^{(3)} = \frac{2p_{11} + p_{12} + p_{13} + C}{4}, \qquad \overrightarrow{e^{(3)}} \propto \left(\frac{p_{12} - p_{13} + C}{4p_{44}}, 1, 0\right); \qquad (1.28)$$

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}} = \frac{p_{12} + p_{13}}{2}, \qquad \overrightarrow{e^{\text{col}}} = (0, 0, 1);$$

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}} = \frac{2p_{11} + p_{12} + p_{13} - 4p_{44}}{4}, \qquad \overrightarrow{e^{\text{col}}} \propto (-1, 1, 0),$$

где введено обозначение:

$$C = \sqrt{(p_{12} - p_{13})^2 + 16p_{44}^2}.$$
 (1.29)

4. Медленная квазипоперечная $\mathbf{QS}_{\mathbf{S}}$ -[110] акустическая мода:

$$p_{\text{eff}}^{(1)} = 0, \qquad \overrightarrow{e^{(1)}} \propto (-1, 1, 0); p_{\text{eff}}^{(2)} = p_{44}, \qquad \overrightarrow{e^{(2)}} \propto (1, 1, \sqrt{2}); p_{\text{eff}}^{(3)} = -p_{44}, \qquad \overrightarrow{e^{(3)}} \propto (1, 1, -\sqrt{2}); p_{\text{eff}}^{\text{col}} = 0, \qquad \overrightarrow{e^{\text{col}}} \perp \vec{K}.$$
(1.30)

5. Быстрая квазипоперечная $\mathbf{QS}_{\mathbf{F}}$ -[110] акустическая мода:

$$p_{\text{eff}}^{(1)} = \frac{p_{11} - p_{12}}{2}, \quad \overrightarrow{e^{(1)}} = (1, 0, 0);$$

$$p_{\text{eff}}^{(2)} = \frac{p_{13} - p_{11}}{2}, \quad \overrightarrow{e^{(2)}} = (0, 1, 0);$$

$$p_{\text{eff}}^{(3)} = \frac{p_{12} - p_{13}}{2}, \quad \overrightarrow{e^{(3)}} = (0, 0, 1);$$

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}} = \frac{p_{12} - p_{13}}{2}, \quad \overrightarrow{e^{\text{col}}} = (0, 0, 1);$$

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}} = \frac{p_{13} - p_{12}}{2}, \quad \overrightarrow{e^{\text{col}}} \propto (-1, 1, 0);$$

$$(1.31)$$

6. Квазипродольная **QL-[111]** акустическая мода:

$$p_{\text{eff}}^{(1,2)} = \frac{p_{11} + p_{12} + p_{13} - 2p_{44}}{3}, \quad \overrightarrow{e^{(1,2)}} \perp \vec{K};$$

$$p_{\text{eff}}^{(3)} = \frac{p_{11} + p_{12} + p_{13} + 4p_{44}}{3}, \quad \overrightarrow{e^{(3)}} ||\vec{K}; \qquad (1.32)$$

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}} = \frac{p_{11} + p_{12} + p_{13} - 2p_{44}}{3}, \quad \overrightarrow{e^{\text{col}}} \perp \vec{K}.$$

К сожалению, не удаётся получить аналитические выражения для эффективных фотоупругих постоянных, соответствующих квазипоперечной QS-[111] акустической моды. Более того, численный расчёт показал, что из-за несимметричности матрицы \hat{p} положения экстремумов функций $p_{\text{eff}}^{(i)}(\alpha)$ зависят от значений констант p_{ij} .

1.3 Расчёт экстремальных значений коэффициента акустооптического качества оптически изотропных сред при коллинеарной дифракции

Поскольку анизотропии упругих и фото-упругих свойств среды не связаны друг с другом, то в общем случае нельзя предсказать условия, при которых AO качество будет максимально. Поэтому необходимо использовать численные методы поиска собственных значений и векторов матрицы \hat{B} . Для численного моделирования были использованы данные из источников [13;79;81;82], которые приведены в приложении A. Расчёт состоял из следующих этапов:

- 1. Задание материальных констант по литературным данным.
- 2. Выбор волновой нормали акустической волны *m*, через сферические координаты θ_m, φ_m.
- 3. Решение уравнения Кристоффеля.
- 4. Разделение акустических мод на QL, QS_S и QS_F .
- 5. Определение для каждой моды тензора возмущения диэлектрической непроницаемости $\widehat{\Delta B}$:
- 6. Решение задачи на собственные векторы и собственные значения тензора $\widehat{\Delta B}$ для вычисления трёх значений $p_{\text{eff}}^{(i)}$ (глобальные экстремумы).
- 7. Поворот системы координат таким образом, чтобы ось Оz совпала с направлением волновой нормали акустической волны *m*. Поворот новой системы координат вокруг оси Oz, позволяющий обнулить элемент B₁₂. При этом элементы B₁₁ и B₂₂ дадут два значения эффективной фотоупругой постоянной p^{col}_{eff} при коллинеарной дифракции.
- 8. Расчёт коэффициента АО качества по формуле $M_2 = p_{\text{eff}}^2 n^6 / \rho V^3$.

Таким образом, для данной среды разработанный программный комплекс рассчитывал девять графиков $M_2(\theta_m, \varphi_m)$ и шесть $M_2^{col}(\theta_m, \varphi_m)$. Указанные функции имеют иногда по несколько ярко-выраженных максимумов. Координаты этих максимумов (φ_m, θ_m), а также направление поляризации акустической волны (φ_q, θ_q), значения АО качества и необходимое направление вектора поляризации электромагнитной волны (φ_e, θ_e) приведены в Таблицах Б1, Б2.

Полученные зависимости $M_2(\theta_m, \varphi)m$) и $M_2^{col}(\theta_m, \varphi_m)$ оказались индивидуальными для каждого из исследованных кубических кристаллов. Тем не менее оказалось возможным выделить следующую характерную черту: глобальные максимумы указанных функций достигаются при θ_m и φ_m , соответствующих направлениям [100], [110] и [111] в кристаллографической системе координат, практически для всех известных кубических кристаллов. Однако расчёт показал, что для многих кристаллов максимальные значения АО качества M_2^{col} при коллинеарном взаимодействии достигаются при θ_m и φ_m , значительно отличающихся от указанных направлений. Для уточнения экстремумов M_2^{col} были использованы безразмерные коэффициенты, характеризующие акустическую анизотропию кристаллов, которые были введены в работе [83]:

$$\Delta_{11} = \frac{c_{11} - c_{12} - 2c_{44}}{c_{11} - c_{44}}, \quad \Delta_{12} = \frac{c_{11} - c_{12} - 2c_{44}}{c_{44}},$$

$$\Delta_{21} = \frac{c_{11} - c_{12} - 2c_{44}}{c_{11} + c_{44}}, \quad \Delta_{22} = \frac{c_{12} + c_{44}}{2c_{44}}.$$

(1.33)

Результаты расчёта, выполненного согласно приведённой выше методике, для ряда монокристаллических сред кубической сингонии приведены в приложении Б.

1.3.1 Дифракция на акустической волне в плоскости (001)

Рассмотрим коллинеарную АО дифракцию в плоскости (001) на квазипоперечной акустической моде, которая имеет поляризацию $\vec{q} = (0,0,1)$ и чья скорость не зависит от направления. Для определённости обозначим эту моду QS_1 . Нетрудно убедиться, что дифракция на этой моде наблюдаться не будет, поскольку обе эффективные фотоупругие постоянные равны нулю:

$$p_{\rm eff}^{\rm col(1)} = 0, \qquad p_{\rm eff}^{\rm col(2)} = 0.$$
 (1.34)

Установлено, что при коллинеарной АО дифракции в плоскости (001) на квазипоперечной акустической моде QS_2 , которая поляризована в плоскости (001) и чья скорость не зависит от направления, максимум функции $p_{\text{eff}}^{\text{col}}(\theta_m, \varphi_m)$ наблюдается при $\varphi_m \approx 22.5^{\circ}$ и $\theta_m = 90^{\circ}$. Оказалось, что его положение характерно для всех известных кристаллов. По приведённой выше методике было получена следующая зависимость эффективных фотоупругих постоянных от

$$\begin{split} \varphi_m & \text{при } \theta_m = 90^\circ: \\ p_{\text{eff}}^{\text{col}(1)} &= p_{12} \sin \alpha, \\ p_{\text{eff}}^{\text{col}(2)} &= -[(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})(2\cos^2 \varphi_m - 1)\sin \varphi_m \cos \varphi_m] \cos \alpha + \\ &+ [-2(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})\cos^4 \varphi_m + 2(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})\cos^2 \varphi_m + p_{12}] \sin \alpha, \\ &\qquad (1.35) \end{split}$$

где α – угол между вектором поляризации акустической волны и нормалью к направлению \vec{m} волнового вектора акустической волны в плоскости (001), зависимость которого от угла φ_m приведена в [83]:

$$\operatorname{tg} \boldsymbol{\alpha} = \frac{\Delta_{11} \sin(4\varphi_m) [2 - 3\Delta_{11} \sin^2(2\varphi_m)]}{8 - 20\Delta_{11} \sin^2(2\varphi_m) + 0.5\Delta_{11}^2 \sin^2(2\varphi_m) [29\sin^2(2\varphi_m) + 4]}.$$
 (1.36)

Поскольку угол обычно мал, то целесообразно получить оценочные значения $p_{\rm eff}^{\rm col}$ при $\alpha = 0$:

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}(1)} = 0,$$

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}(2)} = -(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})(2\cos^2\varphi - 1)\sin\varphi_m\cos\varphi_m.$$
(1.37)

Как видно, одно из этих значений стремится к нулю, а второе имеет один максимум:

$$\varphi = \pi/8, \qquad \max(p_{\text{eff}}^{\text{col}(2)}) = -\frac{p_{11} - p_{12} - 2p_{44}}{4}.$$
(1.38)

Положение максимума АО качества будет несколько смещено на некоторый угол δ_0 в силу анизотропии скорости звука и фотоупругих свойств кристалла. Чтобы получить оценку данного смещения будем считать его малым $|\delta_0| \ll 1$ и предполагать, что $\alpha = 0$. В этом случае разложение в ряд Тейлора выражения для $p_{\rm eff}^{\rm col(2)}$ при $\varphi_m = \pi/8 + \delta$ принимает вид:

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}(2)} \approx p_{\text{eff}}^{\text{col}(2)} \Big|_{\varphi=\pi/8} \left(1 - 8\delta^2\right).$$

$$(1.39)$$

Запишем разложение скорости акустической моды QS_2 [83]:

$$V_{QS_2} \approx V_{QS_2} \Big|_{\varphi = \pi/8} \left[1 + \frac{\Delta_{12}(\Delta_{11}\Delta_{12} + 4\Delta_{12} + 16)}{2(\Delta_{12} + 4)^2} \delta \right].$$
(1.40)

Можно получить следующую оценку для АО качества в виде квадратичной зависимости (a < 0):

$$M_2^{\text{col}} \approx M_2^{\text{col}} \Big|_{\varphi=\pi/8} (a\delta^2 + b\delta + c).$$
 (1.41)

Можно показать, что в линейном приближении по Δ_{11} и Δ_{12} максимум АО качества смещается на величину:

$$\delta_0 \approx -\frac{3}{64} \Delta_{12},\tag{1.42}$$

где величины параметров акустической анизотропии Δ_{11} и Δ_{12} предполагались много меньшими единицы.

Если учесть квазипоперечность звуковой волны ($\alpha \neq 0$) и для всех величин использовать квадратичное разложение по параметру $\delta = \varphi_m - \pi/8$, то в линейном приближении по Δ_{11} и Δ_{12} можно получить следующее выражение для смещения положения максимума АО качества:

$$\delta_0 \approx -\frac{3}{64}\Delta_{12} + \frac{1}{8}\Delta_{11}, \tag{1.43}$$

из которого следует, что первый фактор связан с анизотропией скорости, а второй – с квазипоперечностью акустической волны.

Было установлено, что для всех известных кубических кристаллов значения безразмерных параметров Δ_{11} и Δ_{12} лежат в следующих диапазонах:

$$-1.5 < \Delta_{11} < 1.0, \qquad -1.4 < \Delta_{12} < 5. \qquad (1.44)$$

Поскольку для некоторых кубических кристаллов приближение $(\Delta_{11}, \Delta_{12}) \ll 1$ нарушается, то в этом случае нельзя использовать соотношение (1.43). Поэтому выражение для смещения δ_0 было выведено ещё раз, но уже без использования разложения по Δ_{11} и Δ_{12} :

$$\delta_0 \approx \frac{R_1}{R_2},\tag{1.45}$$

где использованы следующие обозначения:

$$R_{1} = \{3600[(1.0D_{12} + 2.6)D_{11} - 1.3D_{12} - 5.3]\} \cdot [(1.0D_{12} + 1.9)D_{11}^{7} + (-9.9D_{12} - 18)D_{11}^{6} + (38D_{12} + 68)D_{11}^{5} + (-84D_{12} - 130)D_{11}^{4} + (110D_{12} + 150)D_{11}^{3} + (-84D_{12} - 84)D_{11}^{2} + (36D_{12} + 19)D_{11} - 7.6D_{12}] \cdot (D_{11} - 1.3) \cdot (D_{11}^{2} - 2.8D_{11} + 2.1) \cdot (D_{11}^{2} - 1.4D_{11} + 1.4) \cdot (D_{11} - 2.0),$$
(1.46)

$$R_{2} = 10^{14} \cdot (6.0 + 2.2D_{12}^{2} + 7.0D_{12})D_{11}^{14} + 10^{6}(-0.48D_{12}^{2} - 1.5D_{12} - 1.0)D_{11}^{13} + 10^{6}(4.6D_{12}^{2} + 13D_{12} + 8.0)D_{11}^{12} + 10^{7}(-2.5D_{12}^{2} - 6.5D_{12} - 3.4)D_{11}^{11} + 10^{7}(9.0D_{12}^{2} + 22D_{12} + 7.0)D_{11}^{10} + 10^{8}(-2.4D_{12}^{2} - 4.6D_{12} - 0.18)D_{11}^{9} + 10^{8}(4.5D_{12}^{2} + 6.5D_{12} - 3.8)D_{11}^{8} + 10^{8}(-5.5D_{12} - 6.5D_{12}^{2} + 14)D_{11}^{7} + 10^{8}(0.65D_{12} + 7.0D_{12}^{2} - 26)D_{11}^{6} + 10^{8}(5.5D_{12} - 6.0D_{12}^{2} + 32)D_{11}^{5} + 10^{8}(-8.0D_{12} + 3.8D_{12}^{2} - 29)D_{11}^{4} + 10^{8}(6.5D_{12} - 1.8D_{12}^{2} + 18)D_{11}^{3} + 10^{8}(-3.0D_{12} + 0.60D_{12}^{2} - 7.5)D_{11}^{2} + 10^{7}(8.5D_{12} - 1.2D_{12}^{2} + 18)D_{11} + 10^{7}(-2.2 + 0.12D_{12}^{2} - 1.1D_{12}).$$

На рисунке 1.5 точки (Δ_{11}, Δ_{12}) соответствуют различным кристаллам. Установлено, что в них вторая производная АО качества меньше нуля $\partial^2 M_2/\partial \delta^2 < 0$ и соответствует максимуму, а величина модуля смещения δ_0 не превышает 10°. Для определения характерных величин угла α была использована аналитическая зависимость $\alpha(\Delta_{11}, \phi)$, приведённая в [83], а также построен её график. Как следует из рисунка 1.6, абсолютная величина угла α не превышает 15°.

Для проверки полученных соотношений были использованы значения упругих и фотоупругих постоянных германия Ge из приложения A. Найденное по формуле (1.45) значение полярного угла φ_m составило величину $\varphi_m \approx 19.9^\circ$, что с точностью 0.5° совпадает с результатом, полученным с помощью численного моделирования (см. приложение Б)).

1.3.2 Дифракция на акустической волне в плоскости (110)

В данном параграфе проведён анализ АО дифракции на акустической волне, волновой вектор которой лежит в плоскости (1 $\bar{1}0$) и $\varphi_m = 45^\circ$. В указанной плоскости могут распространяться следующие квазипоперечные акустические моды: 1) поляризованная вдоль направления [1 $\bar{1}0$] (QS₁); 2) поляризованная в плоскости (1 $\bar{1}0$) (QS₂).

Один из характерных максимов коэффициента АО качества соответствует дифракции на акустической моде QS₂. Следуя описанному в разделе 1.3 алго-



Рисунок 1.5 — Зависимость смещения положения максимума АО качества от параметров акустической анизотропии при коллинеарной дифракции в плоскости (001) на QS₂ акустической моде



Рисунок 1.6 — Зависимость угла α от параметра Δ_{11} и угла ϕ при коллинеарной дифракции в плоскости (001) на QS_2 акустической моде

ритму, была определена зависимость эффективных фотоупругих постоянных от угла θ_m :

$$p_{\text{eff}}^{\text{col}(1)} = \left[\frac{3}{2}(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})(-\cos^4\theta_m + \cos^2\theta_m) + p_{12}\right]\sin\alpha + \\ + \left[(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})\frac{1}{2}(3\cos^2\theta_m - 2)\sin\theta_m\cos\theta_m\right]\cos\alpha,$$
(1.48)
$$p_{\text{eff}}^{\text{col}(2)} = \left(\frac{-p_{11} + p_{12} + 2p_{44}}{2}\cos^2\theta_m + \frac{p_{11} + p_{12} - 2p_{44}}{2}\right)\sin\alpha + \\ + \left[(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})\frac{1}{2}\sin\theta_m\cos\theta_m\right]\cos\alpha,$$

где угол α отсчитывается в плоскости (1 $\overline{1}0$) от оси [001] [83]:

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\Delta_{21}}{2} \frac{\sin 2\theta_m (1 + 3\cos 2\theta_m)}{4 + \Delta_{21}\cos 2\theta_m (1 + 3\cos 2\theta_m) + \Delta_{21}^2 \frac{\sin^2 2\theta_m (1 + 3\cos^2 2\theta_m)}{16 + \Delta_{21} (1 + 3\cos 2\theta_m)^2}}.$$
(1.49)

Устремив α к нулю (чисто поперечная волна), можно определить характерное положение экстремумов функций $p_{\text{eff}}^{\text{col}(1,2)}(\theta_m)$:

$$\begin{aligned} \theta_m &= \arccos\left(\frac{1}{12}\sqrt{78 + 6\sqrt{73}}\right) \approx 18.7^\circ, & \max(p_{\text{eff}}^{\text{col}(1)}) \approx 0.11(p_{11} - p_{12} - 2p_{44}), \\ \theta_m &= \arccos\left(\frac{1}{12}\sqrt{78 - 6\sqrt{73}}\right) \approx 64.5^\circ, & \max(p_{\text{eff}}^{\text{col}(2)}) \approx -0.28(p_{11} - p_{12} - 2p_{44}), \\ \theta_m &= \pi/4 = 45^\circ, & \max(p_{\text{eff}}^{\text{col}(3)}) = \frac{p_{11} - p_{12} - 2p_{44}}{4}. \end{aligned}$$
(1.50)

Анализ литературных данных [79] показал, что значения коэффициентов акустической анизотропии лежат в следующих диапазонах:

$$-0.4 < \Delta_{21} < 0.6, \qquad 0.5 < \Delta_{22} < 3.5. \qquad (1.51)$$

После ряда преобразований и допущения $|\Delta_{21}| \ll 1$ в линейном приближении по Δ_{21} было получено следующее выражение для смещения δ_0 угла $\theta_m = \pi/3$:

$$\delta_{0} = \frac{9\sqrt{3}}{1.2 \cdot 10^{6}} [0.11 \cdot 10^{6} D_{22}(p_{11} - p_{12} - 2p_{44}) - (1.52) - 2(29p_{11} + 5.3 \cdot 10^{3} p_{12} - 58p_{44})] D_{21} + \frac{5\sqrt{3}}{97}(p_{11} - p_{12} - 2p_{44}).$$

Из полученного соотношения следует, что оптимальное направление акустического вектора определяется не только акустическими свойствами кристалла, но и фотоупругими. Выражение (1.52) остаётся справедливым только в приближении $\delta_0 \ll 1$, а также когда коэффициент *a* при квадратичном члене δ^2 в разложении коэффициента АО качества M_2^{col} по δ меньше нуля:

$$a = 1.1[(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})^2 D_{22} + + 3.2(p_{11} + 0.40p_{12} - 2p_{44})(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})]D_{21} - (1.53) - 1.5(p_{11} - p_{12} - 2p_{44})^2.$$

Найденный с использованием формулы (1.52) азимутальный угол $\theta_m \approx 62.9^{\circ}$ для титаната стронция SrTiO₃ с точностью 1.5° совпал с результатом численного моделирования $\theta \approx 64.5^{\circ}$ (см. приложение Б). Таким образом, полученные в этом разделе соотношения имеют достаточно высокую точность, и их можно использовать для оценки оптимального направления акустического волнового вектора.

Основные результаты Главы 1

Поставлена и решена задача поиска максимального значения коэффициента АО качества монокристалла кубической сингонии. Доказано, что максимальное значение эффективной фотоупругой постоянной достигается лишь в том случае, когда падающая электромагнитная волна поляризована вдоль главной оси возмущённой индикатрисы, которой соответствует наибольшее значение диагонального коэффициента возмущённого тензора диэлектрической непроницаемости. Показано, что в этом случае при малых углах отклонения дифрагированного излучения его поляризация является линейной и совпадает с поляризацией излучения нулевого дифракционного порядка.

Установлено, что при коллинеарном АО взаимодействии значение эффективной фотоупругой постоянной максимально, если падающее и дифрагированное излучение поляризованы одинаково вдоль наиболее возмущённой полуоси эллипса, являющего сечением индикатрисы плоскостью, ортогональной волновому вектору акустической волны.

Получены выражения для эффективной фотоупругой постоянной для квазиортогональной и коллинеарной АО дифракции на акустических модах с волновыми векторами, направленными вдоль кристаллографических осей [100], [110] и [111], монокристаллов с кубической кристаллической решёткой. Установлены аналитические соотношения для вычисления оптимального направления волнового вектора акустической волны при коллинеарной дифракции. Разработанный программный комплекс позволил уточнить условия, при которых коэффициент АО качества ряда кубических монокристаллов достигает своего максимального значения при произвольном направлении волнового вектора и поляризации акустической волны. Выполненные с его помощью расчеты подтвердили пригодность использования полученных в главе соотношений.

Глава 2. Двумерные уравнения связанных мод и анализ их решения

2.1 Двумерное уравнение связанных мод, учитывающее поглощение электромагнитных волн в среде

В работе Когельника [27] были получены уравнения связанных мод, описывающие брэгговскую дифракцию электромагнитной волны на толстой голографической решётке. В ней были сделаны следующие допущения: 1) оптически изотропная среда; 2) пренебрежение поляризационными эффектами; 3) синусоидальная дифракционная решётка; 4) электромагнитные волны считаются плоскими и монохроматическими; 5) амплитуды волн зависят только от одной координаты; 6) малые отклонения от условия брэгговского синхронизма. В работе [28] указанные уравнения были модифицированы, чтобы использовать в явном виде зависящий от координаты коэффициент связи. Данный подход позволил получить квази-трёхмерные уравнения в координатном представлении при строгом выполнении условия брэгговского синхронизма. Таким образом, были сняты два ограничения: на форму дифракционной решётки и на зависимость амплитуд электромагнитных волн от координаты.

В работе [29] была рассмотрена брэгговская дифракция электромагнитного излучения на синусоидальной фазовой голографической дифракционной решётке в поглощающей двулучепреломляющей среде. К недостаткам разработанной теории можно отнести использование мнимой части волнового вектора расстройки, поскольку это затрудняет интерпретацию полученных уравнений. Аналогичные уравнения были получены в работе [30], однако авторы уделили внимание только тонким дифракционным решёткам, а также использовали модель, что каждому дифракционному порядку соответствует только одна собственная электромагнитная волна (обыкновенная или необыкновенная).

В работе [**31**] приведены уравнения связанных мод, в которых слева стоит производная комплексной амплитуды по координате, а справа – сумма двух факторов: первый из них даёт связь комплексных амплитуд волн в соседних порядках, а второй указывает на экспоненциальное уменьшение амплитуды с расстоянием, связанное с поглощением. Преимуществом такого вида уравнений является наглядность, однако, к сожалению, авторам удалось получить их лишь
в одномерном случае. В недавно вышедшей работе [**38**] получена система уравнений, описывающая АО взаимодействие в оптически анизотропной среде и учитывающая поляризационные эффекты.

В данной главе приведён вывод уравнений связанных мод для АО дифракции, учитывающих поглощение электромагнитных волн в среде. В основе предложенной модели лежат уравнения Максвелла, а также ряд допущений, использованных в работе [**38**].

2.1.1 Распространение электромагнитных волн в поглощающей среде

Для описания распространения электромагнитной волны в поглощающей среде необходимо решить уравнения Максвелла и дополнить их материальными уравнениями. В общем случае среда является анизотропной и характеризуется комплексным тензором диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon'} + i\hat{\varepsilon''}$ [2]:

$$(\vec{\nabla}\vec{D}) = 4\pi\rho, \quad [\vec{\nabla}\vec{E}] = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \qquad \vec{D} = (\hat{\epsilon'} + i\hat{\epsilon''})\vec{E}, (\vec{\nabla}\vec{B}) = 0, \qquad [\vec{\nabla}\vec{H}] = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j}, \quad \vec{B} = \hat{\mu}\vec{H}.$$
(2.1)

В работе предполагалось, что АО взаимодействие происходит в немагнитной среде, в которой отсутствуют токи и поверхностные заряды:

$$\hat{\mu} = 1,$$
 $\rho = 0,$ $j = 0.$ (2.2)

После подстановки материальных уравнений в уравнения Максвелла можно получить волновое уравнение для вектора напряжённости электрического поля:

$$-\left[\vec{\nabla}\left[\vec{\nabla}\vec{E}\right]\right] = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\left(\hat{\varepsilon'} + i\hat{\varepsilon''}\right)\vec{E}\right].$$
(2.3)

Если среда не является гиротропной, то собственная мода невозмущённой среды представляет собой линейно-поляризованную монохроматическую волну с амплитудой, убывающей в некотором направлении $\vec{\alpha}$. Как будет показано ниже, это направление определяется мнимой частью тензора диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon''}$ и зависит от направления действительного волнового вектора \vec{k} и поляризации \vec{e} :

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{e}e^{-\vec{\alpha}\vec{r}/2}e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)},$$
(2.4)

где \vec{e} – единичный вектор, ω – угловая частота, $\vec{\alpha}$ – векторный коэффициент поглощения. Вместо $\vec{\alpha}$ в некоторых работах, например [84], используется комплексный волновой вектор \vec{k} . Можно показать, что в этом случае $\vec{\alpha}$ равен его мнимой части $\vec{\alpha} = \text{Im}(\vec{k})$.

Используя соотношения (2.4) и (2.3), были получено комплексное дисперсионное уравнение, реальная Re и мнимая Im части которого имеют вид:

Re:
$$-\frac{\omega^2}{c^2}\widehat{\epsilon'}\vec{e} = [\vec{k}[\vec{k}\vec{e}]] - \frac{1}{4}[\vec{\alpha}[\vec{\alpha}\vec{e}]],$$

Im: $-\frac{\omega^2}{c^2}\widehat{\epsilon''}\vec{e} = \frac{1}{2}[\vec{\alpha}[\vec{k}\vec{e}]] + \frac{1}{2}[\vec{k}[\vec{\alpha}\vec{e}]].$
(2.5)

Полученная система уравнений (2.5) однозначно определяет $\vec{\alpha}$ и \vec{e} при заданных \vec{k} и ω . Как будет показано в работе, для удовлетворительной работы АО устройств необходимая длина пути света в среде составляет порядка 1 см. Поэтому, при $\alpha = 1 \text{ см}^{-1}$ интенсивность падает примерно на порядок, что явно нежелательно. В то же время, даже при использовании длинноволнового излучения ТГц диапазона $k \approx 10^3 \text{ см}^{-1}$. Таким образом, можно считать, что справедливо соотношение $|\vec{\alpha}| \ll |\vec{k}|$.

2.1.2 Волновое уравнение в диссипативной среде, возмущённой акустическим полем

Пусть в среде задано произвольное акустическое поле, изменяющееся во времени с круговой частотой Ω . Как известно, благодаря фотоупругому эффекту оно наводит возмущение диэлектрической проницаемости: $\widehat{\Delta \varepsilon}(\vec{r}) \cos(\vec{K}\vec{r} - \Omega t)$, где \vec{K} – волновой вектор акустической волны [1]. Полное электромагнитное поле в возмущённой среде выражается как сумма полей собственных волн (2.4) всех дифракционных порядков с медленно меняющимися комплексными амплитудами $C_p^{\perp}(\vec{r})$ и $C_p^{||}(\vec{r})$:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \\ = \sum_{p} \left[\vec{e}^{\perp} \frac{C_{p}^{\perp}(\vec{r})}{\sqrt{n^{\perp}}} e^{-\vec{\alpha}_{p}^{\perp}\vec{r}/2} e^{i(\vec{k}_{p}^{\perp}\vec{r}-\omega_{p}t)} + \vec{e}_{p}^{\parallel} \frac{C_{p}^{\parallel}(\vec{r})}{\sqrt{n_{p}^{\parallel}\cos\beta_{p}}} e^{-\vec{\alpha}_{p}^{\parallel}\vec{r}/2} e^{i(\vec{k}_{p}^{\parallel}\vec{r}-\omega_{p}t)} \right],$$
(2.6)

где n – показатель преломления, p – номер дифракционного порядка, β_p – угол между волновым вектором $\vec{k}_p^{||}$ и лучевым вектором $\vec{S}_p^{||}$, соответствующим поляризации \vec{e}_p^{\perp} этот угол равен нулю), $\boldsymbol{\omega}_p$ – угловая частота.

Знаменатель в (2.6) введён искусственно для упрощения расчёта плотности потока энергии:

$$\frac{4\pi}{c} \left| \vec{S_p^{||}} \right| = \left| \left[\vec{E_p^{||}} \vec{H_p^{||}} \right] \right| = n_p^{||} \cos \beta_p \left| \vec{E_p^{||}} \right|^2 = n_p^{||} \cos \beta \left| \frac{C_p^{||} e^{-\vec{\alpha_p^{||}} \vec{r}/2}}{\sqrt{n_p^{||}} \cos \beta_p} \right|^2 = \left| C_p^{|||} \right|^2 e^{-\vec{\alpha_p^{||}} \vec{r}},$$

$$\frac{4\pi}{c} \left| \vec{S_p^{\perp}} \right| = \left| \left[\vec{E_p^{\perp}} \vec{H_p^{\perp}} \right] \right| = n^{\perp} \left| \vec{E_p^{\perp}} \right|^2 = n^{\perp} \left| \frac{C_p^{\perp} e^{-\vec{\alpha_p^{\perp}} \vec{r}/2}}{\sqrt{n^{\perp}}} \right|^2 = \left| C_p^{\perp} \right|^2 e^{-\vec{\alpha_p^{\perp}} \vec{r}}.$$
(2.7)

Ввиду того, что $|\vec{\alpha}| \ll |\vec{k}|$, слагаемыми вида $\begin{bmatrix} \vec{\alpha} & \begin{bmatrix} \vec{\nabla} C\vec{e} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} \vec{\nabla} C & \begin{bmatrix} \vec{\alpha} \vec{e} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$ можно пренебречь по сравнению с $\begin{bmatrix} \vec{k} & \begin{bmatrix} \vec{\nabla} C\vec{e} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} \vec{\nabla} C & \begin{bmatrix} \vec{k} \vec{e} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$. Использование метода медленно меняющихся амплитуд, а также приближение геометрической оптики, предполагает светового пучка на собственной апертуре. Поэтому слагаемые вида $\begin{bmatrix} \vec{\nabla} & \begin{bmatrix} \vec{\nabla} C\vec{e} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$ будут отброшены [85]. Малость тех или иных членов в уравнении будет обозначаться зачёркиванием крест-накрест.

Для вывода уравнений связанных мод необходимо подставить пробное решение (2.6) в волновое уравнение (2.3) с возмущённой диэлектрической проницаемостью, а также учесть дисперсионные соотношения (2.5). Ввиду громоздкости выражений, индексы || и \perp , а также знаменатель вида $\sqrt{n^{\perp}}$ и $\sqrt{n_p^{\parallel}} \cos \beta_p$, были временно опущены. Рассмотрим волновое уравнение только для одного из типов поляризации, т.к. для другого оно будет тем же с точностью до указанных множителей. Левая часть уравнения (2.3) будет выглядеть следующим образом:

$$-\sum_{p} \left[\vec{\nabla} \left[\vec{\nabla} \vec{e}_{p} C_{p} e^{-\vec{\alpha}_{p} \vec{r}/2} e^{i(\vec{k}_{p} \vec{r} - \omega_{p} t)} \right] \right] =$$

$$= -\sum_{p} e^{-\vec{\alpha}_{p} \vec{r}/2} e^{i(\vec{k}_{p} \vec{r} - \omega_{p} t)} \left(i \left[\vec{k}_{p} \left[\vec{\nabla} C_{p} \vec{e}_{p} \right] \right] - \frac{1}{2} \left[\vec{\alpha}_{p} \left[\vec{\nabla} C_{p} \vec{e}_{p} \right] \right] +$$

$$+ \left[\vec{\nabla} \left[\vec{\nabla} C_{p} \vec{e}_{p} \right] \right] + i \left[\vec{\nabla} C_{p} \left[\vec{k}_{p} \vec{e}_{p} \right] \right] - \frac{1}{2} \left[\vec{\nabla} C_{p} \left[\vec{\alpha}_{p} \vec{e}_{p} \right] \right] + \frac{1}{4} C_{p} \left[\vec{\alpha}_{p} \left[\vec{\alpha}_{p} \vec{e}_{p} \right] \right] -$$

$$- \frac{i}{2} C_{p} \left[\vec{k}_{p} \left[\vec{\alpha}_{p} \vec{e}_{p} \right] \right] - \frac{i}{2} C_{p} \left[\vec{\alpha}_{p} \left[\vec{k}_{p} \vec{e}_{p} \right] \right] - C_{p} \left[\vec{k}_{p} \left[\vec{k}_{p} \vec{e}_{p} \right] \right] \right).$$

$$(2.8)$$

Правая часть уравнения (2.3), не учитывающая возмущения тензора диэлектрической проницаемости акустической волной, имеет вид:

$$\frac{1}{c^{2}}\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}(\widehat{\varepsilon'}\overrightarrow{E}) + i\frac{1}{c^{2}}\frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}}(\widehat{\varepsilon''}\overrightarrow{E}) = \\
= -\sum_{p} \frac{e^{-\overrightarrow{\alpha_{p}}^{\perp}\overrightarrow{r}/2}e^{i(\overrightarrow{k_{p}}^{\perp}\overrightarrow{r}-\omega_{p}t)}}{\sqrt{n^{\perp}}} \left[C_{p}^{\perp}\frac{\omega_{p}^{2}}{c^{2}}(\widehat{\varepsilon'}\overrightarrow{e^{\perp}}) + iC_{p}^{\perp}\frac{\omega_{p}^{2}}{c^{2}}(\widehat{\varepsilon''}\overrightarrow{e^{\perp}}) \right] - \\
-\sum_{p} \frac{e^{-\overrightarrow{\alpha_{p}}^{\parallel}\overrightarrow{r}/2}e^{i(\overrightarrow{k_{p}}^{\parallel}\overrightarrow{r}-\omega_{p}t)}}{\sqrt{n_{p}^{\parallel}}\cos\beta_{p}} \left[C_{p}^{\parallel}\frac{\omega_{p}^{2}}{c^{2}}(\widehat{\varepsilon'}\overrightarrow{e_{p}^{\parallel}}) + iC_{p}^{\parallel}\frac{\omega_{p}^{2}}{c^{2}}(\widehat{\varepsilon''}\overrightarrow{e_{p}^{\parallel}}) \right].$$
(2.9)

Поскольку в возмущённой среде величина $\hat{\varepsilon}'$ заменяется на $[\hat{\varepsilon}' + \widehat{\Delta \varepsilon} \cos(\vec{K}\vec{r} - \Omega t)]$, то косинус может быть представлен в виде суммы двух комплексных экспонент. Так как электрическое поле \vec{E} представлено в виде двух бесконечных сумм (2.6), то можно сдвинуть первую из них $\widehat{\Delta \varepsilon} \vec{E} e^{i(\vec{K}\vec{r}-\Omega t)}$ на одну единицу влево, а вторую $\widehat{\Delta \varepsilon} \vec{E} e^{i(\Omega t - \vec{K}\vec{r})}$ – на одну единицу вправо:

$$\frac{1}{c^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial t^{2}} \left[\widehat{\Delta \varepsilon} \cos(\vec{K}\vec{r} - \Omega t)\vec{E} \right] = \\
= -\sum_{p} \frac{(\omega_{p-1} + \Omega)^{2}}{2c^{2}} \left\{ \widehat{\Delta \varepsilon} \vec{e}^{\perp} \frac{C_{p-1}^{\perp}}{\sqrt{n^{\perp}}} e^{-\vec{\alpha}_{p-1}^{\perp}\vec{r}/2} e^{i[(\vec{k}_{p-1}^{\perp} + \vec{K})\vec{r} - (\omega_{p-1} + \Omega)t]} + \right. \\
\left. + \widehat{\Delta \varepsilon} \vec{e}_{p-1}^{\mid\mid\mid} \frac{C_{p-1}^{\mid\mid\mid}}{\sqrt{n_{p-1}^{\mid\mid}} \cos \beta_{p-1}} e^{-\vec{\alpha}_{p-1}^{\mid\mid\mid}\vec{r}/2} e^{i[(\vec{k}_{p-1}^{\mid\mid\mid} + \vec{K})\vec{r} - (\omega_{p-1} + \Omega)t]} \right\} - (2.10) \\
\left. - \sum_{p} \frac{(\omega_{p+1} - \Omega)^{2}}{2c^{2}} \left\{ \widehat{\Delta \varepsilon} \vec{e}^{\perp} \frac{C_{p+1}^{\perp}}{\sqrt{n^{\perp}}} e^{-\vec{\alpha}_{p+1}^{\perp}\vec{r}/2} e^{i[(\vec{k}_{p+1}^{\mid\mid} - \vec{K})\vec{r} - (\omega_{p+1} - \Omega)t]} + \right. \\
\left. + \widehat{\Delta \varepsilon} \vec{e}_{p+1}^{\mid\mid\mid} \frac{C_{p+1}^{\mid\mid\mid}}{\sqrt{n_{p+1}^{\mid\mid}} \cos \beta_{p+1}} e^{-\vec{\alpha}_{p+1}^{\mid\mid\mid}\vec{r}/2} e^{i[(\vec{k}_{p+1}^{\mid\mid\mid} - \vec{K})\vec{r} - (\omega_{p+1} - \Omega)t]} \right\}.$$

Для соблюдения условия стационарности в (2.10) необходимо наложить следующее условие на частоту электромагнитной волны $\omega_p = \omega_0 + p\Omega$. Таким образом, можно получить следующее соотношение, которое является важным промежуточным результатом, используемым в последующих выкладках:

$$\begin{split} &-\sum_{p}\left[\frac{i}{\sqrt{n^{\perp}}}\left([\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}[\vec{k}_{p}^{\perp}\vec{e}^{\perp}]]+[\vec{k}_{p}^{\perp}[\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}\vec{e}^{\perp}]]\right)e^{i(\vec{k}_{p}^{\perp}\vec{r}-\omega_{p}t)}e^{-\vec{\alpha}_{p}^{\perp}\vec{r}/2}+\\ &+\frac{i}{\sqrt{n^{||}\cos\beta_{p}}}\left([\vec{\nabla}C_{p}^{||}[\vec{k}_{p}^{||}\vec{e}_{p}^{||}]]+[\vec{k}_{p}^{||}[\vec{\nabla}C_{p}^{||}\vec{e}_{p}^{||}]]\right)e^{i(\vec{k}_{p}^{||}\vec{r}-\omega_{p}t)}e^{-\vec{\alpha}_{p}^{||}\vec{r}/2}\right]=\\ &=-\sum_{p}\frac{\omega_{p}^{2}}{2c^{2}}\left\{\widehat{\Delta\varepsilon}\vec{e}^{\perp}\frac{C_{p-1}^{\perp}}{\sqrt{n^{\perp}}}e^{i[(\vec{k}_{p-1}^{\perp}+\vec{K})\vec{r}-\omega_{p}t]}e^{-\vec{\alpha}_{p-1}^{\perp}\vec{r}/2}+\right.\\ &+\left.\widehat{\Delta\varepsilon}\vec{e}_{p-1}^{||}\frac{C_{p-1}^{||}}{\sqrt{n^{||}}\cos\beta_{p-1}}e^{i[(\vec{k}_{p-1}^{||}+\vec{K})\vec{r}-\omega_{p}t]}e^{-\vec{\alpha}_{p-1}^{||}\vec{r}/2}\right\}- (2.11)\\ &-\sum_{p}\frac{\omega_{p}^{2}}{2c^{2}}\left\{\widehat{\Delta\varepsilon}\vec{e}^{\perp}\frac{C_{p+1}^{\perp}}{\sqrt{n^{\perp}}}e^{i[(\vec{k}_{p+1}^{\perp}-\vec{K})\vec{r}-\omega_{p}t]}e^{-\vec{\alpha}_{p+1}^{\perp}\vec{r}/2}+\right.\\ &+\left.\widehat{\Delta\varepsilon}\vec{e}_{p+1}^{||}\frac{C_{p+1}^{||}}{\sqrt{n^{||}}\cos\beta_{p+1}}}e^{i[(\vec{k}_{p+1}^{||}-\vec{K})\vec{r}-\omega_{p}t]}e^{-\vec{\alpha}_{p+1}^{||}\vec{r}/2}\right\}. \end{split}$$

2.1.3 Двумерные уравнения связанных мод

Выведенное в параграфе 2.1.2 уравнение (2.11), описывающее взаимодействие электромагнитных волн с акустическим полем, является векторным дифференциальным уравнением, в котором идёт суммирование по p с множителем $\exp(-i\omega_p t)$. Так как данное соотношение выполняется в любой момент времени, то p-ое слагаемое в левой части равно правому слагаемому в правой части.

Следуя [38], в работе использованы следующие обозначения:

1) векторы расстройки $\vec{\eta}$:

$$\vec{\eta}_{p}^{\perp} = \vec{k}_{p+1}^{\perp} - \vec{k}_{p}^{\perp} - \vec{K}, \qquad \vec{\eta}_{p}^{||} = \vec{k}_{p+1}^{||} - \vec{k}_{p}^{||} - \vec{K}, \vec{\eta}_{p}^{||\perp} = \vec{k}_{p+1}^{\perp} - \vec{k}_{p}^{||} - \vec{K}, \qquad \vec{\eta}_{p}^{\perp||} = \vec{k}_{p+1}^{||} - \vec{k}_{p}^{\perp} - \vec{K};$$
(2.12)

2) волновые векторы электромагнитных волн в *p*-ом порядке $\vec{k_p}$:

$$\vec{k}_{p}^{\perp} = \frac{2\pi}{\lambda} n^{\perp} \vec{m}_{p}^{\perp} = \frac{\omega_{p}}{c} n^{\perp} \vec{m}_{p}^{\perp}, \qquad |\vec{m}_{p}^{\perp}| = 1, \vec{k}_{p}^{||} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{p}^{||} \vec{m}_{p}^{||} = \frac{\omega_{p}}{c} n_{p}^{||} \vec{m}_{p}^{||}, \qquad |\vec{m}_{p}^{||}| = 1;$$
(2.13)

3) коэффициенты связи:

$$q^{\perp} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\vec{e}^{\perp} \widehat{\Delta \varepsilon} \vec{e}^{\perp}}{n^{\perp}},$$

$$q_{p}^{\parallel} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\vec{e}_{p}^{\parallel} \widehat{\Delta \varepsilon} \vec{e}_{p+1}^{\parallel}}{\sqrt{n_{p}^{\parallel} \cos \beta_{p} n_{p+1}^{\parallel} \cos \beta_{p+1}}},$$

$$(2.14)$$

$$q_{p}^{A} = \frac{\pi}{\lambda} \frac{\vec{e}^{\perp} \widehat{\Delta \varepsilon} \vec{e}_{p}^{\parallel}}{\sqrt{n^{\perp} n_{p}^{\parallel} \cos \beta_{p}}};$$

4) единичный вектор Умова-Пойтинга \vec{s}_p^{\parallel} :

$$[\vec{e}_{p}^{\dagger |}[\vec{m}_{p}^{||}\vec{e}_{p}^{\dagger |}]] = \vec{s}_{p}^{\dagger |}\cos\beta_{p}.$$
(2.15)

Как показано в [**38**], двумерная модель АО взаимодействия в двулучепреломляющей среде справедлива, только если: 1) плоскость АО взаимодействия содержит оптическую ось; 2) плоскость АО взаимодействия ортогональна оптической оси. В этом случае:

- 1. $\vec{e}_p^{||}, \vec{k}_p^{||}, \vec{k}_p^{\perp}, \vec{S}_p^{||}, \vec{S}_p^{\perp}, \vec{\nabla} C_p^{||}, \vec{\nabla} C_p^{\perp}$ лежат в одной плоскости,
- 2. \vec{e}_p^{\perp} ортогонален этой плоскости.

Однако, можно показать, что полученные ниже соотношения будут выполняться, если потребовать ортогональности поляризаций электромагнитных волн обоим волновым векторам:

$$(\vec{e}^{\perp}\vec{k}_{p}^{\perp}) = (\vec{e}^{\parallel}\vec{k}_{p}^{\parallel}) = (\vec{e}^{\perp}\vec{k}_{p}^{\parallel}) = (\vec{e}^{\parallel}\vec{k}_{p}^{\perp}) = 0.$$
(2.16)

Выражение (2.16) справедливо только в том случае, когда среда является оптически изотропной, или если волновые вектора электромагнитных волн в p-ом дифракционном порядке $\vec{k}_p^{||} || \vec{k}_p^{\perp}$ параллельны.

Для вывода уравнений связанных мод, описывающих изменение комплексной амплитуды C_p^{\perp} , необходимо скалярно умножить уравнения (2.11) на вектор

поляризации \vec{e}^{\perp} и использовать выражение для двойного векторного произведения $[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]] = \vec{b}(\vec{a}\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\vec{b})$:

$$\vec{e}^{\perp}[\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}[\vec{k}_{p}^{\perp}\vec{e}^{\perp}]] + \vec{e}^{\perp}[\vec{k}_{p}^{\perp}[\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}\vec{e}^{\perp}]] =$$

$$= (\vec{e}^{\perp}\vec{k}_{p}^{\perp})(\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}\vec{e}^{\perp}) - (\vec{e}^{\perp}\vec{e}^{\perp})(\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}\vec{k}_{p}^{\perp}) + (\vec{e}^{\perp}\vec{\nabla}C_{p}^{\perp})(\vec{k}_{p}^{\perp}\vec{e}^{\perp}) -$$

$$- (\vec{e}^{\perp}\vec{e}^{\perp})(\vec{k}_{p}^{\perp}\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}) = -2(\vec{k}_{p}^{\perp}\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}),$$
(2.17)

$$\vec{e}^{\perp}[\vec{\nabla}C_{p}^{\parallel}[\vec{k}_{p}^{\parallel}\vec{e}_{p}^{\parallel}]] + \vec{e}^{\perp}[\vec{k}_{p}^{\parallel}[\vec{\nabla}C_{p}^{\parallel}\vec{e}_{p}^{\parallel}]] = = (\vec{e}^{\perp}\vec{k}_{p}^{\parallel})(\vec{\nabla}C_{p}^{\parallel}\vec{e}_{p}^{\parallel}) - (\vec{e}^{\perp}\vec{e}_{p}^{\parallel})(\vec{\nabla}C_{p}^{\parallel}\vec{k}_{p}^{\parallel}) + (\vec{e}^{\perp}\vec{\nabla}C_{p}^{\parallel})(\vec{k}_{p}^{\parallel}\vec{e}_{p}^{\parallel}) - (\vec{e}^{\perp}\vec{e}_{p}^{\parallel})(\vec{k}_{p}^{\parallel}\vec{\nabla}C_{p}^{\parallel}) = 0.$$

$$(2.18)$$

Используя выражения (2.12)–(2.14), можно получить уравнение, описывающее изменение амплитуды C_p^{\perp} в направлении распространения \vec{m}_p^{\perp} :

$$(\vec{m}_{p}^{\perp}\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}) = \frac{i}{2} \left[q^{\perp}C_{p-1}^{\perp}e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{\perp}\vec{r}}e^{(\vec{\alpha}_{p}^{\perp}-\vec{\alpha}_{p-1}^{\perp})\vec{r}/2} + q_{p-1}^{A}C_{p-1}^{\parallel}e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{\parallel\perp}\vec{r}}e^{(\vec{\alpha}_{p}^{\perp}-\vec{\alpha}_{p-1}^{\parallel})\vec{r}/2} + q^{\perp}C_{p+1}^{\perp}e^{i\vec{\eta}_{p}^{\perp}\vec{r}}e^{(\vec{\alpha}_{p}^{\perp}-\vec{\alpha}_{p+1}^{\perp})\vec{r}/2} + q_{p+1}^{A}C_{p+1}^{\parallel}e^{i\vec{\eta}_{p}^{\perp\parallel}\vec{r}}e^{(\vec{\alpha}_{p}^{\perp}-\vec{\alpha}_{p+1}^{\parallel})\vec{r}/2} \right].$$

$$(2.19)$$

Вывод уравнения для комплексной амплитуды $C_p^{||}$ производится аналогичным образом, умножая соотношение (2.11) скалярно на $\vec{e}_g^{||}$, где g – некоторое произвольное число:

$$\vec{e}_{g}^{\dagger}[\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}[\vec{k}_{p}^{\perp}\vec{e}^{\perp}]] + \vec{e}_{g}^{\dagger}[\vec{k}_{p}^{\perp}[\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}\vec{e}^{\perp}]] = \\ = (\vec{e}_{g}^{\dagger}\vec{k}_{p}^{\perp})(\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}\vec{e}^{\perp}) - (\vec{e}_{g}^{\dagger}\vec{e}^{\perp})(\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}\vec{k}_{p}^{\perp}) + (\vec{e}_{g}^{\dagger}\vec{\nabla}C_{p}^{\perp})(\vec{k}_{p}^{\perp}\vec{e}^{\perp}) - (2.20) \\ - (\vec{e}_{g}^{\dagger}\vec{e}^{\perp})(\vec{k}_{p}^{\perp}\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}) = 0, \\ \vec{e}_{g}^{\dagger}[\vec{\nabla}C_{p}^{\dagger}[\vec{k}_{p}^{\dagger}\vec{e}^{\dagger}]] + \vec{e}_{g}^{\dagger}[\vec{k}_{p}^{\dagger}[\vec{\nabla}C_{p}^{\dagger}\vec{e}^{\dagger}]] = \\ = (\vec{e}_{g}^{\dagger}\vec{k}_{p}^{\dagger})(\vec{\nabla}C_{p}^{\dagger}\vec{e}_{p}^{\dagger}) - (\vec{e}_{g}^{\dagger}\vec{e}_{p}^{\dagger})(\vec{\nabla}C_{p}^{\dagger}\vec{k}_{p}^{\dagger}) + (\vec{e}_{g}^{\dagger}\vec{\nabla}C_{p}^{\dagger})(\vec{k}_{p}^{\dagger}\vec{e}_{p}^{\dagger}) - (2.21) \\ - (\vec{e}_{g}^{\dagger}\vec{e}_{p}^{\dagger})(\vec{k}_{p}^{\dagger}\vec{\nabla}C_{p}^{\dagger}) = 2\vec{e}_{g}^{\dagger}[\vec{\nabla}C_{p}^{\dagger}[\vec{k}_{p}^{\dagger}\vec{e}_{p}^{\dagger}]] = -2[\vec{e}_{g}^{\dagger}[\vec{k}_{p}^{\dagger}\vec{e}_{p}^{\dagger}]]\vec{\nabla}C_{p}^{\dagger}. \end{aligned}$$

Для каждого члена ряда (2.11) под номером p выберем g = p. В этом случае уравнение для $C_p^{||}$ выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} (\vec{s}_{p}^{\parallel} \vec{\nabla} C_{p}^{\parallel}) &= \\ &= \frac{i}{2} \left[q_{p}^{A} C_{p-1}^{\perp} e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{\perp \parallel} \vec{r}} e^{(\vec{\alpha}_{p}^{\parallel} - \vec{\alpha}_{p-1}^{\perp})\vec{r}/2} + q_{p-1}^{\parallel} C_{p-1}^{\parallel} e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{\parallel} \vec{r}} e^{(\vec{\alpha}_{p}^{\parallel} - \vec{\alpha}_{p-1}^{\parallel})\vec{r}/2} + q_{p}^{A} C_{p+1}^{\perp} e^{i\vec{\eta}_{p}^{\parallel \perp} \vec{r}} e^{(\vec{\alpha}_{p}^{\parallel} - \vec{\alpha}_{p+1}^{\perp})\vec{r}/2} + q_{p}^{\parallel} C_{p+1}^{\parallel} e^{i\vec{\eta}_{p}^{\parallel} \vec{r}} e^{(\vec{\alpha}_{p}^{\parallel} - \vec{\alpha}_{p+1}^{\parallel})\vec{r}/2} \right]. \end{aligned}$$
(2.22)

Следует отметить, что в некоторых случаях множитель $\exp(-\vec{\alpha}\vec{r}/2)$ отсутствует в аналитическом решении, например, при обратной коллинеарной дифракции [1]. Пусть $\{C_p^{\parallel(*)}, C_p^{\perp(*)}\}$ является решением системы уравнений (2.19) и (2.22). Представим его в следующем виде:

$$C_p^{||(*)} = C_p^{||} e^{\vec{\alpha}_p^{||} \vec{r}/2}, \qquad C_p^{\perp(*)} = C_p^{\perp} e^{\vec{\alpha}_p^{\perp} \vec{r}/2}. \qquad (2.23)$$

В этом случае выражения для напряженности электрического поля и плотности потока энергии существенно упрощаются:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \sum_{p} \left[\vec{e}^{\perp} \frac{C_{p}^{\perp}(\vec{r})}{\sqrt{n^{\perp}}} e^{i(\vec{k}_{p}^{\perp}\vec{r}-\omega_{p}t)} + \vec{e}_{p}^{\parallel} \frac{C_{p}^{\parallel}(\vec{r})}{\sqrt{n_{p}^{\parallel}\cos\beta_{p}}} e^{i(\vec{k}_{p}^{\parallel}\vec{r}-\omega_{p}t)} \right],$$
(2.24)

$$\frac{4\pi}{c} \left| \vec{S_p} \right| = |C_p|^2. \tag{2.25}$$

а уравнения (2.19) и (2.22) принимают более компактный вид:

$$(\vec{m}_{p}^{\perp}\vec{\nabla}C_{p}^{\perp}) = i\frac{q^{\perp}}{2} \left(C_{p-1}^{\perp}e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{\perp}\vec{r}} + C_{p+1}^{\perp}e^{i\vec{\eta}_{p}^{\perp}\vec{r}} \right) + i\frac{q_{p-1}^{A}}{2} C_{p-1}^{||}e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{||}\vec{r}} + i\frac{q_{p+1}^{A}}{2} C_{p+1}^{||}e^{i\vec{\eta}_{p}^{\perp}|\vec{r}} - \frac{(\vec{m}_{p}^{\perp}\vec{\alpha}_{p}^{\perp})}{2} C_{p}^{\perp},$$

$$(\vec{s}_{p}^{||}\vec{\nabla}C_{p}^{||}) = i\frac{q_{p-1}^{||}}{2} C_{p-1}^{||}e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{||}\vec{r}} + i\frac{q_{p}^{||}}{2} C_{p+1}^{||}e^{i\vec{\eta}_{p}^{||}\vec{r}} + i\frac{q_{p}^{||}}{2} C_{p+1}^{||}e^{i\vec{\eta}_{p}^{||}\vec{r}} + i\frac{q_{p}^{||}}{2} C_{p+1}^{||}e^{i\vec{\eta}_{p}^{||}\vec{r}} + i\frac{q_{p}^{||}}{2} C_{p-1}^{||}e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{||}\vec{r}} + C_{p+1}^{\perp}e^{i\vec{\eta}_{p}^{||}\vec{r}} \right) - \frac{(\vec{s}_{p}^{||}\vec{\alpha}_{p}^{||})}{2} C_{p}^{||}.$$

$$(2.26)$$

Окончательная система уравнений (2.26) более наглядна, чем (2.19) и (2.22). Из левой её части следует, что амплитуда электромагнитной волны изменяется в направлении её групповой скорости. Первые четыре слагаемых в правой части уравнений (2.26) аналогичны полученным в работе [**38**] и показывают, что изменение амплитуды C_p электромагнитной волны в *p*-ом дифракционном порядке пропорционально амплитудам C_{p-1} и C_{p+1} электромагнитных волн в (p-1) и (p+1) дифракционных порядках. Известно, что в прозрачной среде наличие расстройки $\vec{\eta}$ от фазового синхронизма приводит к уменьшению эффективности АО взаимодействия [**1**]. Последнее слагаемое в правой части полученной системы уравнений показывает, что по мере распространения электромагнитной волны её амплитуда экспоненциально уменьшается вследствие поглощения в среде.

Основные результаты раздела 2.1 Главы 2

Таким образом, выведенные соотношения совпадают по форме с известными двумерными уравнениями связанных мод для прозрачной двулучепреломляющей среды и переходят в них при $|\alpha| = 0$. При выводе были использованы уравнения Максвелла с комплексным тензором диэлектрической проницаемости среды, возмущённой акустическим полем, а также выдвинуто дополнительное предположение о том, что в поглощающей среде поляризация \vec{e} собственных электромагнитных воли является линейной. Показано, что данное допущение справедливо при $|\vec{\alpha}| \ll |\vec{k}|$ и является целесообразным, поскольку интенсивность дифрагированного излучения изменяется по экспоненциальному закону в зависимости от $|\vec{\alpha}|$. Кроме этого, в диссертационной работе не учитывалась дифракция светового пучка на собственной апертуре. Полученные уравнения корректно описывают АО взаимодействие в оптически изотропной поглощающей среде при любой структуре акустического поля. Кроме этого, при их выводе не было наложено ограничений на поляризацию и направление распространения электромагнитных волн. Последнее особенно актуально для анализа АО дифракции излучения ТГц диапазона, при которой возможна реализация экстремально больших углов отклонения дифрагированного излучения.

2.2 Анализ решения уравнений связанных мод в брэгговском режиме дифракции

2.2.1 Квазиортогональная акустооптическая дифракция

Решение системы уравнений связанных мод (2.26) в общем случае – достаточно трудоёмкий процесс, который выходит за рамки данной работы. Наибольший практический интерес представляют собой частные случаи квазиортогональной и коллинеарной геометрии [86–90]. В обоих случаях считается, что волновые векторы взаимодействующих электромагнитных волн направлены вдоль оси Oz лабораторной системы координат. Это приближение позволяет свести двумерные уравнения (2.26) к одномерным, зависящим только от одной координаты z.

Пусть в среде задано акустическое поле, формирующее фазовую дифракционную решётку, на которую падает под малым углом, близким к углу Брэгга, пучок когерентного монохроматического линейно поляризованного электромагнитного излучения. В этом случае будет наблюдаться только один дифракционный порядок. Рисунок 2.1 схематично изображает анизотропную АО дифракцию в +1 и -1 порядки, а также соответствующие им фазовые диаграммы. На нём введена ось $O\xi$, параллельная оси Oz и масштабированная на ширину звукового столба L, с отложенными безразмерными координатами $\xi = 0$ и $\xi = 1$, задающими область акустооптического взаимодействия.

Можно показать, что система уравнений (2.26) формально записывается одинаковым образом при дифракции в +1 и -1 порядки с точностью до индекса при коэффициенте поглощения электромагнитной волны $\alpha_{\pm 1}$ и коэффициенте связи $q_{\pm 1}$. Поэтому, не ограничивая общности, рассмотрим только дифракцию в +1 порядок на звуковом пучке с заданной мощностью, независящей от длины AO взаимодействия L. В этом случае коэффициент связи $q = A/\sqrt{L}$, где A – константа.

Для анализа решения уравнений связанных мод удобно перейти к безразмерным переменным:

$$X_{\rm ort} = \alpha/A^2, \qquad Y_{\rm ort} = A^2 L, \qquad Z_{\rm ort} = \eta/A^2, \qquad \xi = z/L, \qquad (2.27)$$



Рисунок 2.1 — Квазиортогональная АО дифракция в: а),б) +1 порядок и в),г) -1 порядок

где Y_{ort} – безразмерная длину АО взаимодействия, X_{ort} – безразмерный коэффициент поглощения, Z_{ort} – безразмерная расстройка и ξ – безразмерная координата.

В новых переменных уравнения (2.26) имеют вид:

$$\frac{dC_0}{d\xi} = -\frac{X_{\text{ort}}Y_{\text{ort}}}{2}C_0 + i\frac{\sqrt{Y_{\text{ort}}}}{2}C_1 \exp(iZ_{\text{ort}}Y_{\text{ort}}\xi), \quad C_0(0) = 1,
\frac{dC_1}{d\xi} = -\frac{X_{\text{ort}}Y_{\text{ort}}}{2}C_1 + i\frac{\sqrt{Y_{\text{ort}}}}{2}C_1 \exp(iZ_{\text{ort}}Y_{\text{ort}}\xi), \quad C_1(0) = 0.$$
(2.28)

Если считать, что электромагнитная волна падает под углом Брэгга $(Z_{\text{ort}} = 0)$, то интенсивность I_1 дифрагированного излучения будет выражаться следующим образом:

$$I_1 = |C_1(L)|^2 = \exp(-X_{\text{ort}}Y_{\text{ort}})\sin^2\left(\frac{\sqrt{Y_{\text{ort}}}}{2}\right).$$
 (2.29)

Как следует из (2.29), при больших значениях длины АО взаимодействия $Y_{\text{ort}}^{\text{opt}}$ эффективность дифракции стремится к нулю. Поэтому существует оптимальное значение $Y_{\text{ort}}^{\text{opt}}$, соответствующее максимально достижимой интенсивности I_1 в первом дифракционном порядке. Аналитическую зависимость $Y_{\text{ort}}^{\text{opt}}$ от X_{ort} возможно получить только при малой эффективности АО взаимодействия $(Y_{\text{ort}} \ll 1)$:

$$Y_{\rm ort}^{\rm opt} = \frac{1}{X_{\rm ort}}, \qquad \qquad L_{\rm ort}^{\rm opt} = \frac{1}{\alpha}. \qquad (2.30)$$

Отмеченные особенности АО взаимодействия иллюстрируют рисунки 2.2 и 2.3, на которых приведены графики, рассчитанные по формуле (2.29) при точном соблюдении условия брэгговского синхронизма, когда $\eta = 0$. Значение оптимального параметра $Y_{\text{ort}}^{\text{opt}}$ определялось при помощи численной схемы. Из полученных графиков следует, что при малых значениях безразмерного коэффициента поглощения $X_{\text{ort}} \leq 1$ параметр $Y_{\text{ort}}^{\text{opt}}$ изменяется по закону, отличному от (2.30). Отметим, что соотношение (2.30) впервые получено в работе [36], однако без вывода. Для удобства на рисунке 2.3 выбран двойной логарифмический масштаб, в котором обратно пропорциональная зависимость выглядит в виде прямой с угловым коэффициентом, равным минус единице.

Попытки вывести выражение для интенсивности света в первом порядке дифракции с учётом поглощения предпринимались и ранее. Как показано в работе [51], выражение (2.29) можно получить на качественном уровне в режиме малой эффективности АО дифракции ($I_1 \ll 1$). В этом случае $I_0 \approx 1$, и в прозрачной среде интенсивность I_1 пропорциональна длине АО взаимодействия L. На каждом участке с координатой x и длиной dx в первый порядок дифракции отклоняется "порция" излучения с интенсивностью, пропорциональной интенсивности I_0 в нулевом порядке. Интенсивность в первом порядке дифракции на расстоянии L будет равна сумме (интегралу) выше оговоренных "порций":

$$I_1(L) \approx I_0 \left(\frac{qL}{2}\right)^2 \approx \frac{A^2}{4} I_0 L = \frac{A^2}{4} \int_0^L I_0(x) dx.$$
 (2.31)

Для учёта поглощения электромагнитных волн необходимо ввести множитель $\exp(-\alpha x)$, где x – расстояние, пройденное светом в среде с показателем поглощения α . Теперь I_0 является функцией от координаты x и равна $I_0 \exp(-\alpha x)$. Следует отметить, что каждая "порция" отклонённого излучения пройдёт в среде различное расстояние, зависящее от координаты x, с которой оно было отклонено. Таким образом, для описания поглощения электромагнитных волн в первом порядке нужно ввести множитель $\exp[-\alpha(L-x)]$. Окончательное выражение для $I_1(L)$ имеет вид:

$$I_{1}(L) = \frac{A^{2}}{4} \int_{0}^{L} I_{0}(x) \exp[-\alpha(L-x)] dx =$$

$$= \frac{A^{2}}{4} \int_{0}^{L} [I_{0} \exp(-\alpha x)] \exp[-\alpha(L-x)] dx = \frac{A^{2}}{4} L \exp(-\alpha L).$$
(2.32)

Подстановка выражения $Y_{\rm ort}^{\rm opt}(X_{\rm ort})$ в формулу (2.29) в приближении $I_1 \ll 1$ позволила определить значение интенсивности $I_1^{\rm opt}$ дифрагированного излуче-



Рисунок 2.2 — Зависимость интенсивности I_1 от безразмерной длины AO взаимодействия $Y_{\rm ort}$ при различных значениях безразмерного коэффициента поглощения $X_{\rm ort}$



Рисунок 2.3 — Оптимальное значение безразмерной длины AO взаимодействия $Y_{\rm ort}$ как функция безразмерного коэффициента поглощения $X_{\rm ort}$

ния при малой эффективности АО взаимодействия:

$$I_1^{\text{opt}} = \frac{1}{4e} \frac{1}{X_{\text{ort}}},$$
 $X_{\text{ort}} \gg 1.$ (2.33)

Поскольку при $X_{\text{ort}} \leq 1$ не удаётся получить аналитического выражения для максимально достижимой интенсивности I_1^{opt} , была использована аппроксимация зависимости $I_1^{opt}(X_{\text{ort}})$ по методу наименьших квадратов (МНК):

- 1. $I_1^{\text{opt}} = 1/(1 + aX_{\text{ort}})$, где $a = 10.550 \pm 0.0010$; $\overline{|\text{err}_1|} = 1.2\%$;
- 2. $I_1^{\text{opt}} = 1/(1 + 4eX_{\text{ort}}); \ \overline{|\text{err}_2|} = 1.4\%,$

где $\overline{|\mathrm{err}|}$ – среднее значение модуля относительной погрешности аппроксимации в интервале $0\leqslant X_{\mathrm{ort}}\leqslant 1$

Как следует из расчёта, коэффициент a с точностью 3% совпадает с 4e = 10.87. Если же сравнивать точное значение функции $I_1^{opt}(X_{ort})$ с рассчитанным по формуле (2.33), то погрешность аппроксимации не превышает 2.4%. Таким образом, можно утверждать, что с высокой точностью максимально достижимую интенсивность в первом порядке можно рассчитать по следующей формуле:

$$I_1^{\text{opt}} = \frac{1}{1 + 4e \cdot X_{\text{ort}}},\tag{2.34}$$

которая в предельном случае $X_{\text{ort}} \gg 1$ переходит в ранее полученную формулу (2.33), а погрешность аппроксимации оценивается около 2.5%.

Результаты аппроксимации МНК численно рассчитанных значений $Y_{\text{ort}}^{\text{opt}}(X_{\text{ort}})$, приведённых на рисунке 2.3, представлены в виде графика на рисунке 2.4, а вычисленные значения коэффициентов и погрешности аппроксимации приведены ниже:

1. $Y_{\text{ort}}^{\text{opt}}(X_{\text{ort}}) = \pi^2/(1 + bX_{\text{ort}})$, где $b = 9.280 \pm 0.020$; $\overline{|\text{err}_1|} = 2.5\%$; max $(|\text{err}_1|) < 5\%$;

2.
$$Y_{\text{ort}}^{\text{opt}}(X_{\text{ort}}) = \pi^2 / (1 + \pi^2 X_{\text{ort}}); \ \overline{|\text{err}_2|} = 2.8\%; \ \max(|\text{err}_2|) < 5\%.$$

Как видно, отличие коэффициента b от $\pi^2 = 9.87$ составляет 6%, а погрешность аппроксимации не превышает 5% (даже при $X_{\rm ort} \gg 1$). Таким образом, для любого значения безразмерного коэффициента поглощения $X_{\rm ort}$ можно использовать следующее соотношение:

$$Y_{\rm ort}^{\rm opt} = \frac{\pi^2}{1 + \pi^2 X_{\rm ort}}.$$
 (2.35)

При нарушении условия брэгговского синхронизма ($\eta \neq 0$) интенсивность I_1 электромагнитного излучения в первом порядке дифракции уменьшается.



Рисунок 2.4 — Зависимость оптимальной длины $Y_{\text{ort}}^{\text{opt}}$ и модуля погрешности аппроксимации |err| от коэффициента поглощения X_{ort}



Рисунок 2.5 — Зависимость интенсивност
и $I_1^{\rm opt}$ и модуля погрешности аппроксимации |
err| от коэффициента поглощения $X_{\rm ort}$

51

Как известно, в прозрачной среде зависимость I_1 от **η** имеет вид функции sinc² $x = (\sin x/x)^2$ [1]. Можно показать, что при наличии поглощения электромагнитного излучения, аналитическое решение системы (2.28) записывается следующим образом:

$$I_{1} = \frac{Y_{\rm ort}}{4} \operatorname{sinc}^{2} \left[\frac{\sqrt{Y_{\rm ort}(1 + Z_{\rm ort}^{2} Y_{\rm ort})}}{2} \right] \exp(-X_{\rm ort} Y_{\rm ort}).$$
(2.36)

Практический интерес представляет собой полуширина ΔZ_{ort} кривой $I_1(Z_{\text{ort}})$ по уровню 1/2 от максимального значения, соответствующего заданному Y_{ort} . Поскольку $I_1(Y_{\text{ort}}, Z_{\text{ort}})$ не зависит от знака безразмерной расстройки Z_{ort} , то величина ΔZ_{ort} рассчитывалась по ширине кривой при положительных значениях параметра Z_{ort} . Нетрудно убедиться, что множители $Y_{\text{ort}}/4$ и $\exp(-X_{\text{ort}}Y_{\text{ort}})$ в выражении (2.36) для интенсивности I_1 не влияют на величину ΔZ_{ort} , а зависимость $I_1(Y_{\text{ort}}, Z_{\text{ort}})$ имеет вид, приведённый на рисунке 2.6.

Поскольку определить соотношение между полосой $\Delta Z_{\rm ort}$ и безразмерной длиной $Y_{\rm ort}$ аналитически не получается, а в двойном логарифмическом масштабе график имеет вид прямой с коэффициентом наклона близким к -1 (см. рисунок 2.7), то был использован МНК в виде обратной зависимости $\Delta Z_{\rm ort}(Y_{\rm ort}) = a\pi^2/Y_{\rm ort}$.

Расчёт позволил определить значение коэффициента $a = 0.28080 \pm 0.00010$, а также установить, что в этом случае при $Y_{\text{ort}} < 1$ относительная погрешность величины ΔZ_{ort} не превышает 0.2%. Таким образом, полоса АО дифракции при квазиортогональной геометрии взаимодействия может быть рассчитана по известной формуле [4]:

$$\Delta Z_{\rm ort} = \frac{0.28\pi^2}{Y_{\rm ort}}, \qquad \qquad \Delta \eta_{\rm ort} = \frac{0.28\pi^2}{L}, \qquad (2.37)$$

которую обычно записывают в виде $\Delta \eta_{\rm ort} = 0.9 \pi/L$.



Рисунок 2.6 — Зависимость интенсивности I_1 от расстройки $Z_{\rm ort}$ и длины АО взаимодействия $Y_{\rm ort}$ в прозрачной среде



Рисунок 2.7 — Аппроксимация зависимости полосы
 $\Delta Z_{\rm ort}$ от длины АО взаимодействия $Y_{\rm ort}$

53

2.2.2 Прямая коллинеарная дифракция на акустической волне постоянной амплитуды

Другим приближением, позволяющим свести двумерные уравнения (2.26) к одномерным, является коллинеарная геометрия акустооптического взаимодействия, когда волновой вектор акустической волны параллелен волновым векторам дифрагированных электромагнитных волн. В данном разделе проведёны результаты анализа прямой коллинеарной АО дифракции, когда падающий на звуковую решётку и дифрагированные пучки электромагнитного излучение распространяются в одном направлении. На рисунке 2.8 схематично изображён ход лучей в области АО взаимодействия и векторные диаграммы при дифракции в +1 и -1 порядок.



Рисунок 2.8 — Квазиколлинеарная АО дифракция в режиме, когда волновые вектора звука и падающего излучения: а),б) сонаправлены и в),г) противоположно направлены

Если можно пренебречь затуханием акустической волны и сдвигом частоты электромагнитной волны в ±1 порядках, то в этом случае уравнения в размерных переменных и граничные условия будут теми же, что и для квазиортогональной геометрии (2.28). Однако следует отметить, что в коллинеарном режиме при заданной мощности акустической волны коэффициент связи q не зависит от длины АО взаимодействия и является постоянной величиной. Поэтому удобно использовать следующие безразмерные переменные:

$$X = \alpha/q, \qquad \qquad Y = qL, \qquad \qquad Z = \eta/q. \qquad (2.38)$$

Выражение 2.29 для интенсивности I_1 в первом порядке AO дифракции при брэгговском синхронизме Z = 0 в новых переменных имеет вид:

$$I_1 = \exp(-XY)\sin^2\left(\frac{Y}{2}\right). \tag{2.39}$$

В следствие поглощения излучения можно ожидать, что при коллинеарной геометрии будет существовать некоторое оптимальное значение Y^{opt} безразмерной длины АО взаимодействия. При малой эффективности АО взаимодействия $(I_1 \ll 1)$ оно выражается через безразмерный коэффициент поглощения X:

$$Y^{\text{opt}} = \frac{2}{X}, \qquad \qquad L^{\text{opt}} = \frac{2}{\alpha}. \qquad (2.40)$$

Подставляя полученный результат в (2.39), можно определить максимально достижимую интенсивность электромагнитного поля в первом дифракционном порядке:

$$I_1^{\text{opt}} = \frac{1}{e^2} \frac{1}{X^2},$$
 $X \gg 1.$ (2.41)

Численный расчёт показывает, что погрешность вычисления I_1^{opt} и Y^{opt} по формулам (2.41) и (2.40) одинаковая и составляет 8% при X = 2 и монотонно уменьшается до 1% при X = 6. При $X \leq 1$ не удаётся получить аналитическую зависимость $I_1^{\text{opt}}(X)$. Поэтому, как и в предыдущем разделе, указанная зависимость была определена численно, а её график приведён на рисунке 2.10. Аппроксимация функцией $I_1^{\text{opt}} = 1/(1+e^2X^2)$, дала большую ошибку max(|err|) = 21%. Установлено, что простейшее выражение для $I_1^{\text{opt}}(X)$, удовлетворяющее асимптотике при X = 0 и $X \gg 1$ и характеризующееся погрешностью max(|err₁|) = 0.9% (см. рисунок 2.10), имеет вид:

$$I_1^{\text{opt}} = (1+X)/(1+aX+bX^2+e^2X^3), \qquad (2.42)$$

где $a = 4.162 \pm 0.003$ и $b = 6.726 \pm 0.009$.

Результат аппроксимации численно рассчитанной зависимости $Y^{\text{opt}}(X)$ на интервале 0 < X < 10 дробно-рациональной функций $Y^{\text{opt}} = (\pi + \pi X)/(1 + bX + 0.5\pi X^2)$ приведен на рисунке 2.9. При выборе функции учитывалась асимптотика при X = 0 и $X \gg 1$. Анализ показал, что более простая из приведённых функции имеет очень большую погрешность и потому непригодна:

- 1) $Y^{\text{opt}} = (\pi + \pi X)/(1 + bX + 0.5\pi X^2)$, где $b = 1.440 \pm 0.003$; max(|err₁|) = 0.6%.
- 2) $Y^{\text{opt}} = \pi/(1 + 0.5\pi X)$, где max $|\text{err}_2| = 22\%$.

Как следует из полученных результатов, в режиме коллинеарной АО дифракции, в отличие от квазиортогональной, не удаётся получить аналитических выражений, описывающих с высокой точностью АО взаимодействие и при малых и при больших значениях коэффициента поглощения электромагнитного излучения. В данном случае остаётся свобода выбора того или иного выражения, в зависимости от требуемой точности и наглядности представления рассматриваемого эффекта.

При нарушении условия брэгговского синхронизма ($Z \neq 0$) интенсивность дифрагированного излучения I_1 определяется следующим соотношением :

$$I_1 = \frac{Y^2}{4} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{Y\sqrt{1+Z^2}}{2}\right) \exp(-XY).$$
 (2.43)

Из (2.43) следует, что наличие поглощения электромагнитной волны в среде не влияет на величину полосы ΔZ (как и при квазиортогональной AO дифракции). Данный факт подтверждается и численным расчётом, позволяя записать:

$$\Delta Z = \frac{0.28\pi^2}{Y}, \qquad \qquad \Delta \eta = \frac{0.28\pi^2}{L}. \qquad (2.44)$$



Рисунок 2.9 — Зависимость оптимальной безразмерной длины АО взаимодействия $Y^{\rm opt}$ и модуля ошибки её аппроксимации от параметра X



Рисунок 2.10 — Зависимость максимально достижимой интенсивност
и $I_1^{\rm opt}$ и модуля ошибки её аппроксимации от параметр
аX

2.2.3 Прямая коллинеарная дифракция на затухающей акустической волне

В оптически изотропных средах, таких как кубические кристаллы, возможна реализация только высокочастотного коллинеарного АО взаимодействия. Поэтому в данном разделе анализ проводился для двулучепреломляющих кристаллов. Как известно, при затухании акустической волны размер области эффективного взаимодействия электромагнитной и акустической волн будет меньше, чем при отсутствии затухания звуковой волны [47]. Из соотношения (2.44) следует, что это в свою очередь приведёт к расширению полосы ΔZ АО взаимодействия. Поскольку при коллинеарной дифракции волновые векторы электромагнитной и акустической волн параллельны, то возникает проблема расположения пьезоэлемента таким образом, чтобы он не препятствовал распространению электромагнитных волн.

Как правило, эта задача решается за счёт использования отражения акустической волны от боковой грани кристалла. Если среда обладает сильной акустической анизотропией и относительно небольшим показателем преломления, например, парателлурит TeO₂ или молибдат кальция CaMoO₄, то возможно подобрать такой срез кристалла, при котором угол падения акустической волны достаточно велик $\psi_s \gtrsim 1$ [90]. В этом случае расстояние, пройденное падающей акустической волной, будет минимально. Если акустическая анизотропия слабо выражена, и показатель преломления существенно больше единицы, как в германии Ge, то $\psi_s \ll 1$ приходится или располагать пьезоэлемент на пути падающей электромагнитной волны, что иногда нежелательно, или помещать его как можно дальше от области отражения на противоположной грани. Таким образом, необходимо рассмотреть четыре возможных случая в зависимости от направления распространения электромагнитной волны по отношению к акустической $(\vec{k}_0 \uparrow \vec{K}$ или $\vec{k}_0 \uparrow \downarrow \vec{K})$ и от того, происходит ли дифракция на отражённой акустической волне ($\psi_s \ll 1$).

Рассмотрим случай, когда можно пренебречь затуханием акустической волны до отражения от боковой грани и все взаимодействующие волны распространются в одном направлении (см. рисунок 2.11).



Рисунок 2.11 — Коллинеарная АО дифракция на затухающей акустической волне при сонаправленности волновых векторов падающей электромагнитной

и звуковой волн: а) ход лучей в АО ячейке и б) векторная диаграмма

Для анализа коллинеарного AO взаимодействия удобно ввести безразмерные переменные:

$$X = \alpha/q,$$
 $Y = qL,$ $Z = \eta/q,$ $W = \alpha_s/q,$ (2.45)

где α_s – коэффициент затухания акустической волны ($P_a \propto \exp(-\alpha_s x)$), а α – коэффициент поглощения электромагнитного излучения ($I \propto \exp(-\alpha x)$).

Запишем уравнения связанных мод в случае, когда можно пренебречь изменением амплитуды акустической волны до отражения, или же отражение не используется:

$$\frac{dC_0}{d\xi} = -\frac{XY}{2}C_0 + i\frac{Y}{2}C_1 \exp\left(\frac{-WY\xi}{2}\right) \exp(iZY\xi), \quad C_0(0) = 1,
\frac{dC_1}{d\xi} = -\frac{XY}{2}C_1 + i\frac{Y}{2}C_0 \exp\left(\frac{-WY\xi}{2}\right) \exp(-iZY\xi), \quad C_1(0) = 0.$$
(2.46)

Решение данной системы уравнений может быть представлено через функции Бесселя первого и второго рода $J_{\nu}(x)$ и $Y_{\nu}(x)$ комплексного порядка и аргумента, являющихся решением уравнения Бесселя:

$$x^{2}\frac{d^{2}y}{dx^{2}} + x\frac{dy}{dx} + (x^{2} - \nu^{2})y = 0.$$
(2.47)

К сожалению, использование данных выражений для амплитуд C_0 и C_1 сопряжено с некоторыми трудностями. Во-первых, далеко не на всех языках программирования существуют библиотеки, позволяющие рассчитывать функции Бесселя с комплексными порядком и аргументом. Во-вторых, при некоторых значениях порядка и аргумента существенно возрастает погрешность вычисления функций Бесселя. Первую трудность можно обойти, например, воспользовавшись такими коммерческими продуктами как Maplesoft Maple или Wolfram Mathematica, а вторую – только существенно увеличив время вычисления или применив изощрённые математические методы [91;92]. Поэтому мы необходимо либо использовать численное решение исходной системы уравнений, либо рассматривать частные случаи, когда возможно получить более простое аналитическое решение.

При Z = 0 (синхронное взаимодействие) можно получить следующее аналитическое решение данной системы :

$$I_{0} = \exp(-XY)\cos^{2}\left\{\frac{1}{W}\left[1 - \exp\left(-\frac{1}{2}WY\right)\right]\right\},$$

$$I_{1} = \exp(-XY)\sin^{2}\left\{\frac{1}{W}\left[1 - \exp\left(-\frac{1}{2}WY\right)\right]\right\}.$$
(2.48)

График зависимости $I_1(Y,W)$ для прозрачной среды приведён на рисунке 2.12. Из него следует, что при $W \neq 0$ первый максимум функции $I_1(Y)$ достигается при большем значении Y. Как показывает расчёт, данное утверждение справедливо при любом значении W. Отметим, что при $W \ge 0.6$ функция $I_1(Y)$ имеет достаточно широкую плато-образную область, в которой её значение изменяется не более, чем на несколько процентов.

При нарушении условия брэгговского синхронизма и малой эффективности дифракции выражение для интенсивности электромагнитной волны в первом порядке имеет вид:

$$I_1 = \frac{\exp[-Y(W+X)]}{W^2 + 4Z^2} \left\{ \sin^2(ZY) + \left[\exp\left(\frac{1}{2}WY\right) - \cos(ZY) \right] \right\}.$$
 (2.49)

Как видно из уравнения (2.49), при малой эффективности дифракции полоса АО взаимодействия ΔZ не зависит от коэффициента поглощения электромагнитной волны X, поскольку член $\exp[-(X+W)Y]$ является лишь масштабирующим множителем. Численный расчёт показывает, что наличие поглощения электромагнитной волны не влияет на ΔZ , и кроме этого: 1) при малых значениях W полоса зависит только от Y, 2) при больших значениях – только от W:

$$\Delta Z^{(1)} = \frac{0.28\pi^2}{Y}, \qquad \qquad \Delta Z^{(2)} = \frac{W}{2}. \tag{2.50}$$

Более детальное исследование показало, что существует выражение для функции $\Delta Z(W,Y)$, которое позволяет рассчитывать полосу АО взаимодействия при произвольных значениях параметров W и $0 \leq Y \leq \pi$. Численная аппроксимация производилась функцией гиперболического типа $\Delta Z =$



Рисунок 2.12 — Зависимость эффективности АО взаимодействия I_1 от параметров Y и W в оптически прозрачной среде



Рисунок 2.13 — Зависимость эффективности АО взаимодействия I_1 от Y и при различных значениях W в оптически прозрачной среде

 $\sqrt[4]{(W/b)^4 + (a\pi^2/Y)^4}$ с помощью метода наименьших квадратов. В результате получены значения коэффициентов *a* и *b*, дающие погрешность не более 6%: *a* = 0.2929 ± 0.0008 и *b* = 2.00050 ± 0.00010. Таким образом, наиболее общее выражение для полосы АО взаимодействия имеет вид:

$$\Delta Z = \sqrt[4]{\left(\frac{W}{2}\right)^4 + \left(\frac{0.29\pi^2}{Y}\right)^4}.$$
(2.51)

Взяв производную от $I_1(Y, W)$ по Y, можно получить соотношение для оптимальной длины Y^{opt} :

$$Y^{\text{opt}} = \frac{2}{W} \ln\left(1 + \frac{W}{X}\right), \quad L^{\text{opt}} = \frac{2}{\alpha_s} \ln\left(1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_l}\right). \tag{2.52}$$

Таким образом, при наличии поглощения электромагнитных волн в среде и малой эффективности АО взаимодействия оптимальная длина Y^{opt} убывает с ростом параметра W, а при большой - возрастает. Поэтому зависимость $Y^{\text{opt}}(W)$ должна иметь максимум. Проведённый анализ показал, что в области W < 1 и X < 3 полученное аналитическое выражение для Y^{opt} даёт погрешность более 5% и поэтому не может быть использовано. В этой области необходим численный расчёт, результаты которого приведены на рисунке 2.15. Положение максимума функции $Y^{\text{opt}}(W)$ зависит от коэффициента поглощения электромагнитного излучения X: при $X = 10^{-8}$ он достигается при W = 0.65, а при X > 0.72– при W = 0. На рисунке 2.14 приведён график зависимости максимально достижимой интенсивности $I_1^{\text{opt}}(W,X)$, соответствующей рассчитанным значениям оптимальной длины Y^{opt} .

Если исходная электромагнитная вона распространяется навстречу звуковой волне $(\vec{k_0} \uparrow \downarrow \vec{K})$, то уравнения связанных мод имеют следующий вид:

$$\frac{dC_0}{d\xi} = -\frac{XY}{2}C_0 + i\frac{Y}{2}C_1 \exp\left[\frac{-WY(1-\xi)}{2}\right] \exp(iZY\xi), \quad C_0(0) = 1,$$

$$\frac{dC_1}{d\xi} = -\frac{XY}{2}C_1 + i\frac{Y}{2}C_0 \exp\left[\frac{-WY(1-\xi)}{2}\right] \exp(-iZY\xi), \quad C_1(0) = 0.$$
 (2.53)

Аналитическое решение данной системы идентично решению уравнений 2.46 при $\vec{k_0} \uparrow \vec{K}$. Таким образом, можно утверждать, что интенсивность I_1 и полоса АО взаимодействия ΔZ не зависят от направления волновых векторов $\vec{k_0}$ и \vec{K} .



Рисунок 2.14 — Зависимость оптимальной эффективности АО взаимодействия $I_1^{\rm opt}$ от коэффициентов поглощения света Xи затухания звукаW



Рисунок 2.15 — Зависимость оптимальной длины $Y^{\rm opt}$ от коэффициентов поглощения света Xи затухания звукаW

2.2.4 Прямая коллинеарная дифракция на затухающей отражённой акустической волне

При дальнейшем анализе предполагалось, что акустическая волна распространяется после отражения в положительном направлении оси $O\xi$ и её затуханием до отражения пренебречь нельзя. Схема АО взаимодействия при условии, что волновые вектора взаимодействующих волн сонаправлены ($\vec{k}_0 \uparrow \uparrow \vec{K}$), приведена на рисунке 2.16.



Рисунок 2.16 — Коллинеарная АО дифракция на отражённой затухающей акустической волне: а) ход лучей в АО ячейке и б) векторная диаграмма

Система уравнений связанных мод для рассматриваемой геометрии AO взаимодействия записывается в виде:

$$\frac{dC_0}{d\xi} = -\frac{XY}{2}C_0 + i\frac{Y}{2}C_1 \exp\left[\frac{-WY(\xi+1)}{2}\right] \exp(iZY\xi), \quad C_0(0) = 1,$$

$$\frac{dC_1}{d\xi} = -\frac{XY}{2}C_1 + i\frac{Y}{2}C_0 \exp\left[\frac{-WY(\xi+1)}{2}\right] \exp(-iZY\xi), \quad C_1(0) = 0.$$
 (2.54)

Можно показать, что при выполнении условия синхронизма (Z = 0) справедливы следующие выражения для интенсивности электромагнитных волн на выходе из кристалла:

$$I_{0} = \exp(-XY)\cos^{2}\left\{\frac{1}{W}\left[\exp(-WY) - \exp\left(-\frac{WY}{2}\right)\right]\right\},$$

$$I_{1} = \exp(-XY)\sin^{2}\left\{\frac{1}{W}\left[\exp(-WY) - \exp\left(-\frac{WY}{2}\right)\right]\right\}.$$
(2.55)

По полученному соотношению (2.55) был построена зависимость $I_1(Y, W)$ для прозрачной среды, который приведён на рисунке 2.17. Из графика видно, что при малых значениях безразмерной длины AO взаимодействия Y величина I_1 практически не зависит от значения коэффициента затухания акустической волны W. Однако при увеличении Y влияние затухания звука сказывается сильнее на эффективности AO взаимодействия.

На рисунке 2.18 приведена функция $I_1(Y)$ при различных значениях коэффициента поглощения W. Из него следует, что при W < 0.1 заметных изменений не происходит, а при W > 0.3 затухание звука настолько велико, что не позволяет использовать большие длины АО взаимодействия. Ещё одной особенностью является область насыщения функции $I_1(Y)$ при W = 0.16. Как видно из рисунка 2.17, указанная область ограничена, а оптимальное значение Y^{opt} не превышает 10.

Если условие синхронизма нарушено $(Z \neq 0)$, то аналитическое решение удаётся получить лишь при малой эффективности дифракции. В этом случае можно воспользоваться методом заданного поля и считать, что комплексная амплитуда C_0 не зависит от амплитуды C_1 , но экспоненциально уменьшается с расстоянием из-за наличия поглощения. Итоговое выражение для интенсивности дифрагированного излучения имеет вид:

$$I_1 = \frac{\exp[-(X+2W)Y]}{W^2 + 4Z^2} \left\{ \sin^2(ZY) + \left[\exp\left(\frac{1}{2}WY\right) - \cos(ZY) \right]^2 \right\}$$
(2.56)

и отличается от (2.49) лишь на экспоненциальный множитель $\exp(-WY)$, который задаёт начальную амплитуду акустической волны при использовании отражения и не влияет на полосу АО взаимодействия ΔZ .

Из уравнений (2.55) и (2.56) видно, что учёт поглощения электромагнитной волны, как и ранее, приводит к появлению экспоненциального множителя в решении. Продифференцировав (2.56) по Y при Z = 0, нетрудно получить аналитические выражение для оптимальной длины AO взаимодействия:

$$Y^{\text{opt}} = \frac{2}{W} \ln \left(1 + \frac{W}{X + W} \right), \qquad L^{\text{opt}} = \frac{2}{\alpha_s} \ln \left(1 + \frac{\alpha_s}{\alpha_l + \alpha_s} \right), \qquad (2.57)$$

причём при W = 0 оно переходит в ранее полученные соотношения (2.40, 2.41).

На рисунке 2.20 приведена численно рассчитанная зависимость $Y^{\text{opt}}(X,W)$ для первого максимума функции $I_1(Y)$. Как показал расчёт, при X > 3 и W > 0.25 эффективность дифракции меньше 2.5%, и погрешность в определении Y^{opt} составляет не более 5%. Внутри области X < 3 и W < 0.25 режим малой эффективности дифракции не соблюдается, и наблюдается локальный максимум функции $Y^{\text{opt}}(X,W)$: $Y^{\text{opt}} = 8.7$ при X = 0 и W = 0.16. Данный максимум является очень узким, поэтому на рисунке 2.20 приведены срезы предыдущего графика несколькими плоскостями X = const. Как видно, положение максимума зависит от значения X таким же образом, как и при дифракции на акустической волне, затуханием которой до отражения от боковой грани можно пренебречь (см. рисунок 2.15). Для полученных значений оптимальной длины была рассчитана максимально достижимая интенсивность в первом дифракционном порядке, зависимость которой от W при различных значений X приведена на рисунке 2.19.

В том случае, когда электромагнитная волна нулевого дифракционного порядка распространяется навстречу акустической ($\vec{k}_0 \uparrow \downarrow \vec{K}$), потребуем, чтобы граничные условия на амплитуды электромагнитных волн остались прежними. Поэтому необходимо, чтобы направление оси $O\xi$ совпадало с направлением волнового вектора падающей на звуковую решётку электромагнитной волны. После ряда преобразований можно получить следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{dC_0}{d\xi} = -\frac{XY}{2}C_0 + i\frac{Y}{2}C_1 \exp\left[\frac{-WY(2-\xi)}{2}\right] \exp(iZY\xi), \quad C_0(0) = 1,$$

$$\frac{dC_1}{d\xi} = -\frac{XY}{2}C_1 + i\frac{Y}{2}C_0 \exp\left[\frac{-WY(2-\xi)}{2}\right] \exp(-iZY\xi), \quad C_1(0) = 0.$$
 (2.58)

Анализ полученных выражений показывает, что смена направления волнового вектора исходной электромагнитной волны \vec{k}_0 относительно волнового вектора акустической волны \vec{K} на противоположной не влияет на эффективность АО взаимодействия при брэгговском синхронизме и не сказывается на величине полосы ΔZ . Таким образом, можно сделать вывод о полной идентичности решений систем уравнений (2.54) и (2.58).



Рисунок 2.17 — Зависимость интенсивност
и I_1 от длины АО взаимодействия Yи за
тухания звукаWв оптически прозрачной среде



Рисунок 2.18 — Зависимость интенсивност
и I_1 от длины АО взаимодействия Yи при различных значениях за
тухания звука Wв оптически прозрачной среде

67



Рисунок 2.19 — Зависимость оптимальной интенсивности I_1^{opt} от коэффициентов поглощения света X и затухания звука W



Рисунок 2.20 — Зависимость оптимальной длины AOB $Y^{\rm opt}$ от затухания звука Wпри различных значениях поглощения излучения X

2.2.5 Обратная коллинеарная акустооптическая дифракция на акустической волне постоянной амплитуды

В данном разделе рассмотрена так называемая обратная дифракции. Под термином "обратная" подразумевается, что дифрагированная и исходная электромагнитные волны распространяются в противоположных направлениях. На рисунке 2.21 приведены векторные диаграммы для, иллюстрирующие этот особый тип дифракции. Из этих диаграмм следует, что длины волновых векторов света и звука отличаются в 2 раза. Обратная коллинеарная дифракция может быть реализована как в двулучепреломляющих, так и в оптически изотропных средах, при этом частота F акустической волны должна быть экстремально высокой. Так в видимом диапазоне частота F может достигать нескольких десятков гигагерц, в то время как в TГц диапазоне она будет составлять уже сотни мегагерц.



Рисунок 2.21 — Обратная коллинеарная АО дифракция: а) +1 порядок и б) -1 порядок

Устройства, в которых применяется данный тип дифракции, используются достаточно давно в голографии и волоконной оптике и называются брэгговскими отражателями [1;27;93]. Их отличительной особенностью является апериодическая зависимость интенсивности I_1 электромагнитной волны в первом дифракционном порядке от безразмерной длины АО взаимодействия Y = qL. Если считать, что среда оптически прозрачна, а дифракция происходит на плоской монохроматической незатухающей акустической волне, то зависимость $I_1(Y)$ имеет вид квадрата гиперболического тангенса [1]:

$$I_0(\xi = 1) = \frac{4\exp(Y)}{[\exp(Y) + 1]^2}, \qquad I_1(\xi = 0) = \tanh^2\left(\frac{Y}{2}\right).$$
(2.59)

Поведение функции tanh(x) таково, что она не имеет осцилляций и, выходя из начала координат по линейному закону, стремится к единице при увеличении её аргумента (см. рисунок 2.22). Данное свойство может быть использовано для создания АО фильтров с высоким разрешением, в которых будет отсутствовать обратная перекачка энергии из первого дифракционного порядка в нулевой, характерная для прямой коллинеарной дифракции [94].

Для того, чтобы определить полосу AO взаимодействия, необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\frac{dC_0}{d\xi} = i\frac{Y}{2}C_1 \exp(iZY\xi), \qquad C_0(0) = 1,
\frac{dC_1}{d\xi} = -i\frac{Y}{2}C_0 \exp(-iZY\xi), \quad C_1(1) = 0.$$
(2.60)

На рисунке 2.23 приведёна зависимость $I_1(Y, Z)$, полученная в результате численного расчёта. Из графика видно, что осцилляции появляются лишь при больших величинах расстройки Z > 1, когда интенсивность I_1 оказывается на несколько порядков меньше, чем при выполнении условия брэгговского синхронизма. Кроме того, при больших значениях Y > 10 полоса ΔZ практически не зависит от Y.

Численный расчет полосы AO взаимодействия ΔZ для значений безразмерной длины AO взаимодействия Y, лежащих в диапазоне 0 < Y < 1, даёт результат:

$$\Delta Z = \frac{0.28\pi^2}{Y}.\tag{2.61}$$

Дополнительный анализ зависимости $I_1(Y,Z)$ (см. рисунок 2.23) показал, что, кроме эффекта насыщения интенсивности дифрагированной волны в первом дифракционном порядке, обратная коллинеарная дифракция на акустической волне постоянной амплитуды имеет ещё одну характерную только для данного режима черту. Она состоит в том, что безразмерная полоса АО взаимодействия не может быть меньше, чем некоторое число. В связи с этим была проведена аппроксимация функции $\Delta Z(Y)$ в более широком диапазоне значений 0 < Y < 15. Наилучший результат, обеспечивающий относительную погрешность не более 6%, дала следующая функция:

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\frac{0.28\pi^2}{Y}\right)^2 + \Delta Z_0^2}, \qquad \Delta Z_0 = 1.108 \pm 0.012. \qquad (2.62)$$



Рисунок 2.22 — Зависимость интенсивности электромагнитной волны в нулевом и первом дифракционных порядках от безразмерной длины АО взаимодействия



Рисунок 2.23 — Зависимость интенсивност
и I_1 от длины АО взаимодействия Yи расстройк
иZв прозрачной среде

Если учесть поглощение электромагнитных волн в среде, то достаточно простое выражение для интенсивностей I_0 и I_1 получается лишь при выполнении условия брэгговского синхронизма Z = 0:

$$I_{0} = \frac{4(X^{2}+1)\exp(Y\sqrt{X^{2}+1})}{\left[(\sqrt{X^{2}+1}+X)\exp(Y\sqrt{X^{2}+1}) - X + \sqrt{X^{2}+1}\right]^{2}},$$

$$I_{1} = \frac{\left[\exp(Y\sqrt{X^{2}+1}) - 1\right]^{2}}{\left[(\sqrt{X^{2}+1}+X)\exp(Y\sqrt{X^{2}+1}) - X + \sqrt{X^{2}+1}\right]^{2}}.$$
(2.63)

Как видно из приведённых уравнений, коэффициент поглощения X входит в выражения для I_0 и I_1 более сложным образом, чем при прямой коллинеарной или ортогональной АО дифракции. Даже в случае малой эффективности АО взаимодействия не удаётся разделить переменные X и Z:

$$I_1 = \frac{1 + \exp(2XY) - 2\cos(ZY)\exp(XY)}{4(X^2 + Z^2)}\exp(-2XY).$$
(2.64)

Данный факт приводит к тому, что полоса АО взаимодействия ΔZ зависит не только от длины Y, но и от коэффициента поглощения X. Численный расчёт показывает, что наличие поглощения электромагнитных волн в среде не приводит к осцилляциям, и максимальное значение функции $I_1(Y)$ достигается по-прежнему на бесконечности. Численное моделирование показывает, что при малых значениях длины АО взаимодействия Y и коэффициента поглощения Xвеличина полосы ΔZ зависит только от Y, при больших – наоборот, только от X:

$$\Delta Z = \frac{0.28\pi^2}{Y} (Y, X \ll 1), \qquad \Delta Z = X (Y, X \gg 1). \qquad (2.65)$$

Используя метод наименьших квадратов, была проведена аппроксимация зависимости $\Delta Z(X,Y)$ функциями, предельные значения которых были найдены ранее. Наиболее удачной оказалась гиперболическая зависимость четвёртой степени, обеспечивающая относительную погрешность не более 7%:

$$\Delta Z = \sqrt[4]{X^4 + \left[\left(\frac{0.28\pi^2}{Y}\right)^2 + 1.1^2\right]^2}.$$
(2.66)

В области значений $Y > \pi$ и X > 100 указанная погрешность существенно возрастает, и аппроксимация гиперболической зависимостью не применима.
Более того, в этой области эффективность АО взаимодействия много меньше единицы, а зависимость $I_1(\Delta Z)$ имеет вид гармонической функции. Таким образом, полученные ранее соотношения могут быть использованы для описания работы большинства типов АО устройств. В тоже время, при использовании экстремально больших мощностей акустической волны возможно проявление необычных эффектов, исследование которых выходит за рамки данной работы.

2.2.6 Обратная коллинеарная акустооптическая дифракция на затухающей акустической волне

Как и в параграфе, посвященном прямой коллинеарной АО дифракции, в данном разделе рассмотрены четыре возможных ситуации, отвечающие различной взаимной ориентации волновых векторов электромагнитной волны нулевого дифракционного порядка \vec{k}_0 и акустической волны \vec{K} , а также возможности использования отражения акустической волны.

2.2.6.1 Обратная дифракция при сонаправленности волнового вектора акустической волны и волнового вектора электромагнитной волны нулевого дифракционного порядка

Если в эксперименте не используется отражение акустической волны и волновой вектор электромагнитной волны сонаправлен с волновым вектором акустической волны $\vec{k_0} \uparrow \vec{K}$ (см. рисунок 2.24), то при обратной коллинеарной дифракции уравнения связанных мод записываются следующим образом:

$$\frac{dC_0}{d\xi} = -\frac{XY}{2}C_0 + i\frac{Y}{2}C_1 \exp\left(\frac{-WY\xi}{2}\right) \exp(iZY\xi), \quad C_0(0) = 1,$$

$$\frac{dC_1}{d\xi} = \frac{XY}{2}C_1 - i\frac{Y}{2}C_0 \exp\left(\frac{-WY\xi}{2}\right) \exp(-iZY\xi), \quad C_1(1) = 0.$$
 (2.67)



Рисунок 2.24 — Обратная коллинеарная АО дифракция при распространении акустической и падающей электромагнитной волны в одном и том же направлении: а) ход лучей в АО ячейке и б) векторная диаграмма

Аналитическое решение системы (2.67) в общем случае выражается через модифицированные функции Бесселя комплексного порядка и аргумента, а итоговая формула, даже при введении новых обозначений для сокращении записи, занимает не одну страницу. При выполнении условия брэгговского синхронизма (Z = 0) выражения для $I_0(\xi = 1)$ и $I_1(\xi = 0)$ имеют вид:

$$1) \mathbf{v} \leqslant \frac{1}{2}:$$

$$I_{0} = \left[\frac{I_{\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1}) + I_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})}{I_{\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{2})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1}) + I_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{2})}\right]^{2} \exp\left(-\frac{1}{2}WY\right),$$

$$I_{1} = \left[\frac{I_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{2})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1}) - I_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{2})}{I_{\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{2})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1}) + I_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{2})}\right]^{2},$$

$$(2.68)$$

$$I_{0} = \left[\frac{I_{-\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1}) + I_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})}{I_{-\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{2}) + I_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{2})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})}\right]^{2} \exp\left(-\frac{1}{2}WY\right),$$

$$I_{1} = \left[\frac{I_{-\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{2})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1}) - I_{-\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{2})}{I_{-\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{2}) + I_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{2})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})}\right]^{2}.$$

В формуле (2.68) введены следующие обозначения:

$$\mathbf{v} = \frac{X}{W}, \qquad x_1 = \frac{1}{W} \exp\left(-\frac{1}{2}WY\right), \qquad x_2 = \frac{1}{W}, \qquad (2.69)$$

а $I_{\nu}(x)$ и $K_{\nu}(x)$ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода соответственно, являющиеся решением уравнения Бесселя:

$$x^{2}\frac{d^{2}y}{dx^{2}} + x\frac{dy}{dx} - (x^{2} + \nu^{2})y = 0.$$
 (2.70)

При малой эффективности АО взаимодействия удаётся получить более простое выражение для *I*₁, не содержащее функций Бесселя:

$$I_1 = \frac{1 + \exp[-2Y(W/2 + X)] - 2\exp[-Y(W/2 + X)]\cos(ZY)}{4(W/2 + X)^2 + 4Z^2}.$$
 (2.71)

Проведённый численный расчёт показал, что максимальная эффективность дифракции достигается при $Y^{\text{opt}} = \infty$. Это объясняется следующим образом. Во-первых, при увеличении длины АО взаимодействия Y обратная перекачка энергии из первого дифракционного порядка в нулевой не приводит к уменьшению интенсивности I_1 . Во-вторых, интеграл перекрытия электромагнитного и акустического полей растёт с увеличением Y. И в-третьих, в данном случае нет никакого фактора, ограничивающего рост I_1 , как, например, при ортогональной или прямой коллинеарной геометрии, когда наличие поглощения излучения приводит к необходимости уменьшать область АО взаимодействия.

При АО дифракции в прозрачной среде (X = 0) итоговые соотношения существенно упрощаются и представляют собой квадрат обратного гиперболического косинуса для интенсивности в нулевом дифракционном порядке и квадрат гиперболического тангенса для интенсивности в первом порядке:

$$I_0 = \cosh^{-2}\left[\frac{1 - \exp(WY/2)}{W}\right], \qquad I_1 = \tanh^2\left[\frac{1 - \exp(WY/2)}{W}\right].$$
(2.72)

Построенный по данным формулам график приведён на рисунке 2.25. Из него видно, что затухание акустической волны оказывает приблизительно такое же влияние на эффективность AO взаимодействия, как и поглощение электромагнитных волн. Численный расчёт позволил определить величину полосы AO взаимодействия и построить график $\Delta Z(Y, W)$, который представлен на рисунке 2.26. Отметим, что наличие затухания акустической волны позволяет получить полосу AO взаимодействия меньше единицы $\Delta Z < 1$ в области значений Y > 4 и $W \approx 0.6$. Платой за это будет уменьшение эффективности AO взаимодействия на $\Delta I_1 = 10 \div 15\%$ относительно уровня, соответствующего W = 0. Столь малая величина ΔI_1 связана с тем, что при W < 1 интенсивность электромагнитной волны в первом порядке I_1 практически не зависит от W (см.



Рисунок 2.25 — Зависимость интенсивност
и I_1 от длины взаимодействия Yи затухания звук
аWв прозрачной среде



Рисунок 2.26 — Зависимость полосы АО взаимодействия
 ΔZ от длины взаимодействия Yи затухания звук
аWв прозрачной среде

рисунок 2.25). Минимальное значение полосы составляет $\Delta Z = 0.7$ и наблюдается при величине коэффициента затухания акустической волны W = 0.7(совпадение численных значений случайно).

Как видно из графиков, приведённых на рисунках 2.25 и 2.26, при относительно больших значениях коэффициента W полоса, в которой наблюдается эффективное AO взаимодействие, и интенсивность электромагнитной волны в первом дифракционном порядке зависят только от того, насколько велико затухание акустической волны. Численный расчёт даёт следующие выражения:

$$I_1 = \frac{1}{W^2},$$
 $\Delta Z = \frac{1}{2}W.$ (2.73)

Точно такой же результат был получен при рассмотрении прямой коллинеарной АО дифракции. Поэтому можно сделать вывод о том, что эффективная длина АО взаимодействия оказывает в обоих случаях одинаковое влияние на полосу ΔZ . Некоторые особенности обратной коллинеарной дифракции, как сужение полосы ΔZ , проявляются лишь при слабом затухании акустической волны. С точки же зрения эффективности АО взаимодействия, режим обратной коллинеарной АО дифракции является более предпочтительным. Это связано с тем, что при прямой коллинеарной АО дифракции интенсивность электромагнитной волны в первом порядке гораздо быстрее спадает при увеличении коэффициента затухания акустической волны W. Кроме этого, если при заданном коэффициенте поглощения электромагнитной волны Х увеличивать длину АО взаимодействия Y, то в режиме прямой коллинеарной АО дифракции при превышении некоторого оптимального значения $Y > Y^{\text{opt}}$ интенсивность I_1 уменьшается, в то время как при обратной коллинеарной дифракции можно и далее увеличивать Y, поскольку дифрагированная волна распространяется в обратном направлении и поэтому проходит меньшее расстояние, чем при прямой коллинеарной дифракции.

Как было отмечено выше, величина полосы АО взаимодействия является сложной функцией от параметров X, Y и W. Для уточнения вида этой функции для каждого наперёд заданного значения Y численно рассчитывался график $\Delta Z(X,W)$ на сетке 0 < (X,W) < 100. Расчёт показал, что полоса изменяется лишь в определённом направлении при смещении расчётной точки на плоскости (X,W). Данный факт связан с тем, что при малой эффективности АО взаимодействия параметры X и W входят в выражение для интенсивности лишь в комбинации (X + W/2). Это позволило использовать две наиболее простые модели:

$$\Delta Z = a_1 \left(X + \frac{W}{2} \right) + a_0, \qquad \Delta Z = b_2 \left(X + \frac{W}{2} \right)^2 + b_0.$$
 (2.74)

В таблице 2.1 приведены коэффициенты для указанных моделей, рассчитанные численно с использованием метода наименьших квадратов, а также коэффициенты корреляции r. Как видно из значений r, линейная модель хорошо работает при Y > 0.1, в то время как квадратичная – при Y < 0.1.

Y _{col}	a_0	<i>a</i> ₁	r	$\boldsymbol{b_0}$	b ₂	r
0,001	2783	0,01292	0,9467	2783	0.00008520	1
0,002	1391	0,02582	0,9465	1392	0,0001700	1
0,004	694,0	0,05166	0,9466	695,8	0,0003410	1
0,008	344,7	0,1037	0,9462	347,9	0,0006840	1
0,01	274,3	0,1299	0,9459	278,3	0,0008580	1
0,02	130,9	0,2646	0,9435	139,0	0,001750	0,9999
0,04	52 <i>,</i> 39	0,5490	0,9473	69,19	0,003630	0,9999
0,08	13,58	0,8645	0,9824	40,35	0,005540	0,9823
0,1	8,203	0,9162	0,9881	36,98	0,005810	0,9717
0,2	1,714	0,9819	0,9983	33,26	0,006130	0,9501
0,4	0,4182	0,9955	0,9997	33,16	0,006240	0,9479
0,8	0,2487	0,9954	1	33,19	0,006220	0,9457
1	0,0977	0,9990	1	32,44	0,006200	0,9410
2	0,03423	0,9997	1	32,43	0.006200	0.9400
4	0,03352	0,9995	0,9814	32,41	0,006200	0,9003
8	2,985	0,9467	0,9902	34,34	0,005780	0,9003

Таблица 2.1 — Зависимость коэффициентов линейной и квадратичной моделей для расчёта полосы АО взаимодействия Z от безразмерной длины Y

В результате анализа данных численного расчёта получены следующие аналитические выражения для полосы АО взаимодействия:

$$Y \leq 0.1: \quad \Delta Z = 0.09Y \left(X + \frac{W}{2} \right)^2 + \frac{0.28\pi^2}{Y},$$

$$Y > 0.1: \quad \Delta Z = X + \frac{W}{2} + \frac{0.28\pi^2}{Y}.$$
(2.75)

Численное моделирование позволило установить, что при малых значениях $X, W \approx 1$ наблюдается локальный минимум полосы ΔZ , положение которого зависит от величины Y и не может быть описано в рамках приведённых моделей при $Y \ge 0.01$. Поэтому необходимо усложнить вид аппроксимирующей функции до поверхности второго порядка, а при больших значениях длины AO взаимодействия Y > 4 – до поверхности четвёртого порядка.

Анализ показал, что для определения универсальной аппроксимирующей функции необходимо изменять диапазон значений X и W при изменении параметра Y. Пусть длина AO взаимодействия порядка одного сантиметра $L \approx 1$ см, а интенсивность в первом дифракционном порядке больше, чем $I_{-1} > 10^{-5}$. В этом случае можно получить оценку величин $Y = y \cdot 10^{-3} = qL$ и $q = y \cdot 10^{-3}$ см⁻¹, где y – некое число, которое больше единицы. При характерных значениях $\alpha, \alpha_s \approx 1$ см⁻¹ можно определить диапазон значений безразмерных параметров $0 \leq X, W \leq 10^3/y$, в котором необходимо проводить аппроксимацию.

Как показано ранее, при малых значения X и W полоса ΔZ описывается квадратичной функцией, а при больших – линейной. Подобными свойствами обладает гипербола, повёрнутая на 45 градусов: $y = \sqrt{x^2 + a_0^2}$. Более детальное исследование показало, что аппроксимация данной функцией даёт значительную погрешность (>10%) при $X, W \approx 0$ из-за того, что в этой области функция $\Delta Z(X,W)$ более полога, чем гипербола. Поэтому было предложено использовать аппроксимацию гиперболой четвёртой степени, которая снизила погрешность до 6%:

$$\Delta Z = \sqrt[4]{\left(X + \frac{W}{2}\right)^4} + \left[\left(\frac{0.28\pi^2}{Y}\right)^2 + 1.1^2\right]^2.$$
 (2.76)

В среде, в которой отсутствует затухание звука, соотношение (2.76) переходит в (2.66). Из него следует, что затухание звука увеличивает полосу АО взаимодействия. Кроме этого, при малой эффективности дифракции параметры X и W входят в выражения для интенсивности I_1 и для полосы ΔZ в виде одной и той же комбинации (X + W/2).

2.2.6.2 Обратная дифракция при противонаправленности волнового вектора акустической волны и волнового вектора электромагнитной волны нулевого дифракционного порядка

В данном разделе проведён анализ обратной дифракции в случае, когда падающая электромагнитная волна распространяется навстречу акустической. Начало координат, как и ранее, задаётся точкой входа электромагнитной волны в область АО взаимодействия, а координатная ось направлена в ту же сторону, что и \vec{k}_0 (см. рисунок 2.27).



Рисунок 2.27 — Обратная коллинеарная АО дифракция: a) ход лучей в АО ячейке и б) векторная диаграмма

Уравнения связанных мод и граничные условия для этой геометрии AO взаимодействия записываются следующим образом:

$$\frac{dC_0}{d\xi} = -\frac{XY}{2}C_0 + i\frac{Y}{2}C_1 \exp\left[\frac{-WY(1-\xi)}{2}\right] \exp(iZY\xi), \quad C_0(0) = 1,$$

$$\frac{dC_1}{d\xi} = \frac{XY}{2}C_1 - i\frac{Y}{2}C_0 \exp\left[\frac{-WY(1-\xi)}{2}\right] \exp(-iZY\xi), \quad C_1(1) = 0.$$
 (2.77)

Можно показать, что в приближении прозрачной среды (X = 0) решение данной системы уравнений совпадает с решением (2.72). Расчёт показывает, что даже если условие брэгговского синхронизма не выполнено $(Z \neq 0)$, то невзаимность при смене направления \vec{k}_0 на противоположное не проявляется.

В поглощающей среде $(X \neq 0)$ решение уравнений связанных мод при синхронном взаимодействии (Z = 0) имеет вид:

$$I_{0} = \left[\frac{I_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{2})K_{-\nu+\frac{1}{2}}(x_{2}) + I_{\nu-\frac{1}{2}}(x_{2})K_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{2})}{I_{\nu-\frac{1}{2}}(x_{2})K_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{1}) + I_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{1})K_{-\nu+\frac{1}{2}}(x_{2})}\right]^{2} \exp\left(\frac{1}{2}WY\right),$$

$$I_{1} = \left[\frac{I_{\nu-\frac{1}{2}}(x_{2})K_{-\nu+\frac{1}{2}}(x_{1}) - I_{\nu-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{-\nu+\frac{1}{2}}(x_{2})}{I_{\nu-\frac{1}{2}}(x_{2})K_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{1}) + I_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{1})K_{-\nu+\frac{1}{2}}(x_{2})}\right]^{2}.$$

$$(2.78)$$

Выражения (2.78) для интенсивностей электромагнитных волн в нулевом и первом дифракционных порядках отличаются от полученных в предыдущем параграфе (2.68). Это позволяет сделать два важных вывода:

- Невзаимность при смене направления распространения электромагнитной волны на противоположное наблюдается только в режиме обратной коллинеарной дифракции;
- 2. Она проявляется лишь в том случае, когда в среде есть поглощение электромагнитных волн и нельзя пренебречь затуханием акустических волн.

Для режима малой эффективности АО взаимодействия было выведено следующее выражение для I_1 при нарушении условия брэгговского синхронизма $(Z \neq 0)$:

$$I_{1} = \frac{\exp(-2XY)}{4(W/2 - X)^{2} + 4Z^{2}} \times$$

$$\times \{1 + \exp[-2Y(W/2 - X)] - 2\exp[-Y(W/2 - X)]\cos(ZY)\}.$$
(2.79)

Продифференцировав выражение для I_1 по параметру Y и приравняв к нулю, можно получить следующее соотношение для оптимальной длины Y^{opt} :

$$Y^{\text{opt}} = \frac{1}{W/2 - X} \ln\left(\frac{W}{2X}\right). \tag{2.80}$$

Из полученного выражения видно, что $Y^{\text{opt}} = \infty$ в отсутствии затухания акустической волны (W = 0) или поглощения электромагнитных волн в среде (X = 0). И только при наличии обоих факторов можно говорить об ограничении оптимальной длины. Это связано с тем, что при увеличении координаты ξ амплитуда электромагнитного поля уменьшается, а акустического, наоборот, – увеличивается. Это приводит к уменьшению интеграла перекрытия указанных полей, чего не было при $\vec{k}_0 \uparrow \uparrow \vec{K}$. Очевидно, что как при бесконечно малой, так и при бесконечно большой длине АО взаимодействия интенсивность в первом порядке будет стремиться к нулю. Таким образом, существует некоторое оптимальное значение Y^{opt} , зависящее от X и W.

Исследование показало, что в области (X,W) < 2 полученное выражение для Y^{opt} даёт погрешность более 5%. Это обусловлено с тем, что связь между электромагнитной и акустической волнами усиливается, и режим малой эффективности дифракции нарушается. Поэтому в этом случае необходимо прибегать к численному расчёту, результаты которого приведены на рисунках 2.28 и 2.29. На рисунках минимальное значение параметра W было ограничено 10^{-2} , поскольку в области малых W оптимальная длина неограниченно возрастает. Как видно из графиков, зависимость $Y^{\text{opt}}(W)$ имеет два максимума. Один из них наблюдается при W = 0 и любом значении X, другой же – лишь при $X < 10^{-2}$.

Для количественного определения невзаимного эффекта удобно использовать величину ΔI_1 , показывающую во сколько раз уменьшается интенсивность I_1 при смене направления распространения исходной электромагнитной волны с $\vec{k}_0 \uparrow \vec{k}$ на $\vec{k}_0 \uparrow \vec{k}$. При выполнении условия брэгговского синхронизма (Z = 0) и малой эффективности дифракции ($I_1 \ll 1$) были установлены следующие соотношения для величины невзаимности:

$$XY \gg 1: \quad \Delta I_1 = \exp(WY),$$

$$WY \gg 1: \quad \Delta I_1 = \exp(2XY),$$

$$WY, XY \ll 1: \quad \Delta I_1 = 1.$$

(2.81)

Последнее из равенств ещё раз подтверждает, что при отсутствии поглощения электромагнитных волн и затухания акустических волн невзаимность отсутствует. Первые же два говорят о том, что можно добиться сколь угодно большой величины невзаимности ΔI_1 . Этому можно дать следующее наглядное объяснение. При $\vec{k}_0 \uparrow \downarrow \vec{K}$ затухающие акустическая и электромагнитные волны распространяются навстречу друг другу и, если затухание обоих волн достаточно велико, то в области сильного акустического поля амплитуда $C_0 \ll 1$, а в области, где $C_0 \approx 1$, акустическое поле очень слабое. В итоге, перекачка энергии из нулевого дифракционного порядка в первый практически отсутствует. В то же время при $\vec{k}_0 \uparrow \uparrow \vec{K}$ в области $\xi \ll 1$ перекачка энергии происходит более интенсивно. Таким образом, ΔI_1 может быть много больше единицы.

Для определения полосы AO взаимодействия, как и в предыдущем параграфе, были использованы две функции для аппроксимации – линейная и



Рисунок 2.28 — Зависимость максимально достижимой эффективности AOB I_1^{opt} от параметра затухания звука W при заданных значениях поглощения излучения



Рисунок 2.29 — Зависимость оптимальной длины $Y^{\rm opt}$ от параметра затухания звука W при различной степени поглощения излучения

квадратичная, но теперь относительно комбинации параметров (X - W/2). Численный расчёт показал, что в линейной функции необходимо взять модуль от аргумента, а квадратичную оставить без изменений:

$$\Delta Z = a_1 \left| X - \frac{W}{2} \right| + a_0, \qquad \Delta Z = b_2 \left(X - \frac{W}{2} \right)^2 + b_0. \qquad (2.82)$$

Значения коэффициентов a_0, a_1, b_0, b_2 , полученные с использованием метода наименьших квадратов для наперёд заданного значения Y, лежащего в диапазоне $0.001 \leq Y \leq 8$, приведены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 — Зависимость коэффициентов линейной и квадратичной моделей для расчёта полосы АО взаимодействия Z от безразмерной длины Y

Y	a_0	<i>a</i> ₁	r	b_0	b ₂	r
0,001	2783	0,004241	0,6539	2783	0,00008486	0,9997
0,002	1392	0,008518	0,6556	1392	0,0001702	0,9999
0,004	695,9	0,01706	0,6559	695,8	0,0003408	1
0,008	348,2	0,03415	0,6558	347,9	0,0006825	1
0,01	278,7	0,04273	0,6557	278,3	0,0008539	1
0,02	140,0	0,08609	0,6548	139,1	0,001722	1
0,04	71,23	0,1766	0,6524	69,5	0,003539	0,9998
0,08	27,45	0,5773	0,9218	34,89	0,00702	0,9988
0,1	19,63	0,6789	0,9401	28,57	0,008155	0,9935
0,2	6,126	0,8891	0,9841	18,58	0,01025	0,9576
0,4	1,717	0,9675	0,997	16,67	0,01092	0,9302
0,6	0,8026	0,9845	0,9990	15,11	0,01105	0,9221
0,8	0,4764	0,9904	0,9995	14,91	0,01109	0,9186
0,9	0,3918	0,9917	0,9996	14,86	0,0111	0,9175
1,0	0,3355	0,9925	0,9997	14,82	0,01110	0,9166
1,5	0,2780	0,9899	0,9999	14,77	0,01105	0,9128
2,0	0,4076	0,9801	0,9998	14,80	0,01091	0,9085
3,0	0,4191	0,9691	0,9991	14,65	0,01079	0,9074
4,0	0,2054	0,9800	0,9998	7,397	0,02184	0,9086
8,0	0,0779	0,9782	0,9980	5,805	0,0273	0,9104

Квадратичная модель оказалась наиболее подходящей при малых значениях длины AO взаимодействия Y, в то время как линейная – при больших. Как видно из таблицы 2.2, величина коэффициента a_0 сильно изменяется в той области значений Y, где коэффициент корреляции r близок к единице. Более точный анализ показал, что функция Z(X,W) во всех точках имеет вторую производную. Поэтому зависимость $a_0(Y)$ должна быть уточнена в области X = W/2. Численный расчёт даёт следующие выражения для полосы АО взаимодействия:

$$Y \leqslant 0.1: \quad \Delta Z = 0.09Y \left(X - \frac{W}{2} \right)^2 + \frac{0.28\pi^2}{Y},$$

$$Y > 0.1: \quad \Delta Z = \left| X - \frac{W}{2} \right| + \frac{0.28\pi^2}{Y}.$$
(2.83)

Проведённая аппроксимация гиперболической зависимостью четвертой степени относительно аргумента (X - W/2) показала, что в этом случае относительная погрешность аппроксимации не превышает 6%:

$$\Delta Z = \sqrt[4]{\left(X - \frac{W}{2}\right)^4} + \left[\left(\frac{0.28\pi^2}{Y}\right)^2 + 1.1^2\right]^2.$$
 (2.84)

Таким образом, доказано, что в режиме обратной коллинеарной дифракции при повороте АО ячейки на 180 градусов относительно падающего излучения полоса АО взаимодействия и интенсивность дифрагированного излучения изменяются. Установлено, что этот невзаимный эффект проявляется только, когда нельзя пренебречь поглощением излучения и затуханием звука. Проведённый анализ показал, что при малой эффективности АО взаимодействия выражения для интенсивности I_1 и полосы ΔZ при условии $\vec{k}_0 \uparrow \downarrow \vec{K}$ зависят от комбинации параметров (X - W/2), в то время как при условии $\vec{k}_0 \uparrow \uparrow \vec{K} -$ от комбинации (X + W/2).

2.2.6.3 Дифракция на отражённой акустической волне при сонаправленности её волнового вектора и волнового вектора падающей электромагнитной

Если показатель преломления среды достаточно велик, необходимо потребовать малости угла падения ($\psi_s \ll 1$) акустической волны на входную оптическую грань АО ячейки. В этом случае до и после отражения акустическая волна проходит примерно равные отрезки пути L, её затуханием до отражения пренебречь нельзя. В этом параграфе проведён анализ для геометрии АО взаимодействия, при которой электромагнитная волна нулевого дифракционного порядка распространяется в том же направлении, что и акустическая ($\vec{k}_0 \uparrow \uparrow \vec{K}$). Схема АО взаимодействия приведена на рисунке 2.30, а система уравнений связанных мод имеет вид:

$$\frac{dC_0}{d\xi} = -\frac{XY}{2}C_0 + i\frac{Y}{2}C_1 \exp\left[\frac{-WY(\xi+1)}{2}\right] \exp(iZY\xi), \quad C_0(0) = 1,$$

$$\frac{dC_1}{d\xi} = \frac{XY}{2}C_1 - i\frac{Y}{2}C_0 \exp\left[\frac{-WY(\xi+1)}{2}\right] \exp(-iZY\xi), \quad C_1(1) = 0.$$
 (2.85)



Рисунок 2.30 — Обратная коллинеарная АО дифракция на отражённой затухающей акустической волне при $\vec{k_0} \uparrow \uparrow \vec{K}$: а) ход лучей в АО ячейке и б) векторная диаграмма

При выполнении условия брэгговского синхронизма (Z = 0) решение данной системы записывается через модифицированные функции Бесселя:

$$1)\mathbf{v} \leqslant \frac{1}{2}: \quad I_{0} = \left[\frac{I_{\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{3})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3}) + I_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3})}{I_{\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3}) + I_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})}\right]^{2} \exp\left(-\frac{1}{2}WY\right), \\ I_{1} = \left[\frac{I_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1}) - I_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3})}{I_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1}) + I_{\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3})}\right]^{2}, \\ 2)\mathbf{v} > \frac{1}{2}: \quad I_{0} = \left[\frac{I_{-\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{3})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3}) + I_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3})}{I_{-\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{3})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1}) + I_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3})}\right]^{2} \exp\left(-\frac{1}{2}WY\right), \\ I_{1} = \left[\frac{I_{-\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3}) - I_{-\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{3})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})}{I_{-\mathbf{v}-\frac{1}{2}}(x_{3})K_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1}) + I_{-\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\mathbf{v}+\frac{1}{2}}(x_{3})}\right]^{2},$$

$$(2.86)$$

где введено следующее обозначение:

$$x_3 = \frac{\exp(-WY)}{W}.$$
(2.87)

Как было показано ранее, в режиме малой эффективности АО взаимодействия интенсивность I_1 пропорциональна мощности акустической волны. Поэтому, решение в данном случае отличается от (2.71) лишь дополнительным экспоненциальным множителем:

$$I_1 = \frac{1 + \exp[-2Y(W/2 + X)] - 2\exp[-Y(W/2 + X)]\cos(ZY)}{4(W/2 + X)^2 + 4Z^2} \times$$
(2.88)

$$\times \exp(-WY). \tag{2.89}$$

Поскольку зависимость от параметра Z осталась прежней, то это приведёт к тому, что полоса AO взаимодействия ΔZ будет также определяться соотношением (2.76). Проведённый численный расчёт показал, что данное утверждение справедливо и при любой эффективности AO взаимодействия:

$$\Delta Z = \sqrt[4]{\left(X + \frac{W}{2}\right)^4} + \left[\left(\frac{0.28\pi^2}{Y}\right)^2 + 1.1^2\right]^2.$$
 (2.90)

Вычислив производную от I_1 по Y и приравняв её к нулю, можно получить следующее выражение для оптимальной длины AO взаимодействия, дающее погрешность менее 5% в области $X \ge 3, W \ge 0.06$:

$$Y^{\text{opt}} = \frac{1}{W/2 + X} \ln\left(\frac{2X}{W} + 2\right).$$
 (2.91)

Из полученного соотношения следует, что в отсутствие затухания акустической волны (W = 0) оптимальная длина, как и ранее, стремится к бесконечности, а в прозрачной среде (X = 0) она обратно пропорциональна W. Таким образом, определяющую роль в ограничении Y^{opt} играет, в основном, затухание акустической волны, в то время как при прямой коллинеарной дифракции необходимо учитывать ещё и поглощение электромагнитных волн. На рисунках 2.31 и 2.32 приведена численно рассчитанная зависимость оптимальной длины Y^{opt} и интенсивности I_1^{opt} от параметров X и W. Из графиков следует, что функция $Y^{\text{opt}}(W)$ имеет локальный максимум, который монотонно смещается в сторону меньших значений W при уменьшении параметра X.



Рисунок 2.31 — Зависимость максимально достижимой интенсивности $I_1^{\rm opt}$ от затухания акустической волны при различной степени прозрачности среды



Рисунок 2.32 — Зависимость оптимальной длины Y^{opt} от затухания акустической волны при различной степени прозрачности среды

2.2.6.4 Дифракция на отражённой акустической волне при противонаправленности её волнового вектора и волнового вектора падающей электромагнитной волны

Для геометрии АО взаимодействия, когда электромагнитная волна нулевого дифракционного порядка распространяется навстречу отражённой звуковой волне $\vec{k}_0 \uparrow \downarrow \vec{K}$, схема дифракции приведена на рисунке 2.33, а система уравнений связанных мод записывается в виде:

Рисунок 2.33 — Обратная коллинеарная АО дифракция на отражённой затухающей акустической волне, распространяющейся навстречу падающей электромагнитной волне: а) ход лучей в АО ячейке и б) векторная диаграмма

a)

При выполнении условия брэгговского синхронизма (Z = 0) получено следующее аналитическое решение системы (2.92):

$$I_{0} = \left[\frac{I_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{1})K_{-\nu+\frac{1}{2}}(x_{1}) + I_{\nu-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{1})}{I_{\nu-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{3}) + I_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{3})K_{-\nu+\frac{1}{2}}(x_{1})}\right]^{2} \exp\left(\frac{1}{2}WY\right),$$

$$I_{1} = \left[\frac{I_{\nu-\frac{1}{2}}(x_{3})K_{-\nu+\frac{1}{2}}(x_{1}) - I_{\nu-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{-\nu+\frac{1}{2}}(x_{3})}{I_{\nu-\frac{1}{2}}(x_{1})K_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{3}) + I_{\nu+\frac{1}{2}}(x_{3})K_{-\nu+\frac{1}{2}}(x_{1})}\right]^{2}.$$

$$(2.93)$$

Если эффективность АО взаимодействия мала, и можно пренебречь изменением амплитуды С₀ при перекачке энергии в первый дифракционный порядок, то интенсивность I_1 будет в $\exp(-WY)$ раз меньше, чем рассчитанная по

формуле (2.79), а величина невзаимности ΔI_1 останется прежней (2.81):

$$I_{1} = \frac{\exp[-2Y(W/2 + X)]}{4(W/2 - X)^{2} + 4Z^{2}} \times$$

$$\times \{1 + \exp[-2Y(W/2 - X)] - 2\exp[-Y(W/2 - X)]\cos(ZY)\}.$$
(2.94)

Поскольку при нарушении условия брэгговского синхронизма множитель $\exp(-WY)$ не влияет на зависимость от параметра расстройки Z, то полоса AO взаимодействия ΔZ будет по-прежнему определяться соотношением (2.84). Проведённый численный расчёт показал, что данное утверждение справедливо и при любой эффективности AO взаимодействия:

$$\Delta Z = \sqrt[4]{\left(X - \frac{W}{2}\right)^4 + \left[\left(\frac{0.28\pi^2}{Y}\right)^2 + 1.1^2\right]^2}.$$
 (2.95)

При малой эффективности дифракции оптимальная длина АО взаимодействия связана с параметрами X и W следующим образом:

$$Y^{\text{opt}} = \frac{1}{W/2 - X} \ln\left(\frac{W}{W/2 + X}\right).$$
 (2.96)

Численный расчёт показывает, что данное соотношение даёт погрешность менее 5% в области X > 3 и W > 0.3 (малая эффективность дифракции). Как видно из результатов расчёта, приведённых на рисунках 2.34 и 2.35, зависимость оптимальной длины и эффективности АО взаимодействия от коэффициента затухания акустической волны имеет приблизительно такой же вид, как и в случае $\vec{k}_0 \uparrow \uparrow \vec{K}$.



Рисунок 2.34 — Зависимость максимально достижимой эффективности АО
В $I_1^{\rm opt}$ от параметров X и W



Рисунок 2.35 — Зависимость оптимальной длины АОВ Y^{opt} от параметра W при различных значениях X вблизи локального максимума

Основные результаты раздела 2.2 Главы 2

Установлено, что в ряде случаев интенсивность дифрагированного излучения убывает при больших длинах акустооптического взаимодействия. Таким образом, существует некоторая оптимальная длина, при которой эффективность дифракции максимальна. Показано, что при синхронном взаимодействии оптимальная длина определяется только свойствами среды и не зависит от мощности акустической волны.

Из результатов численного моделирования следует, что полоса акустооптического взаимодействия также зависит только от свойств среды. Аппроксимация зависимостей для оптимальной длины и полосы акустооптического взаимодействия позволила получить аналитические соотношения для указанных величин, характеризующиеся относительной погрешностью 5%.

Доказано, что в случае обратного коллинеарного синхронного акустооптического взаимодействия при смене направления распространения электромагнитной волны нулевого порядка на противоположное изменяется не только величина интенсивности дифрагированного излучения, но и значение полосы акустооптического взаимодействия. Таким образом, принципиален тот факт, что природа рассмотренного невзаимного эффекта не связана с нарушением условия брэгговского синхронизма в следствие эффекта Доплера. Установлено, что эффект должен проявляться только при одновременном наличии затухания акустической волны и поглощения электромагнитного излучения в среде.

Глава 3. Экспериментальное исследование акустооптического взаимодействия в терагерцевом диапазоне

3.1 Выбор кристаллического материала акустооптической ячейки

Основной трудностью, с которой сталкиваются исследователи при изучении АО взаимодействия в ТГц диапазоне, является непрозрачность многих традиционных материалов АО ячейки, таких как неполярные жидкости, пьезоэлектрики и сегнетоэлектрики. Атмосфера также характеризуется полосами непрозрачности из-за наличия паров воды [95]. Данный фактор является определяющим при выборе длины волны ТГц излучения. На рисунке 3.1 приведёна зависимость коэффициента пропускания 20 см слоя воздуха от длины волны, измеренная в Новосибирском институте ядерной физики. Как следует из указанной зависимости, атмосфера характеризуется двумя окнами прозрачности с центрами около 130 мкм и 140 мкм. Поэтому выполненный цикл исследований проводился с использованием ТГц излучения указанных диапазонов.

На основании литературных данных [13] была построена диаграмма, приведённая на рисунке 3.2, отражающая связь коэффициента поглощения α ТГц излучения и показателя преломления n для всех приведённых в [13] кристаллических сред. Каждая точка на диаграмме соответствует конкретному материалу. Значения n и α приведены для длины волны 130 мкм. Из рисунка 3.2 следует, что большинство кристаллических сред характеризуется значениями коэффициента преломления 2.5 < n < 4. В то же время, можно отметить следующий факт – чем больше показатель преломления n, тем больше коэффициент поглощения α . Очевидно, что рекордные значения показателя преломления достигаются в полосе непрозрачности данного материала, поэтому необходимо искать компромисс между показателем преломления и потерями на поглощение [96].

К сожалению, в справочной литературе [13] не приводятся данные по прозрачности многих акустооптических кристаллов в ТГц диапазоне. Для уточнения указанных свойств были использованы различные образцы, доступные в лаборатории специализации. На предварительном этапе была поставлена задача: определить прозрачен образец на длине волны 130 мкм или нет. Для решения этой задачи был экспериментально определён коэффициент пропускания. Тол-



Рисунок 3.1 — Поглощение ТГц излучения в атмосфере



Рисунок 3.2 — Оптические свойства кристаллических сред в ТГц диапазоне

95

щина образцов составляла от 0.5 см до 1 см. Для просвечивания были использованы следующие монокристаллические образцы: TeO₂, SrTiO₃, As₂Se₃, Hg₂Cl₂, HIO₃, Pb₂MoO₅, Bi₁₂SiO₂₀, LiNbO₃, LiTaO₃, CaCO₃, a также стёкла: Si₂₀Te₈₀, Ge₃₀Se₃₀Te₄₀, Ge₃₀Se₂₀Te₆₀, Ge₂₅Se₁₅Te₆₀.

Исследование показало, что интенсивность прошедшего излучения через все указанные образцы уменьшается более чем в 10^4 раз. Исключение составило лишь стекло Si₂₀Te₈₀, которое при толщине 0.75 см ослабило TГц излучение в 400 раз. Дополнительное изучение ряда работ, посвящённых дисперсии диэлектрических свойств материалов, подтвердило непригодность использования следующих сред: TeO₂ [97], SrTiO₃ [98], As₂Se₃ [99], Bi₁₂SiO₂₀ [13], LiNbO₃ [13], LiTaO₃ [13], CaCO₃ [13].

Поскольку к настоящему времени в литературе отсутствуют данные о фотоупругих свойствах большинства веществ в ТГц диапазоне, то критерием выбора материала для изготовления АО ячейки может являться величина параметра, пропорционального интенсивности дифрагированного излучения:

$$I_1^{\text{norm}} = \frac{\pi^2}{2\lambda^2} \frac{n^6}{\rho V^3} P_a \exp(-\alpha \cdot L), \qquad (3.1)$$

где скорость продольной акустической волны V рассчитывалась по формуле $V = \sqrt{c_{11}/\rho}$, а в качестве L и $P_{\rm a}$ необходимо подставить характерные значения 1 см и 1 Вт. В таблице 3.1 приведены значения плотности ρ , упругой постоянной c_{11} и скорости звука V. Все значения действительной n и мнимой k частей комплексного показателя преломления взяты из справочника под редакцией Палика [13]. На основе указанных литературных данных была рассчитана величина показателя поглощения электромагнитного излучения $\alpha = 4\pi k/\lambda$, а также величина параметра $I_1^{\rm norm}$. Поскольку большинство кристаллических сред оказались непрозрачны на длине волны 130 мкм, то при составлении таблицы 3.1 были выбраны только среды с $\alpha \leq 1$ см⁻¹ и значениями параметра $I_1^{\rm norm}$, отличающимися не более, чем на 2 порядка.

Как следует из таблицы 3.1, наиболее перспективным материалом с точки зрения акустооптики является GaSb. Однако его фотоупругие свойства доподлинно неизвестны даже в видимом диапазоне. Следующие три материала характеризуются примерно одинаковыми значениями параметра I_1^{norm} . Поэтому для проведения исследований целесообразно использовать монокристаллический германий (Ge), так как, во-первых, он характеризуется наиболее простым типом кристаллической решётки (кубическая, класс m3m), а, во-вторых, он по

	ρ,	$c_{11},$	V,		k,	α,	$I_1^{\text{norm}},$
среда	$\Gamma/{ m CM}^3$	10^{11} Пa	км/с	n	10^{-3}	CM^{-1}	10^{-6}
GaSb	5.61 [81]	0.88 [81]	3.97	4.00 [13]	0.72 [13]	0.65	1500
CdTe	6.20 [81]	0.54 [100]	2.94	3.35 [13]	1.16 [13]	1.04	800
AlSb	4.36 [81]	0.89 [81]	4.53	3.37 [13]	0.45 [13]	0.40	600
Ge	5.31 [81]	1.28 [81]	4.92	4.01 [13]	1.43 [13]	1.28	500
Si	2.33 [81]	1.66 [81]	8.43	3.42 [13]	0.55 [13]	0.49	180
LDPE	0.92 [82]		2.40 [82]	1.51 [13]	1.03 [13]	0.92	90
ε-GaSe (e)	5.03 [81]	1.06 [82]	4.60	2.50 [13]	0.62 [13]	0.56	70
GaAs	5.32 [81]	1.19 [81]	4.73	3.62 [13]	3.50 [13]	3.14	40
$\begin{array}{ c c }\hline \alpha -\mathrm{SiO}_2 \\ (e) \end{array}$	2.65 [81]	0.87 [81]	5.72	2.16 [13]	0.23 [13]	0.21	40
As_2S_3	3.46 [81]	1.00 [101]	5.37	2.20 [13]	0.41 [13]	0.37	40
$ \begin{array}{ c c } \hline \alpha - \mathrm{SiO}_2 \\ (\mathrm{o}) \end{array} $	2.65 [81]	0.87 [81]	5.72	2.12 [13]	0.91 [13]	0.82	20

Таблица 3.1 — Акустические, оптические и АО свойства кристаллических сред в ТГц диапазоне при квазиортогональной дифракции

праву считается наилучшим материалом для АО модуляции электромагнитного излучения инфракрасного (ИК) диапазона $\lambda = 10.6$ мкм [102–104].

3.2 Квазиортогональное акустооптическое взаимодействие в монокристалле германия в терагерцевом диапазоне

Возможность АО дифракции электромагнитного излучения терагерцевого диапазона была продемонстрирована в ограниченном числе публикаций [33; 35; 36; 105]. Однако в литературе отсутствуют данные о возможности создания АО устройств для эффективной модуляции и сканирования такого излучения. Тем не менее, в последние годы интерес к подобным устройствам возрос в связи с активным освоением современной физикой и техникой дальнего ИК, терагерцевого и субмиллиметрового диапазонов [106]. В данном параграфе описан новый активный элемент для управления параметрами ТГц излучения. В частности, представлены результаты исследования с использованием первого АО дефлектора, созданного при работе над диссертацией, а также определены характеристики прибора на длине волны $\lambda = 140$ мкм излучения лазера на свободных электронах (ЛСЭ) центра коллективного пользования "Сибирский центр синхротронного и терагерцевого излучения" (СЦСТИ).

Принимая во внимание величины показателей преломления и поглощения веществ, в качестве кристаллического материала АО ячейки был выбран германий, имеющий достаточно большую действительную часть показателя преломления n при относительно низком показателе поглощения α TГц излучения. Из литературы известно, что в монокристаллическом германии на $\lambda = 140$ мкм действительная часть показателя преломления n = 4.0, а показатель поглощения $\alpha = 1.3 \text{ см}^{-1}$ [13]. Выбор германия был также обусловлен тем, что его характеристики на $\lambda = 10.6$ мкм хорошо известны [107]. В эксперименте, проведенном в рамках диссертационной работы, при $\lambda = 10.6$ мкм и управляющей электрической мощности 2 Вт была достигнута эффективность АО дифракции около 15%. При дальнейшем анализе учитывалось, что максимальное значение коэффициента АО качества M_2 германия в ИК диапазоне равен не $810\cdot 10^{-15}~{
m c}^3/{
m kr}$, как ошибочно утверждалось в работах [108;109], а приблизительно в четыре раза меньше: $M_2 = 180 \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ [107]. Параметр Кляйна-Кука Q при $\lambda = 140$ мкм, частоте ультразвука F = 30 МГц, длине АО взаимодействия 1 см, показателе преломления n = 4.0 и скорости звука $V = 5.6 \cdot 10^3$ м/с составляет величину порядка $Q \simeq 60$, что соответствует дифракции Брэгга [1–4].

Из работы [107] и результатов анализа, выполненного в первой главе диссертации, известно, что эффективная фотоупругая постоянная в германии имеет максимальное значение $p_{\text{eff}} = (p_{11} + 2p_{12} + 4p_{44})/3$ при взаимодействии продольной акустической волны, распространяющейся в направлении кристаллографической оси [111] кристалла, и электромагнитной волны, поляризованной вдоль той же оси и падающей ортогонально звуковому столбу. Для расчета скорости ультразвуковых волн в германии были использованы известные значения упругих постоянных: $c_{11} = 1.30 \cdot 10^{12}$ дин/см², $c_{12} = 0.490 \cdot 10^{12}$ дин/см² и $c_{44} = 0.670 \cdot 10^{12}$ дин/см² [79]. При известной скорости ультразвука и фотоупругих константах $p_{11} = -0.154$, $p_{12} = -0.126$ и $p_{44} = -0.073$ [79], которые полагались одинаковыми для терагерцевого и ИК диапазонов, был получен коэффициент АО качества кристалла германия $M_2 = 240 \cdot 10^{-15}$ с³/кг. Он оказался близким к коэффициенту $M_2 = 180 \cdot 10^{-15}$ с³/кг, приведенному в работе [107].

Для учета затухания электромагнитного излучения в материале AO ячейки при расчете эффективности AO взаимодействия необходимо ввести множитель $\exp(-\alpha x)$, где x – расстояние, пройденное светом в среде с показателем поглощения α . Как показано в параграфе 2.2.1, интенсивность дифрагированного излучения сложным образом зависит то длины AO взаимодействия:

$$I_{1} = I_{0}^{(*)} \frac{\pi^{2}}{2\lambda^{2}} \frac{M_{2}P_{a}}{d} L \exp(-\alpha L)$$
(3.2)

и достигает максимального значения I_1^{opt} при оптимальной длине AO взаимодействия L_{opt} :

$$L_{\rm opt} = \frac{1}{\alpha}, \qquad I_1^{\rm opt} = I_0^{(*)} \frac{\pi^2}{2\lambda^2} \frac{M_2 P_{\rm a}}{d} \frac{1}{\alpha e}, \qquad (3.3)$$

где $I_0^{(*)}$ – интенсивность излучения, падающего на область АО взаимодействия. Значение L_{opt} , рассчитанное по формуле (3.3) при $\lambda = 140$ мкм, составило величину порядка 1 см. При $\alpha = 1.3$ см⁻¹ и малых углах Брэгга в кристалле многолучевой интерференцией можно пренебречь и рассчитывать коэффициент пропускания, определяемый френелевскими отражениями, по формуле $T = [1 - (n - 1)^2/(n + 1)^2]^2$ [110]. В этом случае при характерном поперечном размере пьезопреобразователя d = 0.2 см и акустической мощности $P_a = 1.0$ Вт эффективность АО дифракции $I_1^{opt}/I_0 = 0.02\%$, в то время как отношение интенсивностей дифрагированного I_1^{opt} и падающего $I_0^{(*)}$ излучений достигает максимального значения 0.004%. Экспериментальное исследование АО взаимодействия проводилось с использованием терагерцевого излучения ЛСЭ с $\lambda = 140$ мкм [111]. На предварительном этапе исследований было измерено значение показателя поглощения электромагнитного излучения в двух образцах германия длиной 4.5 и 1.5 см. Приёмником служила ячейка Голея, требующая амплитудной модуляции интенсивности лазерного пучка с частотой 10 Гц. С учетом френелевских потерь, составляющих при нормальном падении излучения около 60% (n = 4.0), показатель поглощения α в германии оказался равным 0.75 \pm 0.02 см⁻¹. Это значение меньше приведенной в [13] величины $\alpha = 1.3$ см⁻¹, что, вероятно, объясняется использованием в настоящей работе высокоомного кристалла германия хорошего оптического качества [112]. При столь больших значениях α и n многолучевой интерференцией и расходимостью светового пучка можно пренебречь.

Размер АО ячейки дефлектора вдоль направления распространения света составлял 4.5 см, а длина и ширина пьезопреобразователя были равны соответственно 2.0 и 0.2 см. Преобразователь из кристалла ниобата лития эффективно генерировал продольные акустические волны в интервале частот 20 – 38 МГц. Фотография АО ячейки, расположенной на поворотном столе, приведена на рисунке 3.3. С помощью анализатора спектра фирмы R&S была определена частотная зависимость величины S_{11} параметра АО ячейки. Используя указанную зависимость, была рассчитана мощность P_a генерируемой акустической волны в предположении, что коэффициент преобразования электрической мощности в акустической равен 1. Частотная зависимость отношения P_a к подводимой электрической мощности P_0 приведена на рисунке 3.4. При указанных параметрах рассчитанное по формуле (3.2) отношение интенсивностей дифрагировавшего и падающего излучений $I_1/I_0^{(*)} \approx 0.001\%$, а эффективность дифракции $I_1/I_0 \approx 0.06\%$ в расчёте на 1 Вт акустической мощности.

Схема экспериментальной установки по исследованию характеристик АО дефлектора приведена на рисунке 3.5. Интенсивность излучения ЛСЭ 1 регулировалась проволочным поляризатором 2. В установке предусматривалась возможность амплитудной модуляции интенсивности излучения лазера с помощью механического прерывателя 3. Поляризация выходного излучения устанавливалась вдоль оси кристалла германия [111] поляризатором 4, а апертура пучка определялась диафрагмой 5. АО ячейка дефлектора 6 была изготовлена из монокристалла германия [111]. Интенсивность излучения, прошедше-



Рисунок 3.3 — АО ячейка на основе кристалла германия для исследования квазиортогональной дифракции в ТГц диапазоне



Рисунок 3.4 — Зависимость нормированной акустической мощности от частоты

го через дефлектор, измерялась ячейкой Голея 7 (GC-1T) [113], располагавшейся на расстоянии 15 см от АО ячейки. Установка включала в себя также синхронный детектор 8 (SR830), высокочастотный генератор 9, генератор импульсов 10 и блок управления прерывателем 11. Обработка данных измерений осуществлялась с помощью персонального компьютера 12.



Рисунок 3.5 — Схема экспериментальной установки: 1 – ЛСЭ; 2 – проволочный поляризатор; 3 – механический прерыватель; 4 – поляризатор; 5 – диафрагма; 6 – дефлектор; 7 – ячейка Голея; 8 – синхронный детектор; 9 –

высокочастотный генератор; 10 – генератор импульсов; 11 – блок управления прерывателем; 12 – персональный компьютер

Эффективность АО дифракции определялась следующим образом. АО ячейка поворачивалась под углом Брэгга к лазерному пучку, ограниченному диафрагмой размером 2 мм на 10 мм. Для того чтобы ячейка Голея не регистрировала шумы, обусловленные рассеянием терагерцевого излучения, прерыватель был извлечен из установки. Для амплитудной модуляции только отклоненного в результате АО дифракции терагерцевого пучка использовался генератор импульсов, осуществляющий импульсную модуляцию сигнала высокочастотного генератора со скважностью 2 и длительностью 0.1 с. Ячейка Голея располагалась на постоянном расстоянии 15 см и ориентировалась под углом Брэгга к АО ячейке, которая поворачивалась по отношению к исходному лазерному пучку с шагом 1°. При заданном угле поворота АО ячейки плавно изменялась частота высокочастотного генератора, что позволило определить полосу частот АО взаимодействия, а также зависимость угла Брэгга от частоты. Для определения интенсивности падающего на АО ячейку излучения в терагерцевый пучок дополнительно вводились калиброванный аттенюатор и механический прерыватель, а ячейкой Голея измерялась интенсивность прошедшего через АО ячейку излучения.

Измеренная эффективность АО дифракции в дефлекторе составила около 0.05% при подводимой электрической мощности 1.0 Вт, что совпадает с расче-

тами, выполненными по формуле (3.2). Кроме того, в диапазоне частот ультразвука 25 – 39 МГц была измерена зависимость внешнего угла Брэгга θ_B от акустической частоты F. При измерениях также была определена полоса акустических частот дифракции $\Delta F = 4.2 \pm 0.1$ МГц в случае постоянного угла падения излучения $\theta_B = 22.4^{\circ}$. Полоса частот сканирования определялась по уровню уменьшения эффективности дифракции на –3 дБ. Эксперимент показал, что угловой диапазон сканирования зависел от частоты ультразвука F. В частности, при фиксированной частоте F = 27 МГц диапазон углового сканирования терагерцевого пучка был равен $2.5^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$, а при F = 35 МГц он составлял $3.0^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$.

Измеренные зависимости угла Брэгга от частоты ультразвука представлены на рисунке 3.7. Для наглядности на вставке к рисунку 3.7 приведена зависимость нормированной на максимальное значение интенсивности дифрагировавшего излучения I_1/I_1^{max} от частоты ультразвука F при фиксированном угле Брэгга $\theta_B = 22.4^{\circ}$. Экспериментальные результаты совпадают в пределах погрешности с теоретической зависимостью (штриховая линия), описываемой известной формулой [1]:

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda F}{2V}.\tag{3.4}$$

Аппроксимация результатов измерений методом наименьших квадратов (сплошные линии) дает скорость продольных акустических волн в германии $V = (5.48 \pm 0.09) \cdot 10^3$ м/с. Полученное значение в пределах погрешности совпадает с приведенным в работе [79] значением $5.57 \cdot 10^3$ м/с, на основе которого была построена теоретическая зависимость угла Брэгга от частоты ультразвука.

Расчет показывает, что при апертуре светового пучка a = 1.0 см и скорости акустической волны $V = 5.48 \cdot 10^3$ м/с быстродействие АО ячейки $\tau = a/V$ равно 1.8 мкс. Тогда максимальное число разрешаемых элементов на выходе дефлектора $N = \Delta F \cdot \tau = 7.5$. При тех же размерах пьезопреобразователя, но еще большей апертуре светового пучка оно может быть увеличено. Таким образом, данное АО устройство на основе кристалла германия может быть использовано в качестве дефлектора электромагнитных волн терагерцевого диапазона.



Рисунок 3.6 — Экспериментальная установка для наблюдения квазиортогонального АО взаимодействия в ТГц диапазоне



Рисунок 3.7 — Зависимости угла Брэгга от частоты ультразвука. Штриховая линия – теоретическая зависимость, треугольники соответствуют уровню уменьшения эффективности дифракции на -3 дБ, а точки – максимальной эффективности АО дифракции

3.3 Обратная коллинеарная акустооптическая дифракция терагерцевого излучения в монокристалле германия

3.3.1 Оценка эффективности работы акустооптической ячейки на германии в дальнем инфракрасном диапазоне

Поскольку коэффициент затухания акустической волны возрастает с частотой F, то для наблюдения обратного коллинеарного АО взаимодействия необходимо использовать электромагнитную волну ТГц диапазона с длиной волны порядка $\lambda = 140$ мкм. Как показано в работе [51], наиболее подходящим материалом в этом диапазоне является монокристалл германия Ge. Расчёт, проведённый в главе 1, показывает, что при распространении акустической и электромагнитной волны вдоль кристаллографической оси [100] акустооптическое качество максимально и составляет $M_2 = 100 \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$, а необходимая частота акустической волны равна F = 300 МГц.

Из литературных данных [114] и результатов работы автора данной диссертации [51] известно, что монокристаллический германий характеризуется коэффициентом поглощения электромагнитного излучения $\alpha = 0.75$ см⁻¹ и коэффициентом затухания акустической волны $\alpha_s = 0.64$ см⁻¹. Так как при увеличении длины волны λ расходимость существенно возрастает, то необходимо использовать пьезопреобразователь с характерными размерами $d_1 = 0.3$ см и $d_2 = 0.3$ см. Выбрав мощность акустической волны равной $P_a = 1$ Вт, можно рассчитать величину коэффициента связи:

$$q = \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{2M_2 P_{\rm a}}{d_1 d_2}} = 0.022 \ {\rm cm}^{-1}. \tag{3.5}$$

Поскольку показатель преломления германия n = 4 существенно больше единицы, то необходимо использовать конфигурацию АО ячейки, при которой звуковая волна падает под малым углом ($\psi_s \ll 1$) на входную оптическую грань кристалла и общий путь, проходимый звуковой волной, примерно равен удвоенной длине кристалла l = 2L. При геометрии АО взаимодействия, когда совпадают направления распространения отражённой акустической волны и электромагнитной волны нулевого дифракционного порядка ($\vec{k_0} \uparrow \vec{K}$), была определена оптимальная длина АО взаимодействия $L_{\rm opt} = 1.4$ см, а также эффективность дифракции, равная $I_{-1} = 7 \cdot 10^{-5}$. Рассчитанное значение полосы AO взаимодействия составляет около $\Delta \eta = 2.1 \text{ см}^{-1}$, что соответствует относительной полосе частот звука и длин волн электромагнитного излучения:

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta \eta}{k} = 1.1 \cdot 10^{-3}, \qquad (3.6)$$

где k – волновое число ТГц излучения ($\lambda = 140$ мкм) в монокристалле германия.

Согласно расчётам, выполненным для геометрии $\vec{k_0} \uparrow \vec{k}$, максимально достижимая интенсивность I_1 меньше, чем I_{-1} , примерно на 15%, а полоса $\Delta \eta$ уже на 2.0%. Если же увеличить акустическую мощность в 10 раз, то, как показывает расчёт, при той же геометрии АО взаимодействия полоса $\Delta \eta$ увеличится всего лишь на 0.2%.

При конфигурации АО взаимодействия, соответствующей малому углу падения ($\psi_s \ll 1$) акустической волны на входную оптическую грань, целесообразно изготовить АО ячейку таким образом, чтобы угол падения ТГц излучения на входную грань был минимален, но в то же время пьезопреобразователь не должен находиться на пути распространения ТГц излучения. В противном случае при коллинеарной геометрии отражённое от пьезопреобразователя ТГц излучение будет распространяться по тому же пути и в том же направлении, что и дифрагированное. Это привело бы к невозможности определения интенсивности дифрагированного излучения, поскольку она на несколько порядков меньше интенсивности отражённого излучения.

Моделирование отражения квазипродольной акустической волны от границы раздела кристалл-вакуум проводилось согласно соотношениям, приведённым в работе [75]. При расчёте предполагалось, что одна из трёх отражённых волн является чисто продольной и распространяется вдоль кристаллографической оси [100]. Зависимости направлений фазовой и групповой скоростей падающей звуковой волны от угла среза кристалла германия приведены на рисунке 3.8. Поскольку германий является анизотропной средой для акустической волны, то энергия отражённой продольной моды будет меньше энергии падающей квазипродольной моды. Как видно из рисунка 3.9, при угле среза меньше 10° значение коэффициента отражения больше 80%.

Используя зависимости, приведённые на рисунке 3.8, а также учитывая характерные размеры пьезопреобразователя 3 × 3 мм, была определена оптимальная конфигурация АО ячейки, схема которой показана на рисунке 3.10. Как показал расчёт, для наблюдения обратной коллинеарной дифракции необ-



Рисунок 3.8 — Зависимость угла между вектором фазовой/групповой скорости звука и нормалью к входной грани АО ячейки от угла среза кристалла

германия



Рисунок 3.9 — Зависимость коэффициента отражения квазипродольной акустической моды от угла среза кристалла

107

ходимо использовать кристалл германия, входная оптическая грань которого срезана под углом 5° к кристаллографической оси [010]. В этом случае падающий звуковой пучок будет распространяться под углом 14° к нормали входной грани, а коэффициент отражения составит около 90%.



Рисунок 3.10 — Схема АО ячейки на основе монокристалла германия

Для экспериментального исследования обратной коллинеарной дифракции были использованы две АО ячейки. Их фотографии приведены на рисунке 3.11, а зависимость эффективной акустической мощности от частоты, определённые с помощью анализатора спектра фирмы R&S, – на рисунке 3.12. Эти АО ячейки имеют несколько отличий:

- размер первой АО ячейки (рисунок 3.11 а)) в направлении распространения акустической волны составляет 20 мм, в второй (см. рис. 3.11 б)) – 14 мм;
- 2) пьезопреобразователь первой АО ячейки характеризуется размером 4×4 мм, а второй 3×3 мм;
- 3) вторая АО ячейка имеет юстировочный винт для установки резонансной частоты F, на которой происходит наиболее эффективное возбуждение акустической волны, в пределах от 302 МГц до 308 МГц (см. рис. 3.12).

Калибровка АО ячейки проводилась в лаборатории акустооптики физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова с использованием излучения гелий-неонового лазера с длиной волны $\lambda = 3.39$ мкм. При частоте звука около $F \approx 300$ МГц и указанной длине волны λ в монокристаллическом германии может быть реализована только квазиортогональная геометрия АО взаимодей-


а) б) Рисунок 3.11 — АО ячейки для наблюдения обратной коллинеарной дифракции в ТГц диапазоне



Рисунок 3.12 — Зависимость эффективной акустической мощности от частоты: 1) прототип первой АО ячейки; 2) АО ячейка с перестройкой резонансной частоты

ствия. Для возможности наблюдения АО дифракции в металлической подложке первой АО ячейки было сделано отверстие диаметром 7 мм и центром, отстоящим от пьезопреобразователя на 10 мм. При подводимой электрической мощности 2 Вт и частоте акустической волны F = 292 МГц были получены следующий результаты:

- 1) поляризация света ортогональна волновому вектору акустической волны: $I_1/I_0 = (0.57 \pm 0.05)\%;$
- 2) поляризация света параллельна волновому вектору акустической волны: $I_1/I_0 = (0.52 \pm 0.05)\%$.

Полученный результат оказался на порядок меньше рассчитанного, который составляет $I_1/I_0 = 6.4\%$ в предположении, что АО качество составляет величину $M_2^{\text{ort}} = 150 \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$, вычисленную на основании данных [79]. Таким образом, реальное значение АО качество при рассматриваемой геометрии АО взаимодействия, учитывающее все негативные факторы, составляет величину около $M_2^{\text{ort}} = 14 \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$. Из тех же литературных данных [79] следует, что АО качество при коллинеарной геометрии должно составлять $M_2^{\text{col}} = 100 \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$. Из пропорционального отношения установлено значение АО качества M_2^{col} и дана оценка эффективности коллинеарного АО взаимодействия в ТГц диапазоне: $M_2^{\text{col}} = 9 \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{kr}$ и $I_1/I_0 \propto 10^{-6}$.

На основании данных, полученных при проведении квазиортогонального взаимодействия в ТГц диапазоне, можно утверждать, что при столь низком значении I_1/I_0 дифрагированное излучение не может быть зарегистрировано из-за наличия шумового фона. Кроме этого существует ещё один негативный фактор – наличие в схеме делительной пластины 5. С одной стороны без неё невозможно разделить падающее на АО ячейку и дифрагированное излучение. Однако интенсивность дифрагированного излучения, попадающего на приёмник 11, оказывается меньше как минимум в $1/(T \cdot R) \approx 4$ раза, где T и R – коэффициенты пропускания и отражения пластины соответственно.

Для увеличения эффективности АО взаимодействия была изготовлена вторая АО ячейка (см. рисунок 3.11 б)) с пьезопреобразователем 3 мм на 3 мм, площадь которого в 1.8 раза меньше. Поскольку интенсивность дифрагированного излучения пропорциональна плотности мощности акустической волны, то она должна стать больше приблизительно 2 раза. Кроме этого, была усовершенствована цепь согласования и добавлена возможность плавной перестройки рабочей частоты F. Размер нового прототипа в направлении распространения акустической волны был выбран равным оптимальной длине 14 мм [**59**]. Таким образом, ожидалось существенное увеличение эффективности АО взаимодействия.

Чтобы уточнить параметры AO ячейки был проведён ряд экспериментов с использованием излучения с длиной волны $\lambda = 3.39$ мкм. В силу особенности конструкции, лазерный пучок было возможно завести в кристалл только через торцевую грань. Она располагается в верхней части рисунка 3.11 б).

В первом эксперименте проверялась линейная зависимость эффективности дифракции от мощности ультразвука P_a . Поскольку относительная деформация пьезопреобразователя пропорциональна приложенному к нему электрическому напряжению U, то акустическая мощность должна быть пропорциональна квадрату напряжения $P_a \propto U^2$. На рисунке 3.13 приведена зависимость интенсивности дифрагированного излучения I_1 , нормированной на максимальное значение $\max(I_1)$ от квадрата напряжения U^2 . Аппроксимация линейной функцией y = ax + b методом наименьших квадратов (MHK) дала значение тангенса угла наклона $a = (0.0132 \pm 0.0005) 1/B^2$. Значение параметра b здесь не приводится, т.к. оно отвечает за наличие шумовой компоненты лазерного излучения.

Далее была поставлена задача по определению коэффициента затухания α_s продольной акустической волны. Предполагалось, что мощность акустической волны изменяется с расстоянием L до пьезопреобразователя по закону $P_0 \exp(-\alpha_s L)$. В ходе эксперимента АО ячейка была установлена под углом Брэгга и перемещалась с шагом 1 мм в направлении ортогональном лазерному пучку, тем самым сканируя звуковой пучок. Полученная зависимость эффективности дифракции I_1/I_0 от L приведена на рисунке 3.14. С помощью МНК была рассчитана величина коэффициента затухания акустической волны $\alpha_s = (0.73 \pm 0.07) \text{ см}^{-1}$. В пределах погрешности данное значение совпало с литературными данными $\alpha_s = 0.64 \text{ см}^{-1}$ [114].

В ходе предварительных экспериментов была также определена угловая характеристика АО взаимодействия, приведённая на рисунке 3.15. Как следует из теории, эффективность АО дифракции плоской электромагнитной волны на звуковом пучке должна уменьшаться при нарушении условия брэгговского синхронизма [1]:

$$I_1 \propto \operatorname{sinc}^2\left(\pi \frac{Fd}{V} \Delta \theta\right),$$
(3.7)

где $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x$, а $\Delta \theta$ – величина расстройки от угла Брэгга θ_B в кристалле.



Рисунок 3.13 — Зависимость интенсивности дифрагированного излучения от квадрата напряжения на АО ячейке



Рисунок 3.14 — Зависимость эффективности квазиортогональной дифракции от положения лазерного пучка



Рисунок 3.15 — Угловая характеристика АО взаимодействия

Эксперимент показал, что изменение внешнего угла падения излучения на АО ячейку на 0.5 градуса ($\Delta \theta = 2 \cdot 10^{-3}$) приводит к уменьшению интенсивности I_1 дифрагированного излучения в 2 раза. Отсюда, при заданной частоте ультразвука F = 304 МГц и известной из литературы скорости звука V = 4990 м/с [79], можно рассчитать эффективную ширину звукового пучка d:

$$d = 0.89 \frac{V}{2\Delta\theta F} \approx 3 \text{ MM.}$$
(3.8)

Более точно оценить величину d можно, если воспользоваться МНК. Расчёт дал значение $d = (2.95 \pm 0.08)$ мм, что совпадает с размером пьезопреобразователя d = 3 мм, заявленным изготовителем АО ячейки.

3.3.2 Экспериментальное исследование с использованием терагерцевого излучения

В экспериментальной установке использовалось то же оборудование, которое потребовалось для исследования квазиортогональной АО дифракции. Как показано на рисунке 3.16, ТГц излучение генерировалось лазером на свободных электронах 1 (чёрная линия со стрелкой) и выводилось в рабочую область с помощью двух зеркал 2. Диаметр пучка задавался диафрагмой 4. Для контроля уровня интенсивности ТГц излучения малая часть пучка отводилась делительной пластиной 3, модулировалась по амплитуде обтюратором 9 и регистрировалась приёмником 10 (ячейка Голея). Для регистрации дифрагированного излучения необходимо пространственно отделить его от падающего излучения. Поэтому на пути ТГц пучка была поставлена кремниевая делительная пластина 5.



Рисунок 3.16 — Схема оптической части экспериментальной установки для наблюдения обратной коллинеарной дифракции

Поскольку ТГц излучение характеризуется большой расходимостью, то интенсивность рассеянного излучения может на несколько порядков превышать интенсивность дифрагированного излучения. Отметим, что ячейка Голея регистрирует только излучение, которое модулировано по амплитуде с частотой 10–15 Гц. Таким образом, использование обтюратора не позволило бы зарегистрировать дифрагированное излучение из-за низкого отношения сигнал-шум. Поэтому вместо этого звуковой пучок был модулирован по амплитуде с частотой 15 Гц, что привело к такой же модуляции дифрагированного излучения. В то же время, шумовая компонента была практически полностью подавлена, поскольку рассеянное излучение не модулировано. Для регистрации дифрагированного использовалась ячейка Голея 11.

Для установки "правильной" ориентации АО ячейки и приёмника 11 луч красного лазера 8 (обозначен красной линией со стрелкой) направлялся навстречу ТГц пучку. В отсутствии делительной пластины 5 и АО ячейки 6 оба лазерных пучка, видимый и ТГц, проходили через диафрагмы 4 и 7. Затем устанавливалась делительная пластина 5, а ячейка Голея 11 располагалась на пути отражённого от неё луча красного лазера и её положение отмечалось специальным маркером на оптическом столе. После этого устанавливалась АО ячейка из монокристаллического германия таким образом, чтобы отражённый от неё луч красного лазера отклонялся в предварительно рассчитанном направлении. Стоит отметить, что ячейка Голея может выйти из строя, если на её входное окно падает слишком мощное ТГц излучение. Поэтому положение кремниевой делительной пластины 5 выбиралось таким, чтобы: 1) произведение его коэффициентов пропускания и отражения должно быть максимально; 2) при выполнении предыдущего условия необходимо произвести дополнительную юстировку, чтобы уменьшить интенсивность шума (для этого обтюратор 9 временно устанавливался между пластиной 3 и диафрагмой 4).

Методика эксперимента состояла в следующем. Сначала АО ячейка устанавливалась под углом Брэгга, как описано выше. Далее изменялась частота Fнесущей электрического сигнала, подаваемого на пьезопреобразователь, с шагом 200 кГц, при рассчитанном значении односторонней полосы $\Delta F = 300$ кГц. Так как положение АО ячейки возможно было задать с точностью $\pm 0.5^{\circ}$, то дифрагированное излучение регистрируемое приёмником 11 может отклонится на угол $\pm 1^{\circ}$ по отношению к предполагаемому направлению. Таким образом, при заданной частоте звука F необходимо перемещать приёмник, чтобы охватить угол в 2° .

Необходимо учесть, что кроме неточности в угле поворота АО ячейки возможна также ошибка в положении АО ячейки. В следствии указанной ошибки падающий на АО ячейку ТГц пучок после преломления будет распространяться параллельно акустическому, но не полностью совпадать с ним. Поэтому после сканирования по частоте необходимо сдвинуть параллельным переносом AO ячейку на 2 мм в направлении, ортогональном падающему ТГц пучку. Значение смещения было выбрано исходя их того, что апертура ТГц пучка, задаваемая диафрагмой 4, составляла 6 мм. Приведённая методика была повторена для смещений -4 мм, -2 мм, 2 мм и 4 мм относительно исходного положения.

Отметим, что значения скорости звука, приводимые в литературе различаются на 1%. Кроме этого ТГц излучение на длине волны $\lambda = 130$ мкм не является строго монохроматическим и генерируется в полосе 1 мкм. Поэтому эксперимент был повторён на длинах волн 129, 130 и 131 мкм. Как было показано выше, относительная полоса АО взаимодействия составляет порядка 10^{-3} , в то время как степень монохроматичности ТГц излучения на порядок больше. Поэтому было целесообразно увеличить интенсивность дифрагированного излучения. Для этого был использован 20 Вт усилитель электрического сигнала, подаваемого на АО ячейку. К сожалению, при выполнении описанного цикла экспериментов дифрагированное излучение зарегистрировать не удалось. Одной из возможный причин этого являлся разогрев кристалла германия ТГц излучением, изменяющий его упругие свойства и, как следствие, нарушающий условия брэгговского синхронизма. Другой возможной причиной является плавное непредсказуемое изменение длины волны ТГц излучения на ±1 мкм около заданного положения в течени
и10-20минут, что составляет около 10^{-2} от длины волны, в то время как относительная полоса АО взаимодействия составляет порядка 10^{-3} .

Поиск условий, при которых наблюдается обратная коллинеарная дифракция, занимает существенно больше времени, чем при квазиортогональной геометрии AO взаимодействия. Поскольку основные временные затраты связаны с перемещением приёмника, то было решено поставить приёмник в фокальной плоскости линзы. Расчёт показал, что это позволит собирать лучи, идущие под углами ±3° к оси линзы. Таким образом, отпадает необходимость в повороте приёмника, что даёт выигрыш во времени и позволило уменьшить шаг по частоте ультразвука до 100 кГц. Однако повторные измерения результата также не дали. Вероятно, что интенсивность дифрагированного ТГц излучения оказалась меньше рассчитанной величины. Поэтому дальнейшее исследование подразумевает увеличение акустической мощности, уменьшение шумов AO установки, а также использование более чувствительного приёмника.

3.4 Квазиортогональное акустооптическое взаимодействие в неполярных жидкостях в терагерцевом диапазоне

Основным параметром, характеризующим эффективность АО взаимодействия, является коэффициент АО качества среды $M_2 = p^2 n^6/(\rho V^3)$, где p – эффективная фотоупругая постоянная, n – показатель преломления, ρ – плотность среды, а V – скорость звука. Из этого следует, что в ТГц диапазоне необходимо использовать прозрачные среды с малой скоростью звука и с большим показателем преломления. К сожалению, материалы с указанным сочетанием физических свойств неизвестны. Поэтому ещё не созданы АО устройства, эффективно работающие в ТГц диапазоне.

На сегодняшний день опубликована лишь одна работа, посвящённая АО взаимодействию в жидкостях в ТГц диапазоне при стандартных условиях (атмосферное давление, комнатная температура) [**36**]. В ней исследовалась дифракция излучения с длиной волны $\lambda = 119$ мкм. Эксперимент показал, что АО качество циклогексана C₆H₁₂ составляет $M_2 = 600 \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$, а в тетрахлорметане CCl₄ эта величина несколько больше.

Поскольку значения фотоупругих постоянных p жидкостей в ТГц диапазоне априори неизвестны, в данной работе величина коэффициента АО качества M_2 оценивалась с использованием значения упругооптической постоянной $\rho(\partial n/\partial \rho)$ [115]:

$$M_{2} = \left(\rho \frac{\partial n}{\partial \rho}\right) \frac{4}{\rho V^{3}} = \left[\frac{(n^{2} - 1)(n^{2} + 2)}{6n}\right]^{2} \frac{4}{\rho V^{3}}.$$
 (3.9)

Впервые проведённая систематизация ряда свойств жидкостей позволила собрать в таблице 3.2 данные по АО характеристикам жидких сред на длине волны $\lambda = 130$ мкм. В таблице также приведены значения коэффициентов поглощения интенсивности α электромагнитного излучения ($I \propto \exp(-\alpha x)$) и коэффициентов затухания мощности α_s акустической волны ($P_a \propto \exp(-\alpha_s x)$), нормированных на квадрат частоты ультразвука [115–125].

Анализ показал, что наибольшая интенсивность дифрагированного излучения I_1 достигается при использовании пьезопреобразователя прямоугольной формы с площадью S = Ld и оптимальной длиной акустооптического взаимо-

Таблица 3.2 — Акустические, оптические и акустооптические характеристики неполярных жидкостей в ТГц диапазоне

WHIMOOTH	ρ,	V,	~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~	α,	$\alpha_s/(2F^2),$	$\partial^{\partial n}$	$M_2 \cdot 10^{15},$	$(M_2/\alpha)\cdot 10^{15},$
ихидкость	$\mathrm{kr/m^3}$	м/с		CM^{-1}	$10^{-17} { m c}^2/{ m cm}$	$\rho_{\overline{\partial \rho}}$	c^3/kf	${ m c}^3$ см/кг
циклогексан (С ₆ Н ₁₂)	774 [116]	1255 [116]	1.421 [120]	0.37 [120]	180 [119]	0.48	600	1600
гексан (C ₆ H ₁₄)	655 [117]	1077 [117]	1.372 [121]	0.69 [121]	60 [115 ; 119]	0.42	770	1100
гексадекан $(C_{16}H_{34})$	770 [117]	1338 [117]	1.428 [121]	0.69 [121]	100 [117]	0.49	520	750
керосин	804 [118]	1320 [118]	1.437 [122]	1.3 [122]	_	0.50	540	420
бензол (C_6H_6)	881 [118]	1298 [118]	1.496 [120]	5.5 [120]	755 [119]	0.59	700	150
о-ксилол (C ₈ H ₁₀)	880 [115]	1360 [115]	1.492 [122]	5.1 [122]	63 [115]	0.58	630	120
1-этанол (C ₂ H ₅ OH)	789 [119]	1155 [119]	1.498 [123]	130 [123]	54 [119]	0.59	1200	9
1-пентанол (C ₅ H ₁₁ OH)	814 [119]	1294 [119]	1.477 [123]	45 [123]	97 [119]	0.56	710	16
тетрахлорметан (CCl ₄)	1584 [115]	922 [115]	1.487 [120]	1.4 [120]	540 [115]	0.57	1100	790
бромоформ (СНВг ₃)	2877 [115]	920 [115]	1.595 [124]	6.0 [124]	250 [115]	0.73	960	160
сероуглерод (CS_2)	1256 [115]	1141 [115]	1.61 [125]	3.5 [125]	5700 [115]	0.76	1200	340

118

действия $L_{\text{opt}} = 1/\alpha$ [58]:

$$I_0(L) = I_0 \exp(-\alpha L), \qquad I_1(L) = I_0 \frac{\pi^2}{2\lambda^2} \frac{M_2 P_a}{S} L^2 \exp(-\alpha L), \qquad (3.10)$$

где I_0 и $I_0(L)$ – интенсивности падающего на звуковой столб и прошедшего излучения, d – поперечный размер пьезопреобразователя, P_a – мощность акустической волны. Поэтому таблица 3.2 была дополнена величиной M_2/α , характеризующей максимально достижимую эффективность АО взаимодействия $\xi = I_1(L)/I_0(L)$ при $L = L_{opt}$.

Расчёт по формуле (3.10) при характерных значениях $\lambda = 100$ мкм, $M_2 = 500 \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$, $\alpha = 1 \text{ cm}^{-1}$, $S = 1 \text{ cm}^2$ и $P_a = 1$ Вт показал, что $\xi \approx 0.01\%$. При столь малых значениях регистрация дифрагированного излучения возможна лишь при больших мощностях падающего электромагнитного излучения. Кроме этого, максимальная эффективность АО взаимодействия достигается при высокой степени монохроматичности излучения. Поэтому данное экспериментальное исследование было выполнено с использованием излучения Новосибирского лазера на свободных электронах (ЛСЭ) с длиной волны $\lambda = 130$ мкм [126].

Как следует из таблицы 3.2, спирты и производные бензола непригодны для исследования АО взаимодействия в ТГц диапазоне. Поэтому в работе были исследованы такие жидкости как циклогексан, гексан, гексадекан, тетрахлорметан, а также керосин и уайт-спирит (нефрас-C4-155/200). Так как в ТГц диапазоне из-за больших значений длины волны λ сильно сказываются дифракционные эффекты, апертура пучка ТГц излучения была выбрана равной 6 мм, при этом дифракционная расходимость пучка не превышала 1.5°. Детектирование дифрагированного излучения осуществлялось оптоакустическим приёмником Голея при амплитудной модуляции пучка акустической волной, модулированной с частотой 10-15 Гц [**51**]. Схема экспериментальной установки приведена на рисунке 3.17.

В эксперименте использовался пьезопреобразователь круглой формы диаметром D = 10 мм, изготовленный из пьезокерамики ЦТС-19 и работающий на первой гармонике при частоте ультразвука F = 3 МГц. Фотография АО ячейки и зависимость эффективности возбуждения звука от частоты F, полученная с помощью анализатора спектра фирмы R&S приведены на рисунках 3.18 и 3.19, соответственно. На выходе АО ячейки расчётный угол $\Delta \theta$ между



Рисунок 3.17 — Схема экспериментальной установки для наблюдения АО дифракции в жидкостях: 1 – ЛСЭ; 2 – АО ячейка; 3 – ячейка Голея; 4 – персональный компьютер; 5 – синхронный детектор; 6 – высокочастотный генератор; 7 – генератор импульсов.

дифрагированным и прошедшим пучками излучения составил для циклогексана и уайт-спирита величину $\Delta \theta = 19^{\circ}$, а для гексана – $\Delta \theta = 22^{\circ}$. Однако в эксперименте этого различия в углах $\Delta \theta$ выявить не удалось. Это связано с дифракционной расходимостью звукового и ТГц пучков, из-за которой АО взаимодействие наблюдалось в широком диапазоне углов Брэгга. Эксперимент показал, что интенсивность дифрагированного излучения уменьшалась в 2 раза при изменении угла внешнего Брэгга на 2°.

При анализе эффективности АО взаимодействия ξ с использованием соотношения (3.10) при площади пьезопреобразователя $S = \pi D^2/4$ и длине АО взаимодействия равной диаметру пьезопреобразователя L = D было получено следующее соотношение:

$$\xi = \frac{\pi^2}{2\lambda^2} \frac{M_2 P_{\rm a}}{S} L^2 = \frac{2\pi}{\lambda^2} M_2 P_{\rm a}. \tag{3.11}$$

В пределах ошибки измерений эффективность АО взаимодействия в циклогексане, гексане, гексадекане и уайт-спирите оказалась приблизительно одинаковой и составила величину $\xi = 0.02\%$ при подводимой электрической мощности около 3 Вт. Используя соотношение (3.11) и предполагая коэффициент преобразования подводимой электрической мощности в акустическую равным единице, было вычислено АО качество данных четырёх жидкостей. В среднем оно было равно $M_2 = (170 \pm 30) \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$, что существенно меньше предсказанной величины.

Данный факт можно объяснить следующим образом. Во-первых, упругооптическая постоянная рассчитывалась по упрощённой формуле (3.9), что могло привести к относительной погрешности при вычислении АО качества до

120



Рисунок 3.18 — АО ячейка для исследования дифракции в жидкостях



Рисунок 3.19 — Зависимость относительной акустической мощности от частоты

20% [115]. Во-вторых, предполагалось, что вся подводимая к пьезопреобразователю электрическая мощность преобразуется в акустическую, что не соответствовало действительности.

Определённое из эксперимента АО качество тетрахлорметана $M_2 = (270 \pm 20) \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ было также меньше значений, предсказанных в таблице 3.2. Однако полученный результат оказался в 1.5 раза выше, чем в первых четырёх жидкостях, что качественно было предсказано теорией. В тоже время, АО качество керосина $M_2 = (5.4 \pm 0.3) \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кг}$ оказалось на два порядка меньше ожидаемой величины. Причина подобного эффекта остаётся невыясненной.

Таким образом, рассчитанные из экспериментальных данных значения AO качества качественно совпали с предсказаниями теории. Реализованное управляемое отклонение TГц излучения в жидкостях на углы порядка 20°, а также модуляция с глубиной 0.02% при подводимой электрической мощности около 3 Вт по эффективности дифракции и углу отклонения оказались не хуже, чем в кристалле германия. Таким образом, проведённое экспериментальное и теоретическое исследование доказывает перспективность использования неполярных жидкостей для реализации AO взаимодействия в TГц диапазоне электромагнитного спектра.

3.5 Коллинеарное акустооптическое взаимодействие в неполярных жидкостях в терагерцевом диапазоне

Как следует из таблицы 3.2, показатель преломления жидкостей в несколько раз меньше показателя преломления германия. Данный факт позволяет использовать больший угол падения акустической волны на входную оптическую грань АО ячейки при том же угле падения ТГц излучения. Поэтому становится возможным сконструировать АО ячейку таким образом, чтобы путь, проходимый акустической волной от пьезопреобразователя до входной оптической грани, был минимален и затуханием акустической волны на указанном участке можно было пренебречь. В этом случае наибольшая эффективность АО взаимодействия достигается при сонаправленности волновых векторов акустической волны \vec{K} и электромагнитной волны нулевого дифракционного порядка \vec{k}_0 , т.е. $\vec{K} \uparrow \vec{k}_0$. На рисунках 3.20 и 3.21 приведена фотография и схема разработанной АО ячейки, представляющей собой кювету из нержавеющей стали. В правой и левой частях рисунков располагаются фланцы с окнами из полимерного материала, прозрачного в ТГЦ диапазоне. Поскольку электромагнитное излучение заводится в кювету под углом в несколько десятков градусов, размер этих окон был выбран равным 5 см. Два других окна меньшего размера изготовлены из оргстекла и предназначены для наблюдения квазиортогональной АО дифракции в видимом диапазоне. Серым цветом обозначено устройство для возбуждения акустической волны, фотография и частотная характеристика которого приведены на рисунках 3.22 и 3.23. В данном устройстве пьезопреобразователь размером 6×6 мм находился в акустическом контакте с кварцевым буфером, имеющим поперечные неглубокие разрезы и скошенным на торце под углом 6° во избежание возникновения стоячей волны.

Как было показано ранее, при $\vec{K} \uparrow \uparrow \vec{k}_0$ оптимальная длина АО взаимодействия стремится к бесконечности $L^{\text{opt}} = \infty$. Однако из-за наличия затухания акустической волны и поглощения ТГц излучения в среде эффективная длина АО взаимодействия не будет превышать нескольких десятков сантиметров. Если формально подставить величину $L^{\text{opt}} = \infty$ в выражение для интенсивности дифрагированного излучения, то можно получить следующее соотношение:

$$I_{-1} = \frac{q^2}{4} \left(\frac{\alpha_s}{2} + \alpha\right)^{-2} = \frac{\pi^2}{2\lambda^2} \frac{M_2 P_a}{S} \left(\frac{\alpha_s}{2} + \alpha\right)^{-2}, \qquad (3.12)$$



Рисунок 3.20 — Жидкостная АО ячейка для наблюдения обратного коллинеарного АО взаимодействия в ТГц диапазоне





Рисунок 3.22 — Устройство для возбуждения акустической волны



Рисунок 3.23 — Зависимость эффективной акустической мощности от частоты сигнала

где S – площадь пьезопреобразователя.

Определив частоту акустической волны, необходимую для реализации обратной коллинеарной дифракции в оптически изотропной среде, по известной формуле:

$$F = \frac{2nV}{\lambda},\tag{3.13}$$

можно вычислить величину α_s , используя значение α_s/F^2 из таблицы 3.2. Результаты расчёта интенсивности дифрагированного излучения I_{-1} , а также F и α_s , при характерных значениях акустической мощности $P_a = 1$ Вт и размерах пьезопреобразователя 6×6 мм, приведены в таблице 3.3. Кроме этого, данная таблица дополнена величиной относительной односторонней полосы AO взаимодействия $\Delta F/F = \Delta \lambda/\lambda = \Delta \eta/k$, где k – волновое число TГц излучения в жидкости.

Таблица 3.3 — Акустические, оптические и акустооптические характеристики неполярных жидкостей в ТГц диапазоне при коллинеарной дифракции

Жидкость	F,	$\alpha_s,$	$I_{-1},$	$(\Delta F/F),$	$1.1q/\Delta\eta,$
	МГц	$\rm CM^{-1}$	10^{-4}	10 ⁻³	%
циклогексан (C_6H_{12})	27.4	2.7	2.3	2.5	3.0
гексан (C ₆ H ₁₄)	22.7	0.6	9.0	1.5	7.0
гексадекан (C ₁₆ H ₃₄)	29.4	1.7	2.5	2.3	3.0
бензол (C ₆ H ₆)	29.9	13.0	0.05	17.0	0.5
о-ксилол (C ₈ H ₁₀)	31.2	1.2	0.23	8.0	1.0
1-этанол (C ₂ H ₅ OH)	26.6	0.8	0.001	180	0.1
1-пентанол (C ₅ H ₁₁ OH)	29.4	1.7	0.004	60.0	0.1
тетрахлорметан (CCl ₄)	21.1	4.8	0.9	5.0	2.0
бромоформ (СНВг ₃)	22.6	2.5	0.21	9.0	1.0
сероуглерод (CS ₂)	28.3	91.0	0.006	60	0.2

Значение полосы $\Delta\eta$ было определено с помощью соотношения:

$$\Delta \eta = \sqrt[4]{\left(\alpha + \frac{\alpha_s}{2}\right)^4} + \left[\left(\frac{0.88\pi}{L}\right)^2 + (1.1q)^2\right]^2 \approx \sqrt[4]{\left(\alpha + \frac{\alpha_s}{2}\right)^4} + (1.1q)^4, \quad (3.14)$$

причём относительный вклад поправки (1.1q) ко всей величине $\Delta \eta$ при условии $P_{\rm a} = 1$ Вт не превышал 7%. Отметим, что при мощности ультразвука $P_{\rm a} = 20$ Вт этот вклад может достигать 30% и его необходимо учитывать при расчётах.

Как было показано ранее, для наблюдения квазиортогонального взаимодействия наиболее предпочтителен циклогексан (C₆H₁₂). Однако он характеризуется относительно высоким коэффициентом затухания акустической волны. Поэтому для увеличения эффективной длины АО взаимодействия и реализации обратной коллинеарной дифракции целесообразнее использовать гексан (C₆H₁₄). Как следует из таблицы 3.2, в этом случае интенсивность дифрагированного излучения равна 10^{-3} от интенсивности падающего излучения, а полоса частот ультразвука, в которой наблюдается АО взаимодействие, составляет $2\Delta F = 60 \ \kappa \Gamma$ ц.

Калибровка АО ячейки проводилась с использованием излучения гелийнеонового лазера с длиной волны $\lambda = 0.6328$ мкм. Поскольку на частоте $F \approx 20$ МГц коэффициент затухания акустической волны в гексане достаточно велик $\alpha_s = 0.6$ см⁻¹, то на расстоянии порядка 10 см, где располагаются окна для видимого излучения, мощность акустической волны уменьшится на 2 порядка. Поэтому исследование проводилось с использованием дистиллированной воды H₂O. Эксперимент показал, что на торце кварцевого буфера образуется тонкий воздушный слой, препятствующий распространению акустической волны. Для его устранения торец был обезжирен и время от времени протирался беличьей кисточкой. В результате эффективность АО дифракции возросла примерно в 2 раза, однако оказалась в 10 раз меньше ожидаемой величины $M_2 = 160 \cdot 10^{-15}$ с³/кг [127]. Наиболее вероятно, что данный результат связан с несовершенством цепи согласования, а также потерями в склейке пьезопреобразователя и кварцевого буфера. Кроме этого, необходимо учесть разницу в акустических импедансах воды и кварца.

Выполненный цикл экспериментов на длине волны $\lambda = 130$ мкм, методика проведения и оптическая схема которого совпадают с аналогичными для исследования обратного коллинеарного взаимодействия в германии, не дал положительного результата. Причиной этому явилось то, что к сложности юстировки добавилась плохая работа устройства для возбуждения акустической волны.

3.6 Акустооптическая дифракция закрученного терагерцевого излучения в неполярных жидкостях

Понятие "закрученного" света, введённое в работе [128], используется для описания электромагнитного поля с орбитальным угловым моментом. Фаза такого поля зависит от азимутального угла φ как $\exp(il\varphi)$, а орбитальный угловой момент (ОУМ) одного фотона равен $l\hbar$, где l – топологический заряд, равный целому числу, и \hbar – постоянная Дирака. Таким образом, ОУМ может быть значительно больше спинового углового момента. Благодаря этому факту можно, в частности, увеличить пропускную способность канала связи. Некоторые типы закрученных световых пучков, например, с бесселевым профилем, имеют уникальную характеристику – "бездифракционность" (их структура остаётся постоянной на значительных расстояниях). Поэтому можно выделить два применения закрученного света: 1) в средствах связи; 2) для управления микрочастицами [129;130].

Существует несколько методов формирования закрученного пучка с заданным ОУМ с использованием специальных дифракционных оптических элементов. На сегодняшний день основной задачей является разработка новых методов, позволяющих контролировать параметры закрученных пучков в реальном времени. Например, можно изменять ОУМ с помощью генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах [131]. В этом случае ОУМ генерируемого излучения будет равен удвоенному ОУМ пучка накачки. Другим способом является взаимодействие закрученной электромагнитного излучения с акустической волной, т.е. АО взаимодействие. Из литературы известно, что закон сохранения ОУМ выполняется при АО дифракции на звуковой волне с ОУМ, равным l_s [132–134]. Отсюда следует, что электромагнитное излучение в *m*-дифракционном порядке характеризуется ОУМ $l_m = l_0 + m \cdot l_s$. Таким образом, существует возможность управления ОУМ закрученных пучков света, а также запись и чтение информации с помощью АО методов.

Большинство публикаций, относящихся к дифракции закрученных пучков на ультразвуке, посвящены АО взаимодействию в оптоволокне при малых углах дифракции порядка 1° [132; 133]. Использование оптоволокна позволяет сконцентрировать световые и звуковые пучки в небольшом объёме, тем самым увеличивая эффективность АО взаимодействия. Стоит отметить, что в упомянутых работах использовалось излучение видимого диапазона, в то время как в литературе не приводятся данные по АО дифракции закрученных пучков ТГц диапазона. Этот факт связан с малой величиной эффективности дифракции $\xi = I_1/I_0$, которая обратно пропорциональна квадрату длины волны излучения λ .

Несмотря на то, что источники ТГЦ излучения были разработаны ещё 20 лет назад, можно выделить лишь несколько методик контроля параметрами ТГц излучения в реальном времени [135; 136]. По сравнению с ними AO устройства имеют ряд преимуществ, таких как быстродействие около 1 мкс, компактность и низкие управляющие электрические мощности порядка 1 Вт. Как было показано выше, интенсивность дифрагированного излучения I_1 пропорциональна параметру среды M_2 :

$$M_2 = 4 \frac{(\rho \partial n / \partial \rho)^2}{\rho V^3}, \qquad \qquad \rho \frac{\partial n}{\partial \rho} = \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{6n}. \qquad (3.15)$$

Как следует из соотношения (3.15), АО качество M_2 пропорционально шестой степени n. Поскольку значения скорости звука V и плотности ρ примерно одни и те же для многих жидкостей, основными условиями эффективной АО дифракции являются прозрачность среды АО взаимодействия в ТГц диапазоне и высокие значения показателя преломления n. Отметим, что подобное сочетание параметров нехарактерно. Как было показано выше, наиболее подходящим кристаллическим материалом является германий (Ge) [51]. Было установлено, что другие АО кристаллы характеризуются сильным поглощением ТГц излучения или значительно меньшими значениями показателя преломления.

Известно, что АО взаимодействие было впервые реализовано в жидкости. Несмотря на малые значения показателя преломления порядка $n \approx 1.4$, оказалось возможным добиться высоких значений эффективности дифракции благодаря большим значениям упругооптической постоянной. Однако, как правило, акустическая волна затухает в жидкостях сильнее, чем в кристаллических средах. Кроме этого, полярные жидкости непрозрачны в ТГц диапазоне ($\alpha > 10 \text{ см}^{-1}$) из-за межмолекулярного взаимодействия и наличия водородных связей [14]. Анализ литературы показал, что только неполярные жидкости прозрачны в ТГц диапазоне, и циклогексан (C₆H₁₂) характеризуется наименьшим значением коэффициента поглощения ТГц излучения $\alpha = 0.37 \text{ см}^{-1}$ при длине волны $\lambda = 130$ мкм. Экспериментальное исследование АО дифракции закрученного ТГц пучка проводилось с использование Новосибирского лазера на свободных электронах (ЛСЭ), как источника мощного монохроматического ТГц излучения [**126**]. Схема экспериментальной установки приведена на рисунке 3.24.



Рисунок 3.24 — Схема экспериментальной установки для наблюдения АО дифракции закрученного ТГц излучения: 1 – ЛСЭ; 2 – дифракционный элемент; 3 – АО ячейка; 4 – ячейка Голея; 5 – персональный компьютер; 6 – синхронный детектор; 7 – высокочастотный генератор; 8 – генератор импульсов.

Линейно поляризованный пучок ТГц излучения с длиной волны λ = 130 мкм падал на дифракционный элемент 2. В эксперименте использовалось два дифракционных элемента, представляющие собой кремниевые бинарные фазовые аксиконы со спиральной конфигурацией зон [137]. Диаметр обоих аксиконов составлял 30 мм. Фазовые функции аксиконов приведены на рисунках 3.25 а) и 3.25 б), где чёрный цвет соответствует нулевому сдвигу фазы, а белый – сдвигу фазы на π . После прохождения аксиконов ТГц пучок трансформировался в бесселевый закрученный пучок с топологическими зарядами $l = \pm 1$ и $l = \pm 2$. Величина |l| определяется структурой аксикона, а знак зависит от того, с какой стороны на него падает ТГц излучение. Эксперименты показали, что на расстояни
и $z=110\div 260$ мм после аксикона можно считать, что закрученный ТГц пучок является "бездифракционным" и существенно более узким. Данное свойство закрученных пучков даёт существенные преимущества АО методу управления, поскольку позволяет использовать пьезопреобразователь с меньшими размерами. Зависимость диаметра закрученного ТГц пучка от расстояния схематично приведена на рисунке 3.26. В указанном диапазоне расстояний z распределение интенсивности по поперечному сечению ТГц пуч-



Рисунок 3.25 — Фазовые функции дифракционного элемента, формирующего закрученный ТГц пучок с: а) $l = \pm 1$, б) $l = \pm 2$, а также с) фотография дифракционного элемента для формирования пучка с $l = \pm 2$





а) б) Рисунок 3.27 — Поперечное сечение бесселевого закрученного пучка с различным ОУМ: а) $l = \pm 1$, б) $l = \pm 2$

ка не изменяется и имеет вид, приведённый на рисунке 3.27). Диаметр первого кольца был равен $D_1 = 1.7$ мм для пучка с $l = \pm 1$ и $D_2 = 3.2$ мм – для $l = \pm 2$.

Третьим элементом экспериментальной установки являлась АО ячейка, прямоугольная дюралюминиевая кювета с двумя шлифованными тефлоновыми окнами. Ширина кюветы была равна 4 см, а толщина окон составляла около 1 мм. АО ячейка наполнялась исследуемыми жидкостями (гексан, циклогексан и уайт-спирит), в то время как закрученный ТГц пучок падал на АО ячейку под углом Брэгга. Известно, что тефлон прозрачен в ТГц диапазоне $\alpha = 2.75$ см⁻¹, и его показатель преломления n = 1.45 приблизительно равен показателю преломления неполярных жидкостей [138]. Поэтому интерференцией ТГц излучения в АО ячейке можно пренебречь.

Для возбуждения акустической волны использовался пьезокерамический преобразователь круглой формы. Можно показать, что в этом случае эффективность дифракции ξ не зависит от диаметра пьезопреобразователя:

$$\xi = \frac{2\pi}{\lambda^2} M_2 P_{\rm a}.\tag{3.16}$$

Высокочастотный генератор сигналов 7 ($F \approx 3$ МГц) и генератор прямоугольных импульсов 8, работающий с частотой повторения 15 Гц, использовались для генерации амплитудно-модулированного радиосигнала со скважностью 1/2, подаваемого на АО ячейку. Поскольку интенсивность дифрагированного излучения пропорциональна акустической мощности, то оно будет так же модулировано по амплитуде. Подобна модуляция необходима для работы ячейки Голея 4, являющейся приёмником ТГц излучения. Следует отметить, что использование механического прерывателя (чоппера) излучения вместо амплитудной модуляцией звуком, приводит к большему уровню шума из-за модуляции рассеянного ("вредного") излучения [51]. Для определения интенсивности прошедшего излучения использовался дополнительный прерыватель и калиброванный аттенюатор для предотвращения выхода из строя ячейки Голея. Поскольку интенсивность дифрагированного излучения была чрезвычайно мала, был использован синхронный детектор 6, цифровой сигнал с которого обрабатывался персональным компьютером 5.

АО дифракция закрученного ТГц пучка с длиной волны $\lambda = 130$ мкм исследовалась в трёх неполярных жидкостях: циклогексане C₆H₁₂, гексане C₆H₁₄ и уайт-спирите. В таблице 3.4 приведены теоретические и определённые из эксперимента значения АО качества указанных жидкостей. Теоретические значения АО качества $M_2^{\text{теор}}$ были рассчитаны с использованием литературных данных [116; 117; 120; 121] и соотношения 3.15.

жидкость	l	$\xi/P_{\rm a},$ $10^{-5} \ { m Br}^{-1}$	$M_2, \ 10^{-15} \ { m c}^3/{ m kr}$	$M_2^{ m reop}, \ 10^{-15}~{ m c}^3/{ m kg}$	
циклогексан	±1	5.0	160	600	
	± 2	5.7	180	000	
гексан	±1	6.0	190	770	
	± 2	6.5	200	110	
уайт-спирит	±1	4.5	130		
	± 2	4.5	140		

Таблица 3.4 — АО качество неполярных жидкостей при использовании закрученного ТГц излучения

В ходе исследования был выполнен цикл экспериментов с использованием закрученных ТГц пучков с различными значениями ОУМ: $l = \pm 1$ и $l = \pm 2$. Эффективность дифракции $\xi \approx 10^{-4}$ была достигнута при подводимой акустической мощности 3 Вт. Как следует из экспериментальных данных, приведённых в таблице 3.4, эффективность дифракции закрученного ТГц пучка с $l = \pm 2$ несколько больше, чем для пучка с $l = \pm 1$. Однако результаты очень близки друг к другу, и можно предположить, что эффективность дифракции ξ не зависит от ОУМ l закрученного ТГц пучка при малых значениях l.

Было установлено, что уайт-спирит характеризуется наименьшим значением АО качества $M_2 \approx 130 \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$ среди исследуемых жидкостей, в то время как гексан – наибольшим значением $M_2 \approx 180 \cdot 10^{-15} \text{ c}^3/\text{кr}$. Теоретические значения $M_2^{\text{теор}}$ были в 3 раза больше, чем определённые экспериментально. Этот факт можно объяснить следующим образом. При расчётах предполагалось, что акустическая мощность равнялась подводимой электрической мощности. Однако, на самом деле, это не совсем так, поскольку акустические импедансы пьезокерамики и жидкостей существенно отличаются [139]. Тем не менее, теоретическая модель и экспериментальные результаты качественно согласуются.

Лабораторный прототип АО устройства был изготовлен с использованием пьезокерамического преобразователя, работающего на первой гармонике $F = 3.0 \text{ M}\Gamma$ ц. Это позволило достичь больших углов отклонения $\Delta \theta$ дифрагированного излучения. Экспериментально определённое значение $\Delta \theta$ для гексана составило величину 22°, в то время как для циклогексана и уайт-спирита оно было несколько меньше $\Delta \theta = 19^{\circ}$. Различия в углах отклонения можно объяснить различием скоростей звука в указанных жидкостях.

Таким образом, впервые было проведено экспериментальное исследование АО дифракции закрученного ТГц пучка. Установлено, что эффективности дифракции закрученных пучков с ОУМ l = 1 и l = 2 совпадают в пределах ошибки эксперимента. Большие значения углов отклонения в десятки градусов, достигнутые при использовании относительно низких частот ультразвука F = 3.0 МГц, были получены благодаря низкой скорости звука в жидкостях. Поскольку эффективность дифракции составила величину порядка $\xi \propto 10^{-4}$, полученный результат имеет скорее фундаментальное значение, чем практическое. Однако проведённое исследование может лечь в основу цикла экспериментов с использованием новых типов АО взаимодействия (например, дифракция закрученного ТГц пучка на закрученном акустическом пучке), который позволит обнаружить новые эффекты при АО дифракции закрученного ТГц излучения.

Основные результаты Главы 3

Анализ литературных данных показал, что наилучшим кристаллическим материалом для изготовления AO ячейки является германий. Определена углочастотная зависимость, а также частотная и угловая полосы AO взаимодействия, в широком диапазоне частот ультразвука. Измеренный угол отклонения дифрагированного излучения достигал 55°, что на порядок больше значений, достигнутых в работах других авторов. Установлено, что AO устройство может быть использовано для отклонения TГц излучения с максимальным числом разрешимых элементов N = 7.

Рассчитаны оптимальные параметры и созданы две АО ячейки на основе монокристаллического германия для наблюдения обратной коллинеарной дифракции. Использованные АО ячейки отличались длиной АО взаимодействия, размером пьезопреобразователя, а также диапазоном рабочих частот ультразвука. Была разработана оригинальная методика проведения исследования.

Впервые проведена систематизация данных по АО характеристикам жидких сред на длине волны $\lambda = 130$ мкм, а также коэффициентам поглощения интенсивности α электромагнитного излучения и коэффициентам затухания мощности α_s акустической волны. Установлено, что при квазиортогональной геометрии наибольшая эффективность АО взаимодействия достигается в тетрахлорметане, а интенсивность дифрагированного излучения максимальна при использовании циклогексана. Показано, что для наблюдения обратной коллинеарной АО дифракции оптимальной жидкой средой является гексан. Реализовано отклонение ТГц излучения в неполярных жидкостях на углы порядка 20°, а также модуляция с глубиной 0.02%.

Выполнен цикл экспериментов с использованием ТГц излучения, обладающего орбитальным угловым моментом. Установлено, что в пределах ошибки эксперимента эффективность АО взаимодействия не зависит от значения орбитального углового момента. Проведённое исследование продемонстрировало возможность управления параметрами закрученного ТГц излучения АО методами и является основой для фундаментальных исследований в данном направлении.

Заключение

1. Рассмотрена акустооптическая дифракция в оптически изотропных средах. Показано, что глобальные экстремумы коэффициента акустооптического качества наблюдаются, когда подающее и дифрагированное излучение поляризовано вдоль одной из полуосей индикатрисы, возмущённой акустической волной. Определены условия, при которых коэффициент акустооптического качества максимален для квазиортогональной и коллинеарной геометрий взаимодействия. Приведены результаты расчёта коэффициента акустооптического качества в том случае, когда волновые вектора взаимодействующих волн лежат в плоскостях (001) и $(1\bar{1}0)$ кубического кристалла.

2. Получена система уравнений, описывающая акустооптическое взаимодействие и связывающая комплексные амплитуды электромагнитных волн в соседних дифракционных порядках в случае поглощения электромагнитных волн. При выводе основных соотношений рассмотрена дифракция электромагнитного излучения на акустическом поле с произвольной пространственной структурой при учёте поляризационных эффектов.

3. Проведён анализ решения уравнения связанных мод в брэгговском режиме при дифракции на затухающей акустической волне. Исследована квазиортогональная, прямая и обратная коллинеарная дифракция. Доказано влияние затухания акустической волны и поглощения электромагнитных волн на эффективность и полосу акустооптического взаимодействия. Определены условия, при которых в режиме обратной коллинеарной дифракции в условиях фазового синхронизма может наблюдаться невзаимный эффект.

4. Экспериментальное исследование квазиортогонального акустооптического взаимодействия в терагерцевом диапазоне проведено с использованием монокристаллического германия. Определена углочастотная характеристика, а также измерена полоса акустооптического взаимодействия для ряда углов Брэгга. Впервые созданное акустооптическое устройство было использовано в качестве дефлектора терагерцевого излучения с максимальным числом разрешимых элементов N = 7.

5. Впервые проведена систематизация параметров жидкостей, пригодных для работы в терагерцевом диапазоне. Исследована акустооптическая дифракция в неполярных жидкостях и определена величина коэффициентов их акустооптического качества. Установлено, что для наблюдения квазиортогональной дифракции целесообразно использовать циклогексан, в то время как для реализации прямой и обратной коллинеарной дифракции предпочтительнее гексан.

6. Выполнен первый цикл экспериментов по изучению акустооптической дифракции закрученного терагерцевого излучения. Показано, что эффективность акустооптического взаимодействия не зависит от значения орбитального углового момента электромагнитного излучения. Проведённое исследование доказывает перспективность разработки устройств, использующих акустооптическое управление параметрами закрученного терагерцевого излучения.

Список литературы

- 1. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. — М.: Радио и связь, 1985. — С. 289.
- 2. *Ярив А., Юх П.* Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. С. 616.
- 3. Xu J., Stroud R. Acousto-Optic Devices. New York: Wiley, 1992. P. 652.
- Goutzoulis A., Pape D. Design and Fabrication of Acousto-Optic Devices. New York: Marcel Dekker, 1994. – P. 289.
- 5. Задорин А.С. Динамика акустооптического взаимодействия. Томск: Томский гос. университет, 2004. — С. 352.
- 6. Акустооптические процессоры спектрального типа / Под ред. В.В. Проклов, В.Н. Ушаков. — М.: Изд. «Радиотехника», 2012. — С. 192.
- 7. Теория и практика современной акустооптики / В.Я. Молчанов, Ю.И. Китаев, А.И. Колесников и др. — М.: Изд. дом МИСиС, 2015. — С. 459.
- 8. *Котов В.М.* Акустооптика. Брэгговская дифракция многоцветного излучения. М.: Янус-К, 2016. С. 286.
- Voloshinov V.B, Gupta N. Acousto-optic imaging in the middle infrared region of spectrum // Proc. SPIE. — 1999. — Vol. 3900. — Pp. 68–73.
- Voloshinov V.B, Gupta N. Ultraviole-visible imaging acousto-optic tunable filters in KDP // Appl. Opt. - 2004. - Vol. 43, no. 19. - Pp. 3901-3909.
- The narrow band AOTF based hyperspectral microscopic imaging on the rat skin stratum configuration / C. Zhang, H. Wang, J. Huang, Q. Gao // J. Europ. Opt. Soc. Rap. Public. - 2014. - Vol. 9. - P. 14034.
- Wang P., Zhang Z. Double-filtering method based on two acousto-optic tunable filters for hyperspectral imaging application // Opt. Express. - 2016. - Vol. 24, no. 9. - Pp. 9888-9895.

- Handbook of Optical Constants of Solids / Ed. by E.D. Palik. Orland Florida: Academic Press, 1985.
- Terahertz Biomedical Science and Technology / Ed. by J.H. Son. Boca Raton, FL.: CRC Press, 2014. — P. 377.
- 15. Дьяконов Е.А., Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В. Полуколлинеарный режим дифракции света на ультразвуке в среде с сильной упругой анизотропией // Оптика и спектроскопия. — 2015. — Т. 118, № 1. — С. 172–181.
- Anisotropy of piezo- and elastooptical effect in β-BaB₂O₄ crystals / A.S. Andrushchak, V.T. Adamiv, O.M. Krupych et al. // *Ferroelectrics.* — 2000. — Vol. 238, no. 1. — Pp. 299–305.
- Spatial anisotropy of photoelastic and acoustooptic properties in β-BaB₂O₄ crystals / A.S. Andrushchak, Y.V. Bobitski, M.V. Kaidan et al. // Optical Materials. - 2004. - Vol. 27, no. 3. - Pp. 619–624.
- The indicative surfaces of the photoelastic effect in Cs₂HgCl₄ biaxial crystals / M.V. Kaidan, B.V. Tybinka, A.V. Zadorozhna et al. // Optical Materials. — 2007. — Vol. 29, no. 5. — Pp. 475–480.
- Spatial anisotropy of the acousto-optical efficiency in lithium niobate crystals / A.S. Andrushchak, E.M. Chernyhivsky, Z.Yu. Gotra et al. // J. Appl. Phys. – 2010. – Vol. 108, no. 10. – P. 103118(5).
- 20. Demyanyshyn N.M., Mytsyk B.G., Sakharuk O.M. Elasto-optic effect anisotropy in strontium borate crystals // Appl. Opt. — 2014. — Vol. 53, no. 8. — Pp. 1620–1628.
- Mytsyk B.G., Demyanyshyn N.M., Sakharuk O.M. Elasto-optic effect anisotropy in gallium phosphide crystals // Appl. Opt. - 2015. - Vol. 54, no. 28. - Pp. 8546-8553.
- 22. Anisotropy of acousto-optic figure of merit in optically isotropic media / O. Mys,
 M. Kostyrko, M. Smyk et al. // Appl. Opt. 2014. Vol. 53, no. 20. —
 Pp. 4616–4627.

- Anisotropy of acoustooptic figure of merit for TeO₂ crystals. 1. Isotropic diffraction / O. Mys, M. Kostyrko, M. Smyk et al. // Ukr. J. Phys. Opt. 2014. Vol. 15, no. 3. Pp. 132–154.
- Anisotropy of acoustooptic figure of merit for TeO₂ crystals.
 Anisotropic diffraction / O. Mys, M. Kostyrko, O. Krupych, R. Vlokh // Ukr. J. Phys. Opt. 2015. Vol. 16, no. 1. Pp. 38–60.
- 25. Mys O., Kostyrko M., Vlokh R. Anisotropy of acousto-optic figure of merit for LiNbO₃ crystals: anisotropic diffraction // Appl. Opt. - 2016. - Vol. 55, no. 9. - Pp. 2439-2450.
- 26. Ahmad A.K., Majeed M.F. Calculation of acousto-optic figure of merit for some of oxide crystals // Int. J. Opt. and Appl. 2016. Vol. 6, no. 1. Pp. 1–6.
- Kogelnik H. Coupled wave theory for thik hologram gratings // The Bell System Technical Journal. — 1969. — Vol. 48, no. 9. — Pp. 2909–2847.
- Liphardt M., Goonesekera A., Ducharme S. Effect of beam attenuation on photorefractive grating erasure // J. Opt. Soc. Am. B. - 1996. - Vol. 13, no. 10. - Pp. 2252-2260.
- 29. Montemezzani G., Zgonik M. Light diffraction at mixed phase and absorption gratings in anisotropic media for arbitrary geometries // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 55, no. 1. Pp. 1035-1047.
- 30. Zakharyan G.G., Galstyan A.V. Mixed phase and absorption thin gratings diffraction // Opto-Electron. Rev. 2007. Vol. 15, no. 1. Pp. 20-26.
- Influence of the absorption grating on the diffraction efficiency in thick photovoltaic media in transmission geometry under non linear regimes / L.M. Cervantes, A. Zuniga, L.F. Magana, J.G. Murillo // Rev. Mex. Fis. — 2010. — Vol. 56, no. 4. — Pp. 323–327.
- Comparative study of the accuracy of the PSM and Kogelnik models of diffraction in reflection and transmission holographic gratings / D. Brotherton-Ratcliffe, L. Shi, A. Osanlou, P. Excell // Opt. Express. 2014. Vol. 22, no. 6. Pp. 32384–32405.

- 33. Наблюдение эффективной дифракции субмиллиметрового излучения на волнах электронной концентрации в n-InSb / В.В. Проклов, В.И. Миргородский, Ушаткин Е.Ф. и др. // Писъма в ЖТФ. — 1978. — Т. 4, № 23. — С. 1431–1434.
- 34. Far-infrared laser scattering studies of density fluctuations in tokamak fusion plasmas / P. Lee, N.C. Luhmann, H. Park et al. // Appl. Opt. - 1982. -Vol. 21, no. 10. - Pp. 1738–1744.
- Durr W., Schmidt W. Measurement of acousto-optic interaction in germanium in the far infrared // Int. J. Infrared and Millimeter Waves. - 1985. - Vol. 6, no. 10. - Pp. 1043-1049.
- 36. Vogel T., Dodel G. Acousto-optic modulation in the far-infrared // Infrared Phys. - 1985. - Vol. 25, no. 1-2. - Pp. 315-318.
- 37. The Handbook of Photonics / Ed. by M.C. Gupta, J. Ballato. 2 edition. CRC Press, 2006. P. 1040.
- 38. Дъяконов Е.А., Волошинов В.Б. Описание дифракции света на ультразвуке при помощи двумерного уравнения связанных мод // Радиотехника и электроника. — 2014. — Т. 59, № 5. — С. 498–509.
- 39. Дъяконов Е.А., Никитин П.А. Оптическое невзаимное устройство на основе коллинеарного акустооптического фильтра // Сборник трудов научнопрактической конференции "Фундаментальные и прикладные аспекты инновационных проектов физического факультета МГУ". — Москва, Россия: 2009. — С. 56–57.
- 40. Laser setup for observation of acousto-optic non-reciprocity / E. Djakonov, P. Nikitin, Yu. Dobrolenskiy, V. Voloshinov // Preliminary program and abstracts of 12-th international conference "Wave electronics and its applications in the information and telecommunication systems". — St.Petersburg, Russia: 2009. — P. 20.
- Никитин П.А., Дьяконов Е.А. Невзаимный эффект при коллинеарной дифракции в кристаллах сапфира и ниобата лития // Сборник тезисов 16-ой международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов – 2009". — Москва, Россия: 2009. — С. 168–169.

- 42. Djakonov E.A., Nikitin P., Dobrolenskiy Y.S. Magnitude of acousto-optic non-reciprocal effect in birefringent materials // Preliminary program and abstracts of 13-th international conference for young researchers "Wave electronics and its applications in the information and telecommunication systems". — St.Petersburg, Russia: 2010. — P. 13.
- 43. Трушин А.С., Волошинов В.Б., Никитин П.А. Поверхностное возбуждение объёмных волн в кристалле парателлурита // Материалы 6-ой межрегиональной школы физиков и молодых учёных "ЛМШФ-6". — Екатеринбург, Россия: 2010. — С. 126–127.
- 44. *Никитин П.А., Трушин А.С.* Возбуждение объемных акустических волн с поверхности кристалла парателлурита // Труды 13-ой всероссийской школы-семинара "Физика и применение микроволн" имени А.П.Сухорукова ("Волны-2011"). Т. 7. Звенигород, Россия: 2011. С. 46–49.
- 45. Трушин А.С., Никитин П.А. Возбуждение объёмной акустической волны с поверхности кристалла парателлурита // Материалы "17-ой всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых учёных (ВНКСФ – 17)". — Т. 15. — Екатеринбург, Россия: 2011. — С. 505–506.
- 46. Акустооптическая ячейка на кристалле парателлурита с поверхностным возбуждением объёмных акустических волн / В.Б. Волошинов, П.А. Никитин, А.С. Трушин, Л.Н. Магдич // Писъма в журнал технической физики. 2011. Т. 37, № 16. С. 22–28.
- 47. Дъяконов Е.А., Волошинов В.Б., Никитин П.А. Невзаимный эффект при низкочастотном и высокочастотном коллинеарном акустооптическом вза-имодействии // Оптика и спектроскопия. 2012. Т. 113, № 6. С. 701–711.
- Trushin A.S., Nikitin P.A., Muromets A.V. Acousto-optic interaction in TeO2 and LiNbO3 devices with surface generation of bulk acoustic waves // AIP Conf. Proc. - 2012. - Vol. 1433, no. 1. - Pp. 102–105.
- 49. Nikitin P.A., Voloshinov V.B., Knyazev B.A. Deflection of laser teraherz radiation in germanium crystal by acousto-optic methods // Preliminary program

and abstracts of XVI international conference "Wave electronics and its applications in the information and telecommunication systems". - St.Petersburg, Russia: 2013. - P. 21.

- 50. Исследования по акустооптике на физическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова / А.С. Трушин, А.В. Муромец, П.А. Никитин, В.А. Чекалина // Сбоник трудов "XIX всероссийской научной конференции студентовфизиков и молодых учёных (ВНКСФ – 19". — Екатеринбург, Россия: 2013. — С. 422–423.
- 51. Отклонение монохроматического терагерцового излучения методами акустооптики / В.Б. Волошинов, П.А. Никитин, В.В. Герасимов и др. // Квантовая электроника. — 2013. — Т. 43, № 12. — С. 1139–1142.
- 52. Волошинов В.Б., Князев Г.А., Никитин П.А. Акустооптическое управление электромагнитным излучением дальнего инфракасного и терагерцового диапазона // Материалы 2-й международной конференции "Оптика и фотоника – 2013". — Самарканд, Узбекистан: 2013. — С. 141–144.
- 53. Акустооптическое управление электромагнитным излучением терагерцового диапазона / В.Б. Волошинов, П.А. Никитин, В.В. Герасимов и др. // Сборник трудов XIV всероссийской школы-семинара "Физика и применение микроволн". — 9. — Можайск, Россия: 2013. — С. 12.
- 54. Diffraction of monochromatic terahertz radiation by ultrasound in germanium crystal / V.B. Voloshinov, P.A. Nikitin, V.V. Gerasimov et al. // Techical digest of International conference on coherent and nonlinear optics / Conference on lasers, applications, and technologies "ICONO/LAT 2013". — Moscow, Russia: 2013.
- 55. Advances in the optics and photonics in the terahertz region at the SPIN workstation of Novosibirsk free electron laser facility / B.A. Knyazev, I.A. Azarov, V.S. Cherkassky, Yu.Yu. Choporova // Technical digest of VI international symposium "Modern problems of laser physics (MPLP'2013)". — Novosibirsk, Russia, 2013. — Pp. 97–98.
- 56. *Никитин П.А.* Двумерное описание акустооптического взаимодействия, учитывающее поглощение электромагнитных волн // Сборник статей

XVIII международной молодежной научной школы "Когерентная оптика и оптическая спектроскопия". — Казань, Россия: 2014. — С. 151–155.

- 57. Regular trends of acousto-optic interaction in terahertz region of electromagnetic radiation / P. Nikitin, V. Voloshinov, V. Gerasimov, B. Knyazev // Abstract and programme book of "12-th school on acousto-optics and applications". — Druskininkai, Lithuania: 2014. — Pp. 37–37.
- Regular trends of acousto-optic interaction in terahertz region of electromagnetic radiation / P. Nikitin, V. Voloshinov, V. Gerasimov, B. Knyazev // Acta Physica Polonica A. 2015. Vol. 127, no. 1. Pp. 49–51.
- Nikitin P.A., Voloshinov V.B. Backward collinear acousto-optic interaction in germanium crystal in terahertz spectral range // Physics Procedia. — 2015. — Vol. 70. — Pp. 712 – 715.
- Nikitin P.A., Voloshinov V.B. Backward collinear acousto-optic interaction in germanium crystal in terahertz spectral range // Abstract book "2015 ICU international congress on ultrasonics". — Metz, France, 2015. — Pp. 85–85.
- Никитин П.А. Особенности акустооптического взаимодействия с учётом поглощения электромагнитных волн и поляризационных эффектов // Труды 15-ой всероссийской школы-семинара "Физика и применение микроволн" имени А.П.Сухорукова ("Волны – 2015"). — Красновидово, Россия: 2015.
- Infrared and terahertz transmission properties of germanium single crystals /
 I.A. Kaplunov, P.A. Nikitin, V.B. Voloshinov et al. // Journal of Physics: Conference Series. - 2016. - Vol. 737, no. 1. - P. 012021.
- 63. Каплунов И.А., Никитин П.А., Волошинов В.Б. Измерение пропускания германия в инфракрасном и терагерцовом диапазоне // Сборник научных трудов "V международной конференции по фотонике и информационной оптике". Москва, Россия: 2016. С. 33–34.
- 64. Никитин П.А. Метод определения максимального значения акустооптического качества в оптически изотропных средах // Учёные записки физического факультета МГУ. — 2016. — № 6. — С. 166602.
- 65. Deflection of terahertz vortex beam in nonpolar liquids by means of acousto-optics / P.A. Nikitin, V.B. Voloshinov, V.V. Gerasimov, B.A. Knyazev // Physics Procedia. — 2016. — Vol. 84. — Pp. 146–151.
- 66. Acousto-optic interaction in non-polar liquids in terahetz region / P.A. Nikitin, V.B. Voloshinov, B.A. Knyazev, V.V. Gerasimov // Proceedings of the XIX international conference for young researchers "Wave electronics and its applications in the information and telecommunication systems". — St.Petersburg, Russia: 2016. — Pp. 80–81.
- 67. Deflection of THz vortex beam in non-polar liquids by means of acousto-optics / P. Nikitin, V.B. Voloshinov, B. Knyazev, V. Gerasiov // Book of abstracts of international conference "Synchrotron and free electron laser radiation: generation and application (SFR-2016)". — Novosibirsk, Russia: 2016. — Pp. 23–23.
- Nikitin P.A. General method to determine optimal values of acousto-optic figure of merit in cubic crystals // Proceedings of "2016 IEEE international ultrasonics symposium". Tours, France: 2016. Pp. 162–163.
- 69. *Никитин П.А., Волошинов В.Б.* Квази-ортогональное и квази-коллинеарное акустооптическое взаимодействие в поглощающей среде // Труды 15-ой всероссийской школы-семинара "Волновые явления в неоднородных средах" имени А.П.Сухорукова ("Волны – 2015"). — Красновидово, Россия: 2016. — С. 20–23.
- 70. Никитин П.А. Метод определения максимального значения акустооптического качества в оптически изотропных средах // Труды 15-ой всероссийской школы-семинара "Волновые явления в неоднородных средах" имени А.П.Сухорукова ("Волны – 2015"). — Красновидово, Россия: 2016. — С. 44–45.
- 71. Influence of electromagnetic and acoustic absorption on properties of backward collinear acousto-optic interaction / D.L. Porokhovnichenko, E.A. Djakonov, P. A. Nikitin, V.B. Voloshinov // Preliminary program and abstracts of the XIX international conference for young researchers "Wave electronics and its applications in the information and telecommunication systems". St.Petersburg, Russia: 2016. Pp. 71–74.

- 72. Никитин П.А., Волошинов В.Б. Квази-ортогональное и квази-коллинеарное акустооптическое взаимодействие в поглощающей среде // Ученые записки физического факультета МГУ. — 2016. — № 6. — С. 166601.
- 73. Никитин П.А. Метод расчета максимального значения акустооптического качества в оптически изотропных средах // Известия РАН. Серия физическая. — 2017. — Т. 81, № 1. — С. 93–97.
- 74. Никитин П.А. Квазиортогональная акустооптическая дифракция на закрученном звуковом пучке // Сборник научных трудов "VI Международной конференции по фотонике и информационной оптике". — Москва, Россия: 2017. — С. 346–347.
- Royer D., Dieulesaint E. Elastic Waves in Solids II. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000. — P. 446.
- Nelson D.F., Lax M. New symmetry for acousto-optic scattering // Physical Review Letters. — 1970. — Vol. 24, no. 8. — Pp. 379–380.
- 77. *П.К. Рашевский*. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: ЛКИ, 2010. С. 664.
- Balakshy V.I. Polarization effects in acousto-optic interaction // Optical Engineering. - 1993. - Vol. 32, no. 4. - Pp. 746-751.
- 79. Акустические кристаллы / Под ред. М.П. Шаскольская. М.: Наука, 1982. — С. 632.
- 80. Narasimhamurty T.S. Photoelastic and Electro-Optic Properties of Crystals.
 Plenum Press, 1981. P. 514.
- Handbook of Chemistry and Physics / Ed. by D. Lide. 90 edition. Boca Raton, Florida: CRC Press, 2009. — P. 2760.
- 82. Handbook of Condensed Matter and Materials Data / Ed. by W. Martienssen,
 H. Warlimont. 1 edition. Berlin Heidelberg: Springer, 2005. P. 1121.
- 83. Mielnicki J. Elastic waves in {100}, {110}, and {111} planes of cubic crystals // IEEE Trans. Son. and Ultrason. - 1972. - Vol. SU-19, no. 1. - Pp. 15-18.

- 84. Complex unitary vectors for the direction of propagation and for the polarization of electromagnetic waves in absorbing isotropic media / S. Alfonso, C. Alberdi, J.M. Dineiro et al. // J. Opt. Soc. Am. A. - 2004. - Vol. 21, no. 9. - Pp. 1776-1784.
- 85. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. — Р. 384.
- 86. Волошинов В.Б., Богомолов Д.В., А.Ю. Трохимовский. Оптимизация перестраиваемого акустооптического фильтра на кристалле КDP // Журнал технической физики. 2006. Т. 76, № 1. С. 66–71.
- 87. Voloshinov V.B., Yushkov K.B., Linde B.B.J. Improvement in performance of a TeO₂ acousto-optic imaging spectrometer // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. - 2007. - Vol. 9. - Pp. 341-347.
- Voloshinov V.B., Yushkov K.B. Acousto-optic filters on potassium dihydrogen phosphate with optimal angle aperture and maximum beam deflection // Optical Engineering. - 2008. - Vol. 47, no. 7. - P. 073201(7).
- 89. Князев Г.А., Волошинов В.Б. Коллинеарное акустооптическое взаимодействие в монокристалле теллура // Известия РАН. Серия физическая. — 2012. — Т. 74, № 12. — С. 1792–1796.
- 90. Balakshy V.I., Mantsevich S.N. Polarization effects at collinear acousto-optic interaction // Optics and Laser Technology. — 2012. — Vol. 44, no. 4. — Pp. 893–898.
- 91. Kodama M. Algorithm 912: a module for calculating cylindrical functions of complex order and complex argument // ACM Trans. Math. Softw. - 2011. -Vol. 37, no. 4. - Pp. 47:1-47:25.
- 92. Smink R.W., de Hon B.P., Tijhuis A.G. Fast and accurate computation of Bessel functions with (large) complex order and argument // Applied Mathematics and Computation. — 2009. — Vol. 207, no. 2. — Pp. 442–447.
- Ciapurin I.V. Modeling of phase volume diffractive gratings, part 2: reflecting sinusoidal uniform gratings, Bragg mirrors // Optical Engineering. - 2012. -Vol. 51, no. 5. - P. 058001.

- 94. *Парыгин В.Н., Балакший В.И.* Оптическая обработка информации. М.: Изд. Моск. ун-та, 1987. С. 142.
- 95. Yang Y., Shutler A., Grischkowsky D. Measurement of the transmission of the atmosphere from 0.2 to 2 THz // Opt. Express. — 2011. — Vol. 19, no. 9. — Pp. 8830–8838.
- 96. High-refractive-index composite materials for terahertz waveguides: trade-off between index contrast and absorption loss / B. Ung, A. Dupuis, K. Stoeffler et al. // J. Opt. Soc. Am. B. - 2011. - Vol. 28, no. 4. - Pp. 917-921.
- 97. Index of refraction and absorption coefficient spectra of paratellurite in the terahertz region / Márta Unferdorben, A. Buzády, J. Hebling et al. // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. 2016. Vol. 37, no. 7. Pp. 703–709.
- 98. Far infrared dielectric dispersion in BaTiO₃, SrTiO₃, and TiO₂ / W.G. Spitzer, R.C. Miller, D.A. Kleinman, L.E. Howarth // Phys. Rev. - 1962. - Vol. 126. - Pp. 1710-1721.
- 99. Mamrashev A.A., Nalivaiko V.I., Nikolaev N.A. Optical properties of chalcogenide glasses in the terahertz spectral region // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. — 2013. — Vol. 77, no. 9. — Pp. 1161–1163.
- 100. Sirdeshmukh D., Sirdeshmukh L., Subhadra K.G. Atomistic Properties of Solids. — 1 edition. — Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2011. — Vol. 147 of Springer series in materials science. — P. 618.
- 101. McNeil L.E., Grimsditch M. Elastic constants of As_2S_3 // Phys. Rev. B. 1991. Vol. 44, no. 9. Pp. 4174-4177.
- 102. Henderson D.M., Abrams R.L. A comparison of acoustooptic and electrooptic modulators at 10.6 microns // Optics Communications. - 1970. - Vol. 2, no. 5. - Pp. 223-226.
- 103. *Магдич Л.Н., Молчанов В.Я.* Акустооптические устройства и их применение. — М.: Советское радио, 1978. — С. 112.

- 104. Mohamed A.E.A., Rashed A.N.Z., El-hamid H.A. High light intensity and fast modulation speed of acousto optic modulators for high diffraction efficiency applications // International Journal of Review in Electronics & Communication Engineering. - 2013. - Vol. 1, no. 3. - Pp. 52-63.
- 105. *Гуляев Ю.В., Проклов В.В., Шкердин Г.Н.* Проблемы современной радиотехники и электроники. — М.: Наука, 1980. — С. 326.
- 106. Terahertz Spectroscopy and Imaging / Ed. by Peiponen K.-E. et al. 1 edition.
 Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2013. Vol. 171 of Springer series in optical sciences. P. 644.
- 107. Fox A.J. Acoustooptic figure of merit for single crystal germanium at 10.6-μm wavelength // Appl. Opt. 1985. Vol. 24, no. 14. Pp. 2040-2041.
- 108. Abrams R.L., Pinnow D.A. Acousto-optic properties of crystalline germanium // J. Appl. Phys. - 1970. - Vol. 41, no. 7. - Pp. 2765-2768.
- 109. *Pinnow D.A.* Laser Handbook / Ed. by FT Arecchi, E.O. Schulz-Dubois. Amsterdam: North Holland Publ. Co., 1972. Vol. 1.
- 110. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. С. 713.
- 111. Knyazev B.A., Kulipanov G.N., Vinokurov N.A. Novosibirsk terahertz free electron laser: instrumentation development and experimental achievements // Meas. Sci. Technol. - 2010. - Vol. 21, no. 054017.
- 112. Несмелова И.М., Астафъев Н.И. Определение коэффициента поглощения кристаллов оптического германия по удельному сопротивлению // Прикладная физика. — 2007. — № 5. — С. 33–36.
- 113. http://www.tydexoptics.com.
- 114. Mason W.P., Bateman T.B. Ultrasonic wave propagation in pure silicon and germanium // J. Acoust. Soc. Am. 1964. Vol. 36, no. 4. Pp. 644-652.
- 115. Uchida N. Elastooptic coefficient of liquids determined by ultrasonic light diffraction method // Jap. J. Appl. Phys. 1968. Vol. 7, no. 10. P. 1259.

- 116. Density, speed of sound, and refractive index for binary mixtures containing cycloalkanes with o-xylene, m-xylene, p-xylene, and mesitylene at T = (298.15 and 313.15) K / B. Gonzalez, E.J. Gonzalez, N. Calvar et al. // J. Chem. Eng. Data. - 2010. - Vol. 55, no. 6. - Pp. 2294-2305.
- 117. Djerdjev A.M., Beattie J.K. Electroacoustic and ultrasonic attenuation measurements of droplet size and zeta-potential of alkane-in-water emulsions: effects of oil solubility and composition // Phys. Chem. Chem. Phys. 2008. Vol. 10, no. 32. Pp. 4843-4852.
- 118. Abulencia J.P., Theodore L. Fluid Flow for the Practicing Chemical Engineer.
 Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2009. P. 600.
- 119. Таблицы физических величин / Под ред. И.К. Кикоин. М.: Атомиздат, 1976. С. 1008.
- 120. Pedersen J.E., Keiding S.R. THz time-domain spectroscopy of nonpolar liquids // IEEE J. Quant. Electron. - 1992. - Vol. 28, no. 10. - Pp. 2518-2522.
- 121. Laib J.P., Mittleman D.M. Temperature-dependent terahertz spectroscopy of liquid n-alkanes // J. Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. — 2010. — Vol. 31, no. 9. — Pp. 1015–1021.
- 122. Analysis of petroleum products and their mixtures by using terahertz time domain spectroscopy / Y.S. Jin, G.J. Kim, C.H. Shon et al. // J. Korean Phys. Soc. - 2008. - Vol. 53, no. 4. - Pp. 1879–1885.
- 123. Dispersion of alcohols and water in the submillimetre waveband / J.E. Chamberlain, M.N. Afsar, J.B. Hasted et al. // Nature. — 1975. — Vol. 255, no. 5506. — Pp. 319–321.
- 124. Zafar M.S., Zafar F.I., Shamim A. Measurements of refractive indices and power absorption coefficients of liquids at 2.54 THz (118 μm) // Infrared Phys. 1984. Vol. 24, no. 6. Pp. 505–509.
- 125. Probing dielectric relaxation properties of liquid CS₂ with terahertz time-domain spectroscopy / B.L. Yu, F. Zeng, Q. Xing, R.R. Alfano // Appl. Phys. Lett. - 2003. - Vol. 82, no. 26. - Pp. 4633-4635.

- 126. Novosibirsk free electron laser facility description and recent experiments / G.N. Kulipanov, E.G. Bagryanskaya, E.N. Chesnokov et al. // *IEEE Trans. Terahertz Sci. Tech.* – 2015. – Vol. 5, no. 5. – Pp. 798–809.
- 127. Fukumoto A., Watanabe A. Liquid materials and their figures of merit as acoustooptical deflector // Japanese Journal of Applied Physics. — 1970. — Vol. 9, no. 6. — Pp. 662–665.
- 128. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes / L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, J. P. Woerdman // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 45, no. 11. Pp. 8185-8189.
- 129. Generation of terahertz surface plasmon polaritons using nondiffractive bessel beams with orbital angular momentum / B.A. Knyazev, Yu.Yu. Choporova, M.S. Mitkov et al. // Phys. Rev. Lett. - 2015. - Vol. 115, no. 16. - P. 163901.
- 130. Yao A.M., Padgett M.J. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications // Advances in Optics and Photonics. — 2011. — Vol. 3, no. 2. — Pp. 161–204.
- 131. Highly efficient second harmonic generation of a light carrying orbital angular momentum in an external cavity / Z.Y. Zhou, Y. Li, D.S. Ding et al. // Opt. Express. - 2014. - Vol. 22, no. 19. - Pp. 23673-23678.
- 132. Dashti P.Z., Alhassen F., Lee H.P. Observation of orbital angular momentum transfer between acoustic and optical vortices in optical fiber // Phys. Rev. Lett. - 2006. - Vol. 96, no. 4. - P. 043604.
- 133. Skab I., Vlokh R. Spin-to-orbit conversion at acousto-optic diffraction of light: conservation of optical angular momentum // Appl. Opt. - 2012. - Vol. 51, no. 10. - Pp. C22-C26.
- 134. Transformation of phase dislocations under acousto-optic interaction of optical and acoustical Bessel beams / V.N. Belyi, P.A. Khilo, N.S. Kazak, N.A. Khilo // *Journal of Optics.* — 2016. — Vol. 18, no. 7. — P. 074002.
- 135. Neu J., Beigang R., Rahm M. Metamaterial-based gradient index beam steerers for terahertz radiation // Appl. Phys. Lett. — 2013. — Vol. 103, no. 4. — P. 041109.

- 136. Cheng L.-J., Liu L. Optical modulation of continuous terahertz waves towards cost-effective reconfigurable quasi-optical terahertz components // Optics Express. — 2013. — Vol. 21, no. 23. — Pp. 28657–28667.
- 137. Fabrication and characterization of diffractive phase plates for forming high--power terahertz vortex beams using free electron laser radiation / B. Volodkin, Yu. Choporova, B. Knyazev et al. // Opt. Quant. Electron. — 2016. — Vol. 48, no. 4. — P. 223.
- 138. Jin Y.S., Kim G.J., Jeon S.G. Terahertz dielectric properties of polymers // J. Korean Phys. Soc. - 2006. - Vol. 49, no. 2. - Pp. 513-517.
- 139. Qian Y., Harris N. R. Modelling of a novel high-impedance matching layer for high frequency (>30 MHz) ultrasonic transducers // Ultrasonics. — 2014. — Vol. 54, no. 2. — Pp. 586–591.

Приложение А

Материальные константы кубических кристаллов

Таблица А1 — Упругие и фотоупругие свойства кубических монокристаллов с симметрией m3m

Материал	$c_{11},$ 10 ¹¹ Па	$c_{12},$ 10 ¹¹ Па	$c_{44},$ 10 ¹¹ Па	p_{11}	p_{12}	p_{44}	p_{13}	n	$ ho, \ { m Kr/m^3}$
AgCl	0.6010	0.3620	0.0625	-0.2309	0.1100	-0.0781	0.1100	2.09648	5.5710
BaF ₂	0.911	0.412	0.253	0.11	0.26	0.02	0.26	1.4744	4.89
CaF_2	1.6420	0.4398	0.8406	0.038	0.226	0.0254	0.226	1.43512	3.810
С	10.77	1.247	5.77	-0.278	0.123	-0.161	0.123	2.4235	3.52
Ge	1.2835	0.4823	0.6666	-0.151	-0.128	-0.072	-0.128	4.03443	5.313
KCl	0.4069	0.0711	0.0631	0.22	0.16	-0.025	0.16	1.48869	1.984
KBr	0.3468	0.0580	0.0507	0.212	0.165	-0.022	0.165	1.55894	2.740
KF	0.6490	0.1520	0.1232	0.26	0.20	-0.029	0.20	1.36	2.480
KI	0.274	0.043	0.0370	1.21	0.15	-0.031	0.15	1.6393	3.12
LiF	1.1397	0.4767	0.6364	0.02	0.13	-0.045	0.13	1.3919	2.638
MgO	2.94	0.93	1.55	-0.25	-0.01	-0.10	-0.01	1.7217	3.58
NaBr	0.3970	0.1001	0.0998	0.148	0.184	-0.0036	0.184	1.655	3.202
NaCl	0.4947	0.1288	0.1287	0.115	0.159	-0.011	0.159	1.54343	2.163
NaF	0.9700	0.2380	0.2822	0.08	0.20	-0.03	0.20	1.32476	2.804
Si	1.65	0.63	0.791	-0.094	0.017	-0.051	0.017	3.4176	2.329
SrF_2	1.2350	0.4305	0.3128	0.080	0.269	0.0185	0.269	1.43675	4.277
SrTiO ₃	3.4817	1.0064	4.5455	0.15	0.095	0.072	0.095	2.437	5.123
TICI	0.401	0.153	0.0760	0.0084	0.0678	-0.0919	0.0678	2.270	7.00
KRS-5	0.331	0.132	0.0579	0.213	0.144	0.149	0.144	2.6166	7.371
KRS-6	0.42	0.135	0.076	0.0914	0.066	0.0855	0.066	2.3294	7.192
YAG	3.33	1.11	1.14	-0.029	0.0091	-0.0615	0.0091	1.8422	4.56
YIG	2.69	1.08	0.764	0.025	0.073	0.041	0.073	2.209	5.188
YGG	2.903	1.173	0.9547	0.091	0.019	0.079	0.019	1.93	5.79

Материал	$c_{11},$ 10^{11} Па	$c_{12},$ 10^{11} Па	$c_{44},$ 10 ¹¹ Па	p_{11}	p_{12}	p_{44}	p_{13}	n	$\rho,$
	10 114	10 114	10 114	0.150	0.015	0.055	0.015	0.0055	
CdTe	0.535	0.369	0.202	-0.152	-0.017	-0.057	-0.017	2.8257	5.855
CuBr	0.435	0.349	0.147	0.072	0.195	-0.083	0.195	2.152	4.77
CuCl	0.454	0.363	0.136	0.120	0.250	-0.082	0.250	1.9216	4.136
CuI	0.451	0.307	0.182	0.032	0.151	-0.068	0.151	2.378	5.60
GaAs	1.1877	0.5372	0.5944	-0.165	-0.140	-0.072	-0.140	3.4546	5.3169
GaP	1.4120	0.6253	0.7047	-0.151	-0.082	-0.074	-0.082	3.3132	4.1297
InSb	0.662	0.359	0.302	0.46	0.58	0.064	0.58	3.904	5.78
$\rm NH_4Cl$	0.3814	0.0866	0.0903	0.142	0.245	0.042	0.245	1.376	1.5279
RbBr	0.3152	0.0500	0.0380	0.293	0.185	-0.034	0.185	1.553	3.350
RbCl	0.3624	0.0612	0.0468	0.288	0.172	-0.041	0.172	1.50	2.797
RbI	0.2556	0.0382	0.0278	0.262	0.167	-0.023	0.167	1.647	3.551
ZnTe	0.715	0.408	0.311	-0.144	-0.094	-0.046	-0.094	2.69	6.34
ZnS	1.0462	0.6534	0.4613	0.091	-0.01	0.075	-0.01	2.3520	4.088

Таблица А2 — Упругие и фотоупругие свойства кубических монокристаллов с симметрией 43m

Таблица А3 — Упругие и фотоупругие свойства кубических монокристаллов с симметрией 23 и m3

Материал	$c_{11},$ 10 ¹¹ Па	$c_{12},$ 10 ¹¹ Па	$c_{44},$ 10 ¹¹ Па	p_{11}	p_{12}	p_{44}	p_{13}	n	$ ho, \ { m Kr/m}^3$
NaBrO ₃	0.5450	0.1910	0.1500	0.185	0.218	-0.0139	0.213	1.594	3.339
NaClO ₃	0.4920	0.1420	0.1160	0.162	0.24	-0.0198	0.20	1.512	2.485
$Pb(NO_3)_2$	0.3729	0.2765	0.1347	0.162	0.24	-0.0198	0.20	1.782	4.547
$Sr(NO_3)_2$	0.4255	0.2921	0.1590	0.178	0.362	-0.014	0.316	1.5878	2.989

Приложение Б

Экстремальные значения коэффициента акустооптического качества

Таблица Б1 — Экстремальные значения коэффициента акустооптического качества M_2 хлорида серебра (AgCl) при ортогональной геометрии акустооптического взаимодействия

Тип моды	$\phi_m,^\circ$	$ heta_m,^\circ$	$\phi_q,^\circ$	$ heta_q,^\circ$	${\phi_e},^\circ$	$ heta_e,^\circ$	$M_2, \ 10^{-15} \ { m c}^3/{ m kr}$
QS_S	45.0	54.7	-135.0	35.3	45.0	5.3	167
05	45.0	49.8	45.0	138.9	45.0	2.3	169
QΩF	40.0	57.3	148.2	62.5	1.6	88.3	169
QL	0.0	90.0	0.0	90.0	0.0	90.0	23

Таблица Б2 — Экстремальные значения коэффициента акустооптического качества M_2 хлорида серебра (AgCl) при коллинеарной геометрии акустооптического взаимодействия

Тип моды	$\phi_m,^\circ$	$\theta_m,^\circ$	$\phi_q,^\circ$	$ heta_q,^\circ$	$\phi_e,^\circ$	$ heta_e,^\circ$	$M_2, \ 10^{-15} \ \mathrm{c}^3/\mathrm{kr}$
08	45.0	67.4	-135.0	21.1	45.0	157.4	20
QDS	30.5	49.2	-74.6	75.3	106.4	108.5	20
QS_F	0.0	19.8	180.0	73.4	0.0	109.8	14
QL	45.0	90.0	45.0	90.0	45.0	180.0	6

Таблица Б3 — Экстремальные значения коэффициента акустооптического качества M_2 германия (Ge) при ортогональной геометрии акустооптического взаимодействия

Тип моды	$\phi_m,^\circ$	$\theta_m,^{\circ}$	$\phi_q,^\circ$	$ heta_q,^\circ$	$\phi_{e},^{\circ}$	$ heta_e,^\circ$	$M_2, \ 10^{-15} \ { m c}^3/{ m kr}$
	0.0	12.6	0.0	110.7	180.0	42.0	136
QS_S	45.0	30.5	-135.0	51.5	135.0	90.0	50
	22.2	69.2	-41.8	124.0	101.2	130.4	50
	45.0	74.7	45.0	161.5	-135.0	52.3	129
OS	21.3	46.9	103.4	102.9	-47.5	55.9	129
QOF.	45.0	59.8	45.0	148.4	135.0	90.0	16
	39.6	52.3	113.7	111.7	-136.7	77.4	16
	0.0	90.0	0.0	90.0	180.0	0.0	112
QL	0.0	90.0	0.0	90.0	90.0	90.0	112
	45.0	54.7	45.0	54.7	45.0	54.7	254

Таблица Б4 — Экстремальные значения коэффициента акустооптического качества M_2 германия (Ge) при коллинеарной геометрии акустооптического взаимодействия

Тип моды	$\phi_m,^\circ$	$\theta_m,^\circ$	$\phi_q,^\circ$	$ heta_q,^\circ$	$\phi_e,^\circ$	$ heta_e,^\circ$	$M_2, \ 10^{-15} \ { m c}^3/{ m kr}$
QS_S	0.0	19.4	0.0	118.1	0.0	109.4	37
OS	45.0	67.0	45.0	154.2	45.0	157.0	27
QOF	31.0	49.4	108.9	107.9	106.7	106.0	27
	0.0	90.0	0.0	90.0	0.0	180.0	112
QL	0.0	90.0	0.0	90.0	90.0	90.0	112
	0.0	45.0	0.0	45.0	90.0	90.0	112

Тип моды	$\phi_m,^\circ$	$\theta_m,^{\circ}$	$\phi_q,^\circ$	$ heta_q,^\circ$	$\phi_{e},^{\circ}$	$ heta_e,^\circ$	$M_2, \ 10^{-15} \ \mathrm{c}^3/\mathrm{kr}$
	0.0	45.0	180.0	45.0	180.0	0.0	1.0
09	0.0	45.0	180.0	45.0	0.0	90.0	1.0
Q5 _S	35.5	59.8	-34.7	120.1	0.0	90.0	1.0
	45.0	45.0	-135.0	45.0	-135.0	0.0	1.0
OS	44.8	54.6	119.4	110.5	-87.6	86.7	0.9
QυF	45.0	54.8	45.0	144.8	-135.0	4.0	0.9
	45.0	54.8	45.0	54.8	-45.0	90.0	1.0
QL	0.0	90.0	0.0	90.0	180.0	180.0	1.8
	0.0	90.0	0.0	90.0	-90.0	90.0	1.8

Таблица Б5 — Экстремальные значения коэффициента акустооптического качества M_2 фторида бария (BaF₂) при ортогональной геометрии акустооптического взаимодействия

Таблица Б6 — Экстремальные значения коэффициента акустооптического качества M_2 фторида бария (BaF₂) при коллинеарной геометрии акустооптического взаимодействия

Тип моды	$\phi_m,^\circ$	$\theta_m,^\circ$	$\phi_q,^\circ$	$ heta_q,^\circ$	$\phi_e,^\circ$	$ heta_e,^\circ$	$M_2, \ 10^{-15} \ { m c}^3/{ m kr}$
	0.0	22.6	0.0	112.7	0.0	112.5	0.4
QS_S	34.8	60.2	-35.5	120.4	90.0	135.0	0.4
	45.0	45.0	-135.0	45.0	135.0	90.0	0.4
OS	45.0	64.5	45.0	154.5	45.0	154.5	0.5
QOF	34.1	50.3	108.8	107.7	108.8	107.7	0.5
OI	0.0	90.0	0.0	90.0	0.0	180.0	1.8
QL	0.0	90.0	0.0	90.0	90.0	90.0	1.8

Таблица Б7 — Экстремальные значения коэффициента акустооптического качества M_2 титаната стронция (SrTiO₃) при ортогональной геометрии акустооптического взаимодействия

Тип моды	$\varphi_m,^\circ$	$\theta_m,^{\circ}$	$\phi_q,^\circ$	$ heta_q,^\circ$	$\phi_e,^\circ$	$ heta_e,^\circ$	$M_2, \ 10^{-15} \ { m c}^3/{ m kr}$
QS_S	0.0	7.2	0.0	98.3	180.0	42.0	1.8
08	13.6	45.7	97.3	97.3	-49.3	56.9	1.9
Q5F	45.0	80.3	45.0	169.7	-135.0	50.6	1.9
	0.0	90.0	0.0	90.0	180.0	0.0	0.8
QL	0.0	90.0	0.0	90.0	0.0	180.0	0.8
	45.0	54.7	45.0	54.7	45.0	54.7	3.3

Таблица Б8 — Экстремальные значения коэффициента акустооптического качества M_2 титаната стронция (SrTiO₃) при коллинеарной геометрии акустооптического взаимодействия

Тип моды	${\pmb \phi}_m,^\circ$	$ heta_m,^\circ$	$\phi_q,^\circ$	$ heta_q,^\circ$	${\phi_e},^\circ$	$ heta_e,^\circ$	$M_2, \ 10^{-15} \ { m c}^3/{ m kr}$
QS_S	0.0	67.4	180	24.7	0.0	157.4	0.2
	30.8	62.9	-38.6	121.9	90.0	135.0	0.2
	45.0	40.2	-135	48.4	135.0	90.0	0.2
QS_F	45.0	64.5	45.0	153.8	45.0	154.5	0.3
	33.9	50.3	109.1	108.1	108.6	107.7	0.3
QL	0.0	90.0	0.0	90.0	0.0	180.0	0.8
	0.0	90.0	0.0	90.0	90.0	90.0	0.8

Благодарности

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность всем, кто так или иначе способствовал подготовке материалов данной работы:

- В первую очередь моему научному руководителю Волошинову Виталию Борисовичу за знакомство с основными принципами акустооптики, а также за помощь в разрешении спорных вопросов, возникавших при работе над диссертацией
- Балакшию Владимиру Ивановичу за указание недостатков предложенных методов анализа, а также за плодотворные дискуссии на семинарах лаборатории акустооптики
- Также выражаю признательность Дьяконову Евгению Алексеевичу за изложение основных идей модели двумерного акустооптического взаимодействия
- Я благодарен Князеву Борису Александровичу за предоставление своей лаборатории и пучкового времени для экспериментального исследования акустооптической дифракции излучения терагерцевого диапазона
- Особую признательность хотелось бы выразить Герасимову Василию Валерьевичу за помощь и ценные советы при проведении экспериментов с терагерцевым излучением
- Трушину Арсению Сергеевичу за консультации по поводу описания распространения акустических волн в кристаллических средах
- Всем сотрудникам лаборатории акустооптики кафедры физики колебаний за приятную дружескую атмосферу и поддержку