

ОЧЕРЕДНОСТЬ РАЗРУШЕНИЯ СЛОЕВ ДВУХСЛОЙНОЙ БАЛКИ ИЗ СВС-КОМПОЗИТА ПРИ ТРЕХТОЧЕЧНОМ НАГРУЖЕНИИ

К.А. Хвостунков^{1,2}, П.М. Бажин²

¹Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова

²Институт структурной макрокинетики и проблем
материаловедения им. А.Г.Мержанова

kirill.khvastunkov@math.msu.ru

Аннотация. Необходимо определить прочность материала двухслойной балки из материала, полученного по СВС-технологии (самораспространяющегося высокотемпературного синтеза) на основании данных эксперимента по трехточечному изгибу. Предельная экспериментальная нагрузка является интегральным результатов влияния прочностей слоев, их толщин, распределения дефектов в них, пропорций их упругих свойств, а также геометрии границы раздела, представленной тонким диффузным слоем. В работе исследуется вклад каждого упомянутого параметра, названных параметрами двухслойности. Решается задача учета таких особенностей напряженного состояния двухслойной балки как: влияние касательных напряжений на поворот площадки с максимальным растягивающим напряжением, волнистость поверхности раздела слоев и статистические данные распределения дефектов у поверхности верхнего слоя.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 22-19-00040.

Введение

Рассмотрим балку прямоугольного поперечного сечения $S = a \cdot b$ из двух различной толщины слоев из упругих однородных материалов в условиях трехточечного нагружения. Нижний слой, противоположный стороне приложения нагрузки P обозначим индексом 1, а верхний слой – индексом 2. Толщина слоев и их пропорции могут быть различными, но сумма толщин равна фиксированной величине толщины балки b с учетом толщины диффузного слоя Δ .

Направление осей координат и схема нагружения приведены на рис.1.

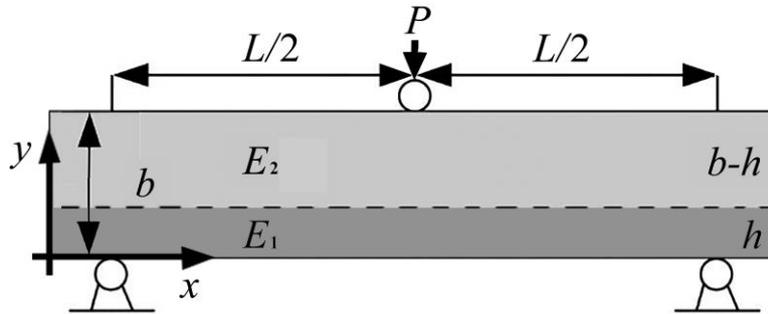


Рис.1. Схема нагружения балки.

Введем три параметра двухслойности: отношение модуля Юнга нижнего слоя к верхнему $\gamma = E_1/E_2$, отношение толщины нижнего слоя ко всей толщине балки $\eta = h/b$ и отношение пределов прочности на растяжение нижнего слоя к верхнему $\lambda = \sigma_1^*/\sigma_2^*$. Требуется определить область параметров двухслойности, в которой хрупкое разрушение будет начинаться в верхнем слое раньше, чем в нижнем.

Основной текст

В силу особой жесткости получаемых СВС-технологией материалов уместно будет решать задачу в рамках гипотезы плоских сечений. Также положим, что в диффузионной прослойке упругие свойства изменяются линейно от материала 1 до материала 2, тогда из уравнений равновесия мы для безразмерных параметров $\chi = x/L, \psi = y/b, \xi = y_0/b, \delta = \Delta/b, l = L/b, p = P/2E_2ab = P/2E_2S$ находим положение нейтральной оси и кривизны балки.

$$\xi = \frac{1}{2} \left(1 + \eta^2 (\gamma - 1) \right) / \left(1 + \eta (\gamma - 1) \right) + \frac{1}{24} \delta^2 (\gamma - 1) / \left(1 + \eta (\gamma - 1) \right), \quad \kappa(\chi) = pl\chi / f(\gamma, \eta, \delta),$$

$$f(\gamma, \eta, \delta) = \frac{1}{12} \frac{\left((\gamma - 1) (\gamma \eta^4 - (\eta - 1)^4) + \gamma \right)}{(1 + \eta (\gamma - 1))} + \frac{\delta^2 (\gamma - 1) (\gamma \eta^2 - (\eta - 1)^2)}{8 (1 + \eta (\gamma - 1))} - \frac{5\delta^4 (\gamma - 1)^2}{576 (1 + \eta (\gamma - 1))} \quad (1)$$

Далее мы пренебрегаем толщиной диффузной зоны и получаем условия на расположение нейтральной оси выше границы раздела слоев и величины максимальных растягивающих напряжений в слоях 2 и 1:

$$\eta < \frac{1}{1+\sqrt{\gamma}}, \quad \sigma_{m2} = \frac{3}{2}l \frac{1-\eta}{\gamma+(\gamma-1)(\gamma\eta^4-(\eta-1)^4)} \frac{P}{S}, \quad \sigma_{m1} = \frac{3}{2}l\gamma \frac{1+\eta^2(\gamma-1)}{\gamma+(\gamma-1)(\gamma\eta^4-(\eta-1)^4)} \frac{P}{S} \quad (2)$$

Условие начала разрушения в верхнем слое 2 ранее нижнего слоя 1: $\sigma_{m1}/\sigma_{m2} < \sigma_1^*/\sigma_2^*$ с учетом того, что нейтральная ось должна быть выше зоны разделения слоев приводит к неравенству, определяющему получаем зависимость параметров двухслойности γ, η, λ , при которых максимальное напряжение достигает предела прочности ранее на нижнем краю верхнего слоя, а не нижнего: $\gamma(1+\eta^2(\gamma-1))/(1-\eta) < \lambda$.

Параметр отношения прочностей слоев λ при котором наблюдается начало разрушения с верхнего слоя (Рис.2.а) будет лежать выше каждого графика (Рис.2.б).

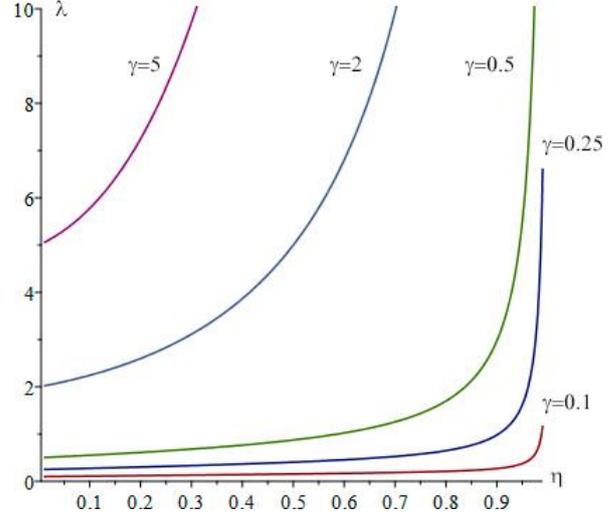
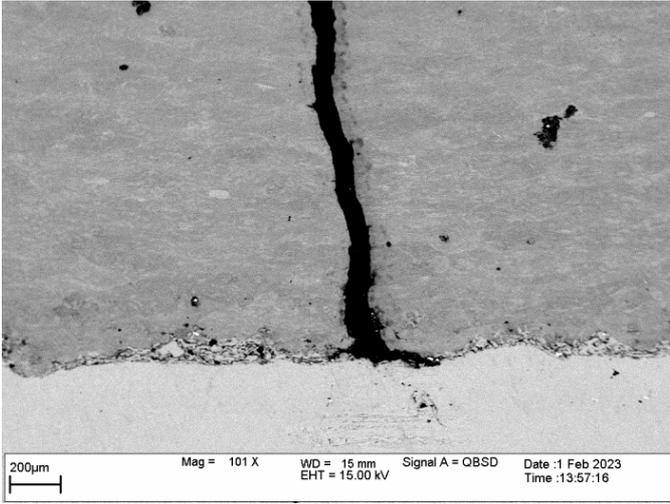


Рис.2.а. Фотография разрушения от края верхнего слоя. Рис.2.б. Границы очередности разрушения.

Рассмотрим теперь случай, когда материал нижнего слоя имеет переменный модуль упругости, соответствующий упрочняющемуся упруго-пластическому материалу (E_t - касательный модуль, предел упругой деформации ε_e) при активном нагружении. Из уравнений равновесия мы получаем условие на толщину слоев относительно модулей упругости, когда нейтральная ось находится выше границы раздела

$$\eta < \left(1 + \sqrt{\gamma(\gamma_t(1-\kappa_e/\kappa) + \kappa_e/\kappa)}\right)^{-1}, \quad \gamma_t = E_t/E_2, \quad \kappa_e = \varepsilon_e/\xi \quad (3)$$

Из уравнения равновесия сил получаем координату нейтральной оси, зависящей от кривизны:

$$\xi = 0.5 \left(\frac{((\gamma_t\gamma-1)\kappa + \gamma\kappa_e(1-\gamma_t))\eta^2 + \kappa}{((\gamma_t\gamma-1)\kappa + \gamma\kappa_e(1-\gamma_t))\eta + \kappa} \right) \quad (4)$$

Учтем влияние касательных напряжений на максимальное растягивающее напряжение в точке центрального поперечного сечения. Решая задачу полуобратным методом Сен-Венана [2], полагая иные касательные напряжения кроме $\sigma_{x\psi}$ равными нулю, получаем распределение касательных напряжений $\sigma_{x\psi}$ и осевых напряжений σ_{xx} в виде кусочно-гладких функций:

$$\sigma_{x\psi} = \begin{cases} 3p(\psi-1)(\psi-2\xi+1), & \psi \in [\eta, 1] \\ 3p\gamma\psi(\psi-2\xi), & \psi \in [0, \eta] \end{cases} \quad \sigma_{xx} = \begin{cases} 6pl(\xi-\psi)\chi, & \psi \in [\eta, 1] \\ 6\gamma pl(\xi-\psi)\chi, & \psi \in [0, \eta] \end{cases} \quad (5)$$

Подставляем выражение координаты нейтральной оси, мы получаем зависимость угла наклона площадки с максимальным нормальным напряжением: $\sigma_{\max} = \sigma_{xx} \cos^2 \alpha + \sigma_{x\psi} \sin 2\alpha$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \left(-\frac{\psi(\psi-2\xi)}{l(\xi-\psi)\chi} + \frac{(1-2\xi)}{l(\xi-\psi)\chi} \right), \quad \psi \in [\eta, 1]; \quad \alpha = \frac{1}{2} \arctan \left(-\frac{\psi(\psi-2\xi)}{l(\xi-\psi)\chi} \right), \quad \psi \in [0, \eta] \quad (6)$$

Приведем иллюстрацию на Рис.3. данной зависимости величины максимального растягивающего напряжения от поперечной координаты ψ при $\gamma = 0.25$ и $\eta = 0.25$. Вертикальной чертой показана граница раздела двух слоев. Красная линия соответствует учету поворота главных осей, синяя относится к решению на Рис.2.б.

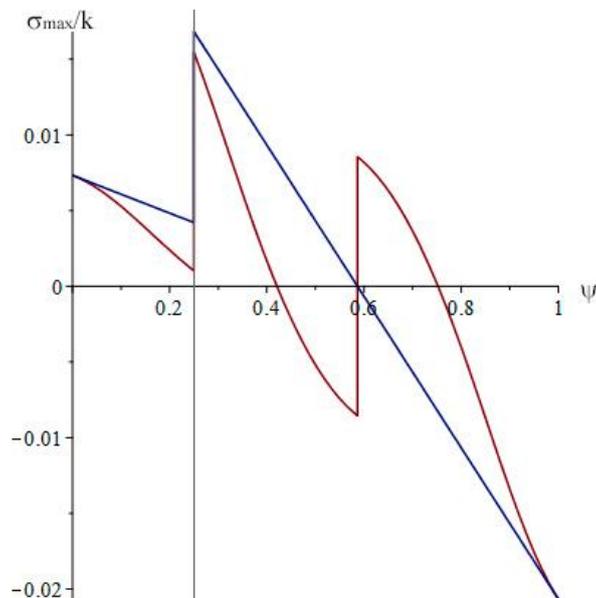


Рис. 3.

Учет максимального растягивающего напряжения дает корректировку напряжений разрушения на крае верхнего слоя 2 не более 10% и не влияет на напряжения на крае нижнего слоя 1.

Синусоидальная форма границы раздела может служить дополнительным концентратором Рис.4.а.

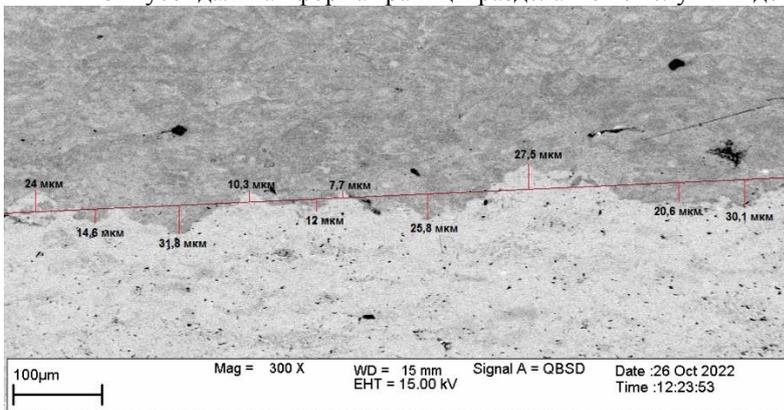


Рис 4.а.

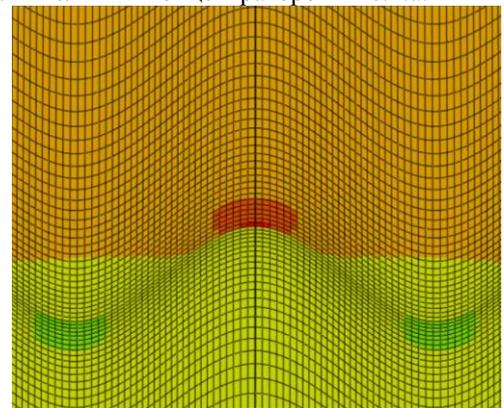


Рис.4.б.

В цифровой копии деформируемой в условиях трехточечного нагружения балки форма границы раздела двух слоев была представлена в виде синусоиды. Волны порядка, приведенного на Рис.2.а. дают увеличение растягивающего напряжения на 15-35 %.

Выводы.

Получены аналитические зависимости для определения очередности разрушения слоев в балке. В частности, возможен прогноз порядка разрушения во время эксперимента при трехточечном нагружении образцов из разрабатываемого в наше время слоистых СВС-композитов и, соответственно, предел прочности какого материала слоя будет ответственен за начало процесса хрупкого разрушения материала. Более детальный учет поворота главных осей напряжений, неровностей границы раздела, ее толщины приводит к незначительным корректировкам областей на Рис.2.б. В то же время требуется определенный контроль технологии создания подобных материалов [3-4] с целью недопущения образования как существенных неровностей границы раздела двух сред, так и поверхностных дефектов материала [5].

Литература

1. Хвостунков К.А. Последовательность начала разрушения слоев двуслойной балки при трехточечном нагружении // Вестник Самарского университета. Естественная серия. 2022, том 28, (3-4).
2. С.П.Тимошенко, Дж.Гудьер. Теория упругости. 1979. 560с.
3. Bazhin P.M., Konstantinov A.S., Chizhikov A.P., Pazniak A.I., Kostitsyna E.V., Prokopets A.D., Stolin A.M. Laminated cermet composite materials: The main production methods, structural features and properties (review) / *Ceramics International*. — 2021. — Vol. 47. — Issue 2. — P. 1513–1525.
4. Bazhina A., Konstantinov A., Chizhikov A., Bazhin P., Stolin A., Avdeeva V. Structure and mechanical characteristics of a layered composite material based on TiB/TiAl/Ti // *Ceramics International*. — 2022. — Vol. 48. — Issue 10. — P. 14295–14300.
5. Хвостунков К.А. Коэффициент интенсивности напряжений для двуслойной балки с диффузным слоем при трехточечном нагружении // *Механика композиционных материалов и конструкций*, 2022, том 28, № 4, с. 488-494.