



Sirius

International Mathematics Center

037w: Analysis Days in Sirius

MAY 16–20 | 2024

Санкт-Петербургский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Международный математический центр «Сириус»
Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

Научная конференция
Дни анализа в Сириусе

Сочи, 16–20 мая 2024 года

Программа и аннотации докладов

Москва, 2024

Организаторы:

д. ф.-м. н. Ю. С. Белов

к. ф.-м. н. В. Г. Лысов

д. ф.-м. н. П. А. Мозоляко

д. ф.-м. н. К. Ю. Федоровский

Дни анализа в Сириусе

Сборник трудов конференции. Санкт-Петербургский государственный университет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Международный математический центр «Сириус», Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва, 2024.

Конференция организована при поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики.

Конференция проводится Международным математическим центром «Сириус».

Международная конференция «Дни анализа в Сириусе», Сочи, 2024.

<https://siriusmathcenter.ru/program/037w>

Докладчики:

- Аптекарев Александр Иванович,
Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, Москва
- Белов Юрий Сергеевич,
Санкт-Петербургский государственный университет
- Боровиков Михаил Антонович,
*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Санкт-Петербургский государственный университет,
Московский центр фундаментальной и прикладной математики*
- Бородин Пётр Анатольевич,
*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Московский центр фундаментальной и прикладной математики*
- Бочков Иван Алексеевич,
Санкт-Петербургский государственный университет
- Буфетов Александр Игоревич,
Математический институт им. В. А. Стеклова, Москва
- Добронравов Егор Петрович,
Санкт-Петербургский государственный университет
- Добронравов Никита Петрович,
Санкт-Петербургский государственный университет
- Дубцов Евгений Сергеевич,
Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова
- Дьяченко Александр Викторович,
*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, Москва,
Московский центр фундаментальной и прикладной математики*
- Запорожец Дмитрий Николаевич,
Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова
- Исаев Константин Петрович,
Уфимский университет науки и технологий
- Кудрявцева Ольга Сергеевна,
Волгоградский государственный технический университет
- Лопатин Илья Александрович,
Математический институт им. В. А. Стеклова, Москва
- Лысов Владимир Генрихович,
*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, Москва,
Московский центр фундаментальной и прикладной математики*

- Мозоляко Павел Александрович,
Санкт-Петербургский государственный университет
- Насыров Семён Рафаилович,
Казанский федеральный университет
- Никитин Иван Александрович,
Тверской государственный университет,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Санкт-Петербургский государственный университет
- Пальвелев Роман Витальевич,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Московский центр фундаментальной и прикладной математики
- Романов Роман Владимирович,
Санкт-Петербургский государственный университет
- Семенов Андрей Вячеславович,
Санкт-Петербургский государственный университет
- Солодов Алексей Петрович,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Московский центр фундаментальной и прикладной математики
- Темляков Владимир Николаевич,
Математический институт им. В. А. Стеклова, Москва,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Московский центр фундаментальной и прикладной математики,
University of South Carolina, USA
- Тяглов Михаил Юрьевич,
Санкт-Петербургский государственный университет,
Shanghai Jiao Tong University, China
- Федоровский Константин Юрьевич,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Санкт-Петербургский государственный университет,
Московский центр фундаментальной и прикладной математики
- Хабибуллин Булат Нурмиевич,
Институт математики с вычислительным центром Уфимского научного центра РАН
- Шкляев Константин Сергеевич,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Московский центр фундаментальной и прикладной математики

Программа конференции

ЧЕТВЕРГ 16 МАЯ

09³⁰ — 09⁵⁰ РЕГИСТРАЦИЯ УЧАСТНИКОВ (КОНФЕРЕНЦ-ЗАЛ «ТУРИН»)

09⁵⁰ — 10⁰⁰ ОТКРЫТИЕ КОНФЕРЕНЦИИ

10⁰⁰ — 10⁴⁵ Аптекарев Александр Иванович

Нормальные случайные матрицы, многочлены совместной ортогональности и уравнение Пенлеве.

КОФЕ

11¹⁵ — 12⁰⁰ Темляков Владимир Николаевич

On covering in finite dimensional Banach spaces.

12¹⁵ — 13⁰⁰ Дубцов Евгений Сергеевич

Обратные меры Карлесона на замкнутом полидиске.

ОБЕД

15⁰⁰ — 15⁴⁵ Исаев Константин Петрович

Преобразования Бореля функций из параметризованного семейства гильбертовых пространств целых функций.

16⁰⁰ — 16³⁰ Добронравов Егор Петрович

Структура и гладкость минимальных локально вогнутых функций.

16⁴⁵ — 17¹⁵ Добронравов Никита Петрович

Размерность мер с преобразованием Фурье в L^p .

ПЯТНИЦА 17 МАЯ

10⁰⁰ — 10⁴⁵ Насыров Семен Рафаилович

Квазиконформное отражение относительно границы равнобедренной трапеции.

КОФЕ

11¹⁵ — 12⁰⁰ Хабибуллин Булат Нурмиевич

Полнота экспоненциальных систем, смешанные площади, тригонометрические и степенные субфункции.

12¹⁵ — 13⁰⁰ Бородин Петр Анатольевич

Условия сильной и слабой сходимости жадных остатков и последовательных проекций.

ОБЕД

15⁰⁰ — 15⁴⁵ Дьяченко Александр Викторович

О задаче Хана, задаче Геронимуса, а также о некоторых их обобщениях.

16⁰⁰ — 16³⁰ Шкляев Константин Сергеевич

О плотности аддитивной полугруппы, порожденной подмножеством s -эллипсоида.

16⁴⁵ — 17¹⁵ Боровиков Михаил Антонович

О радиусе Кебе и оценках коэффициентов однолистных гармонических функций.

18³⁰

ПЯТНИЧНЫЙ ФУРШЕТ

СУББОТА 18 МАЯ

11⁰⁰ — 12⁰⁰ Белов Юрий Сергеевич; Лысов Владимир Генрихович; Мозоляко Павел Александрович; Семенов Андрей Вячеславович; Федоровский Константин Юрьевич

Секция открытых проблем.

КОФЕ

12³⁰ — 13⁰⁰ Бочков Иван Алексеевич

Классификация кристаллических мер (по статье Ф. Гонкалвеса).

ОБЕД

ВОСКРЕСЕНЬЕ 19 МАЯ

10⁰⁰ — 10⁴⁵ Запорожец Дмитрий Николаевич
Парные корреляции последовательностей.

КОФЕ

11¹⁵ — 12⁰⁰ Солодов Алексей Петрович
Уточнение оценки Менъшова нормы максимального оператора.

12¹⁵ — 13⁰⁰ Кудрявцева Ольга Сергеевна
Усиление неравенства Кавена–Поммеренке и его приложения.

ОБЕД

15⁰⁰ — 15⁴⁵ Пальвелев Роман Витальевич
Асимптотическое нахождение точек ветвления алгебраической функции с помощью полиномов Эрмита–Паде.

16⁰⁰ — 16³⁰ Лопатин Илья Александрович
Замощения ацтекского бриллианта с периодическими весами.

16⁴⁵ — 17¹⁵ Никитин Иван Александрович
Плоские гармонические отображения с заданным якобианом.

ПОНЕДЕЛЬНИК 20 МАЯ

10⁰⁰ — 10⁴⁵ Буфетов Александр Игоревич
Распределение значений аддитивных функционалов детерминантных процессов.

КОФЕ

11¹⁵ — 12⁰⁰ Тяглов Михаил Юрьевич
Обобщение теоремы Эрмита–Билера и его приложение к трехдиагональным матрицам.

12¹⁵ — 13⁰⁰ Романов Роман Владимирович
Пространство типа Фока, соответствующее целочисленной решетке на полуплоскости.

ОБЕД

Аннотации докладов

Нормальные случайные матрицы, многочлены совместной ортогональности и уравнение Пенлеве

А. И. Аптекарев

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

В докладе мы поговорим про связь между ансамблями случайных матриц и асимптотикой ортогональных многочленов. Основное внимание будет уделено ансамблям нормальных матриц, которые имеют множество интересных приложений, например, лапласовский рост или агрегация с ограниченной диффузией. Важная особенность рассматриваемых ансамблей состоит в том, что совместная плотность распределения их собственных значений выражается через определители ядер Кристоффеля–Дарбу (CD-ядер) ортогональных многочленов или их обобщений. Для ансамблей нормальных матриц соответствующее CD-ядро определяется многочленами, ортогональными относительно меры Лебега на плоскости. Мы покажем, что в случае ансамблей нормальных случайных матриц, связанных с дискретным уравнением Пенлеве, эти многочлены также удовлетворяют соотношениям совместной ортогональности. Этот факт значительно облегчает асимптотический анализ задачи для матриц большого размера.

Оценки радиуса Кёбе и тейлоровских коэффициентов гармонических отображений с ограниченной аналитической дилатацией

М. А. Боровиков

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Классическим результатом геометрической теории функций является теорема Кёбе об $\frac{1}{4}$, которая утверждает, что для любой однолистной голоморфной в единичном круге функции с нормировкой $f(0) = 0, f'(0) = 1$ образ круга $B(0, 1)$ содержит круг радиуса $\frac{1}{4}$ (назовём такой радиус радиусом Кёбе). Кроме того, в 1984 году де Бранжем была доказана точная оценка на тейлоровские коэффициенты таких функций. В тоже самое время, аналогичные задачи для класса гармонических отображений единичного круга с нормировкой $f(0) = f_{\bar{z}}(0) = 0, f_z(0) = 1$ не решены. В докладе планируется рассказать о новой оценке радиуса Кёбе для класса гармонических отображений с аналитической дилатацией, ограниченной сверху в круге величиной $k|z|^n, k \leq 1, n \geq 1$. Из этой оценки, в частности, вытекает оценка второго тейлоровского коэффициента голоморфной части функций заданного класса.

В докладе представлены результаты работы, выполненной в рамках проекта №22-11-00071 Российского научного фонда.

Условия сильной и слабой сходимости жадных остатков и последовательных проекций

П. А. Бородин

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Приводятся условия на ослабляющую последовательность $t_n \in (0, 1]$, необходимые или достаточные для сильной или слабой сходимости последовательных проекций на выпуклые замкнутые множества из заданного набора в гильбертовом пространстве, при которых очередная проекция производится на множество, расстояние до которого не меньше чем t_n умножить на расстояние до самого далекого множества. В случае, когда все множества — гиперплоскости, этот процесс совпадает со слабым жадным алгоритмом относительно словаря, состоящего из нормалей к этим гиперплоскостям.

Классификация кристаллических мер (по статье Ф. Гонкалвеса)

И. А. Бочков

Санкт-Петербургский государственный университет

Кристаллической мерой называется дискретная мера, чье преобразование Фурье также дискретно. Самый известный пример такой меры — сумма дельта-мер в целых точках, ее преобразование Фурье — та же самая мера по формуле Пуассона. В последние годы был достигнут существенный прогресс в изучении этих мер. Недавно F. Gonçalves (<https://arxiv.org/pdf/2312.11185>) получил общий результат о строении таких мер, в каком-то смысле обобщающий предыдущие примеры и результаты (Олевского и Улановского, Сарнака). В докладе будут рассказаны идеи из этой статьи.

Распределение значений аддитивных функционалов детерминантных процессов

А. И. Буфетов

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

Мы рассмотрим в докладе разные подходы к изучению распределения значений аддитивных функционалов детерминантных точечных процессов, с особым акцентом на процессы, возникающие в теории случайных матриц.

Структура и гладкость минимальных локально вогнутых функций

Е. П. Добронравов

Санкт-Петербургский государственный университет

Минимальные локально вогнутые функции являются одним из основных примеров функций Беллмана, а теоремы об их структуре и гладкости могут значительно помочь в их вычислении. При изучении структуры и гладкости минимальных локально вогнутых функций первый шаг — рассмотреть случай компактной выпуклой области определения. Этот случай был рассмотрен L. Caffarelli, L. Nirenberg и J. Spruck в 1986 году. В их работе доказаны следующие теоремы о структуре и гладкости.

Теорема (О структуре). Пусть Ω — выпуклый компакт, $f : \partial\Omega \rightarrow \mathbb{R}$ — непрерывная функция. Пусть $\mathcal{B} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ — максимальная выпуклая функция с граничным значением, не превосходящим f . Пусть $x \in \text{int } \Omega$, тогда существуют такие точки $x_1, \dots, x_j \in \partial\Omega$ ($j < d$), что $\mathcal{B}(x_i) = f(x_i)$, $x \in \text{conv}\{x_1, \dots, x_j\}$ и $\mathcal{B}_{\text{conv}\{x_1, \dots, x_j\}}$ линейна.

Теорема (О гладкости). Если, более того, $\partial\Omega$ и f лежат в классе $C^{3,1}$ и Ω строго выпукла, то $\mathcal{B}$ будет $C^{1,1}$ -гладкой вплоть до границы.

Также они приводят пример максимальной выпуклой функции на окружности с бесконечно гладкими граничными условиями, у которой нет второй частной производной $\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}$ в определенной внутренней точке, что показывает, что результат о гладкости не улучшаем.

В теории функций Беллмана чаще всего рассматривается случай, когда область определения есть разность двух выпуклых множеств. Для этого случая мною был получен ряд теорем о структуре и гладкости минимальных локально вогнутых функций, о которых я и расскажу в своем докладе.

Размерность мер с преобразованием Фурье в L^p

Н. П. Добронравов

Санкт-Петербургский государственный университет

Принцип неопределенности в математическом анализе — это семейство фактов о том, что функция и ее преобразование Фурье не могут быть одновременно малы. Одной из версий этого принципа является следующая теорема.

Теорема. Пусть $S \subset \mathbb{R}^d$ — такой компакт, что $\mathcal{H}_\alpha(S) < \infty$. Пусть обобщенная функция ζ такая, что $\text{supp}(\zeta) \subset S$ и $\hat{\zeta} \in L_p(\mathbb{R}^d)$ для некоторого $p < \frac{2d}{\alpha}$. Тогда $\zeta = 0$.

Здесь $\mathcal{H}_\alpha$ — это α -мера Хаусдорфа. Мы разобрали, что происходит в предельном случае $p = \frac{2d}{\alpha}$. Оказалось, что в этом случае принцип неопределенности неверен, а именно удалось доказать следующую теорему.

Теорема. Существует компакт $S \subset \mathbb{R}^d$ и такая вероятностная мера μ , что $\text{supp}(\mu) \subset S$, $\hat{\mu} \in L_p(\mathbb{R}^d)$ и $\mathcal{H}_{\frac{2d}{\alpha}}(S) = 0$.

Обратные меры Карлесона на замкнутом полидиске

Е. С. Дубцов

Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова

Пусть $\mathbb{D}$ обозначает открытый единичный круг и $\mathbb{T} = \partial\mathbb{D}$. В докладе дано описание обратных мер Карлесона для пространства Харди $H^p(\mathbb{D}^n)$, $1 < p < \infty$, $n \geq 1$, т.е. охарактеризованы конечные положительные борелевские меры μ , заданные на замкнутом в смысле Шилова полидиске $\overline{\mathbb{D}}^n := \mathbb{D}^n \cup \mathbb{T}^n$ и такие, что

$$\|f\|_{H^p} \leq c \|f\|_{L^p(\overline{\mathbb{D}}^n, \mu)}$$

для всех функций $f \in H^p(\mathbb{D}^n) \cap C(\overline{\mathbb{D}}^n)$ и некоторой константы $c > 0$. Далее, доказано, что обратное неравенство Карлесона для плюригармонической меры μ , заданной на торе $\mathbb{T}^n$, эквивалентно равномерным обратным неравенствам для почти всех срез-мер μ_ζ , $\zeta \in \mathbb{T}^n$.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда №23-11-00171.

О задаче Хана, задаче Геронимуса, а также о некоторых их обобщениях

А. В. Дьяченко

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

В. Хан [1] поставил и решил следующую интересную задачу: описать семейства ортогональных на действительной оси многочленов, чьи производные сами ортогональны на действительной оси с некоторым другим положительным весом. Оказалось, что решение в точности состоит из классических семейств многочленов Якоби, Лагерра и Эрмита.

В работе [2], Я. Л. Геронимус решил эту задачу в общем виде, заменив интеграл с положительным весом на произвольный (невырожденный в определённом смысле) функционал ортогональности, из-за чего к решению добавилось ещё семейство многочленов Бесселя (к тому же позволяют нестандартные значения параметров классических весов). В качестве инструмента, Геронимус поставил и решил другую, более общую и также очень интересную задачу о представлении многочленов одного семейства ортогональных многочленов в виде линейных комбинаций конечного числа многочленов другого семейства. В этом докладе мы обсудим некоторые обобщения этих задач – в частности, рассмотрим адаптацию результатов Геронимуса к многочленам совместной ортогональности.

Это совместное исследование с В. Г. Лысовым.

Список литературы

- [1] Hahn W., “Über die Jacobischen Polynome und zwei verwandte Polynomklassen.” *Math. Z.*, 39: 634–638, 1935.
- [2] Геронимус Я. Л., “О полиномах, ортогональных относительно данной числовой последовательности, и о теореме W. Hahn’a.” *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, 4(2): 215–228, 1940.

Парные корреляции последовательностей

Д. Н. Запорожец

Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова

Доклад основан на текущей работе, которая ведется совместно с В. В. Капустиным. Мы выведем оценку роста дисперсии последовательностей, удовлетворяющих свойству нулей дзета функции Римана, найденному Монтгомери, получив тем самым детерминированный аналог соответствующего результата для синус процесса. Также будет предложен ряд открытых вопросов, связанных с данной тематикой.

Преобразования Бореля функций из параметризованного семейства гильбертовых пространств целых функций

К. П. Исаев

Уфимский университет науки и технологий

Для ограниченной выпуклой области D на комплексной плоскости вводится непрерывная шкала гильбертовых пространств целых функций $P_\beta(D)$. Для параметров $\beta \in (-\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$ дано полное описание пространств преобразований Бореля функций из пространств $P_\beta(D)$. Причем $P_0(D)$ изоморфно пространству Бергмана $B_2(D)$, а $P_{\frac{1}{2}}(D)$ изоморфно пространству Смирнова $E_2(D)$. Таким образом, пространства Бергмана и Смирнова вкладываются в шкалу гильбертовых пространств, что, по мнению авторов, должно позволить применить теорию гильбертовых шкал для исследования задач в этих пространствах.

Это совместное с Р. С. Юлмухаметовым исследование выполнено при поддержке программы развития Научно-образовательного математического центра Приволжского федерального округа (соглашение № 075-02-2024-1444).

Усиление неравенства Кавена—Поммеренке и его приложения

О. С. Кудрявцева

Волгоградский государственный технический университет

Изучаются свойства голоморфных отображений единичного круга в себя в терминах неподвижных точек и угловых производных. В 1982 г. Кавен и Поммеренке получили неравенство, связывающее значения угловых производных в граничных точках, отображаемых в одну. Из него они вывели точную оценку первого коэффициента на классе функций, сохраняющих начало координат и набор граничных точек. Мы получим усиление неравенства Кавена—Поммеренке и покажем, как с его помощью решаются некоторые экстремальные задачи на классах функций с неподвижными точками.

Замощения ацтекского бриллианта с периодическими весами

И. А. Лопатин

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

В работе М. Duits и А. Kuijlaars 2021 года было показано, что задача о замощении ацтекского бриллианта с чередующимися (через одну доминошку) весами комбинаторно эквивалентна задаче о непересекающихся путях в шестиграннике с двухпериодическими весами. Соответствующая дискретная вероятность является детерминантным точечным процессом с ядром, выражающимся в терминах матрично ортогональных полиномов. Асимптотика этого ядра была получена А. Kuijlaars (KU Leuven) с соавторами в серии недавних работ (в частности, неопубликованных). Главный член асимптотики выражается в терминах потенциала меры, являющейся решением скалярной теоретико-потенциальной задачи равновесия с внешним полем на спектральной кривой (римановой поверхности), ассоциированной с вероятностными весами.

В докладе я расскажу об обобщении этого результата на случай g -периодических весов, $g > 2$.

Квазиконформное отражение относительно границы равнобедренной трапеции

С. Р. Насыров

Казанский федеральный университет

В теории квазиконформных отображений на плоскости важное значение имеют квазиокружности. Квазиокружность — это жорданова кривая, которая является образом некоторой окружности при квазиконформном автоморфизме плоскости f . Если L — квазиокружность, то относительно нее существует квазиконформное отражение, т. е. меняющее ориентацию квазиконформное отображение (расширенной) комплексной плоскости, оставляющее точки кривой L неподвижными и переводящее внутренность и внешность кривой L друг в друга. Обратно, если L допускает квазиконформное отражение, то она является квазиокружностью.

Важной задачей является определение по данной квазиокружности L наименьшего значения K такого, что L допускает K -квазиконформное отражение. Даже для достаточно простых ломаных определение такого оптимального значения K является зачастую очень сложной задачей. Для границ прямоугольников достаточно неплохие верхние и нижние оценки для K были получены С. Вернером (Annales Academiæ Scientiarum Fennicæ Mathematica, **22**, 1997). Недавно нами совместно с М. Вуориненом и Т. Сугавой (ЖМАА, **524**(2), Article No 127092, 2023) были получены оценки сверху и снизу на K для случая равнобедренных трапеций с фиксированными острым углом и высотой в зависимости от длин оснований. Было отмечено, что оценка сверху для длинных трапеций не точна по порядку. В данном докладе мы описываем некоторые результаты статьи 2023 г., а также устанавливаем верхнюю оценку для K , которая является точной по порядку; эта оценка получена совместно с А. Р. Кушаевой и К. Р. Кушаевой.

Исследование проведено при финансовой поддержке РФФ, грант № 23-11-00066.

Плоские гармонические функции с заданным якобианом

И. А. Никитин

Тверской Государственный Университет

Восстановление множества аналитических в некоторой односвязной области функций по наперед заданному якобиану является классической задачей теории функций комплексного переменного. Хорошо известны свойства якобианов аналитических функций (например, гармоничность логарифма якобиана в точках, где якобиан не обнуляется), а также структура множества аналитических функций с заданным якобианом – функции, обладающие этим свойством, отличаются друг от друга смещением и вращением.

В докладе будут приведены результаты, решающие аналогичную задачу в случае сохраняющих ориентацию в открытом единичном круге гармонических функций, а именно:

- критерий, при выполнении которого положительная бесконечно дифференцируемая функция, определенная в открытом единичном круге, является якобианом некоторой сохраняющей ориентацию гармонической функции;
- критерий, описывающий структуру множества сохраняющих ориентацию гармонических функций с заданным якобианом.

Приведенные результаты будут проиллюстрированы примерами, а также приложением к построению вариационных формул в классах гармонических функций с заданным якобианом.

Асимптотическое нахождение точек ветвления алгебраической функции с помощью полиномов Эрмита–Паде

Р. В. Пальвелев

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Пусть f — алгебраическая функция степени $m + 1$ и f_∞ — голоморфный росток f в точке ∞ . В докладе будет рассматриваться задача приближенного нахождения точек ветвления функции f по набору коэффициентов Тейлора ростка f_∞ .

Для каждого $n \in \mathbb{N}$ пусть $Q_{n,0}, Q_{n,1}, \dots, Q_{n,m}$ — полиномы Эрмита–Паде типа 1 порядка n для набора ростков $[1, f_\infty, f_\infty^2, \dots, f_\infty^m]$ в точке ∞ . Положим $P_n(z, w) := Q_{n,m}(z)w^m + Q_{n,m-1}(z)w^{m-1} + \dots + Q_{n,0}(z)$. Пусть $D_n(z)$ — дискриминант полинома $P_n(z, w)$ (как полинома от w). Мы обсудим асимптотические свойства дискриминантов D_n при $n \rightarrow \infty$ и использование нулей D_n для нахождения точек ветвления исходной функции f .

Доклад основан на совместной работе с А. В. Комловым (МИАН).

Уточнение оценки Меньшова нормы максимального оператора

А. П. Солодов

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Доклад посвящен задаче об оценке мажоранты частных сумм ряда по ортогональной системе. Д.Е. Меньшов установил, что норма максимального оператора не превосходит величины $\log_2 N + 1$ и что эта оценка точная по порядку. Мы покажем, что норма максимального оператора не превосходит величины $0.5 \log_2 N + 1$. Полученная оценка дает новые инструменты для построения ортогональных систем с экстремально большой нормой мажоранты частных сумм.

Работа выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС”.

On covering in finite dimensional Banach spaces

Vladimir Temlyakov

Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences

We will discuss construction of coverings of the unit ball of a finite dimensional Banach space. The well known technique of comparing volumes gives upper and lower bounds on covering numbers. This technique does not provide a construction of good coverings. We will discuss incoherent systems and their application for construction of good coverings. We use the following strategy. First, we build a good covering by balls with a radius close to one. Second, we iterate this construction to obtain a good covering for any radius. We provide a greedy type algorithm for such constructions.

Обобщение теоремы Эрмита–Билера и его применение к трёхдиагональным матрицам

М. Ю. Тяглов

Санкт-Петербургский Государственный Университет, Shanghai Jiao Tong University

Классическая теорема Эрмита–Билера описывает распределение нулей комплексной линейной комбинации двух многочленов с простыми, вещественными, строго перемежающимися нулями. В докладе мы даём описание распределения нулей комплексной такой линейной комбинации в случае, когда перемежаемость не выполняется в одном месте. Мы также покажем, как наш результат может быть применён для решения прямых и обратных спектральных задач для двумерных возмущений трёхдиагональных матриц.

Доклад основан на исследовании, выполненном при поддержке гранта Российского научного фонда № 19-71-30002-П.

Полнота экспоненциальных систем, смешанные площади, тригонометрические и степенные субфункции

Б. Н. Хабибуллин

Институт математики с вычислительным центром Уфимского научного центра РАН

Функции $\Lambda: \mathbb{C} \mapsto \{0, 1, 2, \dots\} =: \mathbb{N}_0$ на комплексной плоскости $\mathbb{C}$ соответствует экспоненциальная система с распределением показателей Λ

$$\text{Exp}^\Lambda := \left\{ z \mapsto z^q e^{\lambda z} \mid \Lambda(\lambda) > q \in \mathbb{N}_0 \right\}.$$

Эта система *полна* в топологическом векторном пространстве X функций на подмножестве $S \subset \mathbb{C}$, если замыкание линейной оболочки этой системы $\text{Exp}^\Lambda \subset X$ совпадает с X . Будет представлена шкала условий полноты системы Exp^Λ в различных пространствах функций на S , когда S — компакт со связным дополнением или односвязная область. Прежде всего это пространства функций, непрерывных на S и голоморфных во внутренней S с топологией равномерной сходимости на компактах. В частности, если S — компакт, то такое пространство — это равномерная банахова алгебра. Эти точные условия формулируются как мажорирование разнообразных геометрических характеристик множеств S соответствующими им характеристиками распределения показателей Λ и только. В роли геометрических характеристик выступают смешанные площади по Г. Минковскому с некоторыми их развитием, которые включают в себя классические периметр, площадь, диаметр, ширину в направлениях, толщину, радиус описанного круга и пр. Характеристики распределений показателей Λ конструируются через пары положительных p -тригонометрически и p -степенно выпуклых функций. Эта шкала полноты охватывает как частные случаи подавляющее большинство известных ранее результатов по полноте экспоненциальных систем в указанных пространствах.

О плотности аддитивной полугруппы, порожденной подмножеством s -эллипсоида

К. С. Шкляев

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Аддитивной полугруппой, порожденной подмножеством M гильбертова пространства H , называется множество $R(M)$, состоящее из всевозможных сумм элементов множества M . Задача о плотности аддитивной полугруппы состоит в том, чтобы найти условия на множество M , достаточные для того, чтобы $R(M)$ было плотно в H . В общем виде эта задача была поставлена П. А. Бородиным в 2012 году, хотя различные её частные случаи — приближение многочленами с целыми или натуральными коэффициентами, приближение наипростейшими дробями — исследовались задолго до этого. В докладе речь пойдет о критерии плотности аддитивной полугруппы, порожденной подмножеством s -эллипсоида в H , т.е. эллипсоида с ограниченной суммой квадратов главных полуосей. Также планируется обсудить приложения данного результата к задачам о приближении голоморфных

и гармонических функций наипростейшими дробями $\sum_{k=1}^n \frac{1}{z-a_k}$ ($a_k \in \mathbb{C}$) и суммами гравитационных потенциалов $\sum_{k=1}^n \frac{1}{|x-a_k|^{d-2}}$ ($a_k \in \mathbb{R}^d$, $d \geq 3$).