

УДК 539.3:532.5

А.Е.БУКАТОВ, А.В.ЧЕРКЕСОВ

О влиянии скорости потока на развитие волн в море, покрытом льдом

Изучается влияние скорости потока на процесс развития волн, возникающих в море, покрытом льдом, под действием периодических по времени возмущений.

И С С Л Е Д О В А Н И Е волновых движений, генерируемых периодическими по времени возмущениями, приложенными к ограниченной области свободной поверхности жидкости бесконечной глубины, проведено в работах [1, 2]. Неустановившиеся колебания льда, возникающие под действием движущейся с постоянной скоростью внешней нагрузки, рассмотрены для глубокой жидкости в работе [3]. При отсутствии потока влияние льда на развитие волн изучено в [4-6].

В настоящей работе исследуются неустановившиеся волны, генерируемые в море, покрытом льдом, как периодическими по времени колебаниями участка дна бассейна, так и периодическими атмосферными давлениями.

1. Пусть на поверхности идеальной несжимаемой жидкости, текущей с постоянной скоростью U в положительном направлении оси x , плавает сплошной ледяной покров. Начиная с момента времени $t = 0$ участок дна бассейна совершает малые вертикальные колебания по закону

$$z = -H - a f(x) \cos \delta t. \quad (1.1)$$

Исследуем процесс развития волн, предполагая, что в начальный момент времени поток жидкости невозмущен, а поверхность лед-вода горизонтальна. Ледяной покров моделируем тонкой упругой пластинкой. Задача заключается в решении уравнения

$$\Delta \varphi = 0, \quad -H \leq z \leq 0, \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (1.2)$$

с граничными

$$D_1 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + \frac{m}{g} \theta \zeta + \zeta + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \frac{1}{g} = 0 \quad \text{при } z=0, \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{dz}{dt} \quad \text{при } z=-H \quad (1.4)$$

и начальными

$$\varphi(x, z, 0) = \zeta(x, 0) = 0 \quad (1.5)$$

условиями. Здесь θ оператор

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2u \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} + u^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2},$$

$D_1 = D/\rho g$; $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$; $m = \rho_l h/\rho$; ρ - плотность жидкости; ρ_l , E , h , ν - соответственно плотность, модуль упругости, толщина и коэффициент Пуассона льда; ζ - прогиб льда или возвышение поверхности лед-вода. При этом ζ и потенциал скоростей φ связаны кинематическим условием $\zeta_t = \varphi_z - u \zeta_x$. Отметим, что граничное условие (1.3) получено аналогично условию (8.4) работы [7] в предположении, что ледяной покров перемещается вместе с потоком со скоростью u . Применяя для решения задачи преобразование Фурье по переменной x и удовлетворяя условиям (1.3)-(1.5), получим, используя формулу обращения, окончательное выражение поверхности лед-вода

$$\zeta = \frac{a\delta}{2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta + ur}{\chi ch rH} \varphi(r, t) \bar{f}(r) e^{irx} dz,$$

$$\varphi(r, t) = \left[\frac{2}{\Delta} - \frac{1}{\tau \Delta_1} e^{-it\Delta_1} - \frac{1}{\tau \Delta_2} e^{-it\Delta_2} \right] e^{i\delta t},$$

$$\Delta = \Delta_1 \Delta_2, \quad \Delta_1 = \delta + ur - \tau, \quad \Delta_2 = \delta + ur + \tau, \quad \chi = 1 + m r^2 h r H,$$

$$\tau = (rg\delta\chi^{-1} th rH)^{1/2}, \quad \delta = D_1 r^4 + 1, \quad (1.6)$$

$$\bar{f}(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(r) \exp(-irx) dx.$$

Подынтегральная функция в (1.6) не имеет особенностей на пути интегрирования, так как особенности отдельных слагаемых взаимно погашаются. В силу теоремы Коши исходный путь интегрирования можно деформировать в путь, обходящий эти особенности - вещественные корни уравнений $\Delta_1 = 0$ и $\Delta_2 = 0$.

Уравнение $\Delta_1 = 0$ при условии $M > 2$ имеет при любых скоростях потока два действительных корня $-\alpha_1$ и α_4 , где

$$M = \min \varphi_1(r), \quad \varphi_1(r) = \delta \left[(1 + 2rH / \operatorname{sh} 2rH) \chi^{-1} + 26\tau^{-1} \right] + 2D_1 r^4.$$

В случае $M < 2$ число корней уравнения $\Delta_1 = 0$ зависит от скорости потока. Если $u > u_1$, то это уравнение также имеет только два вещественных корня $-\alpha_1$ и α_4 . При $u_2 < u < u_1$ имеются корни $-\alpha_1, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$. Для $u < u_2$ есть корни $-\alpha_1$ и α_6 . Здесь

$$u_1 = \varphi_2(\beta_1), \quad u_2 = \varphi_2(\beta_2), \quad \varphi_2 = (\tau - \delta)r^{-1},$$

$$\varphi_1(\beta_1) = \varphi_1(\beta_2) = 2, \quad \beta_2 > \beta_1 > 0.$$

Уравнение $\Delta_2 = 0$ при скоростях потока $u > u_3$ имеет два корня $-\alpha_3$ и $-\alpha_2$. При этом

$$u_3 = \varphi_3(\beta_3), \quad \varphi_3 = -(\tau + \delta)r^{-1}, \quad \alpha_k > 0, \quad k = 1, 2, \dots, 6,$$

а $\beta_3 < 0$ - корень уравнения

$$\delta \left[(1 + 2rH / \operatorname{sh} 2rH) \chi^{-1} - 26\tau^{-1} \right] + 2D_1 r^4 - 2 = 0.$$

В случае $u < u_3$ выражение Δ_2 при действительных r не обращается в нуль. Отметим, что для всех значений u верны неравенства $\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$, $\alpha_4 > \alpha_5 > \alpha_6 > \alpha_1$, $\alpha_4 > \alpha_3$. Кроме того, $u_1 > u_2$, $u_3 > u_2$, но $\lim_{\delta \rightarrow 0} (u_3 - u_2) = 0$. Если $\sigma^2 m / g > 1$, то

$\alpha_6 > [(\sigma^2 m - g) / g D_1]^{1/4}$. За путь интегрирования [8] возьмем контур L_3 , идущий вдоль действительной оси, обходя корни уравнения $\Delta_1 = 0$ по малым полуокружностям, на которых $\operatorname{Re}(i\Delta_1) > 0$, а корни уравнения $\Delta_2 = 0$ - по полуокружностям, где $\operatorname{Re}(i\Delta_2) > 0$. Перепишем теперь (1.6)

$$\zeta = \frac{a\delta}{2\sqrt{2\pi}} (\eta_1 - \eta_2 - \eta_3),$$

$$\eta_k = \int_{L_k} \frac{\sigma + ur}{\tau k \Delta_\chi \operatorname{ch} rH} \bar{f}(r) \exp(\tau |x| M_k) dr, \quad k = 1, 2, \quad (1.7)$$

$$\eta_3 = \int_{L_3} \frac{2(\sigma + ur)}{\pi \Delta \operatorname{ch} rH} \bar{f}(r) \exp(i\tau x) dr \exp(i\sigma t),$$

$$M_k = -[ur + (-1)^k \tau] \nu = r, \quad \nu = \frac{t}{|x|}.$$

Здесь путь L_1 обходит только точки, где $\Delta_1 = 0$ (простые полюса подынтегральной функции интеграла η_1), а путь L_2 — только точки, где $\Delta_2 = 0$. Верхний знак у M_k берется при $x > 0$, а нижний — при $x < 0$.

2. Пусть $M > 2$. При скоростях потока $u < u_3$ уравнение $\Delta_1 = 0$ имеет, как отмечалось выше, корни $-\alpha_1$ и α_4 , а уравнение $\Delta_2 = 0$ вещественных корней не имеет. Условие $\operatorname{Re}(i\Delta_1) \geq 0$ выполняется на контуре L_1 , обходящем точку $r = -\alpha_1$ снизу, а точку $r = \alpha_4$ сверху.

Вычисляя интеграл η_3 методом контурного интегрирования, получим при $u < u_3$ и $x > 0$ (вниз по потоку)

$$\eta_3 = 2\pi V_1^{-1} \Phi(\alpha_1) \bar{f}(-\alpha_1) \sin \gamma_1 + O(1/x),$$

$$\Phi(r) = (x \operatorname{ch} rH)^{-1}, \quad V_1 = u + \tau'(\alpha_1), \quad \gamma_1 = \alpha_1 x - \delta t,$$

$$\tau' = \frac{g}{2x\tau} \left[4D_1 r^4 \operatorname{th} rH + \frac{\delta}{x} (\operatorname{th} rH + \frac{rH}{\operatorname{ch}^2 rH}) \right].$$

Асимптотическое выражение η_1 в этом случае для больших значений x найдем методом стационарных фаз [8, с.108]. Фазовая функция M_1 имеет стационарные точки, являющиеся корнями уравнения $M_1' = 0$ (штрих означает производную по r). Анализ показал, что $\operatorname{Re}(iM_1) \leq 0$ на контуре L_1 для $vV_1 > 1$, а для $vV_1 < 1$ это условие выполняется на контуре L , совпадающем с L_1 всюду, кроме окрестности точки $r = -\alpha_1$. Эту точку путь L обходит по малой полуокружности в верхней полуплоскости. Заменяя для $vV_2 < 1$ интегрирование по контуру L_1 интегрированием по L с добавлением соответствующего вычета, находим

$$\eta_1 = \begin{cases} -\eta_3 + O(\frac{1}{\sqrt{x}}), & x > V_1 t \\ O(\frac{1}{\sqrt{x}}), & x < V_1 t. \end{cases}$$

Фазовая функция M_2 также имеет стационарные точки, но подынтегральная функция в η_2 особенностей не имеет. Следовательно, $\eta_2 = O(1/\sqrt{x})$. Подставляя η_1 , η_2 , η_3 в (1.7), получим при больших положительных x

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_1 + O(\frac{1}{\sqrt{x}}), & x < V_1 t, \\ O(\frac{1}{\sqrt{x}}), & x > V_1 t, \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\zeta_1 = -V_1^{-1} A(\alpha_1) \bar{f}(-\alpha_1) \sin \gamma_1, \quad A(r) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} ab \Phi(r).$$

Аналогичным образом вычисляются η_k для $u < u_3$ и $x < 0$.

В результате при больших значениях $|x|$ вверх по потоку найдем

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_4 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x > -V_4 t \\ O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x < -V_4 t, \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\zeta_4 = V_4^{-1}(\alpha_4) \bar{f}(\alpha_4) \sin \gamma_4, \quad V_4 = \tau'(\alpha_4) - u, \quad \gamma_4 = \alpha_4 x + \delta t.$$

При скоростях потока $u > u_3$ условие $Re(i\Delta_1) \geq 0$ выполняется на контуре, обходящем точки $r = -\alpha_1$ и $r = \alpha_4$ соответственно в верхней и нижней полуплоскостях, а условие $Re(i\Delta_2) \geq 0$ - на контуре, обходящем точку $r = -\alpha_3$ сверху, а точку $r = -\alpha_2$ снизу. После вычисления η_k и подстановки их в (1.7) получим

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_1 + \zeta_2 + O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & x < V_2 t \\ \zeta_1 + O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & V_2 t < x < V_1 t \\ O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & x > V_1 t \end{cases} \quad (2.3)$$

для больших положительных x (вниз по потоку) и

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_3 + \zeta_4 + O\left(1/\sqrt{|x|}\right), & x > -V_3 t \\ \zeta_4 + O\left(1/\sqrt{|x|}\right), & -V_4 t < x < -V_3 t \\ O\left(1/\sqrt{|x|}\right), & x < -V_4 t \end{cases} \quad (2.4)$$

для больших значений $|x|$ вверх по потоку, где

$$\zeta_k = V_k^{-1} A(\alpha_k) \bar{f}(-\alpha_k) \sin \gamma_k, \quad \gamma_k = \alpha_k x - \delta t, \quad k=2,3,$$

$$V_2 = u - \tau'(\alpha_2), \quad V_3 = \tau'(\alpha_3) - u, \quad V_4 > V_3.$$

3. Пусть $M < 2$, $u_3 < u_1$. При таких условиях возвышение поверхности лед-вода существенно зависит от скорости потока. Не приводя промежуточных выкладок, запишем лишь окончательные выражения ζ . Для $u > u_3$ вид ζ определяется из (2.3) на больших расстояниях от области возмущения вниз по потоку и из (2.4) вверх по потоку.

В случае $u_1 < u < u_3$ для ζ справедливы формулы (2.1) при $x > 0$ и (2.2) при $x < 0$. Для $u_2 < u < u_1$

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_1 + \zeta_5 + O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & x < V_5 t \\ \zeta_1 + O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & V_5 t < x < V_1 t \\ O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & x > V_1 t \end{cases} \quad (3.1)$$

при $x > 0$, а при $x < 0$

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_4 + \zeta_6 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x > -V_4 t \\ \zeta_6 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & -V_6 t < x < -V_4 t \\ O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x < -V_6 t \end{cases} \quad (3.2)$$

если $\tau'(\alpha_6) > \tau'(\alpha_4)$, и

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_4 + \zeta_6 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x > -V_6 t \\ \zeta_4 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & -V_4 t < x < -V_6 t \\ O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x < -V_4 t \end{cases} \quad (3.3)$$

если $\tau'(\alpha_6) < \tau'(\alpha_4)$. Здесь

$$\zeta_k = V_k^{-1} A(\alpha_k) \bar{f}(\alpha_k) \sin \gamma_k, \quad \gamma_k = \alpha_k x + \sigma t, \quad k=5,6,$$

$$V_5 = u - \sigma'(\alpha_5), \quad V_6 = \tau'(\alpha_6) - u.$$

При скоростях потока $u < u_2$ вид поверхности лед-вода вниз по потоку определяется формулой (2.1), а вверх по потоку - формулой

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_6 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x > -V_6 t \\ O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x < -V_6 t \end{cases} \quad (3.4)$$

4. Пусть $M < 2$, $u_2 < u_3 < u_1$. Если $u > u_1$, то для ζ справедливы выражения (2.3) и (2.4) соответственно при $x > 0$ и $x < 0$.

В случае $u_3 < u < u_1$ для ζ вниз по потоку найдем

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_5 + O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & x < V_5 t \\ \zeta_1 + \zeta_2 + O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & V_5 t < x < V_2 t \\ \zeta_1 + O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & V_2 t < x < V_1 t \\ O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & x > V_1 t, \end{cases} \quad (4.1)$$

если $\tau'(\alpha_2) < \tau'(\alpha_5)$, и

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_5 + O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & x < V_2 t \\ \zeta_1 + \zeta_5 + O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & V_2 t < x < V_5 t \\ \zeta_1 + O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & V_5 t < x < V_1 t \\ O\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right), & x > V_1 t, \end{cases} \quad (4.2)$$

если $\tau'(\alpha_2) > \tau'(\alpha_5)$. При больших значениях $|x|$ вверх по потоку в рассматриваемом случае

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_3 + \zeta_4 + \zeta_6 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x > -V_3 t \\ \zeta_4 + \zeta_6 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & -V_4 t < x < -V_3 t \\ \zeta_6 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & -V_6 t < x < -V_4 t \\ O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x < -V_6 t, \end{cases} \quad (4.3)$$

если $\tau'(\alpha_6) > \tau'(\alpha_4)$,

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_3 + \zeta_4 + \zeta_6 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x > -V_3 t \\ \zeta_4 + \zeta_6 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & -V_6 t < x < -V_3 t \\ \zeta_4 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & -V_4 t < x < -V_6 t \\ O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x < -V_4 t, \end{cases} \quad (4.4)$$

если $\tau'(\alpha_3) < \tau'(\alpha_6) < \tau'(\alpha_4)$, и

$$\zeta = \begin{cases} \zeta_3 + \zeta_4 + \zeta_6 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x > -V_6 t \\ \zeta_3 + \zeta_4 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & -V_3 t < x < -V_6 t \\ \zeta_4 + O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & -V_4 t < x < -V_3 t \\ O\left(\frac{1}{\sqrt{|x|}}\right), & x < -V_4 t, \end{cases} \quad (4.5)$$

если $\tau'(\alpha_6) < \tau'(\alpha_3)$.

При $u_2 < u < u_3$ справедливы формулы (3.1)–(3.3). Если же $u < u_2$, то ζ вниз по потоку определяется из (2.1), а вверх по потоку – из (3.4).

5. Таким образом, незатухающие движения, генерируемые на поверхности лед-вода периодическими по времени колебаниями участка дна бассейна, представляют собою су-

перпозицию нескольких волн вида ζ_k ($k = 1, 2, \dots, 6$). Число волн зависит от характеристик ледяного покрова, скорости потока и частоты колебаний. Для D , m и b , удовлетворяющих неравенству $M > 2$, на большом удалении вниз по потоку при $u < u_3$ генерируется только одна незатухающая волна ζ_1 , а при $u > u_3$ - две: ζ_1 и ζ_2 . Для больших x вверх по потоку в первом случае генерируется ζ_4 , а во втором - ζ_3 и ζ_4 . Если же характеристики ледяного покрова и частота колебаний таковы, что выполняется условие $M < 2$, то в зависимости от соотношений между u , u_1 , u_2 и u_3 могут генерироваться две, четыре или шесть незатухающих волн вида ζ_k .

При $u > u_3 > u_1$ или $u > u_1$, $u_2 < u_3 < u_1$ возникают волны ζ_1 , ζ_2 , ζ_3 , ζ_4 . Для $u_2 < u < u_1$, $u_1 < u_3$ или $u_2 < u < u_3$, $u_2 < u_3 < u_1$ возбуждаются волны ζ_1 , ζ_4 , ζ_5 , ζ_6 . В случае $u_3 < u < u_1$, $u_2 < u_3 < u$ генерируются все ζ_k ($k = 1, 2, \dots, 6$). При выполнении неравенств $u_1 < u < u_3$, $u_3 > u_1$ образуются волны ζ_1 , ζ_4 , а в случае $u_1 < u_2$ - волны ζ_1 и ζ_6 . Заметим, что ζ_1 , ζ_2 , ζ_5 генерируются в области $x > 0$, а ζ_3 , ζ_4 , ζ_6 - в области $x < 0$. Волны ζ_3 и ζ_4 чисто упругие. Если $E = 0$, т.е. лед битый [9], то эти волны не возникают. Все другие волны гравитационные, деформированные за счет упругих сил. Они образуются и в жидкости со свободной поверхностью [10, с.81]. Волны ζ_ℓ ($\ell = 1, 2, 3$) бегут вниз по потоку с фазовыми скоростями $u_\ell = b/\alpha_\ell$, а ζ_n ($n = 4, 5, 6$) - вверх по потоку со скоростями $u_n = b/\alpha_n$. Величины фазовых скоростей зависят от скорости потока. Чем больше u , тем ζ_1 , ζ_2 , ζ_5 бегут быстрее, а ζ_3 , ζ_4 , ζ_6 - медленнее.

6. Для количественной оценки влияния ледяного покрова и частоты колебаний на значения критических скоростей u_k ($k = 1, 2, 3$) проведены численные расчеты при $H = 10^3$ м. Модуль упругости, коэффициент Пуассона и удельный вес льда принимались равными

$$E = 3 \cdot 10^9 \text{ н/м}^2, \quad \mu = 0,34, \quad \rho_g = 870 \text{ кг/м}^3.$$

Частота колебаний b (с^{-1}) и толщина льда h (м) изменялись в пределах

$$10^4 \leq b \leq 5 \cdot 10^{-1}, \quad 0,01 \leq h \leq 5.$$

Зависимость u_k от b для фиксированного $h = 1$ м приведена на рис. 1, а от толщины льда при заданном

$b = 3 \cdot 10^{-1} \text{ с}^{-1}$ - на рис. 2. На каждом из этих рисунков линии u_1 , u_2 , u_3 образуют по пять областей G_k ($k = 1, 2, \dots, 5$). Для заданных b и D при скоростях

потока из областей G_k генерируются либо две волны ζ_1, ζ_4 (область G_1) или ζ_1, ζ_6 (область G_2), либо четыре $\zeta_1, \zeta_4, \zeta_5, \zeta_6$ (область G_3) или $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$ (область G_5), либо все шесть волн ζ_k (область G_4). Для $\sigma < \sigma^*$ или $h < h^*$ выполняется условие $M < 2$, а для $\sigma > \sigma^*$ или $h > h^*$ - условие $M > 2$. Следовательно, при $\sigma < \sigma^*$ или $h < h^*$ вид поверхности лед-вода зависит от соотношения между u, u_1, u_2, u_3 (см. разделы 3, 4). В случае же $\sigma > \sigma^*$ или $h > h^*$ вид ζ зависит лишь от соотношения между u и u_3 (см. раздел 2). Если $u < u_3$, то генерируются только ζ_1, ζ_4 , а если $u > u_3$, то - $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$. Отметим, что большему h отвечает меньшее σ^* , а меньшему σ - большее h^* .

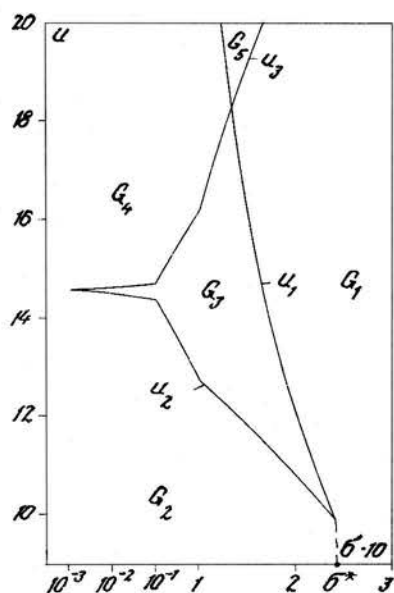


Рис. 1. Зависимость u_k ($k=1, 2, 3$) от частоты колебаний при $h=1$ м

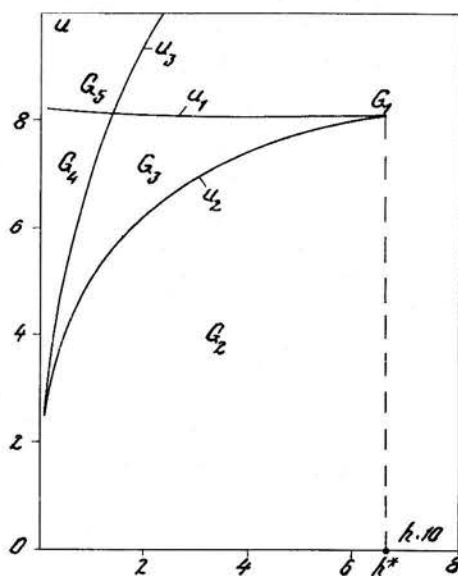


Рис. 2. Зависимость u_k ($k=1, 2, 3$) от толщины ледяного покрова при $\sigma = 3 \cdot 10^{-1} \text{ с}^{-1}$

Вычислялись также фазовые скорости и скорости передних фронтов. Расчеты проводились при таких значениях σ, h и u , когда генерируются все шесть волн (область G_4).

В табл. 1 приведены значения $u_k \cdot 10$ (м/с) и $V_k \cdot 10$ (м/с) для $h = 0,2$ м и $\sigma = 10^{-2} \text{ с}^{-1}$. Видно, что с увеличением u фазовые скорости волн, генерируемых вниз по потоку, увеличиваются, а возникающих вверх по потоку, уменьшаются. Скорости передних фронтов всех ζ_k (кроме ζ_6) растут при этом, а V_6 уменьшается. Влияние изменения h

Таблица 1
Влияние изменения скорости потока на фазовые скорости
и скорости передних фронтов генерируемых волн

k	1	2	3	4	5	6	u , м/с
u_k	1079	.782	.355	.375	.817	898	9
V_k	1078	36,2	57,9	61,1	36,8	894	
u_k	1089	.993	.309	.308	1,04	888	10
V_k	1086	46,8	88,8	91,1	46,4	884	
u_k	1099	1,21	.281	.279	1,27	878	11
V_k	1096	54,1	114	116	53,2	874	

Таблица 2
Влияние изменения толщины ледяного покрова и частоты
колебаний на фазовые скорости и скорости передних
фронтов генерируемых волн

k	1	2	3	4	5	6	$h, \text{м}$	$\sigma \cdot 10^2 \text{с}^{-1}$
U_k	1423	2,52	.117	.108	3,63	874	0,1	1
V_k	1394	89,1	219	217	77,7	868		
U_k	1139	1,95	1,44	1,36	2,18	838	1	
V_k	1136	31,2	37,6	58,2	43,1	833		
U_k	1140	1,13	.053	.053	1,17	839	0,1	0,5
V_k	1139	75,8	206	206	74,7	838		
U_k	1140	1,01	.708	.687	1,06	839	1	
V_k	1139	34,9	43,6	53,7	40,8	838		

на u_k и V_k для $u = 15$ м/с и двух значений b иллюстрируется табл. 2, где, как и в табл. 1, u_k и V_k увеличены в 10 раз. При $b = 5 \cdot 10^{-3}$ с⁻¹ рост толщины льда от 0,1 до 1 м практически не влияет на элементы гравитационных волн ζ_1 , ζ_6 . Скорости передних фронтов волн

$\zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \zeta_5$ и фазовые скорости U_2, U_5 при этом существенно уменьшаются, а U_3 и U_4 увеличиваются более чем в 12 раз. С увеличением b растет влияние толщины ледяного покрова на U_7, V_7 и U_6, V_6 . Оно сказывается в существенном уменьшении указанных волновых характеристик. Влияние же изменения h на скорости остальных волн при увеличении b в качественном отношении не меняется.

Если вместо генератора волн (1.1) взять периодические по времени возмущения атмосферного давления вида

$$p = a f(x) \cos bt,$$

то все формулы для u_1, u_2, u_3, u_k, V_k ($k = 1, 2, \dots, 6$), полученные выше, останутся в силе. Выражения ζ и ζ_k также будут справедливы при

$$A(r) = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{a}{\rho g} \delta^{-1} \tau(\alpha_k).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Сретенский Л.Н. О направленном излучении волн из области, подверженной внешнему давлению. - ПММ, 1956, 20, 3.
2. Войт С.С. Образование волн давлениями, приложенными к поверхности текущей жидкости. - Тр. МГИ АН УССР. Т. 27. Киев, 1963.
3. Хейсин Д.Е. Некоторые нестационарные задачи динамики ледяного покрова. - Тр. ААНИИ. Т. 300. Л., 1971.
4. Букатов А.Е. О влиянии ледяного покрова на неустановившиеся волны. - В кн.: "Морские гидрофизические исследования", № 3(49). Севастополь, изд. МГИ АН УССР, 1970.
5. Букатов А.Е., Черкесов Л.В. Неустановившиеся колебания упругой пластинки, плавающей на поверхности жидкости. - "Прикладная механика", 1970, 6, 8.
6. Черкесов Л.В. Поверхностные и внутренние волны. Киев, "Наукова думка", 1973.
7. Хейсин Д.Е. Динамика ледяного покрова. Л., Гидрометеиздат, 1967.
8. Стокер Д.Д. Волны на воде. М., "Иностранная литература", 1959.

9. Букатов А.Е. Влияние ледяного покрова на неустановившиеся волны. - В кн.: "Морские гидрофизические исследования", № 3(70). Севастополь, изд. МГИ АН УССР, 1975.
10. Черкесов Л.В. Неустановившиеся волны. Киев, "Наукова думка", 1970.

A.E.BUKATOV, L.V.CHERKESOV

THE INFLUENCE OF FLOW SPEED ON THE
DEVELOPMENT OF WAVES IN THE SEA
COVERED WITH ICE

The influence of flow speed on the process of waves development, appearing in the sea covered with ice, under the effect of periodic over time disturbances is studied.

Статья поступила в редакцию 18.07.1975 г.