

В диссертационный совет Д 501.001.91  
при МГУ им. М.В. Ломоносова,  
119991, г. Москва, Ленинские горы, ГСП-1  
механико-математический факультет

## ОТЗЫВ

официального оппонента Рогового Анатолия Алексеевича  
на диссертационную работу Машихина Антона Евгеньевича  
«Краевые задачи термомеханики для цилиндра  
и сферы из сплавов с памятью формы»,  
представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.02.04 –механика деформируемого твердого тела

Диссертация А.Е.Машихина посвящена решению осесимметричных и центрально-симметричных задач термомеханики для сплавов с памятью формы (СПФ), поведение которых описывается в рамках теории, разработанной при определяющем участии Андрея Александровича Мовчана. Полученные результаты представляет как самостоятельный интерес, так и могут быть полезными при тестировании конечно-элементных алгоритмов и пакетов прикладных программ, нацеленных на решение краевых задач для СПФ.

### Актуальность темы диссертации

Сплавы с памятью формы представляют собой класс функциональных материалов, в которых в результате размытого фазового перехода первого рода кристаллическая решетка одной симметрии переходит в кристаллическую решетку другой, более низкой, симметрии. Такой фазовый переход возникает в определенном интервале изменения температуры, который сдвигается при действии силового поля в соответствии с законом Клаузиуса-Клапейрона. Высокосимметричная высокотемпературная аустенитная фаза переходит в низкосимметричную мартенситную фазу при уменьшении температуры в интервале фазового перехода (прямой фазовый переход), что сопровождается возникновением фазовых деформаций (деформаций Бейна), и восстанавливается при увеличении температуры (обратный фазовый переход) при нагревании, но уже через другой темпера-

турный интервал, с полной или частичной аннигиляцией возникших фазовых деформаций.

Одним из представителей СПФ, имеющим большое практическое применение, является никелид титана, в котором объемоцентрированная кубическая кристаллическая решетка аустенитной фазы переходит в базоцентрированную моноклинную решетку в мартенситной фазе. Группа симметрии (равноправности)  $O_A$  кубической решетки состоит из 24-х ортогональных тензоров  $\mathbf{R}_i, i=1,2,\dots,24$ , переводящих куб в куб, а группа симметрии моноклинной решетки  $O_M$ , являющаяся подгруппой  $O_A$ ,  $O_M \subset O_A$ , состоит из 2-х ортогональных тензоров, переводящих моноклинную решетку в себя. Преобразованию кубической решетки в моноклинную соответствует тензор деформаций Бейна  $\mathbf{U}$ . Т.к. эквивалентных кубических решеток 24, то и разных тензоров Бейна (разных вариантов мартенсита) может быть 24:  $\mathbf{U}_i = \mathbf{R}_i \cdot \mathbf{U} \cdot \mathbf{R}_i^T$ , но независимых из них будет только 12, в силу неразличимости двух конфигураций моноклинной решетки. Каждый из 12 вариантов мартенсита имеет один и тот же тензор Бейна, отнесенный к собственным кристаллографическим осям, которые по-разному ориентированы в пространстве. Соотношение  $\mathbf{U}_i = \mathbf{R}_i \cdot \mathbf{U} \cdot \mathbf{R}_i^T$  приводит их к одному базису – кристаллографическим осям аустенитного состояния.

Фундаментальной кинематической величиной в механике сплошных сред является градиент места (градиент деформации). С помощью него определяются все деформационные и геометрические характеристики процесса, такие как меры и тензоры деформаций, элементарные объемы и поверхности. На границах раздела разных вариантов мартенсита (мидриб), а также мартенсита и аустенита (габитус) градиент места, являясь непрерывным тензором, может терпеть разрыв в нормальном к поверхности раздела направлении. Это положение описывается уравнением совместности Адамара, решение которого определяет как двойниковую структуру с согласованными вариантами мартенсита, так и согласование разных двойниковых мартенситных структур, а также согласование двойниковых мартенситных структур и аустенитной структуры. Процесс образования мартенситной структуры в аустените сопровождается возникновением в обеих фазах микронапряжений.

Сказанное выше относится к монокристаллу и соответствует в поликристаллическом материале одному зерну, кристаллографические оси которого в аустенитном состоянии имеют вполне определенное направление. Множество таких зерен с разной ориентацией осей образуют представительный объем, состоящий, в отсутствии внешнего силового воздействия и ориентированных микронапряжений при полностью завершенном фазовом переходе, из хаотично ориентированного сдвойникованного мартенсита. Макродеформации такого представительного объема пренебрежимо малы. Силовое поле, приложенное к материалу в этом состоянии, приводит к раздвойниканию мартенсита (структурное превращение), росту степени его ориентированности и, соответственно, росту макроскопических деформаций (структурных деформаций), которые могут достигать значительной величины (6 – 10%). Силовое поле, приложенное к материалу в процессе фазового перехода, ведет к зарождению в мартенситной фазе только тех вариантов мартенсита, которые наиболее благоприятно ориентированы по отношению к этому полю. Такой процесс также сопровождается ростом макроскопических деформаций (фазовых деформаций), которые тоже могут достигать значительной величины. При обратном фазовом переходе, происходящем при нагревании материала, и структурные, и фазовые деформации исчезают. К сказанному выше добавим, что, в соответствии с принципом Ле Шателье-Брауна, материал выделяет латентное тепло при прямом фазовом переходе, что тормозит процесс его охлаждения, и поглощает тепло при обратном, что тормозит его нагревание.

Описать такой сложный термомеханический процесс призвана феноменологическая теория, разработанная при определяющем участии Андрея Александровича Мовчана. В ряде публикаций продемонстрировано хорошее соответствие результатов, полученных в рамках этой теории, и экспериментальных данных. В рамках этой теории численными методами решен ряд краевых задач. Но аналитические решения всегда представляют особый самостоятельный интерес, т. к. дают возможность в наиболее простой и ясной форме проанализировать особенности процесса, который решаемая система уравнений призвана описывать. К сказанному выше следует добавить, что аналитические решения могут являться также тестами при отладке численных алгоритмов и программ, призванных решать сложные краевые задачи термомеханики СПФ. Поэтому тема диссертации,

направленной на построение и анализ аналитических решений для таких материалов, является, несомненно, **актуальной**.

**Цель диссертационной работы** Машихина Антона Евгеньевича состоит в построении аналитических и численно-аналитических решений осесимметричных и центрально-симметричных задач термомеханики для элементов из сплавов с памятью формы в различных постановках, связанных с принятыми допущениями, и сравнительном анализе полученных результатов.

**Для достижения цели** автор диссертации **решил ряд задач**, суть которых отражена в названиях глав и разделов, представленных в работе.

**В диссертации использованы теоретические методы исследования**, которые опираются на строгие результаты математической теории упругости, математического анализа, теории интегро-дифференциальных уравнений и механики деформируемого твердого тела.

**Объем и структура диссертационной работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка используемой литературы. Последний содержит 110 наименований как отечественных, так и зарубежных авторов.

### **Краткий анализ содержания**

**Во введении** в результате аналитического обзора научной литературы по изучаемой проблеме формулируется цель и обосновывается актуальность исследований, ставятся необходимые для достижения цели задачи, формулируются научная новизна и практическая значимость работы.

**Глава 1** посвящена концептуальной и математической постановкам задачи о термомеханическом поведении СПФ. Описаны основных свойств этих сплавов и их реакция на внешние воздействия. Приведены с необходимыми пояснениями соотношения феноменологической теории А.А.Мовчана (кинематические соотношения, соотношения фазового состава, уравнение теплопроводности с дополнительными источниками), которые в общем случае являются связанными. Рассматриваются частные случаи постановки задачи, когда одна из связей между уравнениями утрачивается (задается распределение температуры или параметра

фазового состава в материале). Определяются условия, накладываемые на процесс термомеханического нагружения, при которых система уравнений феноменологической теории А.А.Мовчана может быть проинтегрирована аналитически. Эти частные случаи и условия позволяют построить аналитические решения для классических объектов – толстостенных цилиндров и сфер из СПФ, что и осуществлено в последующих главах.

**В главе 2** построено аналитическое решение одномерной по пространственным координатам задачи (все величины зависят только от радиуса) о прямом превращении аустенит-мартенсит в толстостенном цилиндре из СПФ, на который действуют постоянные внутреннее и внешнее давления, а также постоянная осевая сила. Полагается, что доля мартенситной фазы  $q$  равномерно распределена по радиусу цилиндра, что сводит задачу к однократно-связанной. Каждому фиксированному  $q$  соответствует свое распределение температуры по радиусу, определяемое соотношением (1.18), связывающем температуру фазового перехода и фазовый состав. Проанализированы как общий случай, когда учитываются действие осевой силы и упругие деформации, так и частные случаи (осевая сила без упругих деформаций, плоская деформация с учетом и без учета упругих деформаций).

Если в СПФ возникают пластические деформации, то они остаются в материале и после обратного фазового перехода, в отличие от упругих, структурных и фазовых деформаций. В этом случае СПФ теряет свое основное функциональное назначение – помнить форму. В связи с этим, используя критерий по пределу текучести и деформационный критерий, в главе рассмотрен вопрос о предельных нагрузках, при которых в материале трубы может возникнуть пластическое течение.

В заключение главы моделируется процесс создания термомеханического соединения. Труба из СПФ, нагружается в аустенитном состоянии внутренним давлением, переводится в мартенситное состояние и насаживается при снятии давления на другую трубу из конструкционного материала. Затем сборка нагревается через диапазон температур обратного фазового превращения. Деформированное состояние считается плоским, конструкционный материал – несжимаемым, СПФ - упруго-несжимаемым, и в нем учитываются упругие деформации, помимо структурных и фазовых.

**Глава 3** посвящена построению аналитического решения одномерной по пространственным координатам задачи (все величины зависят только от радиуса) о прямом превращении аустенит-мартенсит в толстостенной сфере из СПФ, на которую действуют постоянные внутреннее и внешнее давления. Полагается, что доля мартенситной фазы  $q$  равномерно распределена по радиусу сферы, что сводит задачу к однократно-связанной. Распределение температуры по радиусу определяется соотношением (1.18), связывающим температуру фазового перехода и фазовый состав.

**В главе 4** рассматривается однократно-связная задача для случая, когда поле температур равномерно распределено по радиусу оболочки, что соответствует медленному процессу охлаждения. Рассматриваются цилиндр в рамках плоской деформации и сфера. Материал оболочки считается несжимаемым и упруго-несжимаемым. Упругие деформации принимаются во внимание, температурными – пренебрегается. На оболочку действует постоянное внутреннее давление. В отличие от задачи при заданном распределении  $q$ , в оболочке могут существовать три зоны, в одной из которых фазовый переход еще не начался и  $q = 0$ , в другой осуществляется фазовый переход и  $0 < q < 1$ , в третьей – фазовый переход завершился и  $q = 1$ . Задачи решались численно с фиксированными шагами по температуре и радиусу до полного перехода оболочки из аустенитного состояния в марченситное. По завершении в какой-либо области тела фазового перехода проверялись условия возможности осуществиться еще и структурному переходу. На каждом температурном шаге выполнялось итерационное уточнение решения. Необходимое количество итераций определялось заданной точностью решения. Численно продемонстрирована сходимость итерационного процесса. Для сферы и цилиндра выполнено сравнение двух постановок: когда  $q$  не зависит от  $r$ , и когда  $T$  не зависит от  $r$ .

**В заключении** перечислены основные результаты, полученные в работе.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается использованием апробированной, физически обоснованной и экспериментально подтвержденной модели А.А.Мовчана, описывающей поведение СПФ, и подтверждается стремлением в рамках этой модели одного решения к другому при определенных значениях параметров.

**Научная новизна** полученных результатов заключается:

- в математической постановке связанных термоупругих задач для СПФ, допускающей построение аналитических решений и сохраняющей основные характеристики исследуемого процесса. Такая постановка подразумевает как введение обоснованных упрощающих систему уравнений гипотез, так и выбор объекта исследования, для которого эта система уравнений будет наиболее проста. В качестве объекта исследования выбраны осесимметричные конструкции – толстостенные цилиндр и сфера. В качестве упрощающих гипотез – одна из следующих или их комбинация: независимость значения параметра фазового состава или температуры от радиуса, обобщенная плоская или плоская деформации, учет или не учет упругих деформаций при фазовых или структурных превращениях;
- в построении и подробном сравнительном анализе аналитических решений в рамках этих упрощающих гипотез для целого спектра задач, описывающих поведения толстостенных цилиндра и сферы из СПФ как при структурных превращениях, так и при прямом и обратном фазовых переходах;
- в определении предельных нагрузок, при которых сфера и цилиндр из СПФ переходят в пластическое состояние и теряют свое основное функциональное свойство – память формы;
- в решении в рамках модели А.А.Мовчана задачи об обратном превращение в трубе из СПФ при контакте с упругой трубой. При этом максимальные значения напряжений могут наблюдаться не в конечной точке обратного превращения, а при некотором промежуточном значении объемной доли мартенситной фазы.

**Практическая значимость** работы состоит в создании математического аппарата, позволяющего получить оперативную оценку напряженно-деформированного состояния элементов цилиндрических конструкций, выполненных из СПФ, работающих как самостоятельно, так и в сборке с другими цилиндрическими элементами, выполненными из обычных конструкционных материалов. Используя этот математический аппарат, автором предложен и обоснован альтернативный, менее повреждающий материал, метод увеличения внутреннего радиуса соединительной муфты из СПФ перед созданием термомехани-

ческого соединения. Такие соединения широко используются в аэрокосмической промышленности, но общепринятым способом увеличения внутреннего радиуса соединительной муфты из СПФ является ее дорнирование в мартенситном состоянии стальным стержнем. Разработанный математический аппарат позволил рассчитать нужные давления и температуры, необходимые для увеличения внутреннего диаметра муфты из СПФ до заданной величины при прямом фазовом переходе, и смоделировать процесс термомеханического соединения этой муфты с упругой трубой при обратном фазовом переходе, в том числе для реально выпускаемых фирмой CryoFit муфт из СПФ.

Тема диссертации и ее содержание **соответствуют паспорту специальности** 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

**Автореферат правильно и полно** отражает содержание работы.

### **Замечания по существу работы**

1. На стр. 22 отмечается, что все расчеты проводятся при указанных значениях физико-механических параметров материала и приводятся, в том числе, значения коэффициентов Пуассона мартенсита и аустенита, равные 0.3. Но далее в работе рассматривается только упруго-несжимаемый материал, для которого коэффициент Пуассона должен равняться 0.5.
2. На двух последних рис. 2.10 на стр. 44 радиальная деформация достигает 6.5 – 7%. Допустимо ли в этом случае рассматривать задачу в рамках малых деформаций?
3. Непонятно выражение (2.49) на стр. 50.
4. На стр. 62 в задаче о термомеханическом соединении труб написано: «Начальное значение внутреннего радиуса второго цилиндра (до «раздачи») равно  $d$ . После «раздачи» внутреннее давление на муфту из СПФ убирается и в то же самое время она одевается на упругий трубопровод. За счет снятия давления и упругих деформаций уже в мартенситном состоянии муфта из СПФ начинает давить на упругий трубопровод». Как этот процесс осуществить технически?
5. Автор обосновывает достоверность полученных результатов стремлением одного решения к другому при определенных значениях параметров (стр. 114). Это не есть верификация достоверности модели, т.е. способности ее количественно и

качественно правильно описывать ряд экспериментальных данных, а всего лишь проверка правильности выполненных автором преобразований и выкладок в рамках используемой модели. Но, как я понимаю, автору и не ставилась задача дополнительной верификации модели, которая уже получила определенное экспериментальное подтверждение. Тем не менее, я полагаю, что автор мог бы сравнить свое решение задачи о термомеханическом соединении труб с помощью муфт из СПФ с другими известными решениями, а т.к такое соединение уже широко используется, то и с практическими результатами. Это послужило бы дополнительной верификацией модели, а также продемонстрировало ее особенности и возможности по сравнению с другими моделями.

6. В стационарных задачах распределение температуры или задано (постоянное по радиусу), или определяется из соотношения (1.4) при постоянном по радиусу распределении  $q$ . В любом из этих вариантов следовало бы проверить выполнение уравнения теплопроводности (1.9): в первом случае при  $\Delta T = 0$  и  $\dot{T} = 0$ , а во втором – только при  $\dot{T} = 0$ .

### **Редакционные замечания**

1. На стр. 39 перепутаны варианты а) и б) на рис. 2.5.
2. В тексте на стр. 55 – 59 использовано обозначение  $p_a, p_b$ , а на рисунках, приведенных на этих страницах, –  $P_a, P_b$ .
3. На стр. 63 первое соотношение в (2.75) должно иметь вид:  
$$\sigma_r^{(1)}(a) = \sigma_r^{(2)}(a) = -p_a.$$
4. На рис. 2.25 (стр. 70) и 2.26 б) (стр. 71) не указано, где  $\sigma_r$ , а где  $\sigma_\phi$ .
5. На стр. 85 следовало бы пояснить, что знаком  $\delta$  определяется малое, но конечное приращение соответствующей величины.

Высказанные замечания не носят принципиального характера и нисколько не умоляют ценности работы.

### **Заключение**

Диссертация Машихина Антона Евгеньевича, выполненная на тему «Краевые задачи термомеханики для цилиндра и сферы из сплавов с памятью формы», является научно-квалификационной работой, вносящей существенный вклад в построение аналитических решений задач для СПФ. Основные положения ее

опубликованы в ведущих российских журналах и докладывались на многих международных и всероссийских конференциях. Считаю, что работа удовлетворяет требованиям п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а её автор — Машихин Антон Евгеньевич заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Официальный оппонент:

Заслуженный деятель науки Российской Федерации,  
доктор физико-математических наук по специальности  
01.02.04 – механика деформируемого твердого тела,  
профессор по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Личную подпись Рогового А.А.  
удостоверяю Геленов  
Специалист по кадрам

Подпись А.А. Рогового заверяю



Роговой Анатолий

Алексеевич

06.05.2017

Адрес основного места работы: 614013 Пермь, ул. Академика Королева, 1

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук

Рабочий телефон: (342) 237-84-59

Email: [rogovoy@icmm.ru](mailto:rogovoy@icmm.ru)

Я, Роговой Анатолий Алексеевич, даю согласие на включение своих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их дальнейшую обработку.