



Федорчук О.А.^{1,2,4)}, Гончарова Н.Н.^{1,3)}

¹⁾ МГУ имени М.В. Ломоносова, биологический факультет, кафедра антропологии, Ленинские горы, д.1, стр. 12. Москва, 119234, Россия

²⁾ МГУ имени М.В. Ломоносова, НИИ и Музей антропологии, ул. Моховая, д. 11, Москва, 125009, Россия

³⁾ ФГБНУ «Медико-генетический научный центр им. академика Н.П. Бочкова», ул. Москворечье, д. 1, Москва, 115522, Россия

⁴⁾ Научно-просветительский Центр палеоэтнологических исследований, Новая пл., д. 12, корп. 5, Москва, 109012

СОПОСТАВИМОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ КАНОНИЧЕСКОГО ДИСКРИМИНАНТНОГО АНАЛИЗА ПРОВЕДЕННОГО НА ОСНОВЕ РАЗНЫХ ВХОДНЫХ ДАННЫХ

Введение. В настоящее время в отечественной антропологии активно применяется канонический дискриминантный анализ, проводимый на основе средних значений признаков. При этом используются стандартные значения среднеквадратических отклонений, а также стандартные корреляционные коэффициенты. Вопрос о сопоставимости результатов такого анализа с результатами анализа, проведенного на основе индивидуальных значений, остается открытым. Кроме того, существующая межгрупповая изменчивость коэффициентов корреляции может приводить к изменению результатов анализа при применении корреляционной матрицы, рассчитанной для конкретных анализируемых групп.

Настоящая работа посвящена сравнению результатов трех вариантов канонического дискриминантного анализа: на основе индивидуальных данных, на основе средних значений и обобщенной (видовой) корреляционной матрицы, а также на основе средних значений и региональной (рассчитанной для конкретного региона) корреляционной матрицы.

Материалы и методы. Использованы данные по 48 этно-территориальным группам, связанным своим происхождением с территорией Старого Света. Серию датируют временем, близким к современности – XVI–XX вв. Измерены 25 краниометрических линейных признаков. Для канонического анализа по индивидуальным данным использовался пакет языка R, а для анализа по средним данным использовалась программа MultiCan.

Результаты. Результаты вариантов анализа, проведенных на основе индивидуальных данных и на основе средних, оказались довольно похожими. При детальном сравнении результатов серии дискриминантных анализов, проведенных для выборок трех больших рас с использованием разных входных данных, выявляются некоторые малозначительные различия во взаимном расположении групп. В целом расположение выборок на диаграммах рассеяния, а также стандартизованные коэффициенты дискриминантных функций различаются несущественно, независимо от вида исходных данных.

Заключение. Сравнение результатов разных видов анализа показало, что использование как индивидуальных значений, так и средних по выборкам в большинстве случаев приводит к одинаковым результатам. При использовании индивидуальных данных большое влияние на дифференциацию выборок оказывает более высокая реальная внутригрупповая изменчивость.

Ключевые слова: физическая антропология; краниология; биометрия; канонический дискриминантный анализ; корреляции

DOI: 10.55959/MSU2074-8132-23-2023-0-1-062-077 (LJA)

Введение

Широко известно, что корреляционная структура черепа весьма изменчива от популяции к популяции, так как на связи признаков сильно влияет история формирования группы [см. например: Малиновский, 1948; Рогинский, 1954, 1962; Бунак, 1965; Беневоленская 1974]. При этом не до конца понятно, существует ли неслучайная изменчивость корреляционной структуры черепа на надпопуляционном уровне, из-за которой некорректно будет использовать общевидовые константы в межгрупповых анализах по отдельным регионам. Чтобы проверить возможность использования обобщенных коэффициентов корреляции в качестве констант, необходимо сравнить результаты многомерных анализов, проведенных на основе разных исходных данных. Для решения такой задачи логично провести дискриминантный анализ с использованием обобщенной корреляционной матрицы, которая включает в себя усредненные коэффициенты, рассчитанные по популяциям разных регионов ойкумены, затем в качестве констант использовать региональную корреляционную матрицу (то есть рассчитанную только по сериям какого-то региона), и наконец, провести многомерный анализ с использованием индивидуальных данных по тем же группам, что и в первых двух случаях. Только при таком подходе можно корректно сравнить результаты многомерных анализов и вынести суждение о правомерности использования «стандартной» корреляционной матрицы при классификации популяций разных регионов Земли.

Таким образом, целью настоящей работы было сравнение результатов канонического дискриминантного анализа, проведенного с использованием разных корреляционных матриц, а также результаты дискриминантного анализа по индивидуальным данным и с использованием средних величин по тем же выборкам. Это сделано для того, чтобы проверить сопоставимость результатов вариантов анализа при различных исходных данных. Существенно ли различаются результаты при использовании разных корреляционных матриц, а также можно ли сравнивать результаты дискриминантного анализа по индивидуальным данным с результатами по средним, учитывая, что при анализе индивидуальных

данных численности выборок заметно сокращаются? Если распределение групп и коэффициенты дискриминантных функций окажутся сходными, значит можно проводить сравнение результатов разных вариантов анализа, причем даже в тех случаях, если они проведены по выборкам с разной численностью индивидов. А эта ситуация часто встречается если сравниваются, например, результаты дискриминантных анализов, проведенных разными исследователями, когда проблематично соблюсти идентичность выборок. Подобное сравнение было проделано с использованием данных по морфологии современного населения [Тихонов, 2001]. В результате автор пришел к выводам, что распределение групп практически не зависит от выбранного алгоритма и типа входных данных.

Для чистоты эксперимента авторы провели также сравнение двух видов анализа – с использованием индивидуальных данных и с использованием средних величин, рассчитанных только по тому набору индивидов, который используется в анализе по индивидуальным данным. Такая ситуация выглядит весьма искусственной, фактически в этом случае результаты будут различаться только из-за разницы в математических аппаратах анализов. Гораздо интереснее в практическом отношении моделирование ситуации, когда численность индивидов в анализах неизвестна, как чаще всего и бывает при сравнении публикаций разных авторов. Тем не менее, авторы включили и этот вид анализа в сравнение.

Таким образом, для популяций с территории всего Старого Света были проведены три варианта анализа:

1. с использованием индивидуальных данных;
2. с использованием средних значений признаков, рассчитанных по тому же набору индивидов, что используется в первом анализе, но со средневзвешенными значениями дисперсий и стандартной корреляционной матрицей;
3. с использованием средних значений, рассчитанных по максимально возможному числу индивидов в каждой выборке, средневзвешенными значениями дисперсий и стандартной корреляционной матрицей.

Для каждой макрорегиональной группы (Европа, Африка, Азия) было сделано также три варианта анализа:

1. с использованием индивидуальных данных;
2. с использованием средних значений признаков и «региональной» корреляционной матрицы, рассчитанной только для групп этого макрорегиона;
3. с использованием средних значений признаков и обобщенной («стандартной») корреляционной матрицы.

Для проведения всех видов анализа была рассчитана обобщенная корреляционная матрица, а также усредненные корреляционные матрицы по группам из трех макрорегионов: Африки, Европы и Азии (последняя матрица получена усреднением коэффициентов корреляции популяций Передней Азии, Западной и Восточной Сибири, Центральной Азии и генетически связанные с азиатским континентом группы Северной Америки, а именно – Аляски). Фактически объединение по макрорегионам означает, что изученные популяции сгруппированы в соответствии со своей принадлежностью к трем большим расам.

Во всех многомерных анализах, которые проводятся по средним величинам признаков, использованы среднеквадратические отклонения, рассчитанные нами по данным изучаемых групп, они представляют собой средневзвешенные оценки. Подчеркнем, что стандартные отклонения [Алексеев, Дебец, 1964] не использовались. Этот подход связан с тем, что в анализы включены заведомо неоднородные по происхождению группы, объединенные лишь географически. Рассчитанные нами среднеквадратические отклонения оказались ожидаемо несколько выше стандартных.

Материал и методы

В настоящей работе использовались средние и индивидуальные данные по 48 этно-территориальным группам в основном с территории Старого Света. Серии были разделены на семь региональных групп, в зависимости от географической принадлежности. В общем каноническом дискриминантном анализе включены данные по всем 48 группам. При сравнении результатов анализа на основе двух разных корреляционных матриц использовались данные

только по трем регионам. С территории Европы взято 9 групп, с территории Африки – 11 групп и с территории Азии – 11 групп (сюда же были включены серии алеутов и эскимосов Аляски, которые по своему происхождению связаны с азиатскими группами, хотя представляют народы, проживающие сейчас на территории Северной Америки).

В основном данные взяты из литературных источников, часть измерена самостоятельно в фондах НИИ и Музея антропологии МГУ и Музея антропологии и этнографии им. Петра Великого (табл. 1). Во всех случаях, когда это возможно, указана этническая принадлежность группы. В остальных случаях указана только географическая принадлежность. Очевидно, что объединение серий, например, Габона в таксономическом отношении – не то же самое, что серия зулусов или бушменов. Однако при работе с литературными источниками такое смешение разных таксономических уровней является вынужденной мерой.

Измерительные методы, использованные в нашей работе, в основном соответствуют стандартной краниометрической методике, принятой в российской антропологии [Martin 1928; Дебец 1935; Алексеев, Дебец 1964]. Всего было взято 25 краниометрических линейных признаков (табл. 2). Наборы признаков, которые используются в канонических анализах для разных регионов, несколько различаются, это сделано для сохранения максимального количества информации, в зависимости от наличия пропущенных признаков. Анализ европейского материала проходил по 14 краниометрическим признакам, африканского – по 11 признакам, азиатского – по 24 признакам (табл. 2).

Как правило, для проведения канонического дискриминантного анализа по средним используется стандартная корреляционная матрица С.Г. Ефимовой [Ефимова, 1991]. Однако в настоящей работе используется собственная общая корреляционная матрица. Это сделано по нескольким причинам. Во-первых, матрица С.Г. Ефимовой рассчитана для однородных выборок, в то время как в настоящей работе используются заведомо неоднородные выборки.

Таблица 1. Список используемых в анализе групп и их принадлежность к географическим общностям (макрорегионам)

Table 1. List of groups used in the analysis and their geographical affiliation (macro-regions)

	№№	Группы	N	N (после удаления черепов с пропущенными значениями)	Источники
Европа	1	армяне	105	77	Бунак, 1927
	2	болгары	20	10	собственные данные
	3	ираны (Узбекистан)	19	9	собственные данные
	4	итальянцы	27	13	собственные данные
	5	латыши	30	13	собственные данные
	6	осетины	96	58	собственные данные
	7	турки (Болгария)	15	7	собственные данные
	8	удмурты	57	24	собственные данные
	9	цыгане	27	16	собственные данные
		Всего	396	227	
Африка	10	Габон	66	46	Benington, Pearson, 1912
	11	Камерун	92	89	Drontschilow, 1913
	12	Конго	49	25	Benington, Pearson, 1912
	13	Уганда	94	66	Górny, 1957
	14	ангони	25	5	Shrubsall, 1899
	15	бушмены	16	7	Shrubsall, 1898, 1899
	16	готтентоты	27	18	Shrubsall, 1898
	17	зулусы	20	13	Shrubsall, 1899
	18	кафиры	37	31	Shrubsall, 1899
	19	тигре	69	39	Sergi, 1912
	20	тэйта	53	6	Kitson, 1931
		Всего	548	345	
Северная, Центральная и Средняя Азия	21	казахи	119	66	Исмагулов, 1970
	22	теленгеты	55	15	собственные данные
	23	чукчи	15	6	собственные данные
	24	эскимосы (Чукотка)	28	6	собственные данные
	25	алеуты	31	4	собственные данные
	26	буряты	228	90	архивные данные Н.Н. Мамоновой
	27	киргизы	21	3	собственные данные
	28	монголы	59	10	собственные данные
	29	ханты	99	39	собственные данные
	30	эскимосы (Аляска)	111	79	Дебец, 1986
	31	якуты	20	6	собственные данные
		Всего	786	324	
Восточная Азия	32	непальцы	47	36	Morant, 1924
	33	тибетцы	32	32	Morant, 1924
		Всего	79	68	
Юго-Восточная Азия	34	аэта	33	22	G.von Bonin, 1931a
	35	Бантам	22	19	G.von Bonin, 1931a
	36	бирманцы	60	44	Tildesley, 1921
	37	даяки	41	29	G.von Bonin, 1931a
	38	Джакарта	33	25	G.von Bonin, 1931a

Есть продолжение
Continued

Продолжение таблицы 1.
Table 1 continued

	№№	Группы	N	N (после удаления черепов с пропущенными значениями)	Источники
Юго-Восточная Азия	39	о.Мадура	15	14	G.von Bonin, 1931a
	40	тагалы	31	15	G.von Bonin, 1931a
	41	Ява (сборная)	35	32	G.von Bonin, 1931a
	42	яванцы	29	28	G.von Bonin, 1931a
		Всего	299	228	
Южная Азия	43	андаманцы	22	15	G.von Bonin, 1931a
	44	тамилы	35	35	Harrower, 1924
		Всего	57	50	
Океания	45	Новая Британия	127	100	G.von Bonin, 1936
	46	о.Пасхи	54	24	G.von Bonin, 1931b
	47	сев. Новая Гвинея	87	72	Hambly, 1940
	48	юж. Новая Гвинея	38	25	Hambly, 1940
		Всего	306	221	
Все серии			2471	1463	

Примечания. № 41 и 42 включают в себя разные черепа с острова Ява
Notes. № 41 and 42 include different skulls from Java

Таблица 2. Список используемых размеров, названия и обозначения признаков
Table 2. List of dimensions, names and feature designations used

№	Линейные размеры	Номер по Мартину	Все	Европа	Африка	Азия
1	Продольный диаметр	M.1	+	+	+	+
2	Поперечный диаметр	M.8	+	+	+	+
3	Высотный диаметр	M.17	+	+	–	+
4	Ушная высота	M.20	–	+	–	–
5	Длина основания черепа	M.5	+	+	+	+
6	Наименьшая ширина лба	M.9	+	+	+	+
7	Наибольшая ширина лба	M.10	–	–	–	+
8	Ширина основания черепа	M.11	–	+	–	+
9	Ширина затылка	M.12	–	+	–	+
10	Лобная дуга	M.26	+	–	–	+
11	Теменная дуга	M.27	+	–	–	+
12	Затылочная дуга	M.28	+	–	–	+
13	Верхняя ширина лица	M.43	–	+	–	+
14	Скуловой диаметр	M.45	+	+	+	+
15	Средняя ширина лица	M.46	+	–	–	+
16	Длина основания лица	M.40	+	+	+	+
17	Верхняя высота лица	M.48	+	+	–	+
18	Высота носа	M.55	+	+	+	+
19	Ширина носа	M.54	+	+	+	+
20	Длина альвеолярной дуги	M.60	–	–	–	+
21	Ширина альвеолярной дуги	M.61	–	–	–	+
22	Ширина орбиты	M.51	–	–	–	+
23	Высота орбиты	M.52	–	–	+	+
24	Длина неба	M.62	–	–	+	+
25	Ширина неба	M.63	–	–	+	+

Примечания. Знаком «+» отмечены те признаки, которые включены в анализ в разных макрорегионах.
Notes. "+" sign indicates those features that are included in the analysis in the different macro-regions

Во-вторых, эта матрица содержит корреляции для небольшого набора краниометрических признаков, особенно для мозгового отдела черепа. Наконец, ранее было показано, что рассчитанные нами коэффициенты практически не отличаются от стандартной матрицы С.Г. Ефимовой [Пежемский, Федорчук, 2020]. Таким образом, перед проведением анализа были рассчитаны общая («стандартная») и три региональные корреляционные матрицы. Для этого сначала рассчитывались коэффициенты корреляции Пирсона для каждой группы в отдельности. Затем они преобразовывались через z-преобразование Фишера [Fisher, 1921]. Для полученных в каждой группе коэффициентов находилось среднее значение, и оно уже преобразовывалось обратно в обычный коэффициент корреляции.

Данная процедура необходима «так как форма выборочного распределения для этого показателя зависит от его величины и весьма сильно отличается от нормального по мере приближения $|r|$ к 1. Справиться с этими трудностями позволяет применение так называемого z-преобразования Фишера» [Дерябин, 2007, стр.209–212.]. Кроме традиционно используемого антропологами учебника В.Е.Дерябина и в других работах сказано, что при высоких (по модулю) значениях коэффициента корреляции его распределение искажено [Fisher, 1915; Fisher, 1921; Wicklin, 2017]. О том, что распределение коэффициента корреляции асимметрично, и что это требует трансформации этого показателя пишет также Алан Уинтерботтом [Winterbottom, 1979].

Для проведения канонического дискриминантного анализа по средним данным использовалась программа MultiCan [Гончаров, Гончарова, 2016]. Для дифференциации групп из отдельных макрорегионов с помощью программы MultiCan проводилось два варианта анализа: в первом использовалась региональная корреляционная матрица (то есть рассчитанная только с использованием данных из одного макрорегиона), во втором использовалась обобщенная корреляционная матрица (которая рассчитывалась с использованием всех данных, имеющихся в наличии).

Для канонического анализа по индивидуальным данным использовался пакет языка R *candisc (version 0.8-6)*, применялась функция *candiscList*, из библиотеки "candisc" [Friendly, Fox,

2021]. Для построения графиков использовались усредненные по группам значения канонических векторов. Графики строились с помощью функции *ggplot* из пакета *ggplot2* [Wickham, 2016].

Для объективной оценки сходства полученных дискриминантных функций рассчитан коэффициент корреляции Спирмена между стандартизованными коэффициентами одноименных дискриминантных функций, полученных в разных видах анализа. Кроме этого, получаемые во всех видах анализа матрицы расстояний Махаланобиса сравнивались с помощью теста Мантеля. И хотя ранее было достаточно убедительно показано, что тест Мантеля не чувствителен к изменению матриц коэффициентов корреляции [Широбоков, 2021], а значит, делать существенные выводы на его основе не стоит, авторы решили использовать и этот показатель для сравнения полученных результатов.

Результаты

На первом этапе было проведено сравнение результатов канонического дискриминантного анализа, проведенного по всем имеющимся сериям на основе индивидуальных данных (в R) и на основе средних (в программе MultiCan).

При расчете средних значений признаков и среднеквадратических отклонений использовались данные по 2471 индивиду. Однако поскольку в палеоантропологических данных достаточно часто встречаются пропущенные значения, а все строки с пропущенными значениями удаляются из анализа автоматически, то количество наблюдений в анализе по индивидуальным данным сокращается, в нашем случае осталось 1463 индивида. Таким образом, можно априори предположить, что будут наблюдаться различия в результатах вариантов анализа, связанные с разной численностью наблюдений. В связи с этим был проведен дополнительный анализ с использованием средних значений признаков, которые были рассчитаны только по индивидам, задействованным в первом анализе. То есть средние значения признаков в этих двух видах анализа полностью совпадают, различия касаются только значений дисперсии и внутригрупповых корреляций. Таким образом, как уже говорилось, для выборок Старого Света прове-

дено три вида анализа – по индивидуальным данным, с использованием средних, рассчитанных только по тем индивидам, которые использованы в первом анализе и по средним, рассчитанным по максимальному количеству индивидов для каждого признака.

По результатам этих анализов в целом получается сходное распределение групп в пространстве канонических векторов (рис. 1). Прежде всего, обращает на себя внимание обособление во всех трех случаях двух достаточно компактных кластеров – выборки Юго-Восточной Азии (к которым довольно близки выборки Восточной и отчасти Южной Азии) и выборки Северной и Центральной Азии. Остальные выборки расположены в пространстве первого и второго корня достаточно рыхло, хотя тоже могут быть сгруппированы в соответствии с географической принадлежностью.

Первый канонический вектор берет на себя 45% изменчивости при анализе индивидуальных данных и 44–45% при использовании средних величин.

При использовании индивидуальных данных (рис. 1а, табл. 3) ведущими признаками по первому корню выступают (в порядке уменьшения стандартизованных коэффициентов):

- ширина черепа (на правой половине поля расположены группы с малыми значениями этого признака – выборки Океании, Африки, а также андаманцы);
- высота черепа и высота лица, причем стандартизованные коэффициенты этих однонаправленных признаков имеют примерно рав-

ные величины, но разные знаки, так, что на правой половине диаграммы рассеяния, в области больших значений первого корня расположены группы с высоким черепом и относительно низким лицом;

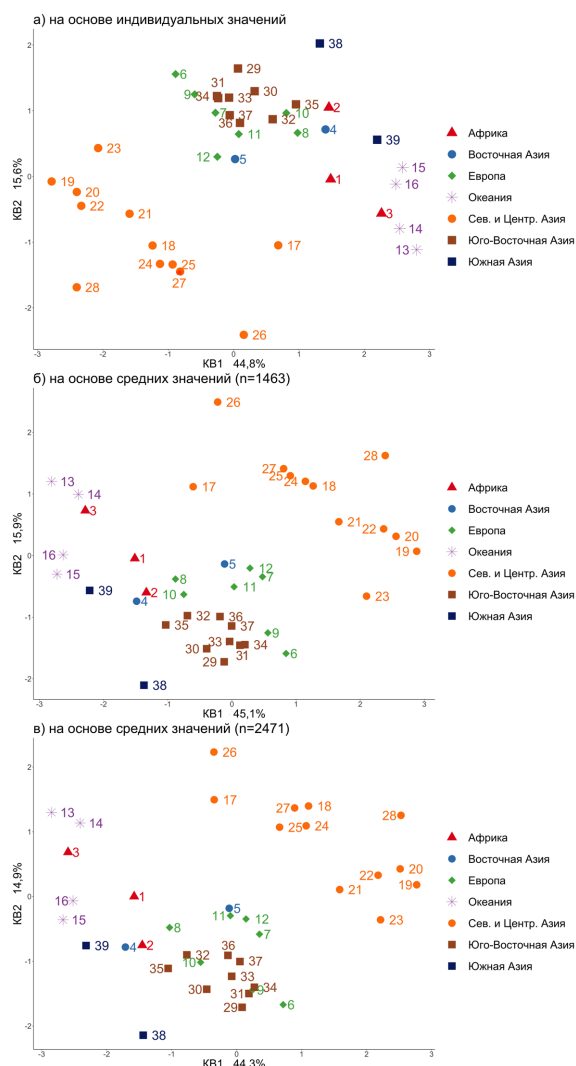


Рис. 1. Распределение всех исследуемых групп в пространстве первого и второго канонических векторов. **а)** канонический анализ проведен на основе индивидуальных значений; **б)** канонический анализ проведен на основе средних значений при численности индивидов 1463; **в)** канонический анализ проведен на основе средних значений при численности индивидов 2471
Figure 1. Distribution of all groups in the space of the first and second canonical vectors. **a)** canonical discriminant analysis is based on individual values; **b)** canonical discriminant analysis is based on the mean values for the number of individuals 1463; **c)** canonical discriminant analysis is based on the mean values for the number of individuals 2471

Примечания. 1-Камерун; 2-тигре; 3-тэита; 4-непальцы; 5-тибетцы; 6-армяне; 7-баски; 8-болгары; 9-иранцы; 10-итальянцы; 11-латыши; 12-осетины; 13-Новая Британия; 14-о.Пасхи; 15-сев. Новая Гвинея; 16-юж. Новая Гвинея; 17-айны; 18-алеуты; 19-буряты; 20-казахи; 21-киргизы; 22-монголы; 23-теленгиты; 24-ханты; 25-чукчи; 26-эскимосы (Аляска); 27-эскимосы (Чукотка); 28-якуты; 29-аэта; 30-Бантам; 31-бирманцы; 32-даяки; 33-Джакарта; 34-о.Мадуро; 35-тагалы; 36-Ява (сб.); 37-яванцы; 38-андаманцы; 39-тамилы

Notes. 1-Cameroon; 2-Tigre; 3-Teita; 4-Nepal; 5-Tibet; 6-Armenians; 7-Basques; 8-Bulgarians; 9-Iranians; 10-Italians; 11-Latvians; 12-Ossetians; 13-New Britain; 14-Easter Island; 15-Northern New Guinea; 16-Southern New Guinea; 17-Iceans; 18-Aleutians; 19-Buryat; 20-Kazakhs; 21-Kyrgyz; 22-Mongols; 23-Telengits; 24-Khanty; 25-Chukchi; 26-Eskimo (Alaska); 27-Eskimo (Chukchi); 28-Yakuts; 29-Aeta; 30-Bantam; 31-Burman; 32-Dayaks; 33-Jakarta; 34-Madura Island; 35-Tagals; 36-Yawa (dif.); 37-Javanese; 38-Andaman; 39-Tamils

Таблица 3. Стандартизованные коэффициенты дискриминантных функций в трех видах анализа и показатели связи между ними
 Table 3. Standardized coefficients of discriminant functions in three types of analysis and correlations between them

Признаки	По индивидуальным данным		По средним значениям (n=1463)		По средним значениям (n=2471)		
	КВ I	КВ II	КВ I	КВ II	КВ I	КВ II	
M.1	0,20	-0,70	-0,05	0,91	-0,12	0,85	
M.8	-0,69	0,43	0,77	-0,44	0,77	-0,39	
M.17	0,38	-0,02	-0,41	0,03	-0,40	-0,03	
M.5	-0,31	0,27	0,37	-0,31	0,32	-0,26	
M.9	0,12	0,07	-0,20	-0,09	-0,21	-0,17	
M.26	0,01	0,09	-0,03	-0,10	-0,02	-0,09	
M.27	0,11	0,39	-0,14	-0,41	-0,11	-0,35	
M.28	0,03	0,19	-0,11	-0,22	-0,07	-0,17	
M.45	-0,14	-0,64	0,14	0,67	0,17	0,72	
M.46	-0,10	-0,18	0,07	0,08	0,04	0,10	
M.40	0,38	-0,40	-0,42	0,25	-0,37	0,27	
M.48	-0,34	0,05	0,31	0,12	0,29	0,17	
M.55	-0,23	-0,08	0,19	-0,06	0,21	-0,19	
M.54	0,06	0,38	-0,06	-0,42	-0,07	-0,33	
% объясняемой изменчивости	44,8	15,6	45,1	15,9	44,3	14,9	
Коэффициенты корреляции Спирмена между значениями коэффициентов дискриминантных функций							
		По индивидуальным данным		По средним значениям (n=1463)		По средним значениям (n=2471)	
		КВ I	КВ II	КВ I	КВ II	КВ I	КВ II
По индивидуальным данным	КВ I	–					
	КВ II	-0,31	–				
По средним значениям (n=1463)	КВ I	-0,95	0,17	–			
	КВ II	0,28	-0,96	-0,16	–		
По средним значениям (n=2471)	КВ I	-0,99	0,29	0,97	-0,28	–	
	КВ II	0,31	-0,91	-0,20	0,96	-0,31	–

Примечания: Жирным шрифтом отмечены коэффициенты со значениями выше, чем 0,3 (по модулю)
 Notes: Values exceeding 0.3 are given in bold

• длина основания черепа и длина основания лица являются однонаправленными размерами, имеют сходные по величине коэффициенты, но разные знаки, так, что в области больших значений первого корня расположены выборки с малой длиной основания черепа при большой длине основания лица.

Последнее из перечисленных сочетание признаков разделяет выборки с ортогнатным и прогнатным лицом. Первый канонический вектор этого анализа противопоставляет группы Океании, Южной Азии и Африки группам североазиатских монголоидов – представителям североазиатской и южносибирской малых рас (якуты, буряты, теленгиты, монголы, казахи и киргизы). Большинство выборок Европы, Юго-Восточной и Восточной Азии расположено в центральной зоне диаграммы рассеяния, в области средних значений первого канонического вектора.

Второй канонический вектор этого анализа берет на себя вдвое меньшую часть межгрупповой изменчивости и выделяет следующие признаки, по которым дифференцируются группы:

- продольный и поперечный диаметры черепа, длина теменной дуги (в верхней половине поля расположились группы с более брахикранными пропорциями, но с большими значениями теменной дуги),
- скуловая ширина плюс ширина носа (в верхней половине диаграммы группы с относительно узким лицом, но с более широким носовым отверстием).

Рассмотрим теперь расположение групп в пространстве канонических векторов при использовании средних по выборкам. Во-первых, величины (по модулю) стандартизованных коэффициентов признаков, имеющих наибольшее значение при разделении групп, практически

одинаковы (табл. 3). Некоторое изменение величин коэффициентов в разных видах анализа отмечается только для двух признаков и только в коэффициентах второго канонического вектора (KBII): продольный диаметр черепа (М.1) в случае работы со средними имеет большую значимость в межгрупповой изменчивости, а длина основания лица (М.40) – меньшую.

Соотношение коэффициентов при использовании средних величин показывает, что межгрупповая дифференциация идет по тому же набору признаков, что и при работе с индивидуальными данными. Происходит только смена знака у всех коэффициентов и первого и второго канонического вектора, что приводит к зеркальному отражению диаграммы рассеяния первого анализа как по горизонтали, так и по вертикали. Однако общая конфигурация координатного поля не меняется.

Тот же вывод можно сделать при анализе коэффициентов корреляции Спирмена, которые рассчитаны для рядов стандартизованных коэффициентов в разных видах анализа. При сравнении одноименных канонических векторов коэффициенты корреляции Спирмена варьируют от 0,91 до 0,99 по модулю (табл. 3).

На втором этапе проведено сравнение результатов трех видов анализа, проведенных с использованием разных корреляционных матриц для групп с территории Европы (рис. 2).

Анализ проводился на основе набора из 14 признаков.

Группы с территории Европы в целом дифференцируются следующим образом: по первой компоненте во всех видах анализа обособляется армянская серия и довольно компактно располагаются серии Южной Европы. Также для всех видов анализа характерно, что

серия турок с равной вероятностью может быть отнесена как к кластеру Передней Азии, так и к кластеру «Южная Европа», что очевидно отражает реальные морфологические особенности этой группы. Наиболее изменчиво положение двух специфических для данного анализа групп – латышей и удмуртов. Так, при анализе по индивидуальным данным серия удмуртов оказывается в центре диаграммы рассеяния, попадая в скопление групп Передней Азии и Кавказа.

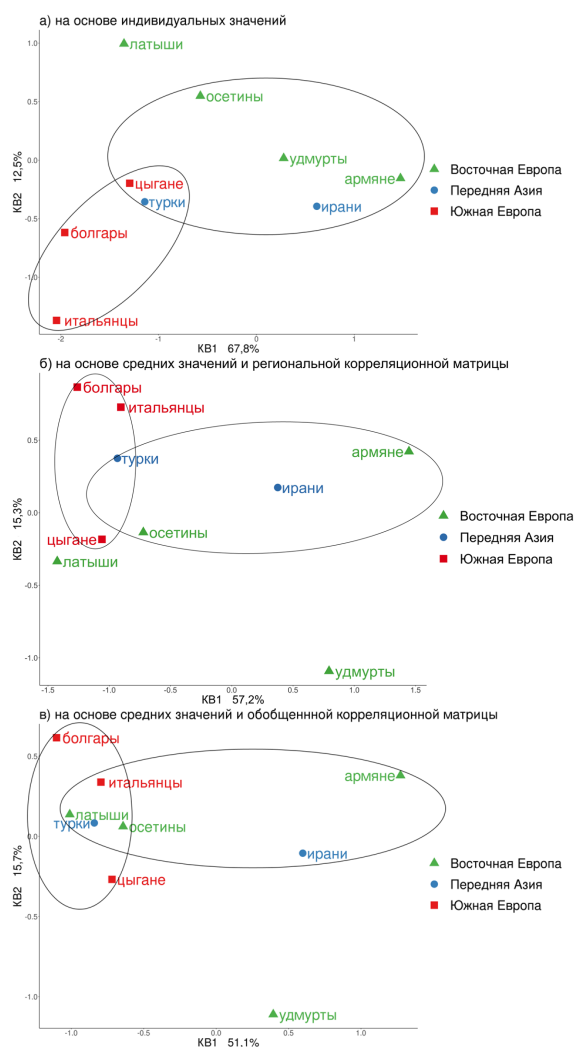


Рис. 2. Распределение исследуемых групп с территории Европы в пространстве первого и второго канонических векторов. а) канонический анализ проведен на основе индивидуальных значений; б) канонический анализ проведен на основе средних значений и региональной корреляционной матрицы; в) канонический анализ проведен на основе средних значений и обобщенной корреляционной матрицы

Figure 2. Distribution of the studied groups from the territory of Europe in the space of the first and second canonical vectors. а) canonical discriminant analysis on individual values; б) canonical discriminant analysis based on mean values and regional correlation matrix; в) canonical discriminant analysis by mean values and generalized correlation matrix

В двух других видах анализа серия удмуртов довольно сильно обособляется от любых скоплений, эту обособленность обеспечивает разделение по второй канонической переменной. Разделение по второй канонической переменной обособляет и группу латышей, но только в случае анализа по индивидуальным данным. В двух других видах анализа латыши максимально приближаются или морфологически совпадают с группами Южной Европы. Вторая каноническая переменная в тех видах анализа, где используется усредненная матрица (региональная или обобщенная) разделяет группы по следующему набору признаков: высотные диаметры черепа, наименьшая ширина лба, высота лица и носа. Большинство групп достаточно похоже по набору этих признаков, выделяется только серия удмуртов. У них относительно низкий череп с небольшой шириной лба, а также высокое лицо с относительно невысоким носом.

Далее аналогичные виды анализа были проведены для популяций с территории Африки (рис. 3)

Для групп с территории Африки результаты проведенных анализов также имеют много общего. Наименее отчетливая дифференциация групп получена в результате анализа индивидуальных данных (рис. 3а). В этом виде анализа не удается разделить группы с территории Восточной и Южной Африки, отделяются только группы Центральной Африки.

При работе со стандартными корреляционными матрицами («региональной» или «общей») ситуация меняется, наилучшим образом обособляются группы с территории Южной Африки (рис. 3б и 3в). Группы Восточной и Центральной Африки также дифференцируются, между ними практически нет трансгрессии, хотя они расположены достаточно близко друг к другу. Разделение трех географических зон Африки

проходит по первой канонической переменной, наибольший вес в этом разделении играют следующие признаки: длина основания лица, длина неба, длина основания черепа, ширина неба. В правой половине координатного поля находятся выборки с большой длиной основания лица при малой длине основания черепа. Для них также характерно короткое и широкое небо. Туда попадают группы с территории Центральной Африки.

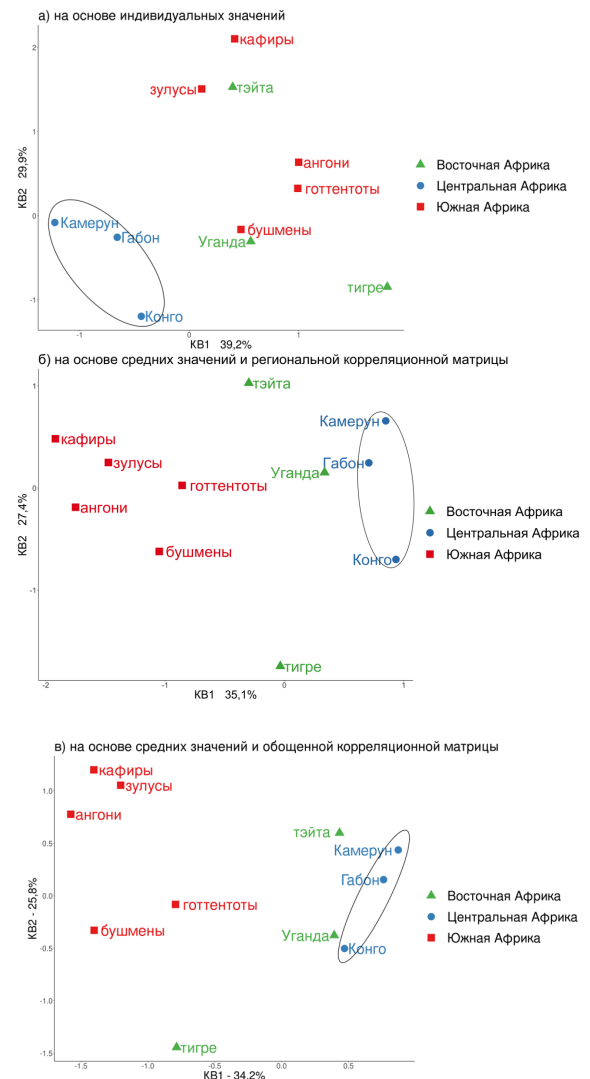


Рис. 3. Распределение исследуемых групп с территории Африки в пространстве первого и второго канонических векторов. **а)** канонический анализ проведен на основе индивидуальных значений; **б)** канонический анализ проведен на основе средних значений и региональной корреляционной матрицы; **в)** канонический анализ проведен на основе средних значений и обобщенной корреляционной матрицы

Figure 3. Distribution of the studied groups from the territory of Africa in the space of the first and second canonical vectors. **a)** canonical discriminant analysis on individual values; **b)** canonical discriminant analysis based on mean values and regional correlation matrix; **c)** canonical discriminant analysis by mean values and generalized correlation matrix

На заключительном этапе исследования все три вида дискриминантного анализа были проведены для популяций Азии. В анализ были включены Северной и Центральной Азии, а также эскимосы Аляски (рис. 4).

Общие закономерности распределения групп с территории Азии сходны во всех вариантах анализа (рис. 4). Практически полностью совпадает распределение групп в первом и третьем вариантах анализа (рис. 4а, 4в).

Фактически по сочетанию первой и второй канонической переменной изученные группы хорошо разделяются на два больших кластера: группы континентальных монголоидов и периферийные по отношению к Центральной Азии группы, куда вошли представители арктической расы и уральской расы. Казахи и киргизы, относящиеся к южносибирской расе, более тесно примыкают к центральноазиатским группам, что, вероятно, отражает морфологические особенности конкретных популяций, использованных в нашем анализе. Так, группа казахов, по мнению автора измерений, характеризуется средневывраженными монголоидными особенностями, размеры лицевого отдела черепа, ширина и высота, не выходят за пределы колебания монголоидных групп [Исмагулов, 1970].

Вторая каноническая переменная для этих видов анализа разделяет группы по морфологическим комплексам, которые не удается связать с географией и/или принадлежностью к какой-либо малой расе.

Полученные в разных анализах матрицы квадратов расстояний Махаланобиса между разными группами сравнили с помощью теста Мантеля, который рассчитывает обобщенный коэффициент корреляции между матрицами. Результаты отражены в таблице 4.

Можно видеть, что наилучшее совпадение матриц расстояний наблюдается для двух ана-

лизис, в которых использованы данные по всем анализируемым группам. Высокие коэффициенты корреляции получены также для групп Северной Азии и Европы. Наименьшее значение корреляции между матрицами расстояний наблюдается при сравнении двух видов анализа африканских групп: по индивидуальным данным и по средним.

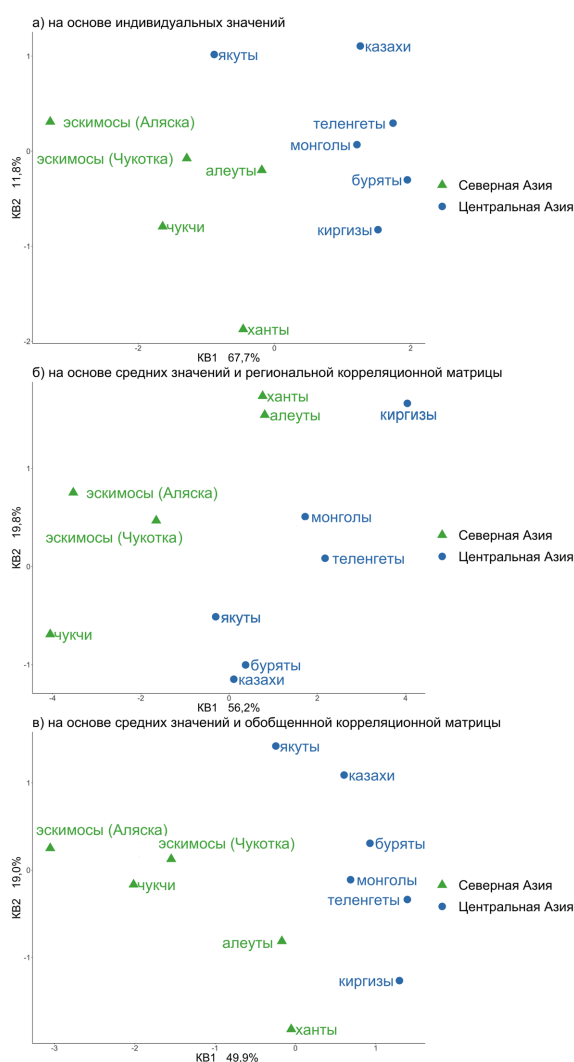


Рис. 4. Распределение исследуемых групп с территории Северной, Центральной Азии и Аляски в пространстве первого и второго канонических векторов. **а)** канонический анализ проведен на основе индивидуальных значений; **б)** канонический анализ проведен на основе средних значений и региональной корреляционной матрицы; **в)** канонический анализ проведен на основе средних значений и обобщенной корреляционной матрицы

Figure 4. Distribution of study groups from North, Central Asia and Alaska in the space of the first and second canonical vectors. **a)** canonical discriminant analysis on individual values; **b)** canonical discriminant analysis based on mean values and regional correlation matrix; **c)** canonical discriminant analysis by mean values and generalized correlation matrix

Таблица 4. Коэффициенты корреляции между матрицами расстояний Махаланобиса, рассчитанных между группами в разных вариантах канонического дискриминантного анализа

Table 4. Correlation coefficients between Mahalanobis distance matrices calculated between groups in different variants of canonical discriminant analysis

	Все группы	Европа	Азия	Африка
Индивидуальные данные/средние по группам и обобщенная матрица	0,944	0,750	0,804	0,601
Индивидуальные данные/средние по группам и региональная матрица	—	0,776	0,802	0,580
Средние по группам, обобщенная/региональная матрица	—	0,897	0,840	0,960

Обсуждение

По результатам сравнения трех видов анализа по набору групп, который включает все регионы Старого Света, можно сказать, что взаимное расположение выборок во всех вариантах практически идентично. Во всех видах анализа по сочетанию поперечного диаметра черепа, а также высотных размеров черепа и лица и признаков, отвечающих за степень прогнатизма, хорошо разделились группы экваториального происхождения и североазиатские монголоиды, для последних характерно более ортогнатное и высокое лицо и относительно более низкий и широкий череп. Неудивительно поэтому, что на рисунке 1 они как бы противопоставлены друг другу по первому каноническому вектору, независимо от метода сравнения.

В двух анализах по средним величинам (рис.1б, 1в) есть небольшое различие, которое касается отделения популяций Европы от групп Юго-Восточной Азии. В случае использования средних по меньшему числу индивидов популяции Юго-Восточной Азии образуют более компактный кластер, при этом не происходит перекрытия кластеров Юго-Восточной Азии и Европы. Любопытно, что такое перекрытие происходит как при использовании индивидуальных значений, так и при использовании средних, рассчитанных по максимальному числу индивидов.

При анализе распределения европейских выборок результаты в целом совпадают, за исключением положения групп латышей и удмуртов. Надо отметить, что обе эти выборки как бы выбиваются из того набора европейских групп, который используется в анализе, так как исследуются преимущественно группы Южной Европы, Кавказа и Передней Азии. На фоне их изменчивости характеристики как латышей, так и

удмуртов довольно сильно отличаются, что и приводит к обособлению этих групп в разных вариантах анализа.

Распределение групп с территории Африки сходны в трех вариантах анализа. Однако несколько более четкая дифференциация получается при анализе по средним. Можно предположить, что это связано прежде всего с уровнем внутригрупповой дисперсии, которая в этих видах анализа очевидно рассчитывается по-разному. Возможно также, что свой вклад в более обособленное положение групп при использовании средних вносит корреляционная матрица, которая в случае использования индивидуальных данных может содержать в себе не только реальные закономерности, но и статистические шумы.

Необходимо подчеркнуть, что во всех видах анализа бушмены и готтентоты, отнесенные нами по географическому принципу к Южной Африке, отделяются от южно-африканских групп в большей или меньшей степени. Наиболее ярким это обособление бушменов и готтентотов становится при использовании обобщенной корреляционной матрицы.

Во всех анализах популяций с территории Азии происходит дифференциация на два блока: группы с центральной территории Северной Азии (буряты, монголы, теленгиты, носители центральноазиатского антропологического типа) и выборки с периферии Северной Азии (эскимосы, чукчи, алеуты, ханты). Это разделение выражено в большей или меньшей степени, кластеры в разных видах анализа различаются степенью своей компактности, различается также и расположение групп, относящихся к южносибирской расе (казахи, киргизы). Но в целом можно предположить, что во всех видах анализа произо-

шло разделение на группы с более выраженным монголоидным обликом и группы, в которых монголоидные особенности выражены более слабо. Важно отметить, что это разделение фиксируется несмотря на различные входные данные.

Для того, чтобы формально оценить сходство рядов стандартизованных коэффициентов полученных при использовании разных данных был рассчитан коэффициент ранговой корреляции Спирмена. Следует оговорить, что такой подход предполагает сравнение рядов стандартизованных коэффициентов, которые включают в себя в том числе значения близкие к нулю. А для интерпретации межгрупповой изменчивости эти коэффициенты не имеют значения. Поэтому подобное сравнение приведет к заведомому снижению коэффициентов корреляции Спирмена. Было бы корректнее сравнивать только значимые нагрузки, но их количество обычно невелико, поэтому расчет коэффициентов корреляции был бы априори неверен. Поэтому мы рассчитали коэффициенты корреляции Спирмена для всех стандартизованных коэффициентов, независимо от их величины. При таком сравнении выяснилось, что коэффициенты корреляции между рядами стандартизованных коэффициентов для анализа африканских и азиатских популяций совпадают и равны 0,7. Для европейских выборок коэффициент корреляции Спирмена для рядов стандартизованных коэффициентов по первому корню составил 0,9, по второму 0,5. Анализ рядов стандартизованных коэффициентов для выборок всего Старого Света (все три вида анализа, таблица 3) показывает, что при сопоставлении одноименных канонических векторов корреляции между ними составляют от 0.91 до 0.99 (по модулю). Все это позволяет заключить, что использование разных видов входных данных приводит к практически идентичным результатам.

Заключение

Проведенная серия дискриминантных анализов позволяет сделать важные методические выводы.

Во-первых, становится очевидным, что ис-

пользование как индивидуальных значений, так и средних по выборкам в большинстве случаев приводит к очень похожим результатам. Любопытно при этом, что доля объясняемой межгрупповой изменчивости в анализах региональных выборок довольно сильно отличается при использовании разных корреляционных матриц, последовательно уменьшаясь по мере увеличения степени обобщенности коэффициентов корреляции. Максимальные значения доли изменчивости, которую берет на себя первая каноническая функция, появляются при работе с индивидуальными данными, минимальные – при использовании обобщенной («стандартной») корреляционной матрицы.

Во-вторых, можно заключить, что использование индивидуальных данных в анализах может приводить к ухудшению дифференцирующих возможностей дискриминантного анализа. Это связано прежде всего с математическим аппаратом анализа, так как при очень высокой внутригрупповой дисперсии возможности дискриминации сильно ухудшаются. При этом индивидуальная изменчивость краниологических признаков настолько велика, что чаще всего перекрывает по размаху межгрупповую [Козинцев, 2016; Relethford, 2002].

Необходимо особо подчеркнуть, что для проведения анализов использовались совершенно разные программные продукты. Несмотря на это, получаемые координаты выборок в многомерном пространстве, визуализированные на двумерных графиках, в основном совпадают, отличаясь лишь деталями расположения отдельных выборок. Совпадают также стандартизованные коэффициенты дискриминантных функций.

Важным ограничительным фактором при использовании индивидуальных данных в краниологических исследованиях древнего населения выступает уменьшение численности индивидов, включенных в анализ, вследствие большого числа пропущенных значений. Вместе с тем именно для краниологических данных существуют стандартные значения среднеквадратических отклонений, а также несколько вариантов стандартных корреляционных матриц. Это позволяет уверенно рекомендовать преимуществен-

ное использование в краниологии программ, которые позволяют проводить канонический дискриминантный анализ по средним данным.

Библиография

- Алексеев В.П., Дебец Г.Ф. Краниометрия. Методика антропологических исследований. М.: Наука. 1964. 128 с.
- Беневоленская Ю.Д. Групповая изменчивость краниометрических корреляций // Проблемы этнической антропологии и морфологии человека, 1974. с. 158–165.
- Бунак В.В. *Crania armenica*. Исследования по антропологии Передней Азии. Москва. 1927. 314 с.
- Бунак В.В. Корреляции признаков. Происхождение и этническая история русского народа // Труды ин-та этнографии, 1965. Т. 88. С. 139–151.
- Гончаров И.А., Гончарова Н.Н. Программа MultiCan для анализа многомерных массивов данных с использованием статистик выборок и параметров генеральной совокупности (MultiCan). Свидетельство о регистрации прав на ПО №2016610803. М., 2016.
- Дебец Г.Ф. К унификации краниологических исследований // Антропологический журнал, 1935. №1. С. 118–124.
- Дебец Г.Ф. Палеоантропология древних эскимосов (Ипиутак, Тигара) // Этнические связи народов севера Азии и Америки по данным антропологии, 1986. с. 6–149.
- Дерябин В.Е. Курс лекций по традиционной биометрии для антропологов. Москва, 2007, 331 с.
- Ефимова С.Г. Палеоантропология Поволжья и Приуралья. М.: Изд-во Московского университета. 1991. 95 с.
- Исмагулов О. Население Казахстана от эпохи бронзы до современности (палеоантропологическое исследование). Алма-Ата: Наука. 1970. 241 с.

Козинцев А.Г. О некоторых аспектах статистического анализа в краниометрии // Радловский сборник: Научные исследования и музейные проекты МАЭ РАН в 2015 г., 2016. С. 381–390.

Малиновский А.А. Элементарные корреляции человеческого организма // Труды института цитологии, гистологии и эмбриологии, 1948. Т.2. Вып. 1. С. 136–198.

Рогинский Я.Я. Величина изменчивости измерительных признаков черепа и некоторые закономерности их корреляции у человека // Ученые записки, 1954. №166. С. 68–90.

Рогинский Я.Я. Закономерности связей между признаками в антропологии // Советская этнография. М., 1962. №5. С. 15–29.

Пежемский Д.В., Федорчук О.А. К проблеме корреляционных взаимосвязей общих размеров черепа человека // Вестник Московского университета. Серия 23: Антропология, 2020. № 2. С. 126–137. doi: 10.32521/2074-8132.2020.2.126-137

Тихонов А.Г. Сравнение различных алгоритмов канонического анализа применительно к антропологическим данным // Вестник антропологии, 2001. Вып. 7. С. 156–165

Широбоков И.Г. О применении усредненной матрицы корреляций в краниометрии // *Camera praehistorica*, 2021. № 1 (6). С. 141–149. doi: 10.31250/2658-3828-2021-1-63-141-149.

Информация об авторе

Гончарова Наталья Николаевна, к.б.н.; ORCID ID: 0000-0001-8504-1175; 1455008@gmail.com

Федорчук Ольга Алексеевна, к.б.н.; ORCID ID 0000-0002-9645-2014; lela.fed@yandex.ru

Поступила в редакцию 25.10.2022,
принята к публикации 16.12.2022.

Fedorchuk O.A.^{1,2,4}, Goncharova N.N.^{1,3}

¹) *Lomonosov Moscow State University, Faculty of Biology, Department of Anthropology, Leninskie Gory, 1(12), Moscow, 119234, Russia;*

²) *Lomonosov Moscow State University, Anuchin Research Institute and Museum of Anthropology, Mokhovaya st., 11, Moscow, 125009, Russia;*

³) *FSBI «Research Centre for Medical Genetics», Moskvorechie st., 1, Moscow, 115522, Russia;*

⁴) *Paleoethnology Research Center, Novaya plochad, 12, 5, Moscow, 109012, Russia*

COMPARABILITY OF RESULTS FROM CANONICAL DISCRIMINANT ANALYSIS BASED ON DIFFERENT INPUT DATA

Introduction. *Canonical discriminant analysis, based on the mean values of the traits, is widely used by anthropologists. These analyses use standard deviation means, as well as standard correlation coefficients. The question of the comparability of the results of such analysis with the results based on individual values remains open. Moreover, the existing inter-group variability in correlation coefficients can lead to altered analysis results when applying the correlation matrix calculated for the specific under analysis groups.*

This study compares the results of three variants of the canonical discriminant analysis: based on individual data, based on average values and a generalized (species-specific) correlation matrix, and based on average values and a regional (calculated for a certain region) correlation matrix.

Materials and methods. Data from 48 ethno-territorial groups from the Old World were used. The series are dated close to modern times, from the 16th to the 20th century. Twenty-five craniometric linear features have been measured. For canonical analysis on individual data we used the R language package, and for average data analysis the MultiCan software was used.

Results. The results of the two analyses performed on individual data and on average data turned out to be quite similar.

A comparison of the results of a series of discriminant analyses carried out on samples of the three major races using different correlation matrices reveals some small differences in the mutual arrangement of groups. In general, the distribution of samples in the scatter plots, as well as the standardized coefficients of discriminant functions coincide, regardless of the type of initial data.

Conclusion. In general, it may be concluded that the use of both individual values and sample averages in most cases leads to the same results. When individual values are used, the results may be distorted as a result of a strong reduction in the number of samples. Also, sample differentiation in this case is strongly influenced by a higher real intra-group variability.

Keywords: physical anthropology; craniology; biometry; canonical discriminant analysis (CDA); correlations

DOI: 10.32521/2074-8132.2023.1.062-077 (MUAB)

References

- Alekseev V.P. Debec G.F. *Kraniometriya. Metodika antropologicheskikh issledovanij* [Cranio-metry. Anthropological research methodology]. M.: Nauka, 1964. 128 p. (In Russ.).
- Benevolenskaya Yu.D. Gruppovaya izmenchivost' kraniometricheskikh korrelyacij [Group variability in craniometric correlations]. In *Problemy etnicheskoy antropologii i morfologii cheloveka* [Problems of ethnic anthropology and human morphology], 1974, pp. 158–165. (In Russ.).
- Bunak V.V. *Crania armenica. Issledovaniya po antropologii Perednej Azii* [Studies on the anthropology of West Asia]. Moskva, 1927, 314 p. (In Russ.).
- Bunak V.V. Korrelyacii priznakov. Proiskhozhdenie i etnicheskaya istoriya russkogo naroda [The correlation of traits. The origin and ethnic history of the Russian people]. *Trudy instituta etnografii* [Proceedings of the Institute of Ethnography], 1965, 88, pp. 139–151. (In Russ.).
- Goncharov I.A., Goncharova N.N. *Programma MultiCan dlya analiza mnogomernykh massivov dannykh s ispol'zovaniem statistik vyborok i parametrov general'noi sovokupnosti (MultiCan)* [The MultiCan program for the analysis of multidimensional data arrays using statistics of samples and parameters of the general population (MultiCan)]. Svidetel'stvo o registratsii prav na PO №2016610803. Moscow, 2016. (In Russ.).
- Debec G.F. K unifikacii kraniologicheskikh issledovanij [Towards the unification of craniological research]. *Antropologicheskij zhurnal* [Journal of Anthropology], 1, 1935, pp. 118–124. (In Russ.).
- Debec G.F. Paleoantropologiya drevnih eskimosev (Ipiutak, Tigara) [Paleoanthropology of ancient Eskimos (Ipiutak, Tigara)]. In *Etnicheskie svyazi narodov severa Azii i Ameriki po dannym antropologii* [Ethnic relations of the peoples of the North of Asia and America]. 1986, pp. 6–149. (In Russ.).
- Deryabin V.E. *Kurs lekcij po tradicionnoj biometrii dlya antropologov* [A course of lectures on traditional biometry for anthropologists]. Moskva, 2007, 331 p. (In Russ.).
- Efimova S.G. *Paleoantropologiya Povolzh'ya i Priural'ya* [Paleoanthropology of the Volga and Ural regions]. Moscow, MGU Publ., 1991. 95 p. (In Russ.).
- Ismagulov O. *Naselenie Kazakhstana ot ehpkhii bronzy do sovremennosti (paleoantropologicheskoe issledovanie)* [The population of Kazakhstan from the Bronze Age to the present (paleoanthropological study)]. Alma-Ata, Nauka Publ., 1970. 241 p. (In Russ.).
- Kozincev A.G. O nekotorykh aspektakh statisticheskogo analiza v kraniometrii [On some aspects of statistical analysis in craniometry]. *Radlovskij sbornik: Nauchnye issledovaniya i muzejnye proekty MAE RAN v 2015 g.* [Radloff Collection: Scientific research and museum projects of the MAE RAS in 2015], 2016, pp. 381–390. (In Russ.).
- Malinovskiy A.A. Elementarnye korrelyacii chelovecheskogo organizma [Elementary correlations of the human body]. *Trudy instituta citologii, gistologii i embriologii* [Proceedings of the Institute of Cytology, Histology and Embryologists], 1948, 2, pp. 136–198. (In Russ.).
- Roginskii Ya.Ya. Velichina izmenchivosti izmeritel'nykh priznakov cherepa i nekotorye zakonomernosti ikh korrelyatsii u cheloveka [The magnitude of the variability of the measuring signs of the skull and some patterns of their correlation in humans]. *Uchenye zapiski* [Scientific notes], 1954, 166, pp. 68–90. (In Russ.).
- Roginskii Ya.Ya. Zakonomernosti svyazei mezhdru priznakami v antropologii [Patterns of relationships between signs in anthropology]. *Sovetskaya etnografiya* [Soviet Ethnography], 1962, 5, pp. 15–29. (In Russ.).
- Pezhemskij D. V., Fedorchuk O. A. K probleme korrelyacionnykh vzaimosvyezey obshchih razmerov cherepa cheloveka [To the problem of correlation relationships of the craniometric traits of a human cranium]. *Moscow University Anthropology Bulletin* [Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 23: Antropologiya], 2020, 2, pp. 126–137. doi: 10.32521/2074-8132.2020.2.126-137
- Tihonov A.G. Sravnenie razlichnykh algoritmov kanonicheskogo analiza primenitel'no k antropologicheskim dannym [Comparison of different canonical analysis algorithms as applied to anthropological data]. *Vestnik an-*

tropologii [Bulletin of Anthropology], 2001, 7. pp. 156–165. (In Russ.).

Shirobokov I.G. O primenenii usrednennoj matricy korrelyacij v kraniometrii [On the application of the averaged correlation matrix in craniometry]. *Camera praeistorica* [Camera praehistorica] 2021, 1 (6), pp. 141–149. (In Russ.).

Benington R.C., Pearson K. A Study of the Negro Skull with Special Reference to the Congo and Gaboon Crania. *Biometrika*, 1912, 8 (3/4), pp. 292–339.

G. von Bonin. Beitrag Zur Kraniologie von Ost-Asien. *Biometrika*, 1931a, 23, (1/2), pp. 52–113.

G. von Bonin. A Contribution to the Craniology of the Easter Islanders. *Biometrika*, 1931b, 23 (3/4), pp. 249–270.

G. von Bonin. On the Craniology of Oceania. Crania from New Britain. *Biometrika*, 1936, 28, (1/2), pp. 123–148.

Drontschilow K. Metrische Studien an 93 Schädeln aus Kamerun. *Archiv für antropologie*, 1913, 12, pp. 161–183.

Friendly M., Fox J. Candisc: Visualizing Generalized Canonical Discriminant and Canonical Correlation Analysis. R package version 0.8-6, 2021 <https://CRAN.R-project.org/package=heplots>.

Fisher R.A. Frequency distribution of the values of the correlation coefficient in samples of an indefinitely large population. *Biometrika*, 1915, 10 (4), pp. 507–521. doi:10.2307/2331838

Fisher R.A. On the 'Probable Error' of a Coefficient of Correlation Deduced from a Small Sample. *Metron*, 1921, 1, pp. 3–32.

Górny S. Crania africana: Uganda. Człowiek w Czasie i Przestrzeni: kwartalnik Polskiego. *Towarzystwa Antropologicznego*, 1957, 1 (1), p. 56.

Hambly W.D. *Craniometry of New Guinea*. Chicago, 1940, 338 p.

Harrower G.A. Study of the Hokien and Tamil Skull. *Biometrika*, 1924.

Kitson E.A. Study of the Negro Skull with Special Reference to the Crania from Kenya Colony. *Biometrika*, 1931, 23 (3), pp. 271–314.

Martin R. *Lehrbuch der Anthropologie*. 2-te Aufl. Bd. II, 1928.

Morant G.M. A Study of Certain Oriental Series of Crania Including the Nepalese and Tibetan Series in the British Museum (Natural History). *Biometrika*, 1924, 16 (1/2), pp. 1–10.

Relethford J.H. Apportionment of global human genetic diversity based on craniometrics and skin color. *Am. J. Phys. Anthropol.*, 2002, 118, pp. 393–398.

Sergi S. *Crania habessinica: contributo all'antropologia dell'Africa orientale*. Loescher. Roma, 1912, 519 p.

Shrubsall F. Crania of African Bush Races. *J. Anthropol. Inst. G.B. and Ireland*, 1898, 27, pp. 263–292.

Shrubsall F. A Study of A-Bantu Skulls and Crania. *J. Anthropol. Inst. G.B. and Ireland*, 1899, 28 (1/2), pp. 55–94.

Tildesley M.L. A First Study of the Burmese Skull. *Biometrika*, 1921, 13 (2/3), pp. 176–262.

Wickham H. *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Springer-Verlag New York, 2016. <https://ggplot2.tidyverse.org>.

Wicklin R. Fisher's transformation of the correlation coefficient, 2017. Электронный ресурс. URL: <https://blogs.sas.com/content/iml/2017/09/20/fishers-transformation-correlation.html> (дата обращения 18.11.2022)

Winterbottom A. A Note on the Derivation of Fisher's Transformation of the Correlation Coefficient. *The American Statistician*, 1979, 33 (3), pp. 142–143, doi: 10.1080/00031305.1979.10482682

Information about author

Goncharova Natalia N., PhD; ORCID ID: 0000-0001-8504-1175; 1455008@gmail.com

Fedorchuk Olga A., PhD; ORCID ID 0000-0002-9645-2014; lela.fed@yandex.ru