ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ДЛЯ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ И АППРОКСИМАЦИИ ПЛАНОВОЙ ФОРМЫ РЕЧНОГО БАССЕЙНА[15]

Харченко С.В.
Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия,
xar4enkkoff@rambler.ru

THE USE OF FOURIER TRANSFORM FOR QUANTIFICATION AND APPROXIMATION OF PLANFORM OF A RIVER BASIN

Kharchenko S.V.
Kazan Federal University, Kazan, Russia, xar4enkkoff@rambler.ru

Преобразование Фурье активно применяется в науках о Земле, в частности, в геоморфологии и гидрологии для анализа временных рядов [1]. Кроме того, опубликованы результаты гармонического анализа пространственных рядов и матриц — например, топографических профилей и цифровых моделей рельефа [2–4]. Но, в широком смысле, преобразование Фурье может применяться для характеристики и генерализации любого сигнала, в т. ч. плановых контуров ареалов. Одним из типов природных объектов, для которых в печати можно встретить опыт их гармонической характеристики и аппроксимации, являются речные бассейны.

Контур речного бассейна — замкнутая линия, следовательно, стандартные координаты вида широта/долгота, Y/X не применимы для преобразования Фурье в качестве меры положения угловых точек контура. В некоторых работах [например, 5–6], в качестве меры взаимного положения точек принимается величина азимута в направлении от точки центроида речного бассейна к каждой из угловых точек его контура. За саму величины сигнала берется показатель расстояния от центроида до каждой из угловых точек. Данный подход имеет некоторые технические ограничения, важнейшее из которых — линии, соединяющие центр масс речного бассейна и угловые точки его контура не должны пересекать сам контур. В случаях выпуклой формы (выпуклый многоугольник) речного бассейна это ограничение не действует. В противном случае, оно либо действует, либо не действует, в зависимости от конкретных особенностей формы контура (рис.1). Собственно, условие применимости метода выполняется тогда, когда азимут на каждую последующую угловую точку контура при его обходе по часовой стрелке больше, чем на предыдущую (рис.1, правый). Для контуров реально существующих речных бассейнов, однако, это условие выполняется редко. Ниже, при описании алгоритма, покажем одну из возможностей обхода данного ограничения.

[15] Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-17-10008)

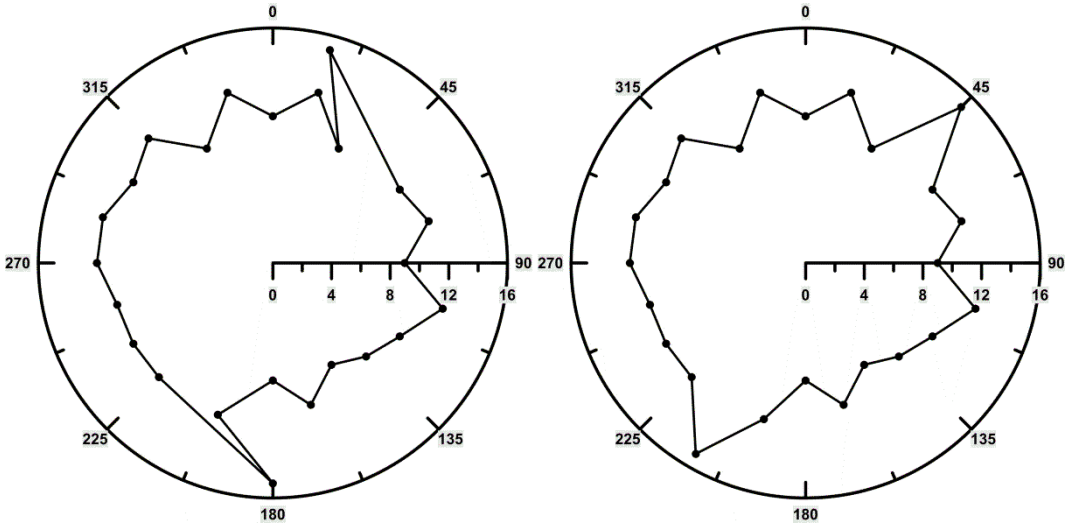


Рис. 1. Слева — часть угловых точек контура вне области прямой видимости с точки центра масс, справа — все угловые точки в области прямой видимости

Преобразование Фурье позволяет разложить сигнал конечной длины в сумму периодических функций (гармоник). Ряду наблюдений длиной N преобразование Фурье позволяет поставить в соответствие функцию вида (1) [по 7]:

$$R(\mathrm{k}) = \frac{\mathrm{A}_0}{\mathrm{N}} + \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{N}} \mathrm{C}_\mathrm{k} \sin(\mathrm{k}\frac{2\pi}{\mathrm{z}}\mathrm{x} + \theta_\mathrm{k}) \qquad (1)$$

где $\frac{\mathrm{A}_0}{\mathrm{N}}$ — постоянная составляющая;

C_k — амплитуда k-ой гармоники;

$\mathrm{k}\frac{2\pi}{\mathrm{z}}$ — круговая частота;

θ_k — фазовый сдвиг k-ой гармоники.

Рассмотрим применение метода на примере бассейна р. Виногробль (система Днепр–Десна–Сейм–Тускарь–Виногробль). Для каждой из угловых точек, а также для центроида контура речного бассейна известны их плановые координаты. Решением простых геометрических уравнений, плановые координаты узловых точек относительно условного начала отсчета — центроида — переводятся в полярные. Преобразование Фурье на вход принимает отсчеты, «расстояние» между которыми фиксировано — это могут значения, снимаемые через равные промежутки времени; величины, снимаемые через равный лаг по линии какого-либо профиля. В нашем случае, «расстояние» между соседними отсчетами показателя удаленности контура речного бассейна от его центроида измеряется угловыми величинами. Так как величина угла между направлениями на соседние угловые точки не остается фиксированной, «сигнал» для приведения к равномерному виду необходимо интерполировать. Учитывая, что закономерно-

сти поведения «сигнала» нам вообще или почти не известны — разумно использовать простую линейную интерполяцию.

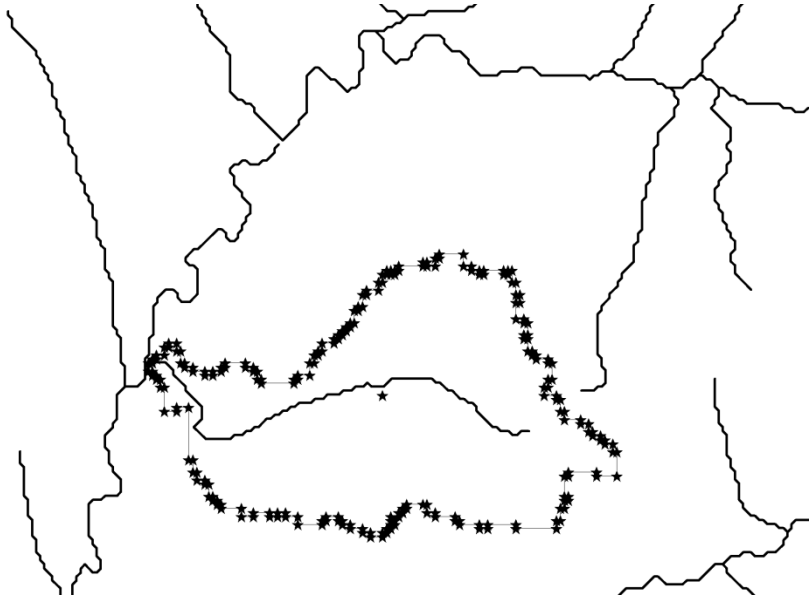


Рис. 2. Схема бассейна р. Виногробль (Курская область). Угловые точки и центроид контура показаны звездами.

Рассматриваемый контур представлен совокупностью 242 точек и отрезков между ними. Расстояние от центроида контура до него самого меняется в пределах от 3540 до 12270 м. При этом азимут лишь на 188 точек из 242 больше, чем на предыдущую для каждой из них; еще на 50 — меньше, чем на предыдущую; величины азимута на 4 точки совпадают с величиной азимута на соответственно предыдущие. Такое распределение точек по азимутам на них относительно азимутов на соседние точки есть косвенный критерий сложности контура. Для приведения сигнала к регулярному виду необходимо упорядочить значения по возрастанию азимута на точку (единственная координата), после чего провести интерполяцию, например, с получением того же количества отсчетов (242 значения через равные угловые промежутки) на 360° азимутального круга. Полученный «сигнал», приведенный к регулярному виду, подвергаем дискретному преобразованию Фурье (ДПФ). Это преобразование дает Фурье-образ исходных данных — ряд значений (комплексные числа) такой же длины, что и подвергнутый преобразованию ряд. Частное от деления модуля каждого из значений Фурье-образа на длину ряда позволяет получить 1) постоянную составляющую ряда, 2) амплитуды k гармоник со все увеличивающейся частотой вплоть до значения частоты $k \leq N/2$, где N — число отсчетов «сигнала». Т.е. при

k=1 (первая гармоника) частота синусоиды равна 1/контур; при k=2 (вторая гармоника) частота синусоиды равна 2/контур и т.д.

Используя только несколько первых и последних значений Фурье-образа (он симметричен), отвечающих за параметры гармоник наименьших частот, можно с различной степень точности для разных бассейнов обратным дискретным преобразованием Фурье восстановить исходный контур. С абсолютной точностью контур восстановится только с использованием всех рассчитанных параметров гармоник, но в случае, если идеальное повторение исходного контура не необходимо, появляется возможность «свертки» информации о геометрии бассейна в гораздо более компактный вид, нежели задание параметров этого контура «в лоб» — через плановые или полярные координаты всех угловых точек. Нельзя забывать, что для целей интерполяции отсчеты были упорядочены по возрастанию азимута, и им следует вернуть исходный порядок. Для того, чтобы это было возможно, еще до интерполяции следует задать порядок следования точек в контуре и после обратного преобразования Фурье вернуться к известному порядку.

На рис.3. показано восстановление исходного контура бассейна р. Виногробль 1) постоянной составляющей удаленности линии контура от центроида; 2) постоянной составляющей и 3-мя гармониками с наименьшими частотами; 3) постоянной составляющей и 9-ю гармониками с наименьшими частотами.

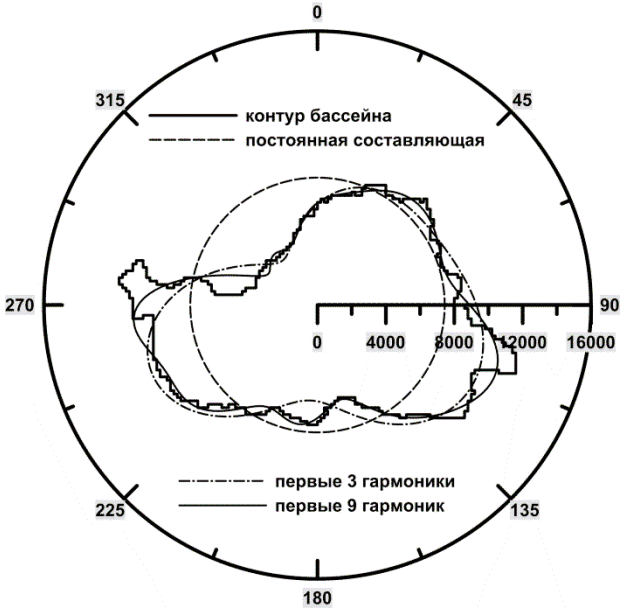


Рис. 3. Восстановление контура бассейна р. Виногробль различными наборами гармоник

С добавлением гармоник все более высоких частот, точность восстановления исходного контура будет возрастать. За степень точности можно принять частное от деления суммы площадей тех частей исходного и восстановленного контуров, которые принадлежат только одному из них, на площадь исходного контура. Минимальное значение параметра — ноль — соответствует максимальной степени точности аппроксимации. С добавлением каждой последующей гармоники этот показатель будет расти не линейно — на каких-то частотах скачок в увеличении точности будет гораздо более заметным, чем на других. Именно эти пространственные частоты и формируют основные черты плановой морфологии речного

бассейна. Бассейны относительно простой формы в плане будут хорошо описываться небольшим набором гармоник. Для описания с той же точностью бассейнов, имеющих сложную плановую форму, потребуется больший набор гармоник. Из этого следует, что бассейны можно сравнивать между собой по степени сложности формы, например, через показатель k количества гармоник, необходимых, чтобы описать форму каждого речного бассейна с заранее заданной точностью, которую следует воспринимать как своеобразный аналог «уровня значимости» в математической статистике.

Литература

1. Торнес Дж.Б., Брунсден Д. Геоморфология и время. М.: Недра, 1981. 228 с.

2. Pike R.J., Rozema W.J. Spectral analysis of landforms // Annals of the Association of American Geographers, 1975, vol.65 (December), N.4, pp. 499–516.

3. Ласточкин А.Н., Одесский И.А. Гармонический анализ гипсометрических профилей с целью выявления волнообразных деформаций // Геоморфология, 1970, №2, с. 78–88.

4. Perron J. T., Kirchner J.W., Dietrich W.E. Spectral signatures of characteristic spatial scales and nonfractal structure in landscapes, J. Geophys. Res, 2008, 113, F04003.

5. Jarvis R.S. Classification of nested tributary basins in analysis of drainage basin shape // Water Resour. Res, 1976, no.12, pp. 1151–1164.

6. McArthur D.S., Ehrlich R. An efficiency valuation of four drainage basin shape ratios // Prof. Geog., 1977, no.29, pp. 290–295.

7. Рыжов П.А., Гудков В.М. Применение математической статистики при разведке недр. М.: Недра, 1966. 236 с.

ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД В ГЕОМОРФОЛОГИИ НА ПРИМЕРЕ ИССЛЕДОВАНИЙ АКТИВНЫХ ВУЛКАНОВ КАМЧАТКИ

Двигало В.Н., Свирид И.Ю., Шевченко А.В.
Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН, Петропавловск-Камчатский, Россия, shevchenko@kscnet.ru

PHOTOGRAMMETRIC METHOD IN GEOMORPHOLOGY: A CASE STUDY FOR ACTIVE VOLCANOES OF KAMCHATKA

Dvigalo V.N., Svirid I.Yu., Shevchenko A.V.
Institute of Volcanology and Seismology FEB RAS, Petropavlovsk-Kamchatsky, Russia, shevchenko@kscnet.ru

Задачей фотограмметрии является определение форм, размеров и положений объектов по их фотографическим изображениям. Фотограмметрия необходима во всех отраслях естественных наук при получении морфометрических харак-